COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET Cie, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME CENT-SOIXANTE-HUITIEME.

JANVIER — JUIN 1919.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS et Cie, IMPRIMEURS-LIBRAIRES

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1919

ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1919.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

JORDAN (Marie-Ennemond-Camille), O. ✻.
APPELL (Paul-Émile), C. ✻.
PAINLEVÉ (Paul), ✻.
HUMBERT (Marie-Georges), O. ✻.
HADAMARD (Jacques-Salomon), ✻.
N. . . . .

SECTION II. — *Mécanique.*

BOUSSINESQ (Joseph-Valentin), O. ✻.
SEBERT (Hippolyte), C. ✻.
VIEILLE (Paul-Marie-Eugène), G. O. ✻.
LECORNU (Léon-François-Alfred), O. ✻.
KŒNIGS (Paul-Xavier-Gabriel), ✻.
N. . . . .

SECTION III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (Henri-Alexandre), O. ✻.
BIGOURDAN (Guillaume), ✻.
BAILLAUD (Édouard-Benjamin), C. ✻.
HAMY (Maurice-Théodore-Adolphe), ✻.
PUISEUX (Pierre-Henri), ✻.
N. . . . .

SECTION IV. — *Géographie et Navigation.*

GRANDIDIER (Alfred), O. ✻.
BERTIN (Louis-Émile), C. ✻.
LALLEMAND (Jean-Pierre, *dit* Charles), O. ✻.
FOURNIER (François-Ernest), G. C. ✻, ✻.
BOURGEOIS (Joseph-Émile-Robert), G. O. ✻.
FAYÉ (Louis-Eugène-Napoléon), O. ✻.

Section V. — *Physique générale*

Messieurs :

Lippmann (Jonas-Ferdinand-Gabriel), c. ✻.
Violle (Louis-Jules-Gabriel), o. ✻.
Bouty (Edmond-Marie-Léopold), o. ✻.
Villard (Paul-Alfred), ✻.
Branly (Désiré-Eugène-Édouard), ✻.
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie.*

Gautier (Émile-Justin-Armand), c. ✻.
Lemoine (Clément-Georges), o. ✻.
Haller (Albin), c. ✻.
Le Chatelier (Henry-Louis), o. ✻.
Moureu (François-Charles-Léon), o. ✻.
N. . . . .

Section VII. — *Minéralogie.*

Barrois (Charles-Eugène), o. ✻.
Douvillé (Joseph-Henri-Ferdinand), o. ✻.
Wallerant (Frédéric-Félix-Auguste), ✻.
Termier (Pierre-Marie), o. ✻.
Launay (Louis-Auguste-Alphonse de), ✻.
Haug (Gustave-Émile), ✻.

Section VIII. — *Botanique.*

Guignard (Jean-Louis-Léon), o. ✻.
Bonnier (Gaston-Eugène-Marie), o. ✻.
Mangin (Louis-Alexandre), c. ✻.
Costantin (Julien-Noël), ✻.
Lecomte (Paul-Henri), ✻.
Dangeard (Pierre-Augustin-Clément), ✻.

SECTION IX. — *Économie rurale.*

Messieurs :

SCHLŒSING (Jean-Jacques-Théophile), C. ✻.
ROUX (Pierre-Paul-Émile), G. O. ✻.
SCHLŒSING (Alphonse-Théophile), O. ✻.
MAQUENNE (Léon-Gervais-Marie), ✻.
LECLAINCHE (Auguste-Louis-Emmanuel), O. ✻.
N. . . . .

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

RANVIER (Louis-Antoine), O. ✻.
PERRIER (Jean-Octave-Edmond), C. ✻.
DELAGE (Marie-Yves), O. ✻.
BOUVIER (Louis-Eugène), O. ✻.
HENNEGUY (Louis-Félix), O. ✻.
MARCHAL (Paul-Alfred), ✻.

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

GUYON (Casimir-Jean-Félix), C. ✻.
ARSONVAL (Jacques-Arsène D'), C. ✻.
LAVERAN (Charles-Louis-Alphonse), C. ✻.
RICHET (Robert-Charles), C. ✻.
QUÉNU (Édouard-André-Victor-Alfred), C. ✻.
N. . . . .

SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

PICARD (Charles-Émile), O. ✻, pour les Sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-Alfred), ✻, pour les Sciences physiques.

ACADÉMICIENS LIBRES.

Messieurs :

FREYCINET (Louis-Charles DE SAULSES DE), O. ✻.
HATON DE LA GOUPILLIÈRE (Julien-Napoléon), G. O. ✻.
CARNOT (Marie-Adolphe), C. ✻.
BONAPARTE (le prince Roland).
CARPENTIER (Jules-Adrien-Marie-Léon), C. ✻.
TISSERAND (Louis-Eugène), G. O. ✻.
BLONDEL (André-Eugène), ✻.
GRAMONT (le comte Antoine-Alfred-Arnaud-Xavier-Louis DE), ✻.
FOCH (le maréchal Ferdinand), G. C. ✻, ✠.
N. . . . .

APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

LEBLANC (Charles-Léonard-Armand-Maurice), ✻.
RATEAU (Camille-Edmond-Auguste), ✻.
CHARPY (Augustin-Georges-Albert), ✻.
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (Paul), O. ✻, à Toulouse.
GOUY (Louis-Georges), ✻, à Lyon.
DEPÉRET (Charles-Jean-Julien), ✻, à Lyon.
FLAHAULT (Charles-Henri-Marie), O. ✻, à Montpellier.
N. . . . .
N. . . . .

ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

ALBERT Ier (S. A. S.), prince souverain de Monaco, G. C. ✻.
RAYLEIGH (John William STRUTT, lord), O. ✻, à Witham (Angleterre).
VAN DER WAALS (Joannes Diderik), à Amsterdam.
LANKESTER (sir Edwin Ray), à Londres.
LORENTZ (Hendrik Antoon), à Leyde.
SCHWENDENER (Simon), à Berlin.
GEIKIE (sir Archibald), O. ✻, à Haslemere, Surrey.
VOLTERRA (Vito), à Rome.
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .
N. . . . .

CORRESPONDANTS.

SCIENCES MATHÉMATIQUES.

SECTION Ire. — *Géométrie* (10).

SCHWARZ (Hermann Amandus), à Grünewald, près de Berlin.
ZEUTHEN (Hieronymus Georg), à Copenhague.
MITTAG LEFFLER (Magnus Gustaf), C. ✻, à Djursholm (Suède).
NŒTHER (Max), à Erlangen.
GUICHARD (Claude), à Paris.
HILBERT (David), à Göttingen.
COSSERAT (Eugène-Maurice-Pierre), à Toulouse.
LIAPOUNOFF (Alexandre), à Pétrograd.
LA VALLÉE POUSSIN (Charles-Jean-Gustave-Nicolas DE), à Louvain.
N. . . . .

SECTION II. — *Mécanique* (10).

Messieurs :

VALLIER (Frédéric-Marie-Emmanuel), O. ✻, à Versailles.
WITZ (Marie-Joseph-Aimé), à Lille.
LEVI CIVITA (Tullio), à Padoue.
VOIGT (Waldemar), à Göttingen.
BOULVIN (Jules), à Gand.
SCHWOERER (Émile), à Colmar.
SPARRE (le comte Magnus-Louis-Marie DE), à Lyon.
PARENTY (Henry-Louis-Joseph), O. ✻, à Lille.
ARIÈS (Louis-Marie-Joseph-Emmanuel), O. ✻, à Versailles.
WADDELL (J. A. L.), à Kansas City (Missouri).

SECTION III. — *Astronomie* (16).

LOCKYER (sir Joseph Norman), à Sidmouth (Angleterre).
STEPHAN (Jean-Marie-Édouard), O. ✻, à Marseille.
VAN DE SANDE BAKHUYZEN (Hendrik Gerardus), C. ✻, à Leyde (Hollande).
CHRISTIE (sir William Henry Mahoney), à Down (Angleterre).
WEISS (Edmund), O. ✻, à Vienne.
PICKERING (Edward Charles), à Cambridge (Massachusetts).
GAILLOT (Jean-Baptiste-Aimable), O. ✻, à Chartres (Eure-et-Loir).
TURNER (Herbert Hall), à Oxford.
HALE (George Ellery), à Mount Wilson (Californie).
KAPTEYN (Jacobus Cornelius), ✻, à Groningue.
VERSCHAFFEL (Aloys), à Abbadia (Basses-Pyrénées).
LEBEUF (Auguste-Victor), ✻, à Besançon.
DYSON (sir Frank Watson), à Greenwich.
GONNESSIAT (François), ✻, à Alger.
CAMPBELL (William Wallace), à Mount Hamilton (Californie).
N. . . . .

Section IV. — *Géographie et Navigation* (10).

Messieurs :

TEFFÉ (le baron DE), à Pétropolis (Brésil).
NANSEN (Fridtjof), C. ✻, à Lisaker (Norvège).
COLIN (Édouard-Élie), à Tananarive.
HEDIN (Sven Anders), C. ✻, à Stockholm.
HILDEBRAND HILDEBRANDSSON (Hugo), O. ✻, à Upsal.
DAVIS (William Morris), ✻, à Cambridge (Massachusetts).
AMUNDSEN (Roald), G. O. ✻, à Kristiania.
TILHO (Jean-Auguste-Marie), O. ✻, à Bordeaux.
LECOINTE (Georges), ✻, à Uccle (Belgique).
WATTS (sir Philip), à Londres.

Section V. — *Physique générale* (10).

BLONDLOT (Prosper-René), O. ✻, à Nancy.
MICHELSON (Albert Abraham), à Chicago.
BENOÎT (Justin-Miranda-René), O. ✻, à Courbevoie.
CROOKES (sir William), à Londres.
GUILLAUME (Charles-Édouard), O. ✻, à Sèvres.
ARRHENIUS (Svante August), à Stockholm.
THOMSON (sir Joseph John), à Cambridge (Angleterre).
RIGHI (Augusto), à Bologne.
N. . . . .
N. . . . .

SCIENCES PHYSIQUES.

Section VI. — *Chimie* (10).

FORCRAND DE COISELET (Hippolyte-Robert DE), O. ✻, à Montpellier.
GUYE (Philippe-Auguste), ✻, à Genève.
GUNTZ (Antoine-Nicolas), ✻, à Nancy.
GRAEBE (Carl), à Francfort-sur-le-Main.

Messieurs :

BARBIER (François-Antoine-Philippe), O. ✻, à Lyon.
CIAMICIAN (Giacomo), ✻, à Bologne.
GRIGNARD (François-Auguste-Victor), ✻, à Nancy.
WALDEN (Paul), à Riga.
SOLVAY (Ernest), C. ✻, à Bruxelles.
N. . . . .

SECTION VII. — *Minéralogie* (10).

TSCHERMAK (Gustav), à Vienne (Autriche).
ŒHLERT (Daniel-Pauline), O. ✻, à Laval.
BRÖGGER (Waldemar Christofer), C. ✻, à Kristiania.
HEIM (Albert), à Zurich.
KILIAN (Charles-Constant-Wilfrid), ✻, à Grenoble.
LEHMANN (Otto), à Karlsruhe.
GROSSOUVRE (Marie-Félix-Albert DURAND DE), O. ✻, à Bourges.
BECKE (Friedrich Johann Karl), à Vienne (Autriche).
FRIEDEL (Georges), ✻, à Saint-Étienne.
WALCOTT (Charles Doolittle), à Washington.

SECTION VIII. — *Botanique* (10).

PFEFFER (Wilhelm Friedrich Philipp), à Leipzig.
WARMING (Johannes Eugenius Bülow), à Copenhague.
BOUDIER (Jean-Louis-Émile), ✻, à Blois (Loir-et-Cher).
ENGLER (Heinrich Gustav Adolf), à Dahlem, près de Berlin.
DE VRIES (Hugo), à Amsterdam.
VUILLEMIN (Jean-Paul), à Malzéville (Meurthe-et-Moselle).
FARLOW (William Gilson), à Cambridge (Massachusetts).
BATTANDIER (Jules-Aimé), à Alger.
SAUVAGEAU (Camille-François), à Bordeaux.
N . . . .

SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

GAYON (Léonard-Ulysse), O. ✻, à Bordeaux.
WINOGRADSKI (Serge), à Pétrograd.

Messeurs :

GODLEWSKI (Emil), à Cracovie.
PERRONCITO (Eduardo), O. ✻, à Turin.
WAGNER (Paul), à Darmstadt.
IMBEAUX (Charles-Édouard-Augustin), ✻, à Nancy.
BALLAND (Joseph-Antoine-Félix), O. ✻, à Saint-Julien (Ain).
NEUMANN (Louis-Georges), O. ✻, à Saint-Jean-de-Luz (Basses-Pyrénées).
TRABUT (Louis), ✻, à Alger.
N. . . . .

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

RETZIUS (Gustaf), C. ✻, à Stockholm.
SIMON (Eugène-Louis), ✻, à Paris.
LŒB (Jacques), à New-York.
RAMON CAJAL (Santiago), C. ✻, à Madrid.
BOULENGER (George-Albert), à Londres.
BATAILLON (Jean-Eugène), ✻, à Dijon.
CUÉNOT (Lucien-Claude), à Nancy.
VAYSSIÈRE (Jean-Baptiste-Marie-Albert), à Marseille.
BRACHET (Albert-Toussaint-Joseph), à Bruxelles.
LAMEERE (Auguste-Alfred-Lucien-Gaston), à Saint-Gilles-lez-Bruxelles (Belgique).

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

LÉPINE (Jacques-Raphaël), O. ✻, à Lyon.
CALMETTE (Léon-Charles-Albert), C. ✻, à Lille.
MANSON (sir Patrick), à Clonbur (Angleterre).
PAVLOV (Jean Petrovitch), à Pétrograd.
YERSIN (Alexandre-John-Émile), C. ✻, à Nha-Trang, Annam.
BERGONIÉ (Jean-Alban), O. ✻, à Bordeaux.
MORAT (Jean-Pierre), ✻, à Lyon.
DEPAGE (Antoine), à Bruxelles.
BRUCE (sir David), à Londres.
WRIGHT (sir Almroth Edward), à Londres.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 6 JANVIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. PAUL PAINLEVÉ, PUIS DE M. L. GUIGNARD.

M. **Paul Painlevé**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1918.

État de l'impression des recueils de l'Académie au 1er janvier 1919.

Comptes rendus des séances de l'Académie. — Le tome 163 (2e semestre de l'année 1916) est paru avec ses tables et a été mis en distribution.

Le tome 164 (1er semestre de l'année 1917) est paru avec ses tables et sera prochainement mis en distribution.

Les numéros des 2e semestre de l'année 1917, 1er et 2e semestres de l'année 1918 ont été mis en distribution, chaque semaine, avec la régularité habituelle.

Mémoires de l'Académie. — Le tome LV, 2e série, est paru et a été mis en distribution.

Le tome LVI, 2e série, est sous presse et sera prochainement mis en distribution.

Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août 1835. — Le tome VIII, années 1824-1827, a été mis en distribution.

Le tome IX, années 1828-1831, est sous presse et sera distribué dans le courant de l'année.

Annuaire de l'Académie. — L'Annuaire pour 1919 est paru et est mis en distribution au cours de cette séance.

Membres décédés depuis le 1er *janvier* 1918.

Section de Mécanique. — M. **Marcel Deprez**, le 14 octobre.

Section d'Astronomie. — M. **Wolf**, le 4 juillet.

Membres élus depuis le 1er *janvier* 1918.

Section de Mécanique. — M. **Gabriel Kœnigs**, le 18 mars, en remplacement de M. Léauté, décédé.

Section de Géographie et Navigation. — M. **Louis Favé**, le 22 avril, en remplacement de M. Bassot, décédé.

Académiciens libres. — M. le maréchal **Foch**, le 11 novembre, en remplacement de M. Labbé, décédé.

Membres non résidants. — M. **Charles Flahault**, le 25 février, en remplacement de M. Gosselet, décédé.

Division des applications de la science à l'industrie (instituée par décret en date du 23 janvier 1918). — M. **Maurice Leblanc**, le 25 novembre; M. **Auguste Rateau**, le 16 décembre; M. **Georges Charpy**, le 23 décembre.

Membres à remplacer.

Section de Géométrie. — M. **Émile Picard**, élu Secrétaire perpétuel le 2 avril 1917.

Section de Mécanique. — M. **Marcel Deprez**, mort le 14 octobre 1918.

Section d'Astronomie. — M. **Wolf**, mort le 4 juillet 1918.

Section de Physique générale. — M. **Amagat**, mort le 15 février 1915.

Section de Chimie. — M. **Jungfleisch**, mort le 24 avril 1916.

Section d'Économie rurale. — M. **Müntz**, mort le 20 février 1917.

Section de Médecine et Chirurgie. — M. **Dastre**, mort le 22 octobre 1917.

Académiciens libres. — M. **Landouzy**, mort le 10 mai 1917.

Membres non résidants. — M. **Duhem**, mort le 14 septembre 1916; M. **Henry Bazin**, mort le 14 février 1917.

Division des applications de la science à l'industrie. — Trois places de cette nouvelle division restent à pourvoir.

Associés étrangers. — M. **von Baeyer**, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie en date du 15 mars 1915; le décret qui avait approuvé l'élection a été rapporté par un nouveau décret en date du 28 mai 1915.

M. **Dedekind**, mort le 12 février 1916; M. **Metchnikoff**, mort le 15 juillet 1916; sir **William Ramsay**, mort le 23 juillet 1916.

Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1918.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — Lord **Brassey**, à Londres, le 23 février.

Pour la Section de Physique générale. — M. **Blaserna**, à Rome, le 26 février.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Yung**, à Genève, le 17 juin.

Correspondants élus depuis le 1er janvier 1918.

Pour la Section de Mécanique. — M. **Waddell**, à Kansas City, Missouri, le 16 décembre, en remplacement de M. Zaboudski, décédé.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **W. W. Campbell**, à Lick, Californie, le 22 juillet, en remplacement de M. Auwers, décédé.

Pour la Section de Géographie et Navigation. — M. **Roald Amundsen**, à Kristiania, le 4 mars, en remplacement de M. Albrecht, décédé; M. **Tilho**, à Bordeaux, le 11 mars, en remplacement du général Galliéni, décédé; M. **Lecointe**, à Bruxelles, le 22 juillet, en remplacement de M. Helmert, décédé; sir **Philip Watts**, à Londres, le 4 novembre, en remplacement de lord Brassey, décédé.

Pour la Section de Minéralogie. — M. **Ch. D. Walcott**, à Washington, le 21 janvier, en remplacement de sir Archibald Geikie, élu associé étranger.

Pour la Section de Botanique. — M. **J.-A. Battandier**, à Alger, le 18 novembre, en remplacement de M. Grand'Eury, décédé; M. **Camille Sauvageau**, à Bordeaux, le 25 novembre, en remplacement de M. Ch.-Eug. Bertrand, décédé.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **G. Neumann**, à Saint-Jean-de-Luz, le 17 juin, en remplacement de M. Heckel, décédé; M. **Trabut**, à Alger, le 1er juillet, en remplacement de M. Yermoloff, décédé.

Pour la Section d'Anatomie et Zoologie. — M. **Brachet**, à Bruxelles, le 27 mai, en remplacement de M. Francotte, décédé; M. **Cuénot**, à Nancy, le 11 février, en remplacement de M. Maupas, décédé; M. **Vayssière**, à Marseille, le 18 février, en remplacement de M. Renaut, décédé; M. **Lameere**, à Bruxelles, le 17 juin, en remplacement de M. Yung, décédé.

Pour la Section de Médecine et Chirurgie. — Sir **David Bruce**, à Londres, le 16 décembre, en remplacement de M. Czerny, décédé; sir **Almroth Wright**, à Londres, le 30 décembre, en remplacement de M. J. Bernstein, décédé.

Correspondants à remplacer.

Pour la Section de Géométrie. — M. **Vito Volterra**, à Rome, élu associé étranger le 3 décembre 1917.

Pour la Section d'Astronomie. — M. **Oskar Backlund**, mort à Poulkovo, le 29 août 1916.

Pour la Section de Physique générale. — M. **Gouy**, à Lyon, élu membre non résidant, le 28 avril 1913; M. **Blaserna**, mort à Rome, le 26 février 1918.

Pour la Section de Chimie. — M. **Georges Charpy**, à Montluçon, élu membre de la division des applications de la science à l'industrie, le 23 décembre 1918.

Pour la Section de Botanique. — M. **Charles Flahault**, élu membre non résidant, le 25 février 1918.

Pour la Section d'Économie rurale. — M. **Emmanuel Leclainche**, élu membre titulaire, le 11 juin 1917.

En prenant possession du fauteuil de la présidence, M. **L. Guignard** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

La tradition qui vous fait choisir votre président parmi les plus anciens membres de l'Académie n'est pas toujours sans inconvénient pour la direction de vos séances, et, convaincu de mon insuffisance à cet égard, mon premier mouvement avait été de décliner le grand honneur que vous m'avez fait en m'appelant à ce fauteuil.

Certes, si par l'exemple seul on pouvait se conduire, j'aurais trouvé en mes prédécesseurs les modèles les plus accomplis. Mais on n'imite pas plus l'autorité qu'on improvise le talent, et vous assurer de toute ma bonne volonté, en échange de toute votre indulgence, m'eût semblé une garantie bien mince pour présider comme il convient à vos réunions.

Cependant, l'expérience si avisée de nos Secrétaires perpétuels, leur constant dévouement, pour lequel nous ne saurions assez leur montrer toute notre gratitude, m'ont engagé à ne pas me dérober à l'insigne faveur dont votre bienveillante confraternité m'a donné un si éclatant témoignage.

Mes chers Confrères, je vous remercie bien cordialement.

Il y a tantôt cinq ans, en dépit des avertissements répétés de ceux qui ne voulaient pas obstinément fermer les yeux pour ne pas voir, nous étions surpris par une guerre qu'un ennemi implacable préparait depuis un demi-siècle et sur la férocité de laquelle il comptait pour nous abattre. Qui oserait dire que nous n'ayons pas été, il y a quelques semaines, surpris de même par la paix? Pour être moins grosse de risques que la première, cette

surprise rendrait inutiles nos deuils et nos sacrifices si nous n'apportions sans retard l'effort nécessaire à l'exploitation de notre victoire.

Mais la collaboration de la science et de l'industrie pour la défense nationale a montré ce qu'on pouvait attendre de ce pays, auquel on déniait si insolemment tout esprit d'organisation. La nation qui a été, pendant la guerre, à la hauteur des circonstances les plus tragiques, déjouant par une improvisation ingénieuse et héroïque les lourds calculs de l'ennemi, saura de même, dans la paix, s'adapter aux exigences nouvelles de la lutte économique. Il s'agit de parfaire l'œuvre d'affranchissement par le développement de toutes les forces intellectuelles, de toutes les énergies de la France. Qui saurait, mieux que l'Académie, prendre les initiatives nécessaires et coordonner les efforts?

Avec son éloquence habituelle, M. Painlevé a rappelé, dans notre dernière séance publique annuelle, ce que l'union de la science pure et de ses applications avait réalisé, dans ces longues et douloureuses années, pour organiser la victoire. Ce qu'il n'a pas dit, c'est l'impulsion vigoureuse et féconde donnée à cette collaboration par le Ministre qui avait créé la Commission des Inventions, mais il n'est personne ici qui ne la connaisse et ne l'apprécie à toute sa valeur.

Je suis certain, mes chers Confrères, de répondre à vos sentiments unanimes en adressant nos affectueux remercîments à notre éminent président sortant, qui, malgré de très lourdes charges assumées par ailleurs, n'a pas cessé d'apporter à l'Académie le concours de son entier dévouement.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Georges Charpy**, pour occuper une des places de la Section nouvellement créée des *Applications de la Science à l'Industrie*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Georges Charpy** prend place parmi ses Confrères.

ASTRONOMIE. — *Projet de réforme du calendrier civil actuel (julien, grégorien).* Note [1] de M. G. BIGOURDAN.

On a souvent mis en évidence les défauts des calendriers julien et grégorien, qui aujourd'hui sont employés sur la plus grande partie de la Terre; d'ailleurs le dernier tend à prédominer complètement, surtout depuis qu'il a été adopté par le Japon, la Chine et par diverses contrées de l'Est et du Sud-Est de l'Europe [2].

Comme d'ailleurs le calendrier grégorien n'est autre que le julien corrigé d'un de ses défauts, je parlerai uniquement du calendrier grégorien; mais presque tout ce que je dirai s'applique au calendrier julien.

Voici les principaux défauts qu'on reproche au calendrier grégorien :

1° Le commencement de son année ne coïncide pas avec celui d'une des saisons;

2° La longueur de ses mois est plus irrégulière qu'il n'est indispensable;

3° Les noms de certains mois sont en désaccord avec l'ordre numérique qu'ils expriment; par exemple, *octobre* est le 10e et son nom indique la 8e place.

4° La longueur de son année est trop grande; il sera nécessaire de supprimer un jour entier vers l'an 4000;

5° Les dates des mois n'ont pas une concordance simple avec les jours correspondants de la semaine.

L'importance *pratique* de ces divers défauts est très inégale; les trois premiers pourraient être corrigés par de simples conventions [3]. Pour le quatrième, il est

---

(1) Séance du 18 novembre 1918.

(2) Sur ces derniers points, nos renseignements sont encore incomplets. En Roumanie le gouvernement avait présenté à son Parlement un projet d'adoption du calendrier grégorien, mais il n'est pas venu en discussion. Peu après le début de la guerre, la Bulgarie aurait, dit-on, réalisé cette adoption. Le Pacte de Corfou, du 7/20 juillet 1917, qui a fondé le « Royaume des Serbes, Croates et Slovènes », porte, dans son art. 8 : « Le calendrier sera unifié le plus tôt possible »; et c'est évidemment le calendrier grégorien qui sera choisi. Enfin depuis une année environ le gouvernement du nord de la Russie a officiellement adopté le calendrier grégorien.

(3) Le changement d'origine entraînera une année de longueur anormale, correspondant à l'*année de confusion* de 445 jours qui précéda la réforme julienne; et ce qui fut alors réalisé par l'unique volonté de Jules César devra faire l'objet d'une entente de Gouvernements, entente qui sera longue à réaliser, puisque au moins les Parlements des divers Pays devront modifier en conséquence leur année financière.

ANNÉE BISSEXTILE 1920.

Comparaison des dates du calendrier grégorien (col. G.) avec celles de notre projet (col. P.).

Janvier			Février			Mars		
G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G	Jour	P.
1	**J.**	**1**	1	**D**	**1**	1	L.	30
2	V.	2	2	L.	2	2	**M**	**1**
3	S.	3	3	M.	3	3	M.	2
4	D.	4	4	M.	4	4	J.	3
5	L.	5	5	J.	5	5	V.	4
6	M.	6	6	V.	6	6	S.	5
7	M.	7	7	S.	7	7	D.	6
8	J.	8	8	D.	8	8	L.	7
9	V.	9	9	L.	9	9	M.	8
10	S.	10	10	M.	10	10	M.	9
11	D.	11	11	M.	11	11	J.	10
12	L.	12	12	J.	12	12	V.	11
13	M.	13	13	V.	13	13	S.	12
14	M.	14	14	S.	14	14	D.	13
15	J.	15	15	D.	15	15	L.	14
16	V.	16	16	L.	16	16	M.	15
17	S.	17	17	M.	17	17	M.	16
18	D.	18	18	M.	18	18	J.	17
19	L.	19	19	J.	19	19	V.	18
20	M.	20	20	V.	20	20	S.	19
21	M.	21	21	S.	21	21	D.	20
22	J.	22	22	D.	22	22	L.	21
23	V.	23	23	L.	23	23	M.	22
24	S.	24	24	M.	24	24	M.	23
25	D.	25	25	M.	25	25	J.	24
26	L.	26	26	J.	26	26	V.	25
27	M.	27	27	V.	27	27	S.	26
28	M.	28	28	S.	28	28	D.	27
29	J.	29	29	D.	29	29	L.	28
30	V.	30		L.	30	30	M.	29
31	S.	31				31	M.	30

Avril			Mai			Juin		
G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.
1	**J.**	**1**	1	S.	31	1	**M**	**1**
2	V.	2	2	**D**	**1**	2	M.	2
3	S.	3	3	L.	2	3	J.	3
4	D.	4	4	M.	3	4	V.	4
5	L.	5	5	M.	4	5	S.	5
6	M.	6	6	J.	5	6	D.	6
7	M.	7	7	V.	6	7	L.	7
8	J.	8	8	S.	7	8	M.	8
9	V.	9	9	D.	8	9	M.	9
10	S.	10	10	L.	9	10	J.	10
11	D.	11	11	M.	10	11	V.	11
12	L.	12	12	M.	11	12	S.	12
13	M.	13	13	J.	12	13	D.	13
14	M.	14	14	V.	13	14	L.	14
15	J.	15	15	S.	14	15	M.	15
16	V.	16	16	D.	15	16	M.	16
17	S.	17	17	L.	16	17	J.	17
18	D.	18	18	M.	17	18	V.	18
19	L.	19	19	M.	18	19	S.	19
20	M.	20	20	J.	19	20	D.	20
21	M.	21	21	V.	20	21	L.	21
22	J.	22	22	S.	21	22	M.	22
23	V.	23	23	D.	22	23	M.	23
24	S.	24	24	L.	23	24	J.	24
25	D.	25	25	M.	24	25	V.	25
26	L.	26	26	M.	25	26	S.	26
27	M.	27	27	J.	26	27	D.	27
28	M.	28	28	V.	27	28	L.	28
29	J.	29	29	S.	28	29	M.	29
30	V.	30	30	D.	29	30	M.	30
	S.	31	31	L.	30			

Juillet			Août			Septembre		
G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.
1	**J.**	**1**	1	**D**	**1**	1	M.	2
2	V.	2	2	L.	2	2	J.	3
3	S.	3	3	M.	3	3	V.	4
4	D.	4	4	M.	4	4	S.	5
5	L.	5	5	J.	5	5	D.	6
6	M.	6	6	V.	6	6	L.	7
7	M.	7	7	S.	7	7	M.	8
8	J.	8	8	D.	8	8	M.	9
9	V.	9	9	L.	9	9	J.	10
10	S.	10	10	M.	10	10	V.	11
11	D.	11	11	M.	11	11	S.	12
12	L.	12	12	J.	12	12	D.	13
13	M.	13	13	V.	13	13	L.	14
14	M.	14	14	S.	14	14	M.	15
15	J.	15	15	D.	15	15	M.	16
16	V.	16	16	L.	16	16	J.	17
17	S.	17	17	M.	17	17	V.	18
18	D.	18	18	M.	18	18	S.	19
19	L.	19	19	J.	19	19	D.	20
20	M.	20	20	V.	20	20	L.	21
21	M.	21	21	S.	21	21	M.	22
22	J.	22	22	D.	22	22	M.	23
23	V.	23	23	L.	23	23	J.	24
24	S.	24	24	M.	24	24	V.	25
25	D.	25	25	M.	25	25	S.	26
26	L.	26	26	J.	26	26	D.	27
27	M.	27	27	V.	27	27	L.	28
28	M.	28	28	S.	28	28	M.	29
29	J.	29	29	D.	29	29	M.	30
30	V.	30	30	L.	30	30	**J.**	**1**
31	S.	31	31	**M**	**1**			

Octobre			Novembre			Décembre		
G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.
1	V.	2	1	L.	2	1	**M**	**1**
2	S.	3	2	M.	3	2	J.	2
3	D.	4	3	M.	4	3	V.	3
4	L.	5	4	J.	5	4	S.	4
5	M.	6	5	V.	6	5	D.	5
6	M.	7	6	S.	7	6	L.	6
7	J.	8	7	D.	8	7	M.	7
8	V.	9	8	L.	9	8	M.	8
9	S.	10	9	M.	10	9	J.	9
10	D.	11	10	M.	11	10	V.	10
11	L.	12	11	J.	12	11	S.	11
12	M.	13	12	V.	13	12	D.	12
13	M.	14	13	S.	14	13	L.	13
14	J.	15	14	D.	15	14	M.	14
15	V.	16	15	L.	16	15	M.	15
16	S.	17	16	M.	17	16	J.	16
17	D.	18	17	M.	18	17	V.	17
18	L.	19	18	J.	19	18	S.	18
19	M.	20	19	V.	20	19	D.	19
20	M.	21	20	S.	21	20	L.	20
21	J.	22	21	D.	22	21	M.	21
22	V.	23	22	L.	23	22	M.	22
23	S.	24	23	M.	24	23	J.	23
24	D.	25	24	M.	25	24	V.	24
25	L.	26	25	J.	26	25	S.	25
26	M.	27	26	V.	27	26	D.	26
27	M.	28	27	S.	28	27	L.	27
28	J.	29	28	D.	29	28	M.	28
29	V.	30	29	L.	30	29	M.	29
30	S.	31	30	M.	31	30	J.	30
31	**D**	**1**				31	V.	31

Comparaison des dates du calendrier grégorien (col. G.) **avec celles de notre projet** (col. P.).

Janvier			Février			Mars			Avril			Mai			Juin			Juillet			Août			Septembre			Octobre			Novembre			Décembre		
G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.	G.	Jour	P.
1	**S.**	1	1	**M.**	1	1	M.	29	1	V.	30	1	D.	30	1	M.	30	1	V.	30	1	L.	31	1	**J.**	1	1	**S.**	1	1	**M.**	1	1	**J.**	1
2	D.	2	2	M.	2	2	M.	30	2	**S.**	1	2	L.	31	2	**J.**	1	2	**S.**	1	2	**M.**	1	2	V.	2	2	D.	2	2	M.	2	2	V.	2
3	L.	3	3	J.	3	3	**J.**	1	3	D.	2	3	**M.**	1	3	V.	2	3	D.	2	3	M.	2	3	S.	3	3	L.	3	3	J.	3	3	S.	3
4	M.	4	4	V.	4	4	V.	2	4	L.	3	4	M.	2	4	S.	3	4	L.	3	4	J.	3	4	D.	4	4	M.	4	4	V.	4	4	D.	4
5	M.	5	5	S.	5	5	S.	3	5	M.	4	5	J.	3	5	D.	4	5	M.	4	5	V.	4	5	L.	5	5	M.	5	5	S.	5	5	L.	5
6	J.	6	6	D.	6	6	D.	4	6	M.	5	6	V.	4	6	L.	5	6	M.	5	6	S.	5	6	M.	6	6	J.	6	6	D.	6	6	M.	6
7	V.	7	7	L.	7	7	L.	5	7	J.	6	7	S.	5	7	M.	6	7	J.	6	7	D.	6	7	M.	7	7	V.	7	7	L.	7	7	M.	7
8	S.	8	8	M.	8	8	M.	6	8	V.	7	8	D.	6	8	M.	7	8	V.	7	8	L.	7	8	J.	8	8	S.	8	8	M.	8	8	J.	8
9	D.	9	9	M.	9	9	M.	7	9	S.	8	9	L.	7	9	J.	8	9	S.	8	9	M.	8	9	V.	9	9	D.	9	9	M.	9	9	V.	9
10	L.	10	10	J.	10	10	J.	8	10	D.	9	10	M.	8	10	V.	9	10	D.	9	10	M.	9	10	S.	10	10	L.	10	10	J.	10	10	S.	10
11	M.	11	11	V.	11	11	V.	9	11	L.	10	11	M.	9	11	S.	10	11	L.	10	11	J.	10	11	D.	11	11	M.	11	11	V.	11	11	D.	11
12	M.	12	12	S.	12	12	S.	10	12	M.	11	12	J.	10	12	D.	11	12	M.	11	12	V.	11	12	L.	12	12	M.	12	12	S.	12	12	L.	12
13	J.	13	13	D.	13	13	D.	11	13	M.	12	13	V.	11	13	L.	12	13	M.	12	13	S.	12	13	M.	13	13	J.	13	13	D.	13	13	M.	13
14	V.	14	14	L.	14	14	L.	12	14	J.	13	14	S.	12	14	M.	13	14	J.	13	14	D.	13	14	M.	14	14	V.	14	14	L.	14	14	M.	14
15	S.	15	15	M.	15	15	M.	13	15	V.	14	15	D.	13	15	M.	14	15	V.	14	15	L.	14	15	J.	15	15	S.	15	15	M.	15	15	J.	15
16	D.	16	16	M.	16	16	M.	14	16	S.	15	16	L.	14	16	J.	15	16	S.	15	16	M.	15	16	V.	16	16	D.	16	16	M.	16	16	V.	16
17	L.	17	17	J.	17	17	J.	15	17	D.	16	17	M.	15	17	V.	16	17	D.	16	17	M.	16	17	S.	17	17	L.	17	17	J.	17	17	S.	17
18	M.	18	18	V.	18	18	V.	16	18	L.	17	18	M.	16	18	S.	17	18	L.	17	18	J.	17	18	D.	18	18	M.	18	18	V.	18	18	D.	18
19	M.	19	19	S.	19	19	S.	17	19	M.	18	19	J.	17	19	D.	18	19	M.	18	19	V.	18	19	L.	19	19	M.	19	19	S.	19	19	L.	19
20	J.	20	20	D.	20	20	D.	18	20	M.	19	20	V.	18	20	L.	19	20	M.	19	20	S.	19	20	M.	20	20	J.	20	20	D.	20	20	M.	20
21	V.	21	21	L.	21	21	L.	19	21	J.	20	21	S.	19	21	M.	20	21	J.	20	21	D.	20	21	M.	21	21	V.	21	21	L.	21	21	M.	21
22	S.	22	22	M.	22	22	M.	20	22	V.	21	22	D.	20	22	M.	21	22	V.	21	22	L.	21	22	J.	22	22	S.	22	22	M.	22	22	J.	22
23	D.	23	23	M.	23	23	M.	21	23	S.	22	23	L.	21	23	J.	22	23	S.	22	23	M.	22	23	V.	23	23	D.	23	23	M.	23	23	V.	23
24	L.	24	24	J.	24	24	J.	22	24	D.	23	24	M.	22	24	V.	23	24	D.	23	24	M.	23	24	S.	24	24	L.	24	24	J.	24	24	S.	24
25	M.	25	25	V.	25	25	V.	23	25	L.	24	25	M.	23	25	S.	24	25	L.	24	25	J.	24	25	D.	25	25	M.	25	25	V.	25	25	D.	25
26	M.	26	26	S.	26	26	S.	24	26	M.	25	26	J.	24	26	D.	25	26	M.	25	26	V.	25	26	L.	26	26	M.	26	26	S.	26	26	L.	26
27	J.	27	27	D.	27	27	D.	25	27	M.	26	27	V.	25	27	L.	26	27	M.	26	27	S.	26	27	M.	27	27	J.	27	27	D.	27	27	M.	27
28	V.	28	28	L.	28	28	L.	26	28	J.	27	28	S.	26	28	M.	27	28	J.	27	28	D.	27	28	M.	28	28	V.	28	28	L.	28	28	M.	28
29	S.	29		M.	29	29	M.	27	29	V.	28	29	D.	27	29	M.	28	29	V.	28	29	L.	28	29	J.	29	29	S.	29	29	M.	29	29	J.	29
30	D.	30		M.	30	30	M.	28	30	S.	29	30	L.	28	30	J.	29	30	S.	29	30	M.	29	30	V.	30	30	D.	30	30	M.	30	30	V.	30
31	L.	31				31	J.	29		D.	30	31	M.	29		V.	30	31	D.	30	31	M.	30				31	L.	31				31	S.	31
							V.	30		L.	31		M.	30					L.	31															

d'autant moins utile de se préoccuper maintenant de le corriger, que la longueur de l'année tropique est un peu variable, et que les meilleures tables astronomiques d'aujourd'hui pourraient se trouver en défaut, à ce point de vue, dans 20 siècles.

C'est le cinquième qui offre les plus grands inconvénients. Sa cause est plus profonde et d'ailleurs bien connue : à l'inverse de ce qui a lieu pour la mesure des autres espèces de grandeurs, où des conventions universellement adaptées suffisent, pour la mesure du temps la nature nous *impose* deux unités, le jour et l'année, unités dont la première n'est pas contenue exactement dans l'autre, n'en est pas une partie aliquote.

En outre, un usage universel a fait adopter des unités intermédiaires, semaine, décade, mois, etc. dont la durée n'est pas en rapport simple avec celle de l'année.

Il en résulte, par exemple, que le nombre de semaines qui se terminent dans un mois est variable d'un mois à l'autre, et dans le même mois d'une année à l'autre : c'est un inconvénient assez gênant pour l'industrie par exemple, où les travaux se payent à la semaine. Pour la même raison, les statistiques établies à la semaine, comme celles des chemins de fer, ne s'ajustent facilement ni au mois, ni à l'année; etc.

Enfin ce défaut nous oblige tous à placer constamment sous notre main un calendrier de l'année considérée, pour savoir quel jour de la semaine correspond à une date, ou inversement.

Il est impossible de remédier rationnellement à ce défaut en conservant les quatre unités : jour, semaine, mois et année, que d'ailleurs nul ne propose de supprimer; il faut donc avoir recours à des palliatifs; ceux qui ont été proposés peuvent se ramener à deux types principaux.

L'année renferme 52 semaines, valant 364 jours, — plus 1 jour dans les années communes, — plus 2 jours dans les années bissextiles.

Un *premier* type de correction consiste à mettre hors semaine ce jour ou ces deux jours de surplus, qu'on a appelés aussi jours sans date, jours hors texte, jours sans couleur, *jours blancs*, etc. Alors par exemple, dans une année commune le samedi 31 décembre serait immédiatement suivi non du dimanche 1er janvier, mais d'un jour blanc, suivi lui-même du dimanche 1er janvier. Dans les années bissextiles il y aurait deux jours blancs au lieu d'un, placés par exemple entre le samedi 31 décembre et le dimanche 1er janvier.

Ce moyen, qui nous ramène, sous un simple changement de nom, aux jours complémentaires du calendrier français, ou aux jours épagomènes de son ancêtre le calendrier égyptien, rompt la continuité de la semaine qui jusqu'à ce jour, suivant l'expression de Laplace, a circulé « sans interruption à travers les siècles, en se mêlant aux calendriers successifs des différents peuples ».

Une telle rupture de la *continuité* de la semaine, qui se répéterait tous les ans, n'est pas inoffensive, ne dût-elle même se produire qu'une fois, et cela pour plusieurs raisons :

1° En chronologie la semaine offre une vérification très utile;

2° Dans les calendriers luni-solaires, tels que celui suivi par les Musulmans, où le mois et l'année commencent lorsque la nouvelle Lune peut être réellement observée, il se produit parfois un écart d'un jour d'un pays à l'autre, en raison des circonstances atmosphériques par exemple; aujourd'hui on note le jour correspondant de la semaine, ce qui fait reconnaître les erreurs et permet de les corriger; cela n'aurait plus lieu tant que les jours blancs ne seraient pas universellement adoptés.

3° La semaine est l'*unique* élément du calendrier qui soit maintenant le même par toute la Terre : à l'influence de la longitude près, aujourd'hui il est partout vendredi par exemple; c'est ce qui n'aurait plus lieu quand certains pays seulement auraient adopté, avec les jours blancs, la discontinuité de la semaine.

D'ailleurs la semaine continue est intimement liée aux traditions religieuses universelles, tant païennes que chrétiennes; et il semble qu'on ne peut citer un seul cas de discontinuité, depuis la plus haute antiquité jusqu'à aujourd'hui, sauf dans le calendrier français; aussi, lors de la réforme grégorienne n'a-t-on pas rompu cette continuité, car on a passé du jeudi 4 octobre au vendredi 15; on peut d'ailleurs dire que l'expérience directe s'est répétée un assez grand nombre de fois, puisque l'application de cette réforme s'échelonne, suivant les contrées, entre 1582 et 1752.

Un *second* type de correction, qui pouvait être appelé le type économique, consiste à faire tous les mois exactement de 4 semaines, ce qui conduit à une année de 13 mois, que bien peu accepteraient; en outre, il faut également rompre la continuité de la semaine.

Ces moyens de correction ne paraissant pas aujourd'hui susceptibles d'aboutir, je me place dans l'*hypothèse* où l'on veut conserver la continuité de la semaine et cependant pouvoir trouver mentalement le jour de la semaine qui répond à une date donnée, ou inversement.

Pour cela j'ai proposé [1] de *former chaque trimestre d'un premier mois de* 31 *jours suivi de deux mois de* 30 *jours;* toutefois, dans le quatrième trimestre, le *dernier* mois aurait toujours 31 jours; en outre, dans les années bissextiles l'avant-dernier mois serait aussi de 31 jours.

On voit que les trois premiers trimestres seraient chacun de 91 jours ou exactement 13 semaines, de sorte que dans chaque trimestre les mêmes jours de la semaine tomberaient aux mêmes dates des mois correspondants. D'ailleurs si le premier mois d'un trimestre a commencé par exemple un *lundi*, le second commencera un *jeudi* et le troisième un *samedi*, le saut étant *toujours* respectivement de 3 et 2 jours indéfiniment, c'est-à-dire toutes les années. Ainsi, — pendant toute l'année considérée il

---

(1) J'ai présenté sommairement ce projet au Congrès international de Liége, en 1914. A ma connaissance, il n'existe pas de bibliographie relative à la question; aussi je ne puis, à mon regret, indiquer les antériorités.

suffira de rappeler quel jour est tombé le 1er janvier pour savoir quel jour tombe le premier jour de chaque mois; — ensuite, pour un jour quelconque du mois, on y arrivera par le moyen que savent employer les gens les plus simples : 1, 8, 15, 22, 29. Il n'y a pas lieu d'insister, car tout cela peut se vérifier sur les deux calendriers suivants, relatifs l'un à l'année bissextile 1920, l'autre à l'année commune 1921, et où dans les colonnes G sont les dates mensuelles du calendrier grégorien et dans les colonnes P les dates mensuelles de notre projet. On voit que l'écart ne dépasse jamais 2 jours; on sait d'ailleurs qu'il ne s'accumule pas.

Les objections que soulève ce projet paraissent faciles à lever.

1° On pourrait croire, par exemple, qu'il déplacerait les anniversaires de 1 ou 2 jours; mais ce déplacement se produit déjà aujourd'hui dans les années bissextiles par rapport aux années communes, ou inversement, à partir du 1er mars.

Au contraire, le système proposé ne les déplacerait qu'à partir du 1er décembre, soit une réduction de 10 mois à un seul. Et de même pour les nombreuses tables astronomiques où les jours des mois entrent comme argument : celui-ci doit être double à partir du 1er mars, et ne devrait plus l'être qu'à partir du 1er décembre, ce qui supprimerait presque complètement une fréquente cause d'erreur.

Ainsi non seulement l'objection est purement apparente, mais il en sort un argument de poids en faveur du projet.

2° On pourrait croire aussi qu'il exigerait la modification de la règle fixant la fête de Pâques au dimanche qui suit la pleine lune survenue après le 21 mars; mais il n'en est rien : si aujourd'hui cette règle était exacte dans les années communes, elle ne le serait plus dans les années bissextiles. En réalité il vaut mieux remplacer 21 *mars* par *équinoxe du printemps*, ce à quoi notre projet ne change rien. Sous cette dernière forme d'ailleurs, la règle n'est encore qu'approchée, parce que l'équinoxe qui règle Pâques est, non l'équinoxe vrai, mais l'équinoxe défini par l'épacte; et là le projet n'apporte pas de modification, parce qu'il ne touche pas au 1er janvier. Il n'en serait pas de même avec les jours blancs.

Par contre, le projet réduit de $\frac{3}{30}$ à $\frac{1}{30}$ l'inégalité actuelle des mois, ce qui est important, parce que les traitements, etc. se payent mensuellement; il régularise, en outre, la longueur des mois qui, ramenée au trimestre, saute aux yeux immédiatement.

Aussi ne voit-on d'objections que de ceux qui préféreraient le *statu quo* dans le cas où l'on ne concéderait un changement *complet*. D'ailleurs, le projet ne préjuge rien relativement à la correction des autres défauts, car, se bornant à *régulariser* le trimestre, il s'accommoderait des autres changements indiqués plus haut, notamment du changement d'origine.

En outre, ce qui vient d'être dit relativement à la fixation de Pâques montre que la réforme proposée peut être considérée comme purement civile; par suite elle n'exigerait qu'un minimum d'ententes; et c'est pour cette raison que nous n'avons point parlé de la stabilisation de la fête de Pâques. Au point de vue opportunité, il serait bon de l'appliquer à partir de 1920, cette année étant décennale, avantage mnémonique

évident que ne présente pas la date de la réforme grégorienne (1582). D'ailleurs la date du changement, rattachée ainsi à l'époque mémorable à jamais dans laquelle nous vivons, ne saurait être oubliée. Il suffirait de l'admission de ce projet, ou de quelque autre aussi peu contraire aux habitudes, par les plénipotentiaires qui signeront la paix pour qu'il fût accepté par tous : de longtemps il ne se présentera une occasion plus facile de réaliser une telle réforme.

NAVIGATION. — *Création possible d'une voie de communication maritime franco-belge entre Anvers et Marseille.* Note de M. **L.-E. Bertin.**

J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie un exemplaire de la Conférence sur la Marine de Commerce, que j'ai faite en avril dernier à la Société d'Encouragement pour l'Industrie nationale. Je demande la permission d'indiquer, à cette occasion, un champ d'activité offert aux efforts de reconstruction économique après la paix, dont le Président de l'Académie vient de nous entretenir.

J'appellerai brièvement l'attention sur la suggestion, page 23, d'un modèle de bâtiment de commerce approprié à la traversée du canal de Suez. Je parlerai ensuite d'une suggestion plus grandiose, conséquence de la première, relative à la création éventuelle d'une voie de communication maritime empruntant le cours de l'Escaut, du Rhin et du Rhône à travers la Belgique et la France, que la possession de la frontière du Rhin permettrait d'envisager. Cette création, d'importance mondiale, rendrait de précieux services aux pays riverains, soit de la mer du Nord et de la Baltique, soit du bassin de la Méditerranée.

L'origine de la conception se trouve dans un principe d'architecture navale applicable à la marine de commerce comme à la marine de guerre, dont l'exactitude a été vérifiée expérimentalement sur un cuirassé. Il s'agit de la possibilité d'obtenir la plus importante des qualités nautiques, non à l'augmentation de la période du roulis, mais à la diminution de son amplitude. Les navires munis, à cet effet, de plages établies à peu de hauteur au-dessus de la flottaison, peuvent présenter une largeur supérieure d'un quart à la largeur habituelle, ce qui permet de réduire leur tirant d'eau dans la même proportion.

L'application prévue pour le canal de Suez comporte la création de deux modèles, soit de paquebots mixtes, soit de cargos. Les cargos porteraient en lourd, l'un 15000^t, l'autre 25000^t, de cargaison. Le premier modèle,

de $8^m,50$ de tirant d'eau conviendrait à la profondeur de 9^m du canal actuel. Le second, de $10^m,80$ de tirant d'eau, exigerait le creusement à 11^m et répondrait aux besoins futurs, comme fait le canal de Panama, avec le seuil de ses écluses établi à $13^m,70$ au-dessous du niveau de la mer; il écarterait ainsi l'éventualité prévue du percement d'un second canal.

Dans le même ordre d'idées, il est possible de construire des cargos, bons navires de mer, de 10000^t, portant 6000^t en lourd, calant $4^m,50$ seulement, qui traverseraient, sans rompre charge, une voie maritime, créée d'Anvers à Marseille, avec 5^m de profondeur. La nécessité d'une telle profondeur n'est pas une condition rédhibitoire *a priori;* elle crée des difficultés sérieuses, sans nul doute, mais d'ordre purement financier. La dépense serait approximativement égale à la contribution de guerre extorquée en 1871.

L'avant-projet d'un cargo ou paquebot mixte de 10000^t, calant $4^m,50$, a été préparé. Celui de la voie de 5^m de profondeur n'est pas du domaine de l'architecture navale; je me bornerai à l'énumération des termes principaux des problèmes à résoudre.

En partant de l'embouchure de l'Escaut, il ne se rencontre aucun travail à faire jusqu'à Anvers; il y a seulement une question politique à trancher, au sujet de l'occupation désirable de la rive gauche de l'Escaut par la Belgique. Le canal de la Campine est ensuite à élargir, à approfondir, à prolonger jusqu'au Rhin, où son arrivée ouvrira une zone de difficultés. La prétention, attribuée aux services germaniques, d'avoir porté la profondeur du fleuve à 5^m jusqu'à Ludwigshavfen est loin d'être justifiée. Jusqu'à Cologne seulement, on peut compter sur $4^m,40$ en eaux moyennes. De Cologne à Strasbourg, la profondeur varie irrégulièrement de $3^m,60$ à $2^m,40$. De Strasbourg jusqu'à la jonction avec le Doubs et la Saône aux environs de Besançon, la ligne trouvera notre vieux réseau de canaux français délaissé depuis 1871, canal latéral du Rhin, qui fournira des prises importantes de puissance hydro-électrique, ensuite canal du Rhône au Rhin. Les gabarits actuels sont insuffisants. La Saône, qui fait suite à ces canaux, est une voie fluviale modèle par la nature du fond et la faiblesse du courant; elle demande un simple dragage initial avec entretien ultérieur. Notons, en passant, que, sur une rivière, l'entretien par dragage ne présente rien des difficultés qu'il rencontre en mer, dans une passe soumise à des courants transversaux.

Le Rhône, en contraste avec la Saône, ne peut satisfaire les besoins de la grande navigation qu'en alimentant le canal latéral à établir sur sa rive

gauche, dont le tracé est étudié depuis longtemps. Là, comme le long du Rhin, se rencontreront les grands travaux d'art à la rencontre des rivières et des lignes de chemins de fer. Les dépenses seront élevées, mais d'importants bénéfices seront réalisés : 1° fertilisation par l'eau de vastes superficies actuellement stériles, 2° captation d'une puissance hydro-électrique d'environ 700000 chevaux, dont le plus gros lot sur l'embranchement de Genève, au barrage du Haut-Rhône, à Génissiat. Au-dessous d'Arles, la profondeur, dans le Rhône maritime, se rapproche de celle de l'Escaut, en aval d'Anvers. Les travaux à faire dans le dernier secteur se confondent avec ceux qui sont nécessaires à l'utilisation de l'étang de Berr comme arrière-port de Marseille. Comme pour Anvers dans la mer du Nord, et plus encore que pour Anvers, la nouvelle situation créée fera de Marseille un port sans rival dans la Méditerranée.

A considérer nos intérêts nationaux, en dehors de la prospérité à prévoir pour certains ports fluviaux au-dessus de Marseille, celui d'Arles, peut-être celui de Beaucaire, surtout celui de Lyon, puis celui de Strasbourg, qui prendra une grande importance sur le Rhin, l'utilisation de la nouvelle voie maritime ne s'obtiendra en France que par la création d'embranchements dirigés vers Dunkerque, vers Nantes, vers Bordeaux. Ces embranchements, comme aussi peut-être celui dirigé vers Genève, seront creusés à un gabarit relativement restreint, probablement à $2^m,50$ de profondeur, pour porter des gabarres de 1000^t et $2^m,30$ de tirant d'eau. Les expéditeurs français n'échapperont donc pas, en général, à la nécessité d'un transbordement des marchandises, aux points de départ et d'arrivée sur la ligne Anvers-Marseille.

Une question préalable d'ordre politique serait à résoudre, au sujet de la voie maritime de 5^m de profondeur, avant que le projet lui-même fût étudié. La Société chargée de l'exploitation serait sans doute franco-belge et surtout exempte de tout appoint germanique. La ligne serait internationale, en ce sens que le trafic en serait impartialement ouvert aux navires de toute nationalité, à Anvers comme à Marseille, moyennant des droits de péage exactement uniformes. La voie elle-même, entre ses points d'aboutissement, doit être la propriété exclusive de ceux qui la construisaient. Il serait inadmissible que des quais d'armement et des chantiers de construction fissent, sur la rive droite, concurrence à ceux de la rive gauche. La police du fleuve elle-même doit être confiée à une seule administration.

La situation à créer, qui rappelle celle du canal de Suez, peut se

formuler en disant que la frontière politique sur le Rhin serait, non au milieu du fleuve, à son thalweg, mais à la limite des eaux sur la rive droite. Cette formule établirait une servitude réelle, mais n'impliquerait pas la moindre annexion d'aucune population germanique; elle n'imposerait pas la moindre servitude personnelle sur la rive droite. Elle ne peut donc soulever aucune objection, même de la part des plus fervents zélateurs du droit des nationalités.

La question politique préalable étant supposée résolue, il est possible que la préparation ultérieure du projet fasse reculer devant le chiffre de la dépense inscrite à la dernière page du devis. Alors restera la ressource d'établir, au prix d'une dépense à peu près trois fois moindre, la voie Anvers-Marseille au gabarit des embranchements à travers la France, indiqués plus haut, c'est-à-dire à la profondeur de $3^{m},50$. Il y aurait un transbordement à Anvers et à Marseille; il n'y en aurait pas dans les ports intermédiaires. Peut-être emploierait-on des chalands de mer, remorqués tout chargés vers Anvers et Marseille. Peut-être pourrait-on créer des chalands autonomes, naviguant entre Anvers et Marseille par leurs propres moyens. Quoi qu'il en soit, les droits de la Société d'exploitation devraient être les mêmes que sur la voie maritime de 5^{m} de profondeur; ils seraient suffisamment justifiés par le prix de la voie de $3^{m},50$.

BIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Suggestion sur la nature et les causes de l'hérédité ségrégative (caractères mendéliens) et de l'hérédité agrégative (caractères non mendéliens).* Note de M. **Yves Delage.**

Pendant longtemps, les observateurs n'ont connu d'autre mode de transmission des caractères hérités que celui caractérisé par ce que les éleveurs appellent le *sang*, et dans lequel, à toutes les générations, le produit est intermédiaire à ses deux parents immédiats et ressemble à ses divers ancêtres dans la proportion où chacun de ceux-ci a contribué par sa substance à la constitution de la substance du produit. C'est ainsi que le mulâtre est intermédiaire à ses parents blanc et nègre et que ces caractères intermédiaires se maintiennent indéfiniment dans les unions entre mulâtres, tandis que, dans l'union d'un mulâtre avec l'une des races parentes, le produit, dit quarteron, rappelle, pour trois quarts, les caractères de cette dernière et, pour un quart, ceux de l'autre. Certes, les irrégularités étaient nombreuses, mais les exceptions à la règle se refusaient à toute systématisation.

En 1864 Naudin, et après lui Mendel en 1865, ont fait connaître un mode de transmission des caractères tout à fait différent.

Si l'on unit deux individus de races distinctes P, P′, les produits de première génération dite F_1 sont tous hybrides et intermédiaires entre P et P′ comme le mulâtre du cas ci-dessus [1]. Mais à la seconde génération F_2, les produits de l'union des hybrides F_1 entre eux ne sont plus tous semblables : une moitié seulement est hybride et ressemble aux parents immédiats, intermédiaires entre P et P′. Les autres sont pur sang et se divisent en deux catégories égales, les uns (un quart du tout) ressemblent à P, ayant perdu tous les caractères du grand parent P′, et le reste (un quart du tout) sont à l'image de P′, ayant perdu tous les caractères de P : c'est la *ségrégation des caractères*.

Il y a donc deux sortes d'hérédité essentiellement différentes; l'une, celle du mulâtre, non mendélienne et que l'on pourrait appeler *agrégative;* l'autre, mendélienne et *ségrégative*.

Cette perte des caractères de l'un des ancêtres n'est pas apparente ou partielle; elle est réelle et totale, car les individus qui la présentent sont de vrais pur-sang qui, unis entre eux, se reproduisent indéfiniment à l'état pur-sang. Au contraire, les hybrides mixtes de F_2, unis entre eux, donneront à chaque génération nouvelle trois sortes de produits : un quart de pur-sang pareils à P; un quart pareils à P′, et une moitié d'hybrides intermédiaires.

Ces faits singuliers seraient peut-être restés à l'état de simple curiosité biologique s'ils n'avaient trouvé dans les conceptions de Weismann et dans les progrès de la cytologie à la fois une base objective et une possibilité d'explication qui ont permis aux mendéliens d'édifier une théorie cohérente dont les développements en ces dernières années ont été prodigieux.

Les mendéliens ont admis les principes suivants : 1° le substratum des caractères héréditaires (*déterminants* de Weismann ou *facteurs* des néo-mendéliens) est contenu dans les chromosomes; 2° les chromosomes sont des individualités permanentes qui se retrouvent identiques à elles-mêmes après chaque période de repos; 3° dans la fécondation, les chromosomes paternels et maternels ne se fusionnent pas et ils maintiennent leur indépendance pendant toute la durée des divisions germinales; 4° à la division réductrice, les deux membres de chaque paire d'allélomorphes, dont l'un restera dans l'œuf tandis que l'autre passera dans le globule polaire, sont

(1) Nous faisons ici abstraction de la dominance et de la récessivité qui n'ont rien à voir avec l'hérédité et ne servent qu'à la voiler pour un temps.

deux chromosomes, l'un paternel, l'autre maternel, homologues en ce sens qu'ils sont composés des mêmes déterminants ou facteurs sous leur faciès paternel dans l'un, maternel dans l'autre; et les choses sont les mêmes, *mutatis mutandis*, pour le spermatozoïde. D'ailleurs, pour l'œuf comme pour le spermatozoïde, le hasard seul décide pour chaque paire d'allélomorphes et sans aucune liaison sous ce rapport entre les diverses paires, si c'est l'élément paternel ou le maternel qui restera ou sera éliminé. Grâce à ces prémisses se trouve expliquée, d'une façon rigoureusement conforme aux prévisions du calcul des probabilités, par l'élimination de chromosomes paternels ou maternels, la disparition d'une moitié des caractères grand-parentaux chez les produits pur-sang de la génération F_2.

Si les choses se passaient toujours de cette façon, la théorie mendélienne aurait résolu le problème de l'hérédité; mais il s'en faut de beaucoup qu'il en soit ainsi, car, non seulement l'hérédité agrégative (non mendélienne) échappe à cette explication, mais dans les cas d'hérédité ségrégative (mendélienne) les exceptions, les accrocs à la théorie sont extraordinairement nombreux et les mendéliens se sont attelés à un travail de Sisyphe en s'efforçant d'expliquer chacune des difficultés nouvelles que font surgir l'observation et l'expérience par une hypothèse surajoutée.

Il y a sans doute du vrai dans les quatre propositions servant de base au mendélisme, mais elles ne constituent pas des vérités absolues. L'erreur des mendéliens a été d'épuiser jusqu'à leurs dernières conséquences des principes incertains. De là est née pour eux la nécessité d'introduire sans cesse de nouvelles hypothèses pour concilier leurs principes avec les faits observés; c'est ainsi qu'ils ont imaginé successivement sur des bases objectives précaires et sans souci de la vraisemblance les concepts qui encombrent leur théorie : les facteurs partiels, multiples, inhibiteurs, modérateurs, excitateurs, les déterminants qui ne déterminent qu'à moitié, les allélomorphes multiples et surtout le fameux « crossing-over », merveilleux passe-partout qui ouvre toutes les portes, mais à condition qu'on l'adapte à chaque serrure.

Tout autre est ma conception des choses.

Elle m'a été suggérée par deux remarques : la première est que lorsqu'on cherche à unir, ou que l'on force à s'unir par des traitements chimiques particuliers, deux espèces présentant des différences profondes, la pénétration du spermatozoïde dans l'œuf peut bien parfois déterminer le développement de celui-ci, mais ce développement est parthénogénétique, par le fait que la substance du mâle, représentée par les chromosomes paternels,

est éliminée de l'œuf fécondé (*Strongylocentrotus* ♀ × *Sphærechinus* ♂, *Echinus* ♀ × *Sphærechinus* ♂, *Strongylocentrotus* ♀ × *Arbacia* ♂; Baltzer, 1909), ce qui est l'indice d'une répugnance à la fusion poussée au maximum. De même les spermatozoïdes irradiés presque jusqu'à la mort peuvent encore féconder des œufs, mais leur chromatine très altérée est bientôt rejetée de l'œuf, lequel, s'il se développe, donne un produit qui ne tient en rien du père (Amphibiens, O., G. et P. Hertwig, 1913 et 1914).

La seconde remarque est que, en général, les caractères quantitatifs sont non mendéliens, tandis que les caractères mendéliens sont qualitatifs. Bien que les réciproques de ces propositions ne soient pas vraies, il y en a là assez pour autoriser un rapprochement significatif. Or, il est de toute évidence qu'aux caractères qualitatifs doivent correspondre, dans le substratum chromatique, des différences plus profondes que celles réclamées par des différences purement quantitatives; en d'autres termes, aux différences qualitatives dans les caractères doivent correspondre dans les races qui les représentent des chromatines relativement hétérogènes, et aux différences quantitatives des chromatines relativement homogènes. Ainsi quand les chromatines sont hétérogènes, la transmission des caractères se fait suivant la loi ségrégative, c'est-à-dire que les caractères réunis dans les produits d'une génération peuvent à la génération suivante se séparer complètement; au contraire, quand les chromatines sont homogènes, elles se fondent si complètement l'une dans l'autre que les caractères correspondants, une fois réunis, ne peuvent plus se dissocier.

Ainsi, incompatibilité absolue entre les chromatines paternelle et maternelle, comme dans le cas du rejet des chromosomes paternels entraînant une hérédité exclusivement maternelle; incompatibilité relative permettant l'union, mais non la fusion, des chromatines paternelle et maternelle, comme dans l'hérédité ségrégative; ou compatibilité suffisante pour permettre une fusion plus ou moins complète, comme dans l'hérédité agrégative : ce sont là trois stades principaux entre lesquels on peut concevoir une variation continue.

Cela compris, je puis passer à l'exposé de la suggestion que je propose de substituer à la conception mendélienne pour expliquer par une hypothèse unique, simple et vraisemblable, les diverses formes d'hérédité avec tous leurs degrés, toutes leurs variantes, toutes leurs combinaisons. Cette suggestion peut tenir en une formule simple : *le mode héréditaire est fonction du degré d'hétérogénéité des chromatines parentales*.

Pour fixer les idées, mais sans que ce soit là une nécessité qui s'impose,

plaçons les choses dans le microsome. Voici deux microsomes homologues, l'un paternel, l'autre maternel, réunis dans l'œuf par la fécondation. A un moment quelconque, au cours de l'évolution de la lignée germinale, ils se rapprochent, et trois cas peuvent se présenter : 1° si leurs chromatines sont suffisamment homogènes, leurs substances se pénètrent, se mélangent comme l'eau et le vin ; aucune séparation ultérieure par division réductionnelle n'est possible : c'est l'hérédité agrégative. 2° Leurs chromatines sont fortement hétérogènes; elles entrent en contact sans se mélanger, comme l'eau et l'huile, et forment aux pôles opposés du complexe deux masses distinctes, entièrement séparées par un plan équatorial; toute division passant par ce plan sera qualitativement réductionnelle et séparera entièrement les chromatines paternelle et maternelle : c'est l'hérédité mendélienne pure ou ségrégative absolue. 3° Les chromatines sont modérément hétérogènes; les deux masses polaires pures sont séparées par une zone intermédiaire mixte où les phases paternelle ou maternelle sont mélangées de part et d'autre du plan équatorial sur une plus ou moins grande épaisseur; toute division équatoriale sera réductionnelle avec séparation incomplète des deux chromatines : c'est l'hérédité mixte, partie agrégative, partie ségrégative, dans une proportion quelconque, comprenant le plus grand nombre des exceptions et des accrocs à la loi initiale de Mendel.

Dans le cas 1°, le sens de la division est indifférent; dans les cas 2° et 3°, les divisions méridiennes sont équationnelles; ce sont elles qui se produisent toutes les fois qu'après la division précédente, l'accroissement des substances par assimilation a rétabli la condition antérieure : les forces capables de déterminer une pareille division sont parfaitement symétriques et équilibrées ; au contraire, si cette phase d'accroissement n'a pas eu lieu, la seule division compatible avec un équilibre stable des forces opérantes est équatoriale. D'où cette conclusion que la division réductionnelle est telle simplement parce qu'elle est la seconde de deux divisions successives non séparées par une phase d'accroissement intermédiaire.

Remarquons que si, pour le microsome, la division équationnelle est longitudinale et la réductionnelle transversale, il n'en est pas forcément de même pour les chromosomes, formés de microsomes à la file. Selon son orientation par rapport aux microsomes, une division longitudinale du chromosome peut être par rapport à ceux-ci ou méridienne et équationnelle, ou équatoriale et réductionnelle.

Il est d'ailleurs bien entendu que le degré d'hétérogénéité des chromatines parentales n'est pas une propriété globale de toute la chromatine et que

chaque chromosome, chaque microsome, chaque déterminant présente son degré propre d'hétérogénéité qui peut être tout à fait différent de celui du voisin, en sorte que le mode de transmission peut être pareil ou différent pour différents caractères sans aucune liaison nécessaire entre eux. Chez un même être, certains caractères peuvent suivre la loi agrégative, certains la loi ségrégative et les autres se transmettre suivant un mode intermédiaire bi-parental, avec prédominance plus ou moins accentuée de l'un ou de l'autre parent. Rien n'empêche même qu'il y ait sous ces rapports des différences individuelles entre les représentants d'une même race.

D'autre part, s'il est vrai d'une manière générale qu'à une moindre différence dans les caractères correspond une moindre hétérogénéité dans les substratums chromatiques, il s'en faut de beaucoup que l'on puisse mesurer l'une par l'autre. Certaines mutations minuscules chez *Drosophila* suivent dans la transmission la loi mendélienne, révélant ainsi une hétérogénéité marquée des chromatines correspondantes; tandis que des différences considérables, comme celles entre les blancs et les nègres, sont conciliables avec une homogénéité si parfaite dans les substratums chromatiques que la dissociation des caractères est presque nulle chez les hybrides.

Les mendéliens ont opéré sur des hybrides pour que les différences des caractères parentaux, étant plus accusées, soient plus reconnaissables dans les produits; mais, ce faisant, ils n'ont pas remarqué que leurs conclusions tirées de ce cas particulier risquaient de ne pouvoir se généraliser et s'étendre aux unions de race puze. Ils ont bien déclaré qu'il n'y avait là que des différences de degré et que le produit de deux parents de même race était hybride entre ces deux parents sous le rapport des caractères individuels de ceux-ci, mais cette extension est illégitime, car à de simples différences de degré peuvent correspondre des différences fondamentales dans le mode de transmission des caractères, comme il apparaît pour les hérédités agrégative et ségrégative.

Ainsi, aux trois modes essentiels de l'hérédité : transmission uniparentale, transmission biparentale égale et biparentale inégale avec prépondérance plus ou moins accentuée de l'un ou l'autre parent, correspondent trois modes d'association des chromatines paternelle et maternelle, qui sont susceptibles de les expliquer, et qui s'expliquent eux-mêmes par les divers degrés d'hétérogénéité des chromatines en présence.

Où et quand s'opèrent le rapprochement ou la fusion des chromatines paternelle et maternelle, quand et comment se réalise cette séparation qualitativement réductionnelle des chromatines paternelle et maternelle

que la division réductrice met en œuvre, on peut l'imaginer, voire le soupçonner, mais non l'affirmer. Suggestif à cet égard est ce qui se passe chez certains êtres, en particulier chez l'Ascaride mégalocéphale, où, la réduction numérique s'étant faite pendant la multiplication des gonies, surviennent coup sur coup deux divisions maturatives qui pourraient bien être toutes les deux longitudinales et dont l'une est réductionnelle. Mais nous ne nous laisserons pas entraîner par la tentation de fixer à grand renfort d'hypothèses invérifiables des détails qui se soustraient à l'observation. Pour avoir enfreint cette règle de prudence, les weismanniens de jadis et les néo-mendéliens d'aujourd'hui qui ont consacré un labeur considérable à ce jeu puéril, ont été conduits à édifier de vastes échafaudages branlants destinés à tomber en ruines. C'est ce qui est arrivé pour le weismannisme, qui a succombé sous des assauts dont j'ai quelque fierté d'avoir pris l'initiative à l'époque où la théorie était dans toute sa gloire et n'avait guère que des admirateurs; et c'est ce qui arrivera demain pour le mendélisme.

Notons expressément que ce jugement n'atteint ni les faits mis en lumière par Naudin et par Mendel, ni les remarquables découvertes des néo-mendéliens, au premier rang desquels il faut placer celles de Th. Morgan et de ses élèves, lesquelles resteront au nombre des plus admirables conquêtes de la biologie; il s'applique seulement aux explications hasardeuses qui révèlent chez les néo-mendéliens des habitudes mentales, des façons de raisonner où la saine critique n'a plus sa place. Il est permis de faire des hypothèses sur l'allure générale des phénomènes; mais préciser jusque dans leurs plus menus détails des particularités invérifiables, c'est courir à un but en s'élançant sur la corde raide, avec, sur les yeux, un voile de gaze, et, entre les mains, comme balancier, un léger roseau.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur une série de surfaces à courbure totale constante telles que leurs lignes de courbure forment un réseau du type* pA', $-(p+1)B'$. Note de M. C. **Guichard**.

Les réseaux O qui sont pA', $-(p+1)B'$ correspondent au quatrième type de mon Mémoire : *Étude de propriétés métriques des courbes dans un espace d'ordre quelconque* (1). Je suppose d'abord $k=1$. On détermine une

(1) *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1912.

surface S par les équations

$$(1)\qquad \begin{cases} Y_1 = X_1 + p x_1, \quad Y_2 = X_2 + p x_2, \quad Y_3 = X_3 + p x_3, \\ Y'_1 = X'_1, \quad Y'_2 = X'_2, \end{cases}$$

où X_1, X_2, X_3 sont les coordonnées d'un point qui décrit une courbe isotrope de paramètre u; x_1, x_2, x_3 sont les paramètres directeurs des tangentes à cette courbe; X'_1 et X'_2 sont des fonctions quelconques de v; p est déterminé par l'équation

$$(2)\qquad Y_1 + i Y'_1 = 0.$$

Les coordonnées du point qui décrit la surface S sont

$$Y_2, \quad Y_3 \quad \text{et} \quad Y'_2.$$

On obtient ainsi les surfaces moulures les plus générales. Je détermine de même une surface Σ par les équations

$$(3)\qquad \begin{cases} T_1 = Z_1 + p z_1, \quad T_2 = Z_2 + p z_2, \quad T_3 = Z_3 + p z_3, \\ T'_1 = Z'_1, \quad T'_2 = Z'_2, \end{cases}$$

où p est déterminé par l'équation

$$(4)\qquad T_1 + i T'_1 = 0.$$

Les coordonnées du point qui décrit Σ sont

$$T_2, \quad T_3 \quad \text{et} \quad T'_2.$$

Si ω est une constante et si l'on suppose

$$(5)\qquad Z_1 = \omega X_1, \qquad z_1 = \omega x_1, \qquad Z'_1 = \omega X'_1,$$

p a la même valeur pour les surfaces S et Σ. Si, de plus,

$$(6)\qquad \begin{cases} dz_1^2 + dz_2^2 + dz_3^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2, \\ dZ_1'^2 + dZ_2'^2 = dX_1'^2 + dX_2'^2, \end{cases}$$

les deux surfaces S et Σ seront applicables. La seconde condition (6) s'interprète facilement, elle montre que les deux courbes planes décrites par les points de coordonnées (X'_1, X'_2) et (Z'_1, Z'_2) se correspondent par égalité

des arcs. Les fonctions x et z satisfont aux conditions

$$(7)\quad \begin{cases} x_1^2+x_2^2+x_3^2=z_1^2+z_2^2+z_3^2=0, & z_1=\omega x_1; \\ dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2=dz_1^2+dz_2^2+dz_3^2. \end{cases}$$

On peut multiplier les fonctions x et z par un même facteur de façon à réduire z_2+iz_3 à l'unité. On a alors

$$(8)\quad \begin{cases} x_1^2+x_2^2+x_3^2=0, & (1-\omega^2)\,dx_1^2+dx_2^2+dx_3^2=0, \\ z_2+iz_3=1, & z_2-iz_3=(1-\omega^2)x_1^2+x_2^2+x_3^2, \end{cases}$$

et si l'on pose

$$\xi_1=\sqrt{1-\omega^2}\,x_1, \qquad \xi_2=x_2, \qquad \xi_3=x_3,$$

on aura

$$\frac{\xi_1^2}{1-\omega^2}+\xi_2^2+\xi_3^2=0, \qquad d\xi_1^2+d\xi_2^2+d\xi_3^2=0.$$

On est ramené à trouver les lignes de longueur nulle d'un cône de révolution, ce qui est très facile. On obtient ainsi deux surfaces moulures S et Σ applicables l'une sur l'autre. Si la surface S se réduit à une sphère, la surface Σ sera une surface à courbure totale constante. Il suffit pour cela de faire

$$X_1=X_2=X_3=0, \qquad X'_1=\sin v, \qquad X'_2=\cos v;$$

on aura alors

$$Z'_1=\omega\sin v, \qquad dZ'^2_2=dv^2(1-\omega^2\cos^2 v);$$

Z'_2 est déterminé par une quadrature elliptique. On obtient ainsi des surfaces de révolution qui sont à courbure totale constante. La méthode laisse échapper la surface pseudo-sphérique. On l'obtient de la façon suivante : On remplace l'équation (2) par

$$(9)\qquad Y_1+iY_2+Y'_1+iY'_2=0.$$

Les coordonnées du point qui décrit S sont θ_1, θ_2 et Y_3, où

$$\theta_1+i\theta_2=Y_1+iY_2,$$
$$\theta_1-i\theta_2=Y_1-iY_2-Y'_1+iY'_2.$$

On ne change rien à la surface Σ. Seulement, au lieu des équations (5), on a

$$Z_1=\omega(X_1+iX_2), \qquad z_1=\omega(z_1+ix_2), \qquad iZ'_1=\omega(X'_1+iX'_2).$$

De pareilles solutions particulières se présentent aussi dans le cas général. Je les laisserai de côté dans cette Note.

Je suppose maintenant que k a une valeur quelconque. La surface S est définie par

$$(10)\quad \begin{cases} Y_i = X_i + p_1 x_i + p_2 \dfrac{dx_i}{du} + \ldots + p_k \dfrac{d^{k-1} x_i}{du^{k-1}} & (i = 1, 2, \ldots, 2k+1), \\ Y'_i = X'_i + q_1 x'_i + q_2 \dfrac{dx'_i}{dv} + \ldots + q_{k-1} \dfrac{d^{k-2} x'_i}{dv^{k-2}} & (i = 1, 2, \ldots, 2k), \end{cases}$$

où les fonctions p et q sont déterminées par les équations

$$(11)\quad Y_1 + iY'_1 = 0, \quad Y_2 + iY'_2 = 0, \quad \ldots, \quad Y_{2k-1} + iY'_{2k-1} = 0.$$

Les coordonnées du point qui décrit (S) sont

$$Y_{2k}, \quad Y_{2k+1} \quad \text{et} \quad Y'_{2k}.$$

De même la surface Σ est définie par les équations

$$(12)\quad \begin{cases} T_i = Z_1 + p_1 z_i + \ldots + q_k \dfrac{d^{k-1} z_i}{du^{k-1}} & (i = 1, 2, \ldots, 2k+1), \\ T'_i = Z''_i + q_1 z'_i + \ldots + q_{k-1} \dfrac{d^{k-2} z'_i}{dv^{k-2}} & (i = 1, 2, \ldots, 2k-1), \end{cases}$$

avec les conditions

$$(13)\quad T_1 + iT'_1 = 0, \quad T_2 + iT'_2 = 0, \quad T_{2k-1} + iT'_{2k-1} = 0.$$

Les coordonnées du point qui décrit Σ sont

$$T_{2k}, \quad T_{2k-1} \quad \text{et} \quad T'_{2k}.$$

Je suppose que l'on ait

$$(14)\quad Z_i = \omega_i X_i, \quad z_i = \omega_i x_i, \quad Z'_i = \omega_i X'_i, \quad z'_i = \omega_i x'_i \quad (i = 1, 2, \ldots, 2k-1).$$

Je suppose de plus que

$$(15)\quad \begin{cases} \displaystyle\sum_1^{2k+1} \left(\frac{d^k z_i}{du^k}\right)^2 = \sum_1^{2k+1} \left(\frac{d^k x_i}{du^k}\right)^2, \\ \displaystyle\sum_1^{2k} \left(\frac{d^{k-1} z'_i}{dv^{k-1}}\right)^2 = \sum_1^{2k} \left(\frac{d^{k-1} x'_i}{dv^{k-1}}\right)^2. \end{cases}$$

Dans ces conditions, les surfaces S et Σ sont applicables.

Les fonctions x'_i et z'_i satisfont aux conditions

$$(16)\quad \begin{cases} Z'_i = \omega_i x'_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2k-1); \\ \sum_1^{2k} x'^2_i = 0, \quad \sum_1^{2k} \left(\frac{d^p x'_i}{du^p}\right)^2 = 0, \quad \sum z'^2_i = 0, \quad \sum \left(\frac{d^p z'_i}{dv^p}\right)^2 = 0 \\ (p = 1, 2, \ldots, k-2); \\ \sum_1^{2k} \left(\frac{d^{k-1} z'_i}{dv^{k-1}}\right)^2 = \sum_1^{2k} \left(\frac{d^{k-1} x'_i}{dv^{k-1}}\right)^2 = 0. \end{cases}$$

Ce système se ramène facilement au problème indiqué à la fin de ma Note du 25 décembre en supposant $n = k$.

Les fonctions x_i et z_i satisfont aux équations

$$(17)\quad \begin{cases} z_i = \omega_i x_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2k-1); \\ \sum_1^{2k+1} x^2_i = 0, \quad \sum_1^{2k+1} \left(\frac{d^p x_i}{du^p}\right)^2 = 0, \quad \sum_1^{2k+1} z^2_i = 0; \quad \sum_1^{2k+1} \left(\frac{d^p x_i}{du^p}\right)^2 = 0 \\ (p = 1, 2, \ldots, k-1); \\ \sum_1^{2k+1} \left(\frac{d^k z_i}{du^k}\right)^2 = \sum_1^{2k+1} \left(\frac{d^k x_i}{du^k}\right)^2. \end{cases}$$

Ce système se ramène, en appliquant deux fois la propriété des éléments orthogonaux et en faisant chaque fois une quadrature au problème indiqué à la fin de ma Note du 23 décembre en supposant $n = k - 1$.

Si la surface S se réduit à une sphère, la surface Σ est une surface à courbure totale constante. On fait pour cela

$$X_1 = X_2 = \ldots = X_{2k} + 1 = 0,$$
$$X'^2_1 + X'^2_2 + \ldots + X'^2_{2k} = 1.$$

Ces fonctions X′ se déterminent sans quadrature quand les fonctions x' sont connues.

ZOOLOGIE. — *L'évolution est-elle réversible? Considérations au sujet de certains Poissons.* Note (¹) de M. **G.-A. Boulenger.**

En traitant de la phylogénie des Félides, W.-D. Matthew (²) a exprimé l'opinion que les membres du genre *Felis* sont les descendants des Félins à canines supérieures plus ou moins cultriformes (groupe des *Machærodus*), et il considère la série *Dinictis*, *Nimravus*, *Pseudælurus*, *Felis* comme ligne de succession directe. Avant lui, *Dinictis* avait été envisagé comme le genre le moins spécialisé des Machairodontes, tandis que les Félins modernes passaient pour les descendants de Félides Oligocènes à canines normales, l'existence desquels est cependant purement hypothétique.

On serait donc en présence d'un cas fort remarquable de réversion dans l'évolution, les canines auraient fait retour au type primitif des Carnivores après s'être spécialisées dans la direction qui caractérise le groupe dont *Machærodus* est le type et *Smilodon* la forme extrême.

Ces conclusions, tirées de diverses concordances dans la dentition et le squelette, à l'étude desquels l'auteur s'est livré sur un très vaste matériel, paraissent cependant à W.-B. Scott (³) assez hardies, parce que contrevenant à la soi-disant loi de l'irréversibilité en évolution (⁴).

Il semblerait même, à en juger par deux publications récentes au sujet de cette loi de Dollo (⁵), qu'aucun cas ne soit encore connu qui puisse servir à démontrer de façon irréfutable le retour d'un organe modifié à sa condition primitive. On paraît ignorer les objections du regretté botaniste L. Errera, qui a montré (⁶), par des exemples très directs, que la prétendue irréversibilité n'est pas sans exceptions, et il cite entre autres l'*Iris pallida*, var. *abavia* Heinricher, à six étamines, comme chez les Liliacées,

(¹) Séance du 30 décembre 1918.

(²) *Bull. Amer. Mus. Nat. Hist.*, t. 28, 1910, p. 289.

(³) *A History of Land Mammals in the Western Hemisphere* (New-York, 1913), p. 540, 650.

(⁴) L. Dollo, *Les lois de l'évolution* (*Bull. Soc. belge Géol.*, t. 7, 1893, p. 164).

(⁵) Voir une Note de Mme Arber, lue à la séance du 7 novembre 1918 de la Société Linnéenne de Londres (*The Law of Loss in Evolution*) dont un compte rendu sommaire a déjà paru, ainsi qu'un article de B. Petronievics, *Science Progress*, janvier 1919, suivi d'une bibliographie des écrits de Dollo sur ce sujet.

(⁶) *Œuvres de* Léo Errera (*Botanique générale*, t. 2, 1909, p. 197).

ainsi que le genre *Pentastemon*, Scrophularinées chez lesquelles la cinquième étamine n'a pas complètement disparu, mais est remplacée par un staminode qui peut reprendre tous les caractères d'une étamine normale et fertile en même temps que les quatre autres redeviennent égales et équidistantes et que la corolle regagne sa forme régulière; le retour de ces fleurs à l'état de Solanées est pour ainsi dire complet.

Je me propose, à mon tour, de présenter quelques exemples, du ressort de mes propres études, d'exceptions à la loi en question.

Le premier a une portée considérable en vue de la question soulevée au sujet des canines des Félides, puisqu'il établit qu'une dent peut redevenir conique après avoir passé par une forme très spécialisée.

Les dents de la grande majorité des Poissons africains de la famille des Cichlides (souvent nommés *Chromides*) sont ou bien coniques ou à couronne comprimée et bi ou tricuspide. Il est hors de doute que les types primitifs de la famille avaient les dents coniques, et ce caractère s'est maintenu chez presque tous les représentants habitant l'Amérique. Les espèces à dents bi ou tricuspides sont, par contre, très nombreuses en Afrique, et certaines d'entre elles les ont tantôt coniques et tantôt bi ou tricuspides (*Tilapia, Haplochromis*), ou même mixtes, nous montrant tous les degrés établissant le passage d'un extrême à l'autre ([1]). Enfin, et ceci est absolument démonstratif au point de vue de l'évolution, il en est dont les dents sont du second type chez les jeunes et du premier chez les adultes (*Haplochromis, Paratilapia, Pelmatochromis*) ([2]). On ne peut donc douter que, chez les Cichlides d'Afrique, les dents à couronne comprimée et lobée aient conduit aux dents coniques, faisant ainsi retour à l'état primitif.

En présence de tels faits, il se peut que les ressemblances qui rendent si difficile la définition comparative des genres *Acara* (Amérique) et *Paratilapia* (Afrique) ne soient qu'une affaire de convergence, comme c'est le cas pour certains types parallèles que nous connaissons des deux parties du monde parmi les Characinides et les Silurides.

([1]) Cette inconstance dans la forme des dents chez les individus d'une même espèce (*Haplochromis Desfontainesi*) a été signalée pour la première fois par H.-E. Sauvage (*Bull. Soc. philom.*, 7e série, t. 1, 1877, p. 160). J. Pellegrin [*Étude des Poissons de la famille des Cichlidés* (*Mém. Soc. zool. France*, t. 16, 1904)] et moi avons pu ajouter bon nombre d'exemples tirés d'espèces rapportées à divers genres africains.

([2]) Voir Boulenger, *Fishes of the Nile*, 1907, et *Catal. Fresh-water Fishes of Africa*, t. 3, 1915.

Mal inspiré par des considérations théoriques de l'ordre de celles que je discute ici, j'avais, au début de mes études sur ces Poissons (¹), renversé la direction probable de leur évolution, croyant trouver dans la dentition, le nombre des vertèbres, les lignes latérales multiples (caractère fréquent chez les Téléostomes les plus primitifs), des indications qui ne devraient pas tromper si l'on pouvait compter sur l'irréversibilité de l'évolution.

La question du nombre des vertèbres chez ces poissons est très suggestive. Comme Pellegrin l'a fait observer, les Cichlides à vertèbres le moins nombreuses (24) habitent l'Amérique; chez la majorité des espèces de cette partie du monde une trentaine est le maximum. En Afrique, par contre, le nombre varie de 25 à 39 selon les espèces, et il y en a 30 ou plus chez les formes dont la dentition est très aberrante. C'est le contraire de ce qu'on devrait trouver si l'on admettait la théorie de D.-S. Jordan (²), qui considérait une réduction de leur nombre, toutes choses égales d'ailleurs, comme indiquant la spécialisation, et il est parfaitement vrai que les Téléostéens de types très anciens ont un nombre élevé de vertèbres. Dans la famille des Pleuronectides, par exemple (24 à 65 vertèbres), les genres étaient disposés par cet auteur en séries ascendantes d'après la réduction du nombre des vertèbres. Mais j'ai expliqué pourquoi (³) l'évolution a dû opérer chez eux en sens inverse, le genre à 24 vertèbres (*Psettodes*) étant le moins évolué de toute la famille. Le fait que ce nombre 24 se rencontre chez de très nombreux Acanthoptérygiens, des familles les plus diverses, ne peut s'expliquer que par une descendance probable de types, ayant vécu dans les mers crétacées, dont les vertèbres auraient été réduites à ce nombre, qui serait resté fixé jusqu'à ce que, au cours de l'évolution ultérieure, elles se soient de nouveau multipliées, surtout chez les formes dulcaquicoles, abyssales et pélagiques, qui auraient ainsi évolué à rebours.

Il s'ensuit, d'après cette hypothèse, que les Cichlides à 24 à 26 vertèbres, loin de représenter des types spécialisés, sont au contraire les plus rapprochés de la souche. Cette interprétation, à laquelle Pellegrin s'est rallié, s'accorde tellement bien avec l'ensemble de nos connaissances sur l'organisation de ces poissons qu'elle ne rencontrera certes aucune opposition.

Un autre exemple d'évolution à rebours nous est offert par le groupe des

---

(¹) *Trans. Zool. Soc. Lond.*, t. 15, 1898, p. 2, et *Poissons du Bassin du Congo*, 1901, p. 393.

(²) *Temperature and Vertebræ : a Study in evolution*. Ithaca, 1893.

(³) *Ann. and Mag. Hist.*, 7ᵉ série, t. 10, 1902, p. 301.

Percésoces (*Atherinidæ*, *Mugilidæ*, *Sphyranidæ*), que j'avais autrefois ([1]), suivant Cope ([2]), considéré, à cause de la position abdominale des nageoires ventrales, comme établissant le passage des Scombrésoces (*Scombresocidæ*, *Cyprinodontidæ*) aux Acanthoptérygiens, mais que j'ai depuis réintégré dans ce dernier sous-ordre, me rangeant à l'opinion de Dollo ([3]). Il n'en est pas moins vrai que les ventrales strictement abdominales, à pelvis sans connexion aucune avec la ceinture scapulaire (*Sphyræna*), ont fait retour à la condition primitive qui caraetérise les Malacoptérygiens et les Scombrésoces, sans que rien dans leur structure ou leurs relations ne puisse servir à indiquer leur nature secondaire, dont la démonstration est purement théorique, basée indirectement sur l'ensemble de l'organisation.

Nous avons donc ici, pour ces organes considérés isolément, un véritable retour au passé, un cas de réversion dans le sens propre du terme, qu'il importe de distinguer de certaines modifications secondaires, ne représentant l'état primitif qu'en apparence, telle que la pseudo-stégocéphalie du Pélobate cultvipède et des Tortues marines dont j'ai parlé récemment ([4]).

Certes, il faut bien admettre comme inconcevable qu'un organisme compliqué puisse tout entier évoluer à rebours pour retourner à l'état premier; en ce sens l'évolution est irréversible. Mais il n'en est pas de même d'un organe en particulier.

Enfin, il me semble qu'on ne peut refuser de reconnaître, avec Errera ([5]), que, « tout en concédant que beaucoup d'exemples considérés d'habitude comme de l'atavisme ne sont pas probants, il en reste suffisamment pour établir que la prétendue irréversibilité ne doit point être admise sans restrictions ». C'est du reste aussi l'avis exprimé par W.-B. Scott ([6]).

([1]) *Ann. and. Mag. Nat. Hist.*, 7e série, t. 13, 1904, p. 174.

([2]) *Trans. Amer. Philos. Soc.*, 2e série, t. 14, 1871, p. 456.

([3]) *Verh. zool.-bot. Ges. Wien*, t. 59, 1909, p. 135. On ne peut admettre la corrélation, invoquée par l'auteur, entre la position des pectorales par rapport à celle des ventrales, vu le grand nombre de poissons à ventrales abdominales *primaires* chez lesquels les pectorales sont insérées plus ou moins haut sur les flancs; les Scombrésocides nous en fournissent des exemples frappants, tandis qn'inversement les pectorales sont situées très bas chez les Polynémides à ventrales abdominales *secondaires*. (Comparer les figures 9, t. 3, et 62, t. 4, de mon Catalogue des *Poissons d'Afrique*.)

([4]) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 514.

([5]) *Loc. cit.*, p. 194.

([6]) *Op. cit.*, p. 656.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau, au nom de Mme veuve Halphen, le tome II des *Œuvres de* G.-H. Halphen, publiées par les soins de C. Jordan, H. Poincaré, E. Picard, avec la collaboration de E. Vessiot, et indique les principaux mémoires de l'éminent mathématicien, reproduits dans ce volume.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

Sur les équations aux dérivées partielles, par M. **H. Duport**. (Extrait par l'auteur d'un Mémoire envoyé à l'examen de la Section de Géométrie.)

Ce travail fait suite au Mémoire que j'ai publié, en 1897, dans le *Journal de Mathématiques pures et appliquées;* il fait passer dans la réalité les idées exposées par Darboux, dès 1870 [1], en étendant à des systèmes plus généraux les cas d'intégration de l'équation de Laplace.

La méthode est développée, dans le cas du système de Pfaff, à deux variables indépendantes

$$\sum_1^6 a\,dx = 0, \qquad \sum_1^6 b\,dx = 0$$

et permet de résoudre les questions suivantes :

1° Réduction d'un système différentiel à la forme la plus convenable au point de vue des développements en séries;
2° Détermination des intégrales intermédiaires;
3° Recherche des solutions qui s'expriment au moyen de fonctions arbitraires et de leurs dérivées.

Je mentionne aussi une théorie nouvelle des caractéristiques. Voici deux exemples nouveaux du troisième problème :

Soit le système

$$\frac{\partial P}{\partial F_2} = a_2, \qquad \frac{\partial Q}{\partial F_1} = b_1,$$

---

[1] Voir *Théorie générale des surfaces*, t. IV, Note X.

où l'on a

$$a_2 = \alpha + \beta P + \gamma Q + \delta PQ, \qquad b_1 = \alpha' + \beta' P + \gamma' Q + \delta' PQ,$$

P et Q étant deux fonctions inconnues de F_1 et F_2 et α, β, γ, δ, α', β', γ', δ', des fonctions données de ces deux variables.

Si l'on a les relations

$$\alpha = \beta \frac{\gamma}{\delta} - \frac{\partial}{\partial F_2}\left(\frac{\gamma}{\delta}\right), \qquad \alpha' = \gamma' \frac{\beta'}{\delta'} - \frac{\partial}{\partial F_1}\left(\frac{\beta'}{\delta'}\right),$$
$$\beta'\delta - \beta\delta' = \frac{\partial \delta'}{\partial F_2}, \qquad \gamma\delta' - \gamma'\delta = \frac{\partial \delta}{\partial F_1},$$

les fonctions P et Q s'expriment au moyen de F_1, F_2, de deux fonctions arbitraires de ces quantités et de leurs dérivées premières. Ce système offre une généralisation de l'équation de Laplace.

Le suivant est plus curieux.

Le système a deux variables indépendantes :

$$\frac{(A_1 B_4 - A_4 B_1)^2}{(B_4 - x_2 A_4)^3} \frac{A_4}{x_3} dx_2 = A_1(dx_1 + d\varphi) + B_1(dx_4 + d\psi)$$
$$+ \frac{A_1 A_4 (A_1 B_4 - A_4 B_1)}{x_3 (B_4 - x_2 A_4)^2} dx_2 + \frac{B_1^2 (A_1 B_4 - A_4 B_1)}{x_6 (A_1 - x_5 B_1)^2} dx_5,$$
$$\frac{(A_1 B_4 - A_4 B_1)^2}{(A_1 - x_5 B_1)^3} \frac{B_1}{x_6} dx_5 = A_4(dx_1 + d\varphi) + B_4(dx_4 + d\psi)$$
$$+ \frac{A_4^2}{x_3} \frac{A_1 B_4 - A_4 B_1}{(B_4 - x_2 A_4)^2} dx_2 + \frac{B_1 B_4}{x_6} \frac{A_1 B_4 - A_4 B_1}{(A_1 - x_5 B_1)^2} dx_5,$$

où A_1, B_1, A_4, B_4 sont des constantes et φ et ψ deux fonctions de x_2 et de x_5, a ses solutions comprises dans les formules

$$f(\alpha) = A_1[x_1 + \alpha + \varphi(x_2, x_5)] + B_1[x_4 + \beta + \psi(x_2, x_5)] + C_1;$$
$$\varphi(\beta) = A_4[x_1 + \alpha + \varphi(x_2, x_5)] + B_4[x_4 + \beta + \psi(x_2, x_5)] + C_4;$$
$$f'(\alpha) = \frac{A_1 B_4 - A_4 B_1}{B_4 - x_2 A_4}, \qquad \varphi'(\beta) = \frac{A_1 B_4 - A_4 B_1}{A_1 - x_5 B_1},$$
$$f''(\alpha) = x_3, \qquad \varphi''(\beta) = x_6,$$

α et β étant les variables indépendantes. Les variables ne s'expriment pas en fonction des quantités x, et l'on a

$$x_3 d\alpha = \frac{A_1 B_4 - A_4 B_1}{(B_4 - x_2 A_4)^2} A_4 dx_2,$$
$$x_6 d\beta = \frac{A_1 B_4 - A_4 B_1}{(A_1 - x_5 B_1)^2} B_1 dx_5.$$

C_1 et C_4 sont aussi des constantes.

M. **Louis Dunoyer** adresse un Mémoire intitulé : *Essai de Balistique expérimentale, méthode photographique pour la détermination complète des trajectoires.*

(Renvoi à la Commission de Balistique.)

PLIS CACHETÉS.

M. **J. Andrade** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 9 septembre 1918 et inscrit sous le n° 8565.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Sur le nombre minimum de spiraux associés.*

(Renvoi à la Section de Mécanique.)

CORRESPONDANCE.

M. **Ernest Solvay**, élu Correspondant pour la Section de Chimie, adresse des remercîments à l'Académie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Détermination des cas de réduction de l'équation différentielle* $\frac{d^2 y}{dx^2} = [\varphi(x) + h]\, y$. Note de M. **Jules Drach**.

1. L'équation

$$\frac{d^2 y}{dx^2} = [\varphi(x) + h]\, y, \tag{1}$$

dans laquelle $\varphi(x)$ désigne une fonction arbitraire de x et h un paramètre, intervient en particulier dans la détermination des solutions « harmo-

niques » de l'équation « harmonique »

$$(a) \qquad \frac{\partial^2 Z}{\partial u\, \partial v} = [\varphi(u+v) - \psi(u-v)]\,Z,$$

qui est liée en Géométrie à la déformation infiniment petite des surfaces minima. Elle est d'ailleurs une *forme réduite* de l'équation générale

$$(2) \qquad \frac{d}{dt}\left(k\frac{dV}{dt}\right) + (gh - l)V = 0,$$

où k, g, l sont des fonctions quelconques de t, que l'on rencontre dans les problèmes classiques de Physique mathématique (refroidissement d'une barre homogène, théories de Sturm et de Liouville, etc.); on réduit (2) à (1) par deux quadratures.

Il est donc très important de connaître les cas où une simplification se présente dans l'intégration de (1), *en laissant le paramètre h arbitraire* (1). Nous avons réussi à déterminer la fonction φ dans tous les cas où l'intégrale y peut s'obtenir par des quadratures. Nous caractérisons en outre tous les autres cas de réduction du *groupe de rationalité* de l'équation (1); la fonction φ satisfait à des équations différentielles qui ne peuvent s'intégrer par quadratures; le cas le plus simple redonne, par exemple, l'équation de M. Painlevé :

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} = 3\varphi^2 + 4x.$$

2. Posons $y' = \rho y$, la résolvante en ρ est une équation de Riccati

$$(3) \qquad \rho' + \rho^2 = \varphi(x) + h,$$

et le groupe de rationalité de l'équation aux dérivées partielles correspondantes, dans le domaine $[h, \rho, \varphi(x)]$:

$$X(f) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \rho}(\varphi + h - \rho^2) = 0,$$

---

(1) Cette étude peut être faite avec les moyens de la théorie classique de M. E. Picard pour les équations linéaires.

est formé de transformations

$$h_1 = h, \qquad f_1 = \frac{af+b}{cf+d},$$

où a, b, c, d sont des fonctions de h.

Lorsque ce groupe se réduit, il devient linéaire en f et l'expression de l'invariant $J = \frac{\partial^2 f}{\partial \rho^2} : \frac{\partial f}{\partial \rho}$ est rationnelle en ρ et en h.

Les racines du dénominateur de J, regardé comme polynome en ρ, sont des solutions particulières de (3), algébriques en h.

Le cas d'une seule racine (rationnelle en h) ne se présente pas. De même le nombre des racines ne peut dépasser 2, c'est-à-dire que l'intégrale de (3) n'est jamais algébrique en h. Il reste à examiner le cas de deux solutions particulières, algébriques en h, pour l'équation (3). Elles peuvent se définir par les formules

$$2\rho_1 = \frac{R'}{R} + \frac{\sqrt{\Omega}}{R}, \qquad 2\rho_2 = \frac{R'}{R} - \frac{\sqrt{\Omega}}{R},$$

où Ω est un polynome en h à coefficients constants et où le polynome en h désigné par R satisfait à l'équation différentielle

$$R''' - 4R'(\varphi + h) - 2R\varphi' = 0; \tag{4}$$

l'équation (3) s'intègre alors par *une seule quadrature*.

L'équation (4) peut admettre comme solution R un polynome en h *de degré quelconque* n; on obtient alors pour φ une équation d'ordre $(2n+1)$. Des intégrales dépendant de $(n+1)$ constantes s'obtiennent en exprimant que

$$R'^2 - 2RR'' + 4R^2(\varphi + h) = \Omega(h),$$

où le polynome du second membre est à coefficients constants. Elles expriment que l'intégrale f de (3), fraction du premier degré en ρ, est définie à un facteur près, fonction de h.

3. Darboux a observé [1] qu'on peut passer d'une équation (1) à une autre par la transformation

$$z = y' - y\frac{y'_0}{y_0},$$

---

[1] *Leçons sur la théorie des surfaces*, t. 2, p. 196, § 408.

où y_0 vérifie

$$y''_0 = (\varphi + h_0)y_0.$$

La transformation qui en résulte pour l'équation de Riccati (3) est

$$r = \frac{h - h_0}{\rho - \rho_0} - \rho_0$$

et remplace φ par $\psi = 2(\rho_0^2 - h_0) - \varphi$; elle dépend de deux constantes. Mais cette transformation ne suffit pas pour passer du cas où R est de degré n, à celui où R est de degré $(n+1)$; la nouvelle équation d'ordre $(2n+3)$ pour φ contient en effet une constante arbitraire.

4. L'autre cas général de réduction de l'équation (3) ne conduit pas à son intégration complète. Les transformations projectives de l'intégrale f sont alors indépendantes de h.

On a ici, avec (3),

$$\frac{\partial\rho}{\partial h} = -\frac{L}{P}\rho^2 + \frac{M}{P}\rho + \frac{N}{P},$$

L, M, N, P étant des polynomes en h; le dernier est à coefficients constants et *quelconque*. Le polynome L satisfait à l'équation

$$-L''' + 4L'(\varphi + h) + 2L\varphi' = 2P,$$

et *une fois* P *fixé*, peut être de degré quelconque.

La transformation de Darboux s'applique encore, mais les équations qui se présentent pour φ définissent des transcendantes nouvelles et ne s'intègrent pas par quadratures.

Le développement de ces résultats fera l'objet d'un prochain travail.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une nouvelle forme canonique des massifs armés.* Note de M. **Charles Rabut**.

Jusqu'à ce jour, les pièces métalliques unies à du béton en vue de créer un ensemble résistant ont affecté la forme *linéaire*, c'est-à-dire celle de barres droites ou courbes dont la section peut avoir une forme quelconque,

mais dont les dimensions transversales sont faibles par rapport à la dimension longitudinale. Dans une Note insérée aux *Comptes rendus* (avril 1902), intitulée *Lois de déformation, principes de calcul et règles d'emploi scientifique du béton armé*, j'ai établi que la forme canonique de cette combinaison comporte zéro, un, deux ou trois cours d'armatures tendues normales entre elles, dirigées en chaque point suivant les efforts moléculaires principaux, selon que, parmi ces efforts, il y a soit zéro, soit une, soit deux, soit trois tensions, et n'exerçant sur le béton que des réactions tangentielles suivant leur direction. Ces trois cours forment ainsi un *système de lignes triplement orthogonal* dont la généralité n'est pas plus restreinte que celle du système des *charges*, c'est-à-dire des forces extérieures auxquelles le massif doit résister.

Les nouvelles conditions économiques créées par la guerre, qui entraînent une révolution dans l'art de bâtir, m'ont conduit à envisager, étudier et réaliser le remplacement systématique de *l'armature-ligne* par *l'armature-surface*, formée de plaques planes ou courbes dont l'épaisseur peut, en principe, varier suivant une loi quelconque, mais reste faible par rapport aux deux dimensions superficielles.

Cette combinaison comporte zéro, un ou deux cours d'armatures normales entre elles, orientées en chaque point parallèlement à deux des trois efforts principaux, selon que parmi ces efforts il y a soit zéro, soit une ou deux, soit trois tensions, et n'exerçant sur le béton que des réactions tangentielles; l'emploi de trois cours autour d'un point donné est toujours superflu puisque trois tensions triorthogonales peuvent se placer dans deux plans perpendiculaires, dont l'un possède même un degré de liberté; il est toutefois avantageux que chacun de ces deux plans contienne deux des tensions principales, dont l'une soit la plus grande des trois; cela posé, et admettant que les deux plus faibles tensions principales sont tangentes à un troisième cours *virtuel*, on peut dire que l'armature idéale complète forme un système de surfaces triplement orthogonal, d'autant plus que chacun des trois cours peut être réel dans certaines régions et virtuel dans d'autres selon l'agencement des forces extérieures.

Dans une région où les trois efforts principaux sont des tensions, on peut, au lieu d'employer exclusivement des barres ou des plaques, combiner un cours de plaques avec un cours de barres; en chaque point, la barre est dirigée suivant une des tensions principales et la plaque est orientée suivant le plan des deux autres. Il faut remarquer d'ailleurs qu'un massif où tous les efforts intérieurs seraient des tensions n'a pas sa raison

d'être, l'emploi du béton ne pouvant être justifié que par l'existence et même la prédominance des pressions. Le système mixte qui vient d'être défini ne se réalisera donc jamais seul et doit être rationnellement considéré comme une transition motivée par l'emploi, dans deux parties contiguës d'une même construction, des deux formes canoniques simples, savoir : la forme actuelle (armature en barres) à laquelle restera attaché le nom d'Hennebique, et la forme nouvelle (armature en plaques) qui est, à mon avis, celle de l'avenir.

Elle présente en effet de nombreux avantages que l'évolution économique du monde tend à rendre de plus en plus grands, savoir :

Économie sur la main-d'œuvre nécessaire pour la mise en place et l'assujettissement d'un poids donné de métal ;

Plus grande stabilité avant et pendant l'enrobement;

Utilisation de la résistance dans deux directions principales d'efforts intérieurs au lieu d'une seule ;

Pour une plaque enrobée sur ses deux côtés, indépendance des deux faces au point de vue de la direction de l'effort tangentiel total, d'où augmentation du nombre des paramètres dont on dispose pour serrer de plus près les données d'un projet ;

Pour une plaque enrobée d'un seul côté, obtention de la résistance maxima par l'éloignement maximum de l'axe neutre; suppression de la *tranche morte*, c'est-à-dire de la zone d'enrobement comprise entre l'armature et le parement, zone condamnée à la fissuration et ne possédant pas la même résistance que le reste du massif ;

Dans le même cas, protection du béton contre les chocs, les attaques chimiques, les infiltrations;

Dans le même cas encore, faculté d'utiliser l'armature comme coffrage ;

Dans tous les cas, possibilité d'augmenter ou suppléer l'adhérence en soudant à la plaque des nervures métalliques transversales à l'effort tangentiel résultant et qui agissent par pression sur le béton;

Enfin facilité de supprimer l'enrobement dans les régions où le métal est exclusivement tendu.

Il faut signaler ici, comme cas singulier et particulièrement avantageux de la nouvelle forme envisagée, celui du *béton tubé*, où le métal travaille, non seulement par adhérence longitudinalement, mais aussi à la tension transversalement et subit une pression normale du béton.

Il résulte de mes expériences sur le béton tubé :

1° Que les efforts subis par le tube peuvent se calculer en ayant égard à

ce double office d'après les règles admises pour le calcul du béton armé ordinaire et du béton fretté;

2° Qu'il n'y a pas à se préoccuper de la résistance propre du remplissage pourvu qu'il ait été d'abord suffisamment comprimé, ce qui permet d'employer du béton maigre ou même simplement du sable.

Le béton tubé s'impose donc désormais pour la constitution économique des pièces fortement chargées de bout. Il ne faut pas le confondre avec le système irrationnel de construction des piles et fondations tubulaires pratiquées jusqu'à ce jour, dans lesquelles le tube, portant directement la charge, ne peut faire appel au concours du remplissage beaucoup plus compressible.

En outre des piles et fondations, le béton tubé s'applique avec d'incomparables avantages aux *pylônes* des ponts suspendus ou transbordeurs, des stations de TSF, des gares aériennes des grandes villes, et aussi aux éléments comprimés des tabliers des grands viaducs et des hangars d'aéronautique.

Pour les pièces simplement fléchies, le hourdis nervé actuel sera généralement remplacé par le hourdis simple obtenu par le procédé rudimentaire consistant à verser du mortier dans un auget en tôle mince servant à la fois de coffrage et d'armature. L'application la plus grande de cette forme simple est la *traverse de chemin de fer*. Pour toutes les pièces de cette catégorie, qui embrassent à elles seules les trois quarts de la construction moderne, l'avantage, signalé ci-dessus, d'éloigner l'armature de l'axe neutre atteint une valeur énorme, puisque c'est, pratiquement, la suppression d'une tranche morte de deux à cinq centimètres sur une épaisseur totale de six à quinze.

La *planche* en béton ou plâtre armé, qui se substitue, avec de plus grandes dimensions superficielles, à la planche en bois, n'a besoin, en général, d'autre armature que d'une *ceinture ancrée*, servant aussi de coffrage.

La *coque de navire* rentre dans la même catégorie d'éléments constructifs.

Enfin les pièces fléchies avec compression en long, comme les *murs de réservoir ou de soutènement*, doivent être désormais constituées par un hourdis armé d'une plaque amont servant de coffrage et assurant l'étanchéité, et pourvu de nervures contreforts aval. Cette combinaison très sûre mettra fin, je l'espère, à la série de désastres qui continue d'illustrer tristement les systèmes anciens de construction des grands barrages.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur la rupture prématurée des pièces d'acier soumises à des efforts répétés.* Note de M. **Ch. Frémont**, présentée par M. L. Lecornu.

On sait depuis longtemps que certaines pièces métalliques recevant des secousses en service, telles que les essieux de voitures, les chaînes de grues, etc., se fissurent après un certain temps d'usage et finissent par se rompre alors que la fissure, en progressant lentement, a parfois atteint plus de la moitié de la section initiale.

La croyance générale la plus ancienne attribue la cause de cette fissure progressive à une altération graduelle de la structure interne du métal produite par les vibrations.

Pour se renseigner à ce sujet, une commission royale anglaise fit en 1847 des expériences pratiques. Le savant Eaton Hodgkinson imagina d'effectuer des flexions répétées un grand nombre de fois : une came tournante agissant au milieu d'une barre métallique déformait celle-ci progressivement, puis la laissait revenir librement en arrière.

Plus tard, en 1859, l'allemand Wöhler s'inspirant, sans le dire, des recherches imaginées par Eaton Hodgkinson, fit à son tour des expériences d'efforts réitérés pour élucider les causes de rupture d'essieux de chemins de fer après une faible durée de service.

Ces essais, appelés *essais de durée*, *d'endurance*, etc., consistent à faire supporter aux éprouvettes du métal à essayer, *un effort relativement peu élevé et souvent répété*.

Dans l'appareil employé par Wöhler, l'un des points de la pièce recevait, d'un mécanisme approprié, un mouvement dans un sens et revenait ensuite librement à sa position initiale; un ressort attaché à un autre point de la pièce était destiné à mesurer la charge variable.

Les résultats des essais de durée effectués par Wöhler indiquèrent que :

1° *La fatigue des métaux est proportionnelle à l'écart entre les efforts extrêmes;*

2° *Des efforts en sens opposés s'ajoutent pour produire la fatigue du métal;*

3° *La rupture peut être amenée par la répétition de charges alternées, toutes inférieures à la limite d'élasticité du métal employé.*

Wöhler et d'autres allemands qui ont continué ces expériences (Spangen-

berg, Weyrauch, Winkler, Gerber, Launhardt, Bauschinger, Martens, etc.) ont conclu à l'existence d'une nouvelle donnée à introduire dans les calculs de résistance des matériaux, et qu'ils ont appelée *résistance en service*.

Or, dans toutes ces expériences de résistance des métaux soumis à des efforts alternés, ces allemands ont admis pour leurs calculs que la fibre la plus fatiguée *equilibrait un effort statique* qu'elle avait à supporter à chaque alternance.

En réalité, il n'est pas permis d'appliquer les formules de la statique à des problèmes d'un caractère aussi nettement dynamique : il aurait fallu tenir compte des forces d'inertie.

Il y a là une véritable erreur de principe.

Nous croyons qu'en réalité une pièce peut résister indéfiniment aux efforts alternatifs quand, en aucun point, la limite d'élasticité ne se trouve atteinte et que, dans le cas contraire, c'est le travail non restitué qui, en s'accumulant, finit par produire la déformation permanente. C'est la seule façon de comprendre que les efforts de sens opposés ajoutent leurs effets.

Pour qu'une pièce, subissant des alternances, ne soit pas détériorée, il faut en somme que la quantité de travail supportée par cette pièce soit absorbée *élastiquement* et que l'effort maximum instantané, produit pendant la distribution de cette quantité de travail dans le volume du métal de la fibre fatiguée, n'atteigne nulle part la limite d'élasticité.

C'est en me basant sur cette théorie que j'ai pu faire diminuer très sensiblement le nombre de ruptures d'essieux de chemins de fer, notamment d'essieux coudés de locomotives, non pas en augmentant le volume de ces pièces, mais *au contraire en enlevant du métal* dans certaines parties judicieusement choisies, de manière à augmenter l'élasticité de l'essieu et à lui permettre ainsi d'amortir une plus grande quantité de travail dynamique.

L'hétérogénéité du métal et surtout la présence d'inclusions sont des causes de détériorations précoces sous les efforts dynamiques.

Pour se renseigner sur la distribution plus ou moins régulière des premières déformations locales, il faut examiner, au besoin au microscope, la surface des pièces préalablement polies; les déformations permanentes apparaissent sous la forme de lignes de Piobert.

J'appelle *lignes de Piobert* les lignes superficielles qui ont été jusqu'ici appelées *lignes de Lüders*, du nom de l'allemand qu'on croyait être le premier à les avoir signalées en 1854; bien antérieurement, le capitaine d'artillerie Piobert, effectuant des essais de tir à l'École de Metz, en 1836,

avait constaté l'apparition de ces lignes [1]. On sait que Piobert est devenu, en 1840, membre de l'Académie des Sciences.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une méthode physico-chimique de dosage des carbonates alcalins en présence des bases alcalines libres. Application à l'analyse des gaz des fumées.* Note [2] de MM. **René Dubrisay**, **Tripier** et **Toquet**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons, dans une Note antérieure, montré que, tandis que les bases alcalines augmentaient le coefficient de miscibilité réciproque de l'eau et du phénol, les carbonates alcalins agissaient en sens inverse. Nous avons songé à utiliser cette propriété pour doser les carbonates alcalins en présence des alcalis. Dans ce but, nous préparons des solutions à titres moléculaires équivalents de carbonate de soude et de soude libre. Nous les mélangeons en diverses proportions et mettons en présence 50^{cm^3} des liqueurs ainsi obtenues avec 50^g de phénol. Nous chauffons jusqu'à dissolution complète, puis laissons refroidir et notons le point d'apparition du trouble, suivant la méthode recommandée par Rothmund. Nous avons fait quatre séries d'expériences en employant successivement des solutions de soude à 2^{mol} par litre (80^g), 1^{mol} par litre (40^g), $0^{mol},5$ (20^g) et $0^{mol},25$ (10^g par litre) mêlées aux dix solutions équivalentes de carbonate de soude à 106^g, 53^g, $26^g,5$ et $13^g,25$ par litre. Les résultats obtenus sont consignés dans le Tableau suivant :

(1) *Mémorial de l'Artillerie*, t. 5, 1842, p. 505.

(2) Séance du 11 novembre 1918.

TABLEAU I.

1re série. Solution de soude à 2mol (80g) et carbonate de soude à 106g par litre.		2e série. Solution de soude à 1mol (40g) et carbonate de soude à 53g par litre.		3e série. Solution de soude à 0mol,5 (20g) et carbonate de soude à 26g,5 par litre.		4e série. Solution de soude à 0mol,25 (10g) et carbonate de soude à 13g,25 par litre.	
Taux pour 100 de solution de carbonate.	Point d'apparition du trouble.	Taux pour 100 de solution de carbonate.	Point d'apparition du trouble.	Taux pour 100 de solution de carbonate.	Point d'apparition du trouble.	Taux pour 100 de solution de carbonate.	Point d'apparition du trouble.
80	98°,0	100	83°,0	100	68°,0	100	64°,0
50	53,4	80	72,0	80	63,0	80	60,0
40	22,9	50	41,7	60	52,1	50	51,4
30	5,0	30	4,0	50	45,5	20	37,9
»	»	»	»	30	28,7	0	23,1
»	»	»	»	20	16,2	»	»
»	»	»	»	10	1,5	»	»

On a représenté graphiquement ces résultats sur la figure, en traçant pour chaque série une courbe, obtenue en portant en abscisses le taux pour 100 de carbonate, en ordonnées la température d'apparition du trouble.

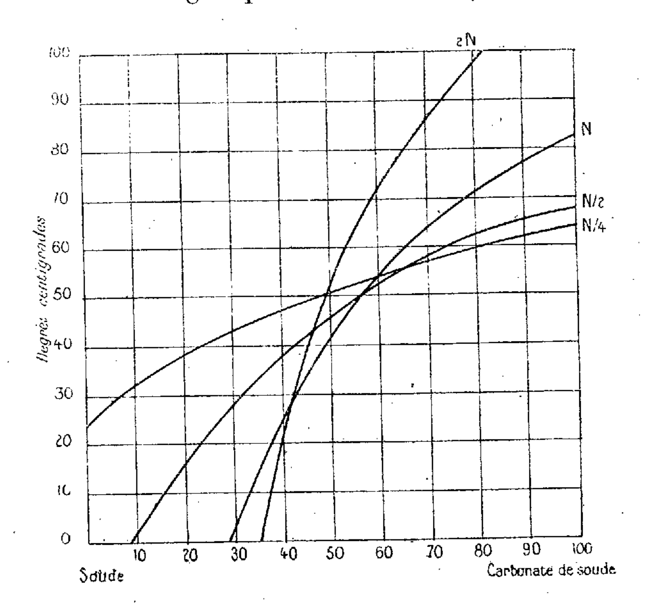
Ces courbes étant tracées il suffit, pour déterminer dans une solution alcaline le taux de carbonate, d'amener la liqueur à un titre moléculaire connu au point de vue de la teneur totale en alcali (libre ou carbonaté), par exemple à 40g par litre. On mélange alors 50cm³ de la liqueur avec 50g de phénol, on chauffe jusqu'à dissolution complète, puis on laisse refroidir et l'on note la température d'apparition du trouble. On cherche sur l'une des courbes de la figure (courbe N dans l'espèce) la position du point correspondant; son abscisse donne la proportion de soude carbonatée. Il convient de noter que la température d'apparition du trouble peut être très aisément déterminée à $\frac{1}{10}$ de degré près : on voit d'après l'aspect des courbes que la composition des liqueurs peut ainsi être fixée avec une très grande précision.

Nous avons appliqué ce procédé à l'analyse des gaz des fumées par un procédé analogue à celui qu'a indiqué M. M. Chopin (¹), c'est-à-dire que

(¹) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 535.

nous faisons barboter un volume connu de gaz de combustion dans une quantité déterminée de soude titrée. La proportion d'alcali carbonaté après passage du courant gazeux mesure le taux d'acide carbonique dans le gaz des fumées, mais alors que M. Chopin détermine le taux de carbonate par une mesure de conductibilité électrique, nous employons le procédé d'analyse physico-chimique indiqué plus haut.

Nous opérons sur 1^l de gaz qui barbote dans $71^{cm^3},5$ de soude à $0^{mol},25$



par litre : cette quantité de liqueur alcaline a été choisie de telle sorte que la carbonatation est totale lorsqu'il n'y a pas excès d'air dans les gaz du foyer (ce qui correspond à une proportion de 20 pour 100 d'acide carbonique dans le gaz des fumées). Après passage du courant gazeux (qui doit être réglé de façon à durer environ une demi-heure) on détermine la teneur en carbonate de cette liqueur sodique par la méthode indiquée plus haut, en se servant de la courbe $\frac{N}{4}$ (voir la figure). On en déduit le taux d'acide carbonique dans le gaz des fumées.

Nous citerons les résultats obtenus dans trois opérations; pour deux d'entre elles, on a procédé à un contrôle par dosage direct d'acide carbonique sur la cuve à mercure.

TABLEAU II.

	Température d'apparition du trouble.	Taux de carbonate.	Proportion correspondante de CO^2 dans le gaz des fumées pour 100.	Proportion de CO^2 trouvée par analyse directe pour 100.
I..........	41°,4	26,5	5,30	5,20
II..........	39°,8	23,4	4,68	»
III..........	40°,8	25,4	5,08	5,00

On peut regarder les chiffres des deux dernières colonnes comme concordants, si l'on remarque qu'il s'agit de mesures industrielles, que les volumes gazeux n'étaient mesurés que par le volume de liquide écoulé d'un aspirateur et qu'il n'était pas fait de correction de température. En tous cas, l'exactitude des résultats est très suffisante en pratique; la manipulation est facile, assez rapide et n'exige pas d'autres instruments que des ballons et un thermomètre.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'évolution et l'oxydation de l'hydrate chromique en solution alcaline.* Note (1) de MM. **F. Bourion** et **A. Sénéchal** (2), présentée par M. A. Haller.

Dans une Note précédente (3) nous avons précisé les conditions dans lesquelles il convenait d'appliquer la méthode classique de dosage du chrome, en oxydant les sels chromiques par l'eau oxygénée, en milieu alcalin (4).

En cherchant ensuite à faire une étude cinétique de cette réaction d'oxydation à la température ordinaire nous nous sommes aperçus que les solutions d'oxyde chromique dans la soude évoluaient, car leur aptitude réductrice vis-à-vis de l'eau oxygénée va en diminuant avec le temps.

(1) Séance du 30 décembre 1918.

(2) A. Sénéchal, mort au champ d'honneur, le 17 septembre 1914.

(3) *Comptes rendus*, t. **157**, 1913, p. 1528.

(4) Nous avons omis à cette époque de citer un travail très étendu de M. A. Carnot, dont la publication nous avait échappé et dont nous reconnaissons bien volontiers la priorité en ce qui concerne le rôle du manganèse, du cobalt et du nickel (*Annales des Mines*, t. **6**, 1894, p. 550, et t. **7**, 1895, p. 624).

Nous avons alors entrepris une étude systématique de l'évolution de ces solutions, au regard de leur action réductrice sur l'eau oxygénée; comme nous le verrons, on est ainsi amené à mettre en œuvre un excès de ce réactif; or, on ne peut songer à le détruire par élévation de température; nous avons alors utilisé à cet effet le bioxyde de manganèse précipité.

La solution d'hydrate chromique alcaline est donc soumise après des temps connus à l'action oxydante de l'eau oxygénée, dont on détruit l'excès par le bioxyde de manganèse; après dépôt de celui-ci, on réduit une fraction connue de la liqueur oxydée, rendue acide par l'acide sulfurique par une solution titrée en excès de sulfate ferreux et l'on détermine le fer qui n'a pas réagi à l'aide d'une solution titrée de permanganate de potassium.

Nous nous sommes d'abord demandé si l'on pouvait réaliser une oxydation intégrale de la solution alcaline d'hydrate chromique; l'expérience nous a montré qu'avec une proportion d'eau oxygénée égale à 4 ou 5 fois la quantité calculée, on ne pouvait dépasser l'oxydation de 90 pour 100 du chrome présent, en ajoutant le réactif dans la solution dès sa formation; mais nous avons obtenu une oxydation de 97 pour 100 en ajoutant la soude à la solution d'alun chromique contenant 4 fois la quantité d'eau oxygénée calculée, et détruisant aussitôt l'excès de ce corps par agitation avec du bioxyde de manganèse (la solution contenait $0^{g},938$ de Cr^2O^3 et $0^{mol},294$ de NaOH par litre); d'ailleurs, dans les mêmes conditions, l'addition de la quantité d'eau oxygénée strictement nécessaire a oxydé seulement 59 pour 100 du chrome.

Il est donc possible de saisir la solution à un instant suffisamment voisin de sa naissance pour qu'on puisse considérer le chrome présent comme pratiquement transformable en totalité en chromate, quand on fait agir une masse d'eau oxygénée égale à 4 fois la quantité calculée, pendant un temps aussi petit qu'on le peut.

Pour être certain d'avoir une oxydation qui ne soit pas inférieure à la précédente, nous avons dans tous les cas utilisé 5 fois la quantité d'eau oxygénée calculée, agissant pendant 2 minutes.

Nous avons ensuite étudié l'évolution des solutions alcalines d'oxyde chromique en partant soit de solutions d'aluns potassique et ammonique, soit de sulfate chromique, en refroidissant à 0° avant mélange avec la soude, lorsqu'elles sont très concentrées.

Avec une solution contenant $0^{g},938$ de Cr^2O^3 et $0^{mol},294$ de NaOH par litre, on a observé :

Durée d'évolution.	5^m	10^m	15^m	20^m	30^m	1^h	4^h	6^h	16^h13^m	51^h35^m
Oxydation %....	81,8	72,6	69,6	63,5	54,4	36,2	16,1	12,7	7,2	2,6

On voit donc que le pouvoir réducteur des solutions d'hydrate chromique dans la soude va rapidement en décroissant avec le temps.

Influence de la concentration en chrome. — Voici les résultats observés dans trois cas où la soude était à une concentration de $1^{mol},44$ par litre pour l'évolution :

Durée d'évolution.	Oxydation pour 100 dans des solutions renfermant par litre		
	(1) $19^g,9$ de Cr^2O^3.	(2) $12^g,22$ de Cr^2O^3.	3 $0^g,938$ de Cr^2O^3.
h m			
0.05..............	28,1	45,4	64,5
0.30..............	12,6	23,2	53,9
1.00..............	6,9	14,8	44,8
2.00..............	5,5	10,9	35,8
3.00..............	»	9,9	31,8

L'évolution est donc beaucoup plus rapide avec la solution (1) qu'avec la solution (3), qui est 21 fois moins concentrée.

Influence de la soude. — Nous indiquons les résultats relatifs à deux cas où la concentration en chrome est $0^g,938$ de Cr^2O^3 par litre :

Durée de l'évolution.	Oxydation pour 100.		
	1. $0^{mol},294$ Na OH par litre.	2. $0^{mol},588$ Na OH par litre.	Retard pour 100.
h m			
0.05..............	74,3	77,5	4,2
0.30..............	46,8	61,3	31,1
1.00..............	30,6	47,1	53,6
5.00..............	12,7	22,6	77,2

On voit donc que l'augmentation de concentration en soude retarde grandement l'évolution et que ce retard est d'autant plus considérable que la solution est plus ancienne.

Nous avons observé en outre que ce retard est d'autant plus considérable que la concentration en chrome est plus grande.

En résumé, une solution alcaline d'hydrate chromique subit une évolution qui tend à lui faire perdre en vieillissant toute activité chimique, et

spécialement ses propriétés réductrices, d'autant plus rapidement que la concentration en chrome est plus grande, et la concentration en alcali est plus petite.

Il convient de rapprocher ces résultats de ceux observés par M. Recoura (¹), qui, dans une publication appartenant à son très beau travail d'ensemble sur les sels de chrome, a constaté que l'oxyde chromique régénéré de ses solutions alcalines perd peu à peu la faculté de se dissoudre dans l'acide chlorhydrique, propriété qu'il a étudiée par voie thermochimique.

HISTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur une nouvelle méthode de coloration élective des membranes végétales lignifiées.* Note de **M. P. Bugnon**, présentée par M. Guignard.

Parmi les nombreuses méthodes de teinture applicables aux membranes végétales lignifiées, il en est qui leur communiquent d'emblée une coloration exclusive (action de la phloroglucine chlorhydrique, du sulfate d'aniline; réaction de Maüle); mais ces colorations électives directes offrent l'inconvénient capital d'être éphémères. Les colorants non directement électifs, auxquels on doit avoir recours pour obtenir des teintures stables, manifestent, vis-à-vis des membranes de diverses natures sur lesquelles ils se fixent, une affinité plus ou moins grande; en procédant à une différenciation convenable, la teinture ne persiste finalement que sur les membranes qui la retiennent avec le plus d'énergie. C'est ainsi que la fuchsine en solution aqueuse, qui teint simultanément les tissus ligneux et subéreux, donne une coloration élective du bois après une différenciation par l'alcool picriqué; que le violet de gentiane ammoniacal, qui est aussi un colorant commun du bois et du liège, fournit une coloration élective du liège après une différenciation par l'acide chlorhydrique étendu.

La simplicité de différenciation, la facilité d'association aux teintures des autres catégories de membranes pour produire les effets de contraste recherchés des anatomistes, sont des qualités essentielles de toute bonne coloration élective indirecte. Ce sont précisément ces qualités qui donnent un intérêt tout particulier à la nouvelle méthode de coloration élective des membranes végétales lignifiées que je fais connaître par la présente Note.

(¹) A. Recoura, *Comptes rendus*, t. 120, 1895, p. 1335.

Le vert lumière (¹) est, jusqu'à présent, connu surtout des cytologistes pour sa propriété d'être un excellent colorant plasmatique; associé à la safranine comme colorant nucléaire, il joue ce rôle dans la classique méthode de Benda.

Langeron (²) mentionne son utilisation possible en histologie végétale, comme colorant électif de la cellulose; il reste en effet énergiquement fixé sur les membranes cellulosiques quand l'action de sa solution dans l'alcool à 90° est immédiatement suivie d'une déshydratation.

En faisant varier les conditions d'application du vert lumière à la teinture des tissus végétaux, j'ai été conduit à constater qu'il possède la propriété, méconnue jusqu'ici semble-t-il, de colorer électivement les membranes lignifiées quand son action est suivie d'un simple lavage à l'eau.

Les coupes étaient, comme d'habitude, préalablement traitées par l'hypochlorite de soude pour détruire le contenu cellulaire, puis dûment lavées. Au point de vue de l'intensité de la coloration, les meilleurs résultats m'ont été fournis par des solutions aqueuses ou alcooliques saturées; l'acidité du bain colorant (eau acidulée à 5 pour 100 par l'acide chlorhydrique ou l'acide acétique) s'est montrée à cet égard favorisante.

La coloration est assez rapide; en une dizaine de minutes elle atteint une intensité suffisante; une action de plus longue durée ne détermine d'ailleurs jamais de surcoloration. La différenciation par l'eau, qui ne laisse persister que la coloration du ligneux, n'exige elle-même que quelques minutes.

L'action prolongée des oxydants (hypochlorite de soude en particulier) sur les membranes lignifiées, qui finit par rendre impossible leur coloration par la phloroglucine chlorhydrique et le sulfate d'aniline, favorise plutôt leur coloration par le vert lumière, comme elle le fait pour le vert d'iode.

La teinture obtenue est stable, et les préparations peuvent être montées dans les divers milieux usuels.

J'ai cherché en conséquence à utiliser cette remarquable propriété pour obtenir de nouvelles colorations doubles et triples applicables à l'histologie végétale.

Parmi les résultats auxquels je suis parvenu, et dont le détail figurera dans un Mémoire détaillé, je crois devoir signaler ici tout particulièrement la double coloration des membranes lignifiées et des membranes subéri-

(¹) *Lichtgrün F. S.; sel sodique de l'acide diéthyldibenzyldiamidotriphényl-carbinol trisulfonique*, d'après Bolles Lee et Henneguy : *Traité des méthodes techniques de l'anatomie microscopique*, 2ᵉ édition, 1896, p. 157.

(²) M. Langeron, *Précis de Microscopie*, 2ᵉ édition, 1916, p. 437.

fiées et cutinisées, obtenue par l'utilisation d'une solution saturée de vert lumière et de Soudan III dans l'alcool à 70°. Les coupes doivent y séjourner une dizaine de minutes, puis être lavées à l'eau pendant quelques minutes. A la coloration verte des membranes lignifiées s'oppose d'une façon excellente la coloration rouge orangé des membranes subérifiées et cutinisées. La dissolution du Soudan III et du vert lumière dans l'alcool à 70° étant presque instantanée, le mélange colorant peut être préparé très rapidement; il se conserve d'ailleurs très bien. La rapidité d'application, la netteté et la sûreté des résultats de cette méthode nouvelle de double coloration en font une méthode de choix.

A la coloration des membranes lignifiées par le vert lumière, j'ai pu opposer en outre aisément la coloration élective des membranes subérifiées et cutinisées par le violet de gentiane ammoniacal, la coloration des membranes pecto-cellulosiques par le carmin aluné, l'hémalun, le bichromate de plomb, le rouge Congo ammoniacal, la benzoazurine ammoniacale; j'ai pu enfin, en choisissant parmi ces derniers colorants ceux dont la teinte contraste suffisamment, soit avec celle du Soudan III, soit avec celle du violet de gentiane, obtenir toute une gamme de triples colorations.

En résumé, le vert lumière, par l'électivité et la stabilité de la coloration qu'il donne, par la simplicité de la préparation de ses solutions et par la rapidité de leur emploi, par la facilité avec laquelle il peut être associé à de nombreuses teintures des diverses membranes végétales, me paraît mériter une des meilleures places parmi les colorants électifs des membranes lignifiées; à ce titre, je le crois destiné à devenir d'un usage courant en histologie végétale.

BOTANIQUE. — *Sur quelques thalles d'*Aneura *dépourvus de chlorophylle.* Note (1) de M. **Marcel Denis**, présentée par M. Gaston Bonnier.

MM. Flageolet et Lorton ont découvert en juin dernier, à Rigny-sur-Arroux (Saône-et-Loire), des thalles d'un *Aneura* sp. dépourvus de chlorophylle.

Ces thalles, très charnus, présentant un peu sur le bord cet aspect crispé qu'ont les racines coralloïdes de certains saprophytes, étaient le plus souvent stériles. Cependant trois ou quatre exemplaires se montrèrent avec

(1) Séance du 30 décembre 1918.

leur sporogone normalement développé : fait assez exceptionnel étant donnée la saison tardive.

En colorant au bleu coton des coupes pratiquées dans ces thalles, puis en les différenciant dans l'acide lactique, j'ai pu y mettre en évidence un

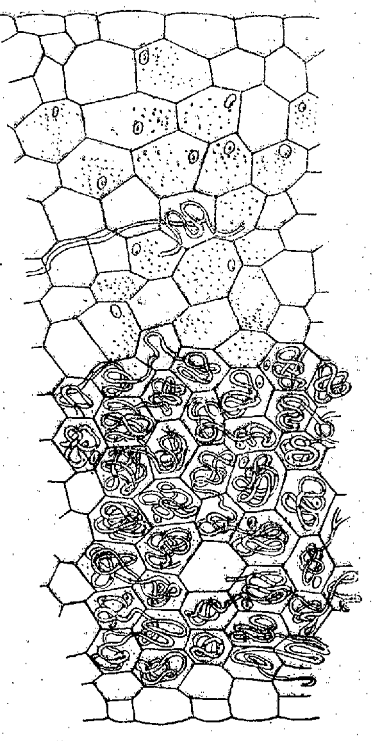


Fig. 1. — Coupe dans un thalle d'*Aneura* sp. sans chlorophylle.

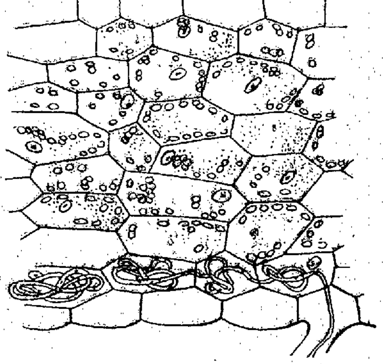


Fig. 2. — Coupe dans un thalle vert d'*Aneura pinguis* Dum.

champignon endophyte. Ce dernier se présente sous forme de filaments le plus souvent simples, se bifurquant rarement mais s'agglomérant en pelotes dans les cellules envahies qui occupent toute la partie inférieure de l'organe (*fig.* 1). L'endophyte se rencontre également dans les rhizoïdes.

La présence de champignons endophytes chez les Hépatiques est un fait assez commun. Depuis les découvertes de Gottsche puis de Schacht (1) on

(1) H. Schacht, *Ueber die Fortpflanzung der deutschen Orchideen* (*Monat. d. Berl. Ak. d. Wiss.*; 1854).

a signalé bien des genres hébergeant d'une façon plus ou moins constante des champignons dans leur appareil végétatif (*Jungermannia*, *Calypogeia*, *Frullania*, *Radula*, *Madotheca*, *Marchantia*, *Lunularia*, *Metzgeria*, *Fegatella*, etc.).

Les *Aneura* à chlorophylle peuvent posséder des mycorhizes, ainsi que j'ai pu m'en rendre compte chez l'*Aneura pinguis* (*fig.* 2), mais l'invasion est toujours beaucoup moins importante que dans les *Aneura* sans pigment (*fig.* 1).

Il semble, chez ces derniers, qu'une absence totale de chlorophylle coïncide avec un développement très grand de l'endophyte. Celui-ci tendant visiblement à se substituer au pigment, morphologiquement et physiologiquement, et à introduire chez l'hôte un mode de nutrition purement saprophytique.

Ces deux formes biologiques d'*Aneura* (1) ne sont pas sans rappeler deux types de prothalles de Lycopodes qui, eux aussi, hébergent des mycorhizes. L'*Aneura* vert est à rapprocher biologiquement des Lycopodes vivant à la lumière et possédant de la chlorophylle : *L. inundatum*, *L. cernuum* (2); quant à l'*Aneura* chlorosé, il correspond aux Lycopodes saprophytes et décolorés par une vie héliophobe : *L. Selago*, *L. Phlegmaria* (3).

La station de ces thalles, à l'abri de la lumière, suffirait à justifier l'absence de chlorophylle si l'on ne savait que les chloroleucites peuvent aussi dégénérer sous l'influence de champignons. Garjeanne (4) a vu nettement ce phénomène dans les cellules de *Jungermannia connivens* envahies par des hyphes. Le problème est peut-être plus complexe, car l'obscurité en mettant la plante dans des conditions spéciales a pu favoriser l'invasion fongique.

L'expérience seule pourra résoudre cette question, de même que tous les nombreux problèmes soulevés par cette association si intéressante au point de vue biologique.

(1) La création possible d'une nouvelle espèce pour l'*Aneura* sans chlorophylle nécessite des recherches complémentaires.

(2) Treub, *Études sur les Lycopodiacées*, I (*Ann. Jard. Bot. Buitenzorg*, vol. 4, 1884).

(3) Treub, *Études sur les Lycopodiacées*, II (*Ibid.*, vol. 5, 1886).

(4) Garjeanne, *Ueber die Mycorhiza der Lebermoose* (*Beih. Bot. Centr.*, Bd. 15, 1903). A propos de l'influence de l'endophyte sur la chlorophylle de l'hôte, on consultera aussi J. Beauverie, *Étude d'une Hépatique à thalle habitée par un champignon filamenteux* (*Comptes rendus*, t. 134, 1902, p. 616).

PHYSIOLOGIE. — *Origine et conséquences de l'émotivité féminine.* Note (¹) de M. **Jules Amar**, présentée par M. Edmond Perrier.

On a dit comment les réactions féminines se caractérisent par un véritable *état motif*. Le siège de l'émotion est dans le cerveau, sensibilisé pour ainsi dire au point que le moindre appel du *dehors* y retentit avec force (²).

Ce fait est facile à démontrer sur les animaux. En effet, des grenouilles sont, les unes piquées au bulbe profondément, les autres mutilées de leurs hémisphères cérébraux.

Toutes survivent. Mais celles-ci demeurent absolument inertes aux bruits les plus stridents; celles-là, au contraire, gardent leur vigueur, sensibilité et faculté de tressaillir aux bruits.

Dans l'espèce humaine, l'intelligence a diversifié les émotions et intensifié leurs effets. Sans le rôle inhibitoire de la « volonté », elles domineraient et gêneraient notre activité.

Les défaillances de cette volonté, la sensation d'impuissance physique ou la peur, et des soucis physiologiques déterminés par le sexe, ont développé chez la femme une susceptibilité émotive considérable. Ce caractère fatal s'est fixé par l'hérédité dans le système nerveux, et constitue probablement un mécanisme de défense contre le surmenage.

Nous en examinons ici les relations avec le *travail professionnel des femmes*.

Observations. — Quatre ouvrières et employées sont observées à l'état de repos et à l'abri de tout bruit. Au moyen de cardiographes attachés au corps, on recueille les battements du cœur; et l'on prend simultanément, grâce à la soupape buccale, les tracés respiratoires tonographiques et la ventilation pulmonaire par minute.

Premier enregistrement, qui dure deux minutes. Puis l'on en commence un second, d'égale durée, et en cours d'expérience on laisse tomber, sans être vu, un poids de 2^{kg}. Le bruit de la chute cause *l'émotion*, telle que peuvent la produire les conditions de travail des usines, la proximité d'ateliers de machines, ou simplement les hasards de la rue.

Alors, cardiogrammes et tonogrammes sont troublés, fortement pour les femmes, faiblement ou pas du tout pour les hommes (mécaniciens).

On peut se guider, dans la pratique, sur le seul tracé des respirations; il est plus aisé à obtenir.

(¹) Séance du 30 décembre 1918.

(²) L'événement extérieur est toujours la cause réelle, parfois lointaine et insoupçonnée de l'émotion. Les causes dites *internes*, ou *psychiques*, sont secondaires.

Exemple. — Név. G., ouvrier ajusteur, 28 ans :

Air expiré (à 18°) par minute........................	11^l
Nombre de respirations par minute....................	18

Le bruit n'a modifié ni la ventilation pulmonaire, ni la fréquence et l'aspect des tonogrammes.

Germ. Al., couturière, 28 ans :

Air expiré (à 18°) par minute........................	7^l,90
Au cours de l'émotion................................	7^l

soit une diminution de 11 pour 100.

Et, au bruit de la chute, les courbes tonographiques ont subi de fortes et rapides oscillations, semblables à celles de la toux, du sanglot, du « rire aux larmes ». Elles accusent un caractère expiratoire.

La femme la plus calme, en apparence la plus « crâne », n'échappe pas à cette loi physiologique souveraine.

Une conductrice de tramway, très énergique, qui avait involontairement écrasé un enfant, refuse depuis de reprendre le volant.

Éducation et instruction atténuent un peu l'émotivité.

Second mode d'observation. — Des employées de bureau écrivent, calculent; on fait entendre un son musical (accordéon), le tic-tac d'un métronome, ou des paroles insignifiantes. *Aussitôt* quelques troubles respiratoires, l'inspiration est à peu près suspendue; en même temps, le travail du bureau se ralentit, ou s'arrête.

Il est constant que le personnel féminin quitte son ouvrage pour courir aux fenêtres, dès qu'un pneu d'auto éclate dans le voisinage, que des gamins passent en jouant du clairon, etc.

Une femme qui ne réagit pas à ce genre d'émotions est sous l'empire d'une émotion plus intense; ce n'est nullement indifférence ou insensibilité.

Contrainte de ne pas quitter sa place, elle n'en fournit pas moins un tracé respiratoire tourmenté (¹).

Dernier mode d'observation : au psychographe. — L'obturateur, en s'ouvrant, montre une image éclairée représentant un homme ou une femme, suivant que la personne examinée est femme ou homme. Ceux-ci répondent en appuyant sur un tambour inscripteur, à la vue du sexe dont on est convenu.

Or toutes les réponses ont un retard de 30 à 40 pour 100 quand l'image est *agréable*, mais pour les femmes seulement.

Que résulte-t-il de ces recherches? C'est que le domaine de l'émotion,

---

(¹) On publiera les graphiques dans un Mémoire spécial.

chez la femme, n'est pas limité; il envahit et conditionne toute son activité.

Comment? Par les branches du nerf pneumogastrique qui gouvernent la respiration : échanges gazeux ralentis, retard des oxydations intra-organiques, menace d'asphyxie si l'émotion se renouvelle ou se prolonge, troubles de l'attention, des opérations intellectuelles, des mouvements.

Le *surmenage nerveux* est un épuisement par émotions répétées, analogue à l'épuisement d'une pile par décharges électriques successives. Il s'ensuit un abaissement de la résistance organique vis-à-vis des germes infectieux. C'est la cause, par exemple, du taux plus élevé de la mortalité féminine durant l'épidémie de grippe. C'est, en définitive, à l'utilisation des femmes dans des professions qui répugnent à leur sexe, qu'il faudra rapporter les désordres physiologiques et moraux dont, un jour, la société devra supporter le fardeau.

Conclusions générales. — Et voici nos conclusions :

1° *Les femmes, ayant une puissance physique inférieure de moitié à celle de l'homme, ne doivent jamais être admises dans les métiers de force.*

2° *Elles ne peuvent, non plus, soutenir l'effort continu du cerveau. Volonté, attention, mémoire sont faibles et discontinues : il ne saurait y avoir de grandes oratrices, ni de conductrices de peuples.*

3° *Leur système nerveux réagit vivement à la plus légère émotion; d'où surmenage et moindre résistance aux germes infectieux.*

4° *L'émotivité de la femme résulte du sentiment de sa faiblesse physique, de la peur, fixé par l'hérédité organique. Ce caractère fatal se traduit toujours par des troubles respiratoires, des menaces d'asphyxie.*

5° *On doit donc écarter toutes circonstances où l'effort et l'émotion ont chance de se produire, et n'employer les femmes qu'après examen de leurs aptitudes physiologiques et psychologiques.*

MÉDECINE. — *De la pathogénie du choléra. La défense naturelle du péritoine contre les vibrions cholériques* (¹). Note de M. G. SANARELLI, présentée par M. Roux.

La péritonite que l'on provoque chez le cobaye par injection péritonéale de vibrions cholériques est encore imparfaitement connue. Les analogies

(¹) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 538.

qu'elle semble avoir avec le choléra et dont tirent origine la plupart des idées dominantes sur la pathogénie de cette infection de l'homme, ne résistent pas à un examen attentif.

Il est à remarquer tout d'abord, ainsi que j'ai pu l'établir, que la sérosité péritonéale du cobaye neuf ne possède pas le moindre pouvoir bactéricide ou bactériolytique vis-à-vis des vibrions. Au contraire, elle constitue pour ces derniers un excellent milieu de culture.

D'autre part, les nombreux savants qui ont étudié ce processus se sont tous bornés à l'examen de la sérosité péritonéale. Il en est résulté des notions très rudimentaires et par trop incomplètes de ce qui se passe chez le cobaye et une démonstration tendancieuse des propriétés microbicides des humeurs.

Dans les recherches que j'ai entreprises sur ce sujet, je me suis efforcé de porter mes investigations sur tous les différents facteurs, l'épiploon notamment, de la lutte qui s'engage entre l'organisme envahi et les vibrions, et d'en suivre bien plus méthodiquement qu'on ne l'a fait jusqu'ici les différentes phases et dans les différentes circonstances qui puissent se présenter.

Le sort des vibrions injectés, dans le péritoine des cobayes neufs, varie selon que la quantité des vibrions n'atteint pas ou atteint et dépasse la dose mortelle.

Injection d'une dose non mortelle. — Les vibrions, aussitôt introduits dans la cavité péritonéale, sont entraînés vers les vaisseaux lymphatiques de la sous-séreuse, se déversant particulièrement dans ceux de l'épiploon, à travers leurs minces parois, pour se répandre, dans la circulation générale où l'on peut les retrouver et les isoler, en quantité, au bout de trois minutes. Il s'ensuit une vibrionémie, de courte durée et peu grave, en rapport avec la faiblesse de la dose.

La disparition des leucocytes (leucopénie) que l'on constate dans la sérosité, aussitôt après l'injection des vibrions, n'est nullement l'effet d'une destruction cellulaire (phagolyse). Elle dépend de ce que les leucocytes, à l'arrivée des vibrions et, vraisemblablement, sous le choc opératoire qui l'accompagne, se portent en masse sur l'épiploon. Ils s'y disposent à la surface et ainsi rangés opposent une sorte de barrière aux vibrions en vue de pénétrer dans la circulation par le réseau épiploïque.

Cette irruption des vibrions dans le sang provoque alors, en sens inverse, un rappel immédiat des leucocytes qui circulent vers les capillaires de l'épiploon. A la vaso-dilatation de ces derniers succède de la sorte une abondante diapédèse de polynucléaires dans la cavité péritonéale.

La diapédèse est parfois si intense que, par les petits pertuis que les

leucocytes se frayent à travers les parois vasculaires, des hématies pénètrent dans le péritoine.

Ces polynucléaires s'arrêtent également à la surface de l'épiploon, côte à côte avec les leucocytes préexistants dans la sérosité et qui s'y étaient étalés au moment de l'injection.

Ils renforcent, étendent, de la sorte, le barrage que les premiers avaient déjà constitué contre l'invasion des vibrions.

Ce mécanisme défensif, particulièrement au niveau des plis épiploïques, parvient à entraver et enfin à arrêter l'irruption des vibrions dans la circulation générale.

L'intensité de la vibrionémie baisse, d'ordinaire, entre la deuxième et la troisième heure; cependant des vibrions isolés peuvent se retirer encore vivants du sang circulant jusqu'à 12 heures après le début.

A partir de ce moment le sang est toujours stérile.

En dernier lieu, les vibrions qui n'ont pu réussir à tourner le barrage que les différents leucocytes leur ont opposé par le mécanisme ci-dessus signalé, sont phagocytés au niveau de l'épiploon par les polynucléaires. La transformation sphérulaire, intra et extra-cellulaire, de presque tous les vibrions, se produit pendant cette même phase, dont l'apogée est atteint une heure environ après l'injection d'une dose de vibrions non mortelle.

La transformation sphérulaire des vibrions ne signifie pas nécessairement leur mort. Transportés dans un milieu non bactéricide, les granulations peuvent donner lieu à de nouvelles générations de vibrions, parfaitement normaux.

Lorsque les polynucléaires accourus des vaisseaux ont achevé leur rôle de phagocytes, en ramassant jusqu'au dernier vibrion ou à la dernière granulation, le péritoine est envahi par de nouveaux leucocytes, les gros mononucléaires, très voraces (macrophages), qui englobent et digèrent rapidement les premiers leucocytes en voie de dégénérescence sinon déjà transformés en globules de pus.

Ces macrophages parachèvent ainsi le nettoyage des séreuses et la prompte *restitutio ad integrum* de la cavité péritonéale.

Injection de doses mortelles. — Les vibrions dans ce cas sont également entraînés dans la circulation générale en passant par le réseau épiploïque. L'intensité et la durée de la vibrionémie qu'ils provoquent sont seulement plus grandes.

Cependant, cette arrivée plus abondante de vibrions dans le sang ne

stimule pas l'intense et soudaine diapédèse de polynucléaires comme lorsqu'il s'agit d'une dose non mortelle.

Le barrage épiploïque n'est établi alors que par les rares polynucléaires qui se trouvaient dans le péritoine au moment de l'injection.

A partir de la troisième heure, même cette réaction phagocytaire fait défaut. Seule l'action bactéricide de la sérosité, due aux cellules du péritoine, leucocytes et cellules endothéliales, persiste et au début parvient à retarder la multiplication des vibrions.

Celle-ci devient plus tard très active, accompagnée d'une forte production de complément et suivie par une transformation sphérulaire ininterrompue de vibrions et par leur irruption dans le torrent circulatoire, ainsi qu'en témoignent les innombrables granulations et le très grand nombre de vibrions qui traversent à ce moment le réseau lymphatique.

Vers la dixième heure on voit soudainement apparaître une importante diapédèse de polynucléaires, avec une reprise de l'activité phagocytaire au niveau de l'épiploon.

C'est un réveil tardif de la défense péritonéale, qui ne peut enrayer l'évolution du processus mais qui en modifie pourtant nettement l'aspect. En effet, la stérilité plus ou moins complète des ensemencements de la sérosité péritonéale prélevée à l'autopsie, et qui caractérise cette période, est due à cet extrême effort de l'organisme.

Les cobayes tués par une injection péritonéale de vibrions cholériques ne meurent donc pas de péritonite. L'injection vibrionienne est jugulée au moment de leur mort. La cause de celle-ci doit être par conséquent recherchée en dehors du processus péritonéal.

M. **Thadée Peczalski** adresse une Note intitulée : *Calcul des erreurs commises sur la dérivée d'une fonction étudiée expérimentalement.*

A 16 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

É. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 13 JANVIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ÉLECTROMAGNÉTISME. — *Sur les propriétés des circuits électriques dénués de résistance.* Note de M. G. Lippmann.

Tandis que les actions électriques à distance sont toutes indépendantes de la nature des conducteurs employés, la résistance électrique d'un circuit dépend au contraire de la nature du conducteur et de son état physique. Il s'ensuit logiquement que si l'on veut établir les lois les plus générales des actions électriques à distance, il faut éviter d'introduire ou de laisser subsister dans l'analyse les termes qui dépendent de la résistance.

C'est pour des raisons analogues qu'en Mécanique on a dû commencer par faire abstraction du frottement, sauf à le réintroduire par la suite dans les applications partielles où il en faut tenir compte. La résistance électrique est d'ailleurs, au point de vue analytique, l'analogue d'un coefficient de frottement.

Le terme dépendant de la résistance électrique masque, par sa présence, des lois très générales des phénomènes électro-magnétiques et de l'induction. Il y a donc avantage, comme je l'ai montré autrefois (¹), à considérer le cas de la résistance électrique égale à zéro.

Les belles expériences de H. Kamerling-Onnes sont venues apporter une sanction physique à l'hypothèse de la résistance nulle. On sait que le physicien hollandais a découvert que, lorsqu'on abaisse la température d'un

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 109, 1889, p. 251.

métal (plomb, etc.) jusqu'à la température de l'hélium bouillant, la résistance, après avoir diminué graduellement, devient brusquement plus de 10^{10} fois plus faible qu'aux températures moins basses. Inversement, la théorie du circuit sans résistance s'applique aux expériences de Leyde et permet d'en préciser les résultats et d'en prévoir diverses variantes.

2. Rappelons d'abord l'équation qui régit les circuits dénués de résistance. Soit un circuit fermé dont la résistance a une valeur finie r et parcouru par un courant dont l'intensité est i au temps t. Le circuit est mobile par rapport à un champ magnétique quelconque constant ou variable; il peut en outre être rigide ou se déformer. Dans tous les cas, le champ magnétique induit dans le circuit une force électromotrice e égale à $\frac{dn}{dt}$, dn étant le nombre de lignes de force provenant du champ magnétique et qui coupent le circuit pendant le temps dt. D'autre part, le courant i produit un champ magnétique proportionnel à i et tel que dn' de ces lignes de force coupent le circuit pendant le temps dt. La force électromotrice d'induction e' du circuit sur lui-même est donc égale à $\frac{dn'}{dt}$. En résumé, le circuit est le siège de deux forces électromotrices provenant l'une du champ extérieur, l'autre de la self-induction, et qui sont respectivement égales à $\frac{dn}{dt}$ et à $\frac{dn'}{dt}$. On a donc, d'après la loi de Ohm,

$$ri = \frac{dn}{dt} + \frac{dn'}{dt}. \tag{1}$$

Les termes du second membre sont indépendants de r; on peut donc faire tendre r vers zéro, et pour $r = 0$ on a

$$0 = \frac{dn}{dt} + \frac{dn'}{dt}. \tag{2}$$

Il s'ensuit que l'on a

$$\Delta n + \Delta n' = \text{const.} \quad \text{et} \quad n + n' = \text{const.} \tag{3}$$

Ainsi, quand le nombre de lignes de force dues au champ extérieur et qui traversent le circuit subit une variation Δn, le courant induit qui en résulte produit une variation $\Delta n'$ qui compense exactement la première. En d'autres termes, le nombre total des lignes de force magnétique demeure invariable; et tout se passe comme si le circuit hyperconducteur demeurait infranchissable aux lignes de force.

3. Cette conclusion s'applique en particulier aux expériences de Kamerlingh Onnes. Une bobine fermée sur elle-même est immobile à la température ordinaire entre les pôles d'un électro-aimant : elle est alors sans courant, et la surface qu'elle renferme est traversée par n lignes de force dues à l'électro-aimant. On verse de l'hélium liquide. A partir du moment où le nickel est devenu hyperconducteur, le nombre de lignes de force reste invariable. On éloigne l'électro-aimant : la bobine reste traversée par un courant constant, comme Kamerling Onnes l'a constaté par diverses méthodes. D'après le théorème donné plus haut, ce courant est tel qu'il produit un nombre de lignes de force n' égal au nombre primitif n.

4. On a supposé implicitement dans ce qui précède que le circuit est linéaire, c'est-à-dire que le fil conducteur a des dimensions transversales que l'on peut considérer comme nulles. Qu'arriverait-il si, au lieu d'une bobine de fil, on utilisait un conducteur à trois dimensions? La conclusion est la même que dans le cas d'une bobine fermée en elle-même.

Considérons par la pensée une ligne fermée de dimensions infiniment petite prise dans la masse métallique. A partir du moment où le métal devient hyperconducteur, ce circuit élémentaire fonctionne comme celui de la bobine; il maintient invariable les lignes de force qui traversent sa section. Celles-ci demeurent donc comme immobilisées dans la masse métallique.

Prenons le cas particulier d'un cylindre métallique, en plomb par exemple, de section s, de longueur L, placé dans un champ uniforme égal à H, avec son axe parallèle au champ. Le nombre de lignes de force qui traversent la section est SH à la température ordinaire; il reste égal à SH à partir du moment où la résistance disparaît. Le champ enlevé, le cylindre se comporte comme un aimant cylindrique qui aurait un moment magnétique égal à SHL, c'est-à-dire au produit du volume par le champ primitif.

Si le cylindre, au lieu d'être plein, est creux, le même raisonnement s'applique aux éléments de la surface métallique : ceux-ci suffisent pour immobiliser les lignes de force. D'où cette conséquence que le moment magnétique acquis par ce pseudo-aimant en plomb a les mêmes valeurs, que le cylindre soit creux ou massif. Seulement la forme du champ magnétique qu'il produit n'est pas exactement la même dans les deux cas : ces lignes restent droites et parallèles entre elles à l'intérieur d'un cylindre massif; elles s'infléchissent quelque peu à l'intérieur, quand le cylindre est creux.

5. Lorsqu'un circuit conducteur se déplace dans un champ magnétique, des forces électromagnétiques prennent naissance entre le champ et le courant induit : c'est par ce mécanisme que du travail mécanique se transforme en énergie électrique, ou inversement. Quelle est la loi de ces forces quand le circuit est sans résistance? Dans ce cas l'intensité du courant induit n'est fonction que du déplacement.

Il en est donc de même des forces en question : elles ne dépendent que du déplacement du circuit. Si celui-ci part d'une position initiale où le courant est nul, comme dans une expérience de K. Onnes, rappelée plus haut, les forces électromagnétiques engendrées partent de zéro et prennent des valeurs déterminées qui ne dépendent à chaque instant que de la position du circuit; le sens du courant est d'ailleurs tel, d'après la loi de Lenz, que les forces produites tendent à empêcher le déplacement. Ces forces ont donc le caractère de *forces élastiques* : elles tendent à ramener le circuit à sa position initiale, qui est une position d'équilibre. Dans le cas où la résistance n'est pas nulle, on sait qu'il en est autrement : le courant n'a alors qu'une existence éphémère et une intensité proportionnelle à la vitesse de déplacement, laquelle varie arbitrairement. Au contraire, quand la résistance électrique est nulle, la loi du courant et de la force électromagnétique est simple et générale : la variation arbitraire des vitesses n'a pas d'influence : force et intensité ne sont fonction que des positions extrêmes du circuit.

Il en est de même si, au lieu d'un circuit linéaire, on déplace dans le champ un conducteur à trois dimensions. Quand la conductibilité n'est pas nulle, la résistance du champ est une force proportionnelle à la vitesse : c'est le phénomène bien connu de la viscosité du champ magnétique. Si la conductibilité devient parfaite, il n'y a plus viscosité apparente, il y a élasticité apparente du champ magnétique; c'est-à-dire qu'une lame hyperconductrice que l'on y introduit est repoussée comme pour un milieu élastique. Si la lame était, au contraire, dans le champ au moment où elle est devenue hyperconductrice, elle tend à revenir à sa position primitive dès qu'on l'en a écartée, et avec une force fonction du déplacement.

6. On a vu qu'un conducteur sans résistance est imperméable aux lignes de force magnétiques. Dans le cas des ondes hertziennes, on sait depuis longtemps que tout écran métallique est efficace, lors même que sa résistance n'est pas nulle. Le terme en r subsiste donc; par contre, les

termes $\frac{dn}{dt}$ et $\frac{dn'}{dt}$ sont extrêmement grands parce que les ondes hertziennes sont produites par des oscillations extrêmement rapides. Il s'ensuit que le terme en r, quoique fini, devient négligeable devant les deux autres termes, quand ceux-ci tendent vers l'infini. Le résultat est donc sensiblement le même que si le terme en r devenait égal à zéro.

7. Considérons le cas particulier où un circuit hyperconducteur se déforme, une partie de sa surface, située dans un champ magnétique H, subit une variation, une diminution par exemple égale à Δs. Le nombre de lignes de force restant invariable, leur densité augmente dans un point quelconque du reste du circuit, dans le rapport $\Delta s_1 : s_1$. Cette variation est indépendante de la vitesse du mouvement; elle demeure la même si le mouvement est infiniment lent; il en est de même du courant induit engendré et de la quantité de travail absorbé par la déformation. Ces conclusions s'appliquent, en particulier, au cas d'un circuit sans résistance qui contiendrait à la fois une magnéto génératrice et une magnéto motrice. Les conditions pour que le courant, dans le circuit, reste invariable sont les suivantes : les angles dont les deux induits tournent simultanément doivent être tels que les produits $\Delta s_1 H_1$ et $\Delta s_2 H_2$ soient égaux et de signe contraire pour les deux machines. Le rendement est égal à un, quelles que soient les vitesses de rotation. La puissance est proportionnelle aux vitesses de rotation, ainsi qu'au courant constant (1) établi dans le circuit.

La transmission de force électrique, dans ces conditions où le circuit est imperméable aux lignes de force, parce que hyperconducteur, peut être comparée à une transmission de forces par air comprimé dans un système étanche pour l'air. A un bout du circuit, une pompe rotative refoule de l'air en quantité proportionnelle à la diminution de volume; à l'autre bout, il y a un moteur rotatif avec détente et restitution de travail; et le travail dans chaque bout est mesuré par la variation de volume multipliée par la pression, les vitesses n'intervenant pas. L'effet produit est calculable par les lois de balistique du gaz, parce que le système est étanche.

Le phénomène électrique quand la résistance est différente de zéro est, par contre, analogue au cas où la compression du gaz se ferait dans des récipients à parois non étanches : la pression ne se maintiendrait plus, à moins

(1) A condition que ni l'intensité du courant ni le champ magnétique ne dépassent les limites finies indiquées par Kamerlingh Onnes.

de continuer la compression avec une vitesse suffisante. La même comparaison mécanique tient dans d'autres cas que l'on aperçoit facilement. Il eût été difficile d'établir la loi de compressibilité du gaz dans des récipients poreux, car la porosité dont il faut tenir compte introduit une complication propre à marquer le résultat cherché.

En résumé, l'avantage qu'il y a à considérer le cas de la résistance nulle est le suivant : on fait disparaître une complication arbitraire, étrangère aux lois générales que l'on a à appliquer; on n'a plus à tenir compte de la variation arbitraire des vitesses, et l'on aboutit à une relation qui montre que les lois générales des phénomènes d'induction sont des lois statiques.

ZOOLOGIE. — *Un cas d'évolution ontogénique à rebours chez un Lézard africain* (Eremias lugubris *A. Smith*). Note ([1]) de M. **G.-A. Boulenger.**

J'ai présenté, à la dernière séance ([2]), quelques considérations sur l'évolution phylogénique à rebours. L'évolution ontogénique renversée peut se produire aussi, et en voici un exemple.

Depuis les publications d'Eimer sur l'évolution du dessin de la robe chez les Lézards, la plupart des zoologistes s'accordent à attacher une grande importance à l'interprétation de la livrée des jeunes, qui nous fournit en effet des indications précieuses au point de vue phylogénique. C'est de formes striées que dérivent les dessins, souvent si divergents, qui caractérisent les espèces et les variétés des Lacertides, et l'étude de la réduction des raies, leur désintégration, leur transformation, ou leur disparition totale, a fourni des résultats très intéressants.

Mais comme il y a peu de règles sans exceptions, un Lézard, jusqu'ici assez mal étudié, l'*Eremias lugubris* A. Smith ([3]), des parties tropicales et subtropicales du sud-ouest de l'Afrique, mérite de fixer l'attention.

L'adulte, que j'ai recueilli moi-même dans le désert du Kalahari, pays des Bechuanas, d'où proviennent aussi les types décrits par Andrew Smith, a les faces supérieures grises, jaunâtres ou fauves, relevées de raies d'un

---

([1]) Séance du 30 décembre 1918.

([2]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 41.

([3]) De la section *Lampreremias* Blgr., qui comprend en outre *E. nitida* Gthr. de la Guinée, *E. Neumanni* Tornier, du pays au nord du lac Stéphanie, et *E. Spekii* Gthr., de l'Afrique orientale.

blanc jaunâtre, au nombre de quatre sur la nuque et de trois sur le dos, parfois lisérées de noir, dont la médiane se prolonge sur le tiers antérieur de la queue qui est rougeâtre; de petites taches ou vermiculations noires sont distribuées entre les raies; des ocelles blanc jaunâtre, bordés de noir, ornent le dessus des membres; les faces inférieures sont blanches. C'est l'*Eremias dorsalis* de Duméril et Bibron.

Certains jeunes de Huxe, en Benguella, ont la même teinte et le même dessin que l'adulte; la plupart cependant, tant d'Angola que de l'intérieur du sud de l'Afrique, diffèrent très considérablement : ils sont d'un noir de jais en dessus comme en dessous, à l'exception de la queue, d'un rouge corail, les faces supérieures ornées d'un dessin jaune (1). Celui-ci consiste en une tache sur le dessus du museau, une raie le long du bord de la région sus-orbitaire, une tache sur la lèvre supérieure en avant de l'œil, une barre verticale derrière l'œil, une autre derrière le tympan, une tache ronde au-dessus de l'épaule et trois raies le long du corps, dont la médiane bifurque sur la nuque. Jusqu'ici, vis-à-vis de l'adulte, rien de contraire à l'ordre de l'évolution du dessin. Mais il est d'autres jeunes, du pays des Bechuanas, chez lesquels les raies sont remplacées par autant de séries de taches allongées.

Cette discontinuité des raies ne peut être envisagée comme une déviation fixée pour une race, ainsi que nous le voyons chez le *Lacerta agilis* L. (forme type) et *L. viridis*, var. *Schreiberi* Bedr., car certains individus, en état de mutation de la livrée noire du jeune à la robe pâle de l'adulte, nous montrent les taches de ces séries en train de s'étendre et de se relier pour former les raies dont elles dérivent au point de vue phylogénique. Nous avons donc là un cas de renversement de l'évolution ontogénique du dessin exprimée par la loi d'Eimer.

Cet écart est comparable théoriquement à celui qui se constate chez certaines larves de divers groupes d'animaux, dont les adaptations spéciales les isolent sans pour cela que les caractères de la forme parfaite soient affectés par cette interpolation, rentrant dans l'ensemble des cas rangés

(1) Peters (*Mon. Bul. Ac.*, 1862, p. 18) attribue une couleur rouge vermillon à ce dessin, ce qui ne s'accorde ni avec la description d'Andrew Smith, ni avec mes propres observations. S'il en était réellement ainsi chez certains individus, ce serait là encore une exception à la règle qui veut que, chez les Lézards, faisant abstraction de la queue, les couleurs des jeunes ne soient pas plus vives que celles des adultes (voir Boulenger, *Trans. Zool. Soc. Lond.*, t. 21, 1916, p. 15).

par E. Perrier et C. Gravier [1] sous la rubrique *paradoxe armozogénique*. Rien que la teinte sombre du fond de la robe, tant en dessus qu'en dessous, exceptionnelle chez les jeunes Lézards [2], doit être considérée comme une déviation du développement normal [3], à laquelle vient s'ajouter, chose plus remarquable encore, la discontinuité des raies dorsales. Que cette livrée exceptionnelle représente bien un tel détournement dans l'ontogénie, c'est ce que démontrent les jeunes de Huxe, qui n'y participent pas, ainsi que les individus intermédiaires que j'ai mentionnés.

Enfin, au point de vue éthologique, on doit se demander quel peut bien être le motif de l'acquisition temporaire d'une livrée aussi voyante pour un Lézard qui, comme l'*Eremias lugubris*, vit sur un sol aride ou désertique, avec lequel l'adulte s'harmonise si parfaitement. Les jeunes mèneraient-ils, à l'encontre des adultes, une vie cryptique ou nocturne? Dans ce cas, le manque d'assimilation à l'environnement s'expliquerait, sans toutefois nous faire mieux comprendre le but d'une telle livrée, qu'on serait tenté de qualifier d'admonitrice, comme la robe de l'Héloderme ou de la Salamandre tachetée, s'il ne s'agissait d'un être absolument inoffensif. Quant au mimétisme müllerien, il n'y faut pas songer, vu l'absence du sud de l'Afrique de tout Reptile ou Batracien lacertiforme dangereux et comparable par sa coloration au jeune *Eremias lugubris*. Aucune des théories qui ont cours aujourd'hui ne semble pouvoir servir à la solution de ce problème, qui se recommande à ceux qui seraient à même de faire des observations sur place.

---

(1) *La Tachygenèse ou accélération embryogénique* (*Ann. Sc. nat.*, *Zool.*, 8e série, t. 16, 1902, p. 133). — J'aurais dû faire allusion à ce travail de haute portée en traitant des rapports de l'ontogénie à la taxinomie chez les Batraciens anoures (*Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 60). Les auteurs y ont montré que l'évolution ontogénique s'accomplit sous deux influences : l'accélération des phénomènes embryogéniques, qui peut devenir un élément de transformation définitive des adultes (*tachygenèse*), et l'adaptation temporaire des embryons ou des larves à la condition d'existence spéciale qui produit des caractères plus ou moins fugitifs destinés à disparaître le plus souvent sans laisser de traces (*armozogenèse*).

(2) Citons le *Lacerta vivipara* Jacq. et le Scincide *Eumeces obsoletus* B. et G., dont le jeune, noir, orné de taches blanches sur la tête, a été considéré comme espèce distincte (*E. guttulatus* Hall.).

(3) Les jeunes de variétés mélaniennes sont en général de teinte plus claire que les adultes (*Lacerta muralis*, *Zamenis gemonensis*, etc.).

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la désignation de deux Membres de la Division des Sciences mathématiques, deux Membres de la Division des Sciences physiques et deux Membres non résidants, qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, formeront la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de Membre non résidant vacante par suite de la mort de M. *P. Duhem*.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 41,

MM. **Émile Picard**, **L. Lecornu**; **A. Lacroix**, **P. Termier**; **Ch. Depéret**, **Ch. Flahault** réunissent la majorité des suffrages.

CORRESPONDANCE.

Sir **Almroth E. Wright**, élu Correspondant pour la Section de Médecine et Chirurgie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° E. Jovy. *La correspondance du duc de la Rochefoucauld d'Enville et de Georges-Louis Le Sage*, conservée à la bibliothèque de Genève.

2° H. Copaux. *Introduction à la chimie générale*. (Présenté par M. A. Haller.)

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Remarque sur les problèmes des deux corps et des trois corps*. Note de M. **Jean Chazy**.

I. Si l'on considère *a priori* les équations différentielles du problème des n corps, et si l'on suppose que dans ces équations les coefficients m_i représentant les masses soient des paramètres arbitraires positifs ou négatifs,

les solutions peuvent présenter des singularités et des caractères différents de ceux qu'elles présentent dans le problème des n corps. D'ailleurs, si les paramètres m_i ne sont pas tous de même signe dans l'interprétation mécanique des équations différentielles considérées, les forces s'exerçant entre les n points sont des attractions et des répulsions en raison inverse du carré de la distance, mais ces attractions et répulsions ne satisfont plus au principe de l'égalité de l'action et de la réaction; de deux points dont les paramètres sont de signes contraires, l'un attire l'autre et est repoussé par lui.

Par exemple, si l'on suppose, dans les équations du problème des deux corps, les coefficients m_1 m_2 de signes contraires et égaux, et moyennant une translation rectiligne et uniforme convenable des axes de coordonnées, la trajectoire de l'un des corps est en général une *chaînette*, au lieu des sections coniques classiques.

II. Dans ce qui suit nous considérons le mouvement des trois corps par rapport à leur centre de gravité.

Théorème. — *Dans le problème des trois corps, tout choc de deux corps a lieu dans le plan du maximum des aires.*

La démonstration de ce théorème est fondée sur la considération des intégrales des aires et sur ce que la somme des moments des quantités de mouvement de deux corps qui se choquent par rapport à leur centre de gravité tend vers zéro à l'instant du choc. La trajectoire du troisième corps, ou du centre de gravité des deux premiers, est tangente au plan du maximum des aires. Si les trois constantes des aires sont nulles, on sait que le mouvement des trois corps est plan : à l'instant de tout choc de deux corps, la tangente à la trajectoire du troisième passe au point où se choquent les deux premiers.

M. Sundman a démontré que, si les trois constantes des aires ne sont pas nulles, il ne peut jamais y avoir qu'une seule des trois distances mutuelles qui soit arbitrairement petite. Mais, dans la même hypothèse, quand le temps croît indéfiniment, le mouvement des trois corps, prolongé analytiquement après tout choc de deux corps, peut encore présenter *a priori* trois allures différentes :

1° Les trois distances mutuelles restent supérieures à une longueur fixe plus grande que zéro.

2° L'une des distances mutuelles tend vers zéro, avec ou sans chocs. J'ai démontré précédemment [1] que ce second cas est impossible.

3° Tantôt les trois distances mutuelles sont supérieures à une longueur fixe plus grande que zéro, tantôt l'une d'elles, qui peut n'être pas toujours la même, est arbitrairement petite. Alors, *à tout instant où l'une des distances mutuelles est arbitrairement petite, les droites joignant les trois corps au centre de gravité commun sont arbitrairement voisines du plan du maximum des aires.*

Dans ce troisième cas rentrent les mouvements comportant une infinité de chocs après chacun desquels les deux corps qui se sont choqués s'éloignent l'un de l'autre à une distance supérieure à une longueur fixe plus grande que zéro. D'après le théorème énoncé tous ces chocs, des deux mêmes corps ou de corps différents, ont lieu dans le plan du maximum des aires. J'ai obtenu effectivement des mouvements répondant à la définition précédente parmi les mouvements du problème des trois corps admettant un plan de symétrie : alors l'un des corps a sa trajectoire dans le plan de symétrie, et les deux autres ont nécessairement des masses égales.

Je n'ai pas formé d'exemples de mouvements rentrant dans le troisième cas et où l'une des distances mutuelles ait une infinité de minima tendant vers zéro, sans que ces minima soient tous nuls, et je n'ai pas démontré non plus que l'existence de tels mouvements soit impossible.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Développement algébrique de la partie principale de la fonction perturbatrice suivant la méthode de Cauchy.* Note de M. **Henry Bourget.**

La méthode imaginée par Cauchy pour le calcul des termes éloignés de la fonction perturbatrice a été éclaircie et exposée par Puiseux dans des Mémoires classiques. A la suite de ces travaux, mon père [2] a apporté à cette méthode des perfectionnements formels. Il l'a débarrassée des calculs d'interpolation, y a introduit les transcendantes de Bessel et l'a présentée, non plus comme un procédé de calcul des grandes inégalités, mais comme un mode de développement algébrique de la fonction perturbatrice.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 688.

(2) *Journal de Liouville*, 2e série, t. 18, 1873.

A l'exclusion de toute autre peut-être, cette méthode offre le grand avantage de permettre la détermination *isolée* des divers termes, sans qu'il soit nécessaire, pour obtenir les termes d'un ordre donné, de calculer tous les termes d'ordres inférieurs.

J'ai entrepris d'appllquer cette méthode à la partie principale de la fonction perturbatrice jusqu'aux termes du *dixième ordre* inclusivement. Le coefficient $2\mathrm{M}$ d'un terme qnelconque $2\mathrm{M}\cos(n\mathrm{T}+n'\mathrm{T}'+\sigma)$, T, T′ désignant les anomalies moyennes, peut s'écrire

$$\begin{aligned}2\mathrm{M} = {} & \frac{2c'}{a}\left(\frac{\alpha c}{c'}\right)^{k+p+q+1}\nu^{k}\eta^{m}\eta'^{m'}(0,\eta)_{j}(0,n')_{j'} \\ & \times\left[\frac{1}{2}\right]_{k}\left[\frac{2k+1}{2}\right]_{p}\left[\frac{2k+1}{2}\right]_{q}(k_{g})(k)_{g'}(2p+2\gamma+1)_{\lambda} \\ & \times(2q+2g+1)_{\mu}[2p+2g']_{\lambda'}[2q+2\gamma']_{\mu'},\end{aligned}$$

où $k, p, q, m, m', j, j', g, g', \lambda, \lambda', \mu, \mu'$ sont des entiers entre lesquels on a les relations suivantes

$$\lambda+\mu=m,\qquad \lambda'+\mu'=m',\qquad \gamma+g=\gamma'+g'=k,$$
$$n-p+q-\gamma+g+\lambda-\mu=j,\qquad n'+p-q-\gamma'+g'+\lambda'-\mu'=j',$$

et où $(k)_l$, $[k]_l$, $(0,n)_j$, $(0,n')_{j'}$ désignent respectivement

$$\frac{k(k-1)\ldots(k-l+1)}{1.2\ldots l},\qquad \frac{k(k+1)\ldots(k+l-1)}{1.2\ldots l},$$

et des transcendantes de Bessel.

L'*ordre* d'un terme Δ est $2k+m+m'+|j|+|j'|$ et son *argument* est $n+n'$ dont la valeur absolue est inférieure à Δ d'un nombre pair.

Pour déterminer tous les termes d'un ordre donné Δ, on commence par résoudre des systèmes d'équations linéaires des types suivants

$$\begin{gathered}\Delta=2k+m+m'+|j|+|j'|\qquad\text{quand } n+n'\geqq 0,\\ \Delta-(n+n')=2(g+g'+\lambda+\lambda').\\ \Delta=2k+m+m'+|j|+|j'|\qquad\text{quand } n+n'<0,\\ \Delta+(n+n')=2(\gamma+\gamma'+\mu+\mu'+|j|+|j'|)\end{gathered}$$

pour toutes les valeurs de l'argument $n+n'$ compatibles avec la valeur donnée de Δ. On en conclut les valeurs correspondantes de tous les entiers, sauf p et n' auxquels il reste à donner les valeurs 0, 1, 2, ..., ∞. Chaque système de solutions des équations linéaires donne ainsi naissance à une

série indéfinie de termes d'arguments différents qui se limite rapidement dans les applications par suite de la petitesse de $\left(\frac{\alpha c}{c'}\right)^{k+p+q+1}$ (α = rapport des grands axes).

Dans ce travail, j'ai rencontré l'aide la plus précieuse en Mme Cousyn, employée à l'Observatoire de Marseille, qui a assumé et mené à bout la longue tâche de la résolution des équations linéaires jusqu'à $\Delta = 10$.

Voici pour chaque ordre les nombres de solutions qui sont actuellement toutes obtenues et écrites :

Δ.	Nombre de termes.	Δ.	Nombre de termes.
0	1	6	2443
1	8	7	5272
2	38	8	10601
3	136	9	20159
4	394	10	36468
5	1048		

soit un total de 76568 termes. On évite tout oubli dans ces longs calculs en déterminant à l'avance le nombre des solutions des équations. Il se manifeste en outre des périodicités qui rendent les calculs très sûrs.

On peut disposer ces termes en une sorte de dictionnaire qui donne, pour chaque ordre Δ, les termes d'arguments correspondants. J'examine actuellement la meilleure disposition à adopter. Il restera à calculer des tables numériques des quantités $(k)_l$, $[k]_l$ et des transcendantes de Bessel qui interviennent, mais j'ai pensé que les résultats obtenus jusqu'à présent étaient de nature à intéresser l'Académie.

ASTRONOMIE. — *Sur un appareil genre astrolable à prisme, destiné à la mesure des variations de latitude*. Note de M. **René Baillaud**, présentée par M. B. Baillaud.

Si l'on place l'axe de la lunette d'un astrolabe à prisme dans le plan du méridien, les deux images directe et réfléchie décrivent dans le champ des trajectoires qui, au voisinage immédiat du méridien, peuvent être regardées comme rectilignes et parallèles. Ces deux trajectoires coïncident quand la hauteur de l'étoile est égale à l'angle du prisme.

Soit A cet angle. Soit à observer une étoile dont la hauteur est $A + \varepsilon$. La distance angulaire des deux trajectoires est 2ε.

Une variation de la latitude a pour effet de faire varier la hauteur de l'étoile et par suite la distance des deux trajectoires.

Je propose, pour mesurer cette variation, de disposer l'appareil de la façon suivante :

Devant un objectif O à très long foyer se trouve le prisme P [1] dont l'arête A est tournée vers l'objectif. L'angle du prisme sera choisi aussi voisin que possible de 90° (80° ou 85° par exemple) de façon à observer au voisinage du zénith.

L'ensemble objectif-prisme est mobile autour de l'axe vertical VV et peut être calé dans telle position qu'on veut, en particulier dans les deux positions pour lesquelles l'axe optique de l'objectif est exactement situé dans le plan du méridien.

Des vis de réglage permettent d'orienter le prisme par rapport à l'objectif de telle sorte que le plan bissecteur du dièdre A soit parallèle à l'axe optique de l'objectif, que ce dernier soit perpendiculaire à l'arête A du prisme, et que cette arête soit elle-même horizontale.

Deux bains de mercure H_1, H_2 sont placés l'un au Nord l'autre au Sud. Le premier sert à l'observation des étoiles nord, l'autre à celle des étoiles sud. Deux oculaires micrométriques sont placés au nord et au sud de l'appareil dans chacune des deux positions occupées par le plan focal de l'objectif.

Soit un objectif de 10^m de foyer. Une variation de latitude de $\frac{1}{10}$ de seconde d'arc donne une variation linéaire de la distance des deux trajectoires de $\frac{1}{100}$ de millimètre, ce qui est aisément mesurable.

Les étoiles nord et les étoiles sud donnent le même déplacement les unes que les autres, mais en sens inverse, les deux trajectoires se rapprochant l'une de l'autre pour les unes, s'éloignant pour les autres. Les variations de l'angle du prisme au contraire ont pour effet de faire varier cette distance dans le même sens pour les étoiles nord et les étoiles sud.

En résumé, le dispositif proposé doit permettre de mesurer d'une façon absolue les variations de la latitude par des observations qui sont en réalité différentielles, ce qui rend possible l'emploi d'objectifs à très long foyer (10^m ou 20^m par exemple).

---

(1) Ce prisme pourra être remplacé par deux miroirs rigidement liés entre eux.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'influence de l'enveloppe sur les résistance et réactance effectives d'un câble armé pour les harmoniques* 3. Note [1] de M. **Swyngedauw**, transmise par M. A. Blondel.

Un tronçon d'environ 16^m de câble $3 \times 100^{mm^2}$ de même spécification que les câbles en service étudiés précédemment, a été coupé en deux fragments ayant chacun 8^m de long environ, pliés en U dont les branches parallèles étaient espacées d'environ 80^{cm}.

L'un des tronçons est d'abord dépouillé de son feuillard, l'autre conservé intact.

On mesure, pour chacun d'eux, le courant, la tension, la puissance absorbés et l'on déduit de ces données les résistance et réactance kilométriques comme dans les essais précédents.

Ces premiers essais donnent par comparaison l'influence du feuillard.

On débarrasse ensuite, de son enveloppe en plomb, le tronçon déjà dépourvu de son feuillard.

De nouvelles mesures donnent l'influence de l'enveloppe.

Principaux résultats :

Câble nu, sans enveloppe, ni feuillard. — A la fréquence 50 $\sim$, la résistance est égale à 1,1 fois la résistance en courant continu ; à la fréquence 500, elle égale neuf fois cette dernière.

La réactance est proportionnelle à la fréquence.

Influence de l'enveloppe. — Le câble recouvert ou non de son enveloppe *garde sensiblement la même résistance* aux fréquences expérimentées $\left(50 \text{ à } 500 \frac{\sim}{\text{sec}}\right)$.

La réactance est nettement diminuée par l'enveloppe. Pour $F = 500 \sim$ la réactance du tronçon muni de son enveloppe est les trois quarts de celle du câble nu.

Influence de l'armature. — A la fréquence 50 $\sim$, la résistance et la réactance commencent par croître avec le courant jusqu'à $I = 70$ ampères qui correspond à un champ inducteur $\mathcal{H} = 4$ gauss dans le feuillard. Elles restent ensuite constantes jusqu'à $I = 120$ ampères correspondant à un

[1] Séance du 6 janvier 1919.

champ $\mathcal{H} = 7$ gauss. Elles diminuent ensuite lentement et régulièrement quand le courant continue de croître.

La résistance et la réactance kilométriques sont deux à trois fois plus grandes pour les tronçons courts que pour les longs câbles en service.

A la fréquence 500 ∼, ces grandeurs atteignent jusqu'à quatre fois les valeurs correspondantes des longs câbles, de sorte qu'il *est impossible de déterminer à l'usine, sur des tronçons de quelques mètres, les résistances et réactances des câbles en service, pour l'harmonique* 3.

Cette énorme différence entre les valeurs des constantes, pour les câbles longs et courts, semble due à l'enveloppe.

Entre les résistance et réactance kilométriques de deux longs câbles de même spécification posés dans la même tranchée ou séparés de 1^{km} dans leur parcours, on observe une différence de l'ordre de 20 fois plus faible que la valeur calculée pour les mêmes câbles dépouillés de leurs enveloppe et feuillard : résultat qui s'explique aisément par le flux antagoniste créé par le courant induit dans l'enveloppe.

Cette explication est corroborée par ce fait que l'énergie dégagée dans les feuillards est considérablement moins élevée que celle qui correspondrait au champ qu'y créerait le courant circulant dans les âmes s'il agissait seul.

Le courant induit dans l'enveloppe d'un câble posé en terrain parfaitement isolant serait uniquement un courant de capacité et, comme cette capacité dépend de la longueur du câble, on conçoit déjà que le courant induit dans l'enveloppe peut être d'autant plus intense que le câble est plus long ; la relation que l'on peut établir dans cette hypothèse rend compte de l'influence de la longueur sur les constantes spécifiques.

En réalité, comme le terrain où le câble est posé n'est pas un isolant parfait, des courants de conduction s'ajoutent aux précédents et les constantes en sont notablement modifiées.

Les résistance et réactance effectives linéiques pour les harmoniques 3 doivent être déterminées sur les câbles en service ; elles ne sont pas des constantes déterminées uniquement par la spécification du câble comme pour les autres harmoniques.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'évolution et les propriétés magnétiques de l'hydrate chromique en solution alcaline.* Note de MM. F. **Bourion** et A. **Sénéchal**, présentée par M. Haller.

Dans une Communication précédente [1], nous avons montré que les solutions d'hydrate chromique dans la soude tendaient à perdre, à la température ordinaire, leurs propriétés réductrices vis-à-vis de l'eau oxygénée, d'autant plus rapidement que la concentration en chrome est plus grande, et celle de la soude plus faible. Nous nous sommes proposé ensuite de déterminer l'ordre de cette réaction d'évolution à la température ordinaire et à 30°.

Afin d'avoir une évolution suffisamment lente, nous avons utilisé une solution renfermant par litre $0^g,938$ de Cr^2O^3 et $1^{mol},44$ de soude; la concentration de cette dernière peut être ainsi considérée comme constante durant toute l'expérience, qui a été faite à la température moyenne de 17° (16°-18°); en voici les résultats :

Durée d'évolution.	0^h30^m	1^h	2^h	4^h	6^h	8^h	25^h48^m	50^h22^m	74^h12^m	122^h31^m	176^h34^m
Oxydation p. 100 $(a-x)$	53,2	50,9	40,9	30,2	29,1	23,6	21,4	16,0	15,7	11,2	6,6
k_4	0,188	0,110	0,113	0,147	0,109	0,156	0,0652	0,082	0,058	0,109	0,327

Si nous mesurons l'évolution par la fraction x non oxydée, on voit qu'on a un phénomène qui s'accorde assez bien avec une réaction tétramoléculaire (caractérisée par le nombre k_4) durant les 8 premières heures; la constance est médiocre dans l'hypothèse de réactions bi, tri et pentamoléculaire.

Nous avons ensuite étudié l'évolution à 30° d'une solution de même concentration en chrome et en soude que la précédente; nous avons observé les résultats suivants :

Durée d'évolution	$31^m,5$	1^h	2^h5^m	6^h	8^h	28^h37^m	49^h2^m
Oxydation p. 100 $(a-x)$	47,7	38,5	28,6	20,1	20,1	14,05	7,65
k_4	0,261	0,276	0,334	0,340	0,361	0,705	0,758

L'évolution s'accorde donc là encore assez bien avec une réaction du quatrième ordre, pour les 8 premières heures.

---

[1] F. Bourion et A. Sénéchal, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 59.

Pendant cette durée, si nous rejetons pour la température de 17° la valeur de k_4 correspondant à 30 minutes, on a en moyenne

$$(k_4)_{17^\circ} = 0,127; \quad (k_4)_{30} = 0,314.$$

Si nous déterminons le coefficient de température de vitesse pour 10°, $\frac{k_{t+10}}{k_t}$ en utilisant la formule de Van 't Hoff :

$$\log_{10} k = a + bt, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{k_{t+10}}{k_t} = 10^{10b},$$

on trouve

$$b = 0,302 \qquad \text{et} \qquad \frac{k_{t+10}}{k_t} = 2,0,$$

nombre petit, comme cela arrive pour les réactions d'ordre élevé [1], et qui est voisin de 1,8, moyenne donnée par M. Dhar pour les réactions du quatrième ordre.

Toute liqueur chromique alcaline qui évolue, finit toujours par se coaguler; avec des solutions ayant la concentration précédente, le temps nécessaire a été d'autant plus petit, que la température était plus élevée :

A 17° il a fallu 12 jours pour observer la coagulation, à 20° il a fallu 10 jours, et à 30° un peu plus de 2 jours.

Nous avons ensuite suivi cette évolution en mesurant, par la balance de Curie-Chéneveau, la susceptibilité magnétique des solutions alcalines d'hydrate chromique, qui sont restées constamment paramagnétiques. Cette grandeur pour l'hydrate chromique a été calculée en admettant qu'il y ait additivité entre son magnétisme et ceux des sels et de l'eau de la dissolution; pour avoir une sensibilité suffisante, nous avons dû utiliser des solutions concentrées.

Voici les résultats de deux séries à la température 19°-21° :

Solution 1 (par litre, $27^g,8$ de Cr^2O^3 et $4^{mol},38$ de NaOH).

Durée d'évolution....	0 (extrap.)	17^m	35^m	76^m	226^m	263^m	337^m	397^m	1357^m
$16^6\chi$...............	58,3	56,7	55,0	53,3	51,7	51,3	50,9	50,5	50,2

Solution 2 (par litre, $37^g,07$ de Cr^2O^3 et $4^{mol},38$ de NaOH).

Durée d'évolution....	0 (extrap.)	13^m	23^m	35^m	66^m	92^m	160^m	228^m	1188^m
$10^6\chi$...............	57,8	55,1	54,4	53,7	52,7	51,9	51,6	51,2	50 9

(1) Dhar, *Thèse de doctorat*, 4 janvier 1919.

Le paramagnétisme va donc en diminuant avec le temps, plus rapidement pour la solution 2, la plus concentrée en chrome, que pour la solution 1; nous avons de même constaté que l'évolution devient plus rapide quand la concentration en soude diminue.

Il est à noter que la diminution du paramagnétisme reste faible et ne dépasse pas 20 pour 100; or on sait, par les travaux de M. Pascal et de Mme Cotton-Feytis, que le paramagnétisme d'un élément s'atténue dans ses combinaisons complexes, au point de laisser apparaître un certain diamagnétisme quand elles sont robustes. Les sesquioxydes de chrome arrivés au terme de leur évolution, malgré la disparition totale de leurs affinités chimiques, semblent ainsi demeurer des complexes imparfaits.

Bien que l'étude chimique de l'évolution ait conduit à la considérer comme une réaction du quatrième ordre, il est peu vraisemblable cependant qu'on ait affaire à une réaction unique où, par exemple, 4 molécules d'un complexe à 1 atome de chrome, d'activité maxima, se transformeraient en 1 molécule d'un complexe à 4 atomes de cet élément, dépourvu de toute activité chimique; ce mécanisme se concilierait mal avec le fait que l'oxydation croît avec la masse d'eau oxygénée; il est probable que la substance primitive se transforme en une série de complexes d'activité chimique décroissante, coexistant plus ou moins dans la dissolution, pour aboutir finalement à une substance unique dénuée de toute activité.

L'ordre apparent constaté ne serait qu'un phénomène résultant. Cette opinion est appuyée par les observations de M. Recoura [1], qui a précipité après des temps croissants, d'une solution alcaline d'hydrate chromique primitivement hexatomique, des bases d'atomicité décroissante, finalement égale à zéro.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Calcul des rayons extraordinaires pour certaines structures de liquides anisotropes.* Note de M. F. GRANDJEAN, présentée par M. Pierre Termier.

Les liquides anisotropes réalisent des milieux hétérogènes optiquement uniaxes ayant une structure qui peut être définie par la direction de l'axe optique en chaque point. Leurs propriétés lumineuses pourraient sans doute être établies en partant des équations générales des théories élastique ou

---

(1) A. RECOURA, *Comptes rendus*, t. 120, 1895, p. 1335.

électromagnétique, mais on est conduit à des calculs d'une grande complication. Une théorie approchée assez simple peut être fondée sur l'hypothèse suivante : en chaque point, le milieu transmet les mêmes vibrations que s'il était homogène et avait pour axe optique l'axe optique de ce point. Il doit alors exister un rayon ordinaire transmettant la vibration ordinaire avec une vitesse constante, comme dans les milieux homogènes. Ce rayon est rectiligne et ne dépend pas de la structure. Le rayon extraordinaire dépend au contraire de la structure et doit être une courbe gauche. L'observation montre en effet qu'un objet, une ligne droite par exemple, regardé à travers une couche de liquide anisotrope, donne deux images : l'une ordinaire, nette et non déformée, indépendante de toute variation dans la direction de l'axe optique, et l'autre, extraordinaire, d'autant plus floue et déformée que l'axe optique est plus loin d'avoir une direction uniforme. L'observation montre en outre que ces deux images sont polarisées suivant les sections principales du liquide aux points de sortie des rayons lumineux. On voit que c'est une vérification directe de l'hypothèse faite plus haut. Bien entendu, cette polarisation rectiligne ne peut pas être rigoureuse, mais elle est très voisine de cette condition puisqu'on efface complètement l'une ou l'autre image en interposant un analyseur convenablement orienté.

Soient *ds* un élément de rayon lumineux en un point quelconque du liquide, Δ la direction de l'axe optique et α l'angle de Δ avec *ds*. L'élément *ds* sera parcouru par la vibration ordinaire avec une vitesse V_1 indépendante de α, et par la vibration extraordinaire avec une vitesse égale à

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{\cos^2\alpha}{V_1^2}+\frac{\sin^2\alpha}{V_2^2}}}$$

en appelant V_2 la vitesse de la vibration extraordinaire dans une direction normale à l'axe optique. D'autre part, pour aller d'un point A à un point B, le rayon doit prendre un temps minimum ; le rayon ordinaire doit donc se propager suivant la droite AB, et l'extraordinaire suivant une courbe AMB telle que, le long de cette courbe, l'intégrale

$$\Theta = \frac{1}{V_1}\int\sqrt{\cos^2\alpha + N^2\sin\alpha}\,ds$$

dans laquelle N représente $\frac{V_1}{V_2}$, soit minimum.

En écrivant les relations d'Euler du calcul des variations, on aura les

équations de la courbe AMB sous la forme d'un système différentiel du deuxième ordre. Le système s'intègre dans quelques cas.

La structure rayonnée plane, fréquemment réalisée, est telle que les axes optiques sont des droites rayonnant autour d'un point O, dans un plan. On étudie la propagation d'un rayon extraordinaire dans ce plan. Si l'on exprime la quantité Θ en coordonnées polaires (ρ, ω), elle s'écrit :

$$\Theta = \frac{1}{V_1}\int\sqrt{\rho'^2 + N^2\rho^2}\,d\omega,$$

et elle est minimum quand on a la relation différentielle suivante, ρ' et ρ'' étant les dérivées de ρ par rapport à ω,

$$N^2\rho^2 + 2\rho'^2 - \rho\rho'' = 0.$$

Cette relation s'intègre immédiatement et donne pour solution générale

$$(1)\qquad \rho = \frac{1}{a\cos N\omega + b\sin N\omega},$$

a et b étant des constantes arbitraires.

L'équation (1) représente des courbes ayant une infinité de branches infinies toutes de même forme et ne différant que par leurs positions autour de O. Il suffit, pour résoudre le problème physique étudié, de prendre une des branches. On voit qu'elle est comprise entre deux asymptotes issues de O faisant un angle $\frac{\pi}{N}$.

Si le milieu est positif la courbe ressemble à une branche d'hyperbole. Pour que la vibration extraordinaire puisse suivre un chemin de durée minimum entre deux points A et B, il faut et il suffit que l'angle AOB soit inférieur ou égal à l'angle des asymptotes, c'est-à-dire à $\frac{\pi}{N}$. Il n'y a donc pas toujours un rayon extraordinaire possible entre deux points quelconques. Les rayons lumineux extraordinaires issus d'un point A dans des directions quelconques ne peuvent pénétrer dans un angle L_1OL_2 symétrique par rapport à AO et tel que AOL_1 et AOL_2 soient égaux à $\frac{\pi}{N}$. Le rayon extraordinaire rectiligne AO se réfracte en O et donne naissance aux deux rayons OL_1 et OL_2 qui limitent l'angle obscur.

Si le milieu est négatif la même réfraction se produit, mais il n'y a pas d'angle obscur pour les rayons extraordinaires.

Le temps t nécessaire à la vibration lumineuse pour aller du point $A(\rho_1\omega_1)$ au point $B(\rho_2\omega_2)$ se calcule facilement; on trouve

$$t = \frac{1}{V_1\sqrt{a^2+b^2}}[\operatorname{tang}(N\omega_2+\beta) - \operatorname{tang}(N\omega_1+\beta)]$$

avec

$$\cot\beta = -\frac{a}{b}.$$

Ces résultats s'étendent immédiatement à la *structure sphérolitique* où les axes optiques sont dans tout l'espace des droites rayonnant autour d'un point O. Les rayons extraordinaires sont plans par raison de symétrie et par conséquent représentés par les courbes (1) précédentes. Si le sphérolithe est éclairé par de la lumière non polarisée parallèle ou peu convergente, comme dans les observations habituelles sur la platine du microscope, et que le liquide soit positif, on voit que les rayons extraordinaires n'entrent pas, ou presque pas, dans un espace conique situé à l'opposé de la lumière incidente, ayant son sommet au point O et dont le demi-angle d'ouverture est $\frac{N-1}{N}\pi$. Cet espace, éclairé seulement par les rayons ordinaires, est donc plus sombre que le reste du champ. Il se présente comme une ombre grise quand on met au point au-dessus du centre du sphérolithe.

J'ai observé le même phénomène avec les axes de discontinuité optique décrits sous le nom de *stries*, *fils*, *rubans*, etc., des liquides du groupe de l'azoxyphénétol et avec les coniques focales des azoxybenzoate et cinnamate d'éthyle.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence du terrain houiller en profondeur, à Merville (Nord).* Note [1] de M. **Pierre Pruvost**, présentée par M. Ch. Barrois.

Les sondages profonds exécutés à diverses reprises dans les plaines des Flandres ont appris qu'au nord du bassin houiller, sous les *morts-terrains*, existait un plateau de roches anciennes stériles délimité par Gosselet et formant la continuation du plateau silurien du Brabant. Les recherches poursuivies au musée houiller de Lille nous ayant amené à revoir les

[1] Séance du 6 janvier 1919.

échantillons des sondages étudiés par Gosselet, il semble que, si la plupart sont comparables à des types siluriens du Brabant, il en est quelques autres. De ce nombre sont les carottes prélevées à Merville en 1905, dans un sondage exécuté pour fournir de l'eau potable à cette agglomération.

Une carotte, provenant de la profondeur de 247^m, est faite d'un schiste noir, pyriteux, avec lits calcaires, incliné de 45° à 50°. Ce schiste, *particulièrement riche en substances bitumineuses*, dégage, au choc du marteau, une forte odeur de pétrole et s'enflamme au contact d'une allumette, brûlant avec une longue flamme éclairante. Une analyse, due à l'obligeance de M. F. Constant, y révèle une teneur élevée en matières volatiles (32 pour 100). La roche est très riche en fossiles : écailles de Poissons, coquilles de Gastropodes et Lamellibranches, en mauvais état, parmi lesquelles on observe de nombreuses Posidonielles du type *P. minor*; mais surtout des piquants et des plaques d'Oursins, mieux conservés, appartenant au genre *Archœocidaris*, couvrent littéralement les plaques du schiste.

Un autre échantillon, provenant de $247^m,90$, est un Psammite gris, plissé, gaufré, en couche presque verticale.

Les Paléchinides du genre *Archœocidaris*, dont la présence dans le schiste bitumineux est basée sur un grand nombre d'échantillons très reconnaissables, sont absolument caractéristiques des formations permo-carbonifères. Dans la série carbonifère du nord de la France, on ne connaît que deux niveaux de calcschistes bitumineux auxquels on puisse rapporter les couches de Merville : l'un dans le calcaire dinantien (marbres noirs de Denée et de Bachaut), l'autre à la base du terrain houller (ampélites de Chokier). La présence de Psammites bien développés alternant avec ces schistes bitumineux exclut toute assimilation avec le calcaire carbonifère, où l'élément sableux est jusqu'ici inconnu dans le nord de la France, et nous conduit à attribuer le terrain rencontré à Merville au « terrain houiller sans houille » de Dumont, dont la *Posidoniella minor* est d'ailleurs un des fossiles caractéristiques. L'étage de Chokier, connu déjà sous deux faces : les ampélites à goniatites de Liége et les phtanites à Posidonielles de Mons, présenterait sous la Flandre française un troisième aspect : celui des schistes bitumineux à Paléchinides.

Les terrains rencontrés à Merville offrent ainsi la composition suivante, d'après les renseignements fournis sur le sondage par M. L. Brégi :

(Altitude de l'orifice du sondage $+16^m$).

De 0^m à 221^m prof. : *Terrains récent, quaternaire, tertiaire* et *crétacé*.

De 221^m à 245^m prof. : *Terrain houiller inférieur : assise de Flines :* Alternances

de schistes, grès et calcaires, contenant un niveau d'eau à la base (épaisseur traversée 24^m).

De 245^m à 252^m prof. : *Terrain houiller inférieur : assise de Chokier :* Schistes bitumineux (32 pour 100 M.V.), calcschistes pyriteux et psammites, à faune marine : *Archæocidaris*, Posidonielles, Poissons, etc. (épaisseur minima 7^m).

252^m prof. : fin du sondage (eau). (= *Calcaire carbonifère* ?).

Ainsi, le progrès des explorations souterraines révèle que la *structure du sous-sol paléozoïque de la Flandre et du Brabant n'est peut-être pas aussi simple qu'on l'avait d'abord supposé*. Les enveloppes successives de terrain carbonifère, puis dévonien, puis silurien, que l'on rencontre au nord du bassin houiller, présentent sans doute, dans les grandes lignes, une disposition isoclinale à pendage sud régulier, mais l'allure de ces terrains est affectée d'une série d'accidents dont l'importance échappe actuellement. Les uns, de nature anticlinale, font affleurer sous le Crétacé, à Haubourdin, en plein pays carbonifère, les schistes du frasnien, comme je l'ai montré précédemment [1]. Les autres, de nature synclinale, ont conservé, comme à Seclin et Merville, dans des dépressions à la surface du massif paléozoïque, des lambeaux de terrain houiller, probablement transgressif. Il est bien difficile de se représenter, sur la base de quelques sondages isolés, le mécanisme de ces accidents. Il s'agit peut-être d'ondulations transversales ou obliques par rapport à l'axe du synclinal de Namur, plis secondaires dirigés NW-SE, dont on peut constater l'existence dans le bassin houiller lui-même et qui se prolongent précisément au Nord-Ouest sur ces points d'affleurements anormaux : synclinal de Denain-Marchiennes-Seclin ; synclinal d'Aniche-Carvin-Merville; anticlinal de Valenciennes-Saint-Amand-Haubourdin.

Si l'explication théorique des faits est délicate, au point de vue pratique il est encore plus malaisé de prévoir quelle importance peuvent avoir ces lambeaux de terrain houiller ou ce gisement de schiste bitumineux, sous le sol de la Flandre. Nous ignorons si la cuvette de Merville est suffisamment profonde et étendue pour contenir une certaine masse de terrain houiller productif. Mais il était intéressant de signaler l'existence à Merville, des couches marines de la base du terrain houiller et d'appeler l'attention du géologue et du sondeur sur une région mal connue dont la structure profonde pourrait ménager encore quelques surprises.

---

(1) *Sur le résultat de quelques sondages profonds au sud-ouest de Lille* (*Ann. Soc. géol. du Nord*, t. **43**, 1914, p. 177).

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la phylogénie de l'*Elephas africanus. Note [1] de M. **Sabba Stefanescu**.

Rapprochée par Falconer et Lydekker de l'*Elephas planifrons* et par Adams, Pohlig, Andrews et Schlesinger de l'*Elephas antiquus*, l'origine de l'*Elephas africanus* a été attribuée par Dietrich à des mastodontes africains inconnus et par Weithofer et Soergel à des ancêtres voisins de *Stegodon bombifrons* [2].

Pour contribuer à la solution de ce problème de phylogénie, j'ai étudié les lames des molaires d'*Elephas africanus* suivant ma conception sur la composition bituberculaire des collines et lames des molaires des *mastodontes*, *stégodontes* et *éléphants*.

Il suffit de décrire une seule lame complètement développée pour connaître toutes les autres, parce que, quant à leur structure, les lames des molaires des deux moitiés de la mâchoire inférieure sont symétriques, et que les lames des molaires des deux moitiés des mâchoires du même côté du crâne sont inverses.

I. La couronne d'une lame de molaire inférieure de droite ($LM\frac{}{i}d$) d'*Elephas africanus* est formée de deux tubercules congénères ou de premier ordre, l'un interne en crête $T \ \ = T_{Ii}$), l'autre externe en trèfle ($T_{tr} = T_{Ie}$), fusionnés plus ou moins par leurs côtés internes. Quelquefois l'un de ces tubercules avorte, alors l'autre forme une moitié de lame qu'on nomme *lame cunéiforme*. De pareilles moitiés de lames sont très fréquentes chez les molaires des éléphants, mais ont été inconnues jusqu'à présent chez les molaires des mastodontes ; je les ai rencontrées chez une molaire supérieure d'*Elephas africanus* et aussi chez deux molaires supérieures d'un crâne de *Mastodon Andium*.

a. Le tubercule en crête est divisé en deux tubercules de deuxième ordre, l'un externe (T_{IIe}), l'autre interne (T_{IIi}) ; ce dernier, divisé souvent en deux tubercules de troisième ordre, l'un externe (T_{IIIe}), l'autre interne (T_{IIIi}), qui quelquefois porte un petit lobe postérieur (p).

---

[1] Séance du 6 janvier 1919.

[2] *Ueber* Elephas Trogontherii *und* Elephas antiquus, 1912. — *Die Stammesgeschichte der Elephanten* (*Centralblatt*), 1915.

b. Le tubercule en trèfle est divisé en deux tubercules de deuxième ordre, l'un externe ($T_{\mathrm{II}e}$), l'autre interne ($T_{\mathrm{II}i}$), indivis ou divisé en deux tubercules de troisième ordre, l'un externe ($T_{\mathrm{III}e}$), l'autre interne $T_{\mathrm{III}i}$), celui-ci divisé ou non en tubercules d'ordre plus élevé. Le $T_{\mathrm{II}i}$ ou ses divisions $T_{\mathrm{III}e}$ et $T_{\mathrm{III}i}$, et spécialement cette dernière, porte une carène postérieure (p) et une carène antérieure (a).

c. A défaut d'un dessin, je représente les éléments composants de la lame que je viens de décrire par la notation suivante :

$$\mathrm{LM}\,\frac{}{i}\,d\begin{cases} T_{cr}=T_{\mathrm{I}i}\begin{cases} T_{\mathrm{II}e}=\text{lobe externe } (e). \\ T_{\mathrm{II}i}=m\begin{cases} T_{\mathrm{III}e} \\ p,\ T_{\mathrm{III}i}\end{cases} =\text{lobes internes : médian } (m) \text{ et postérieur } (p).\end{cases} \\ T_{tr}=T_{\mathrm{I}e}\begin{cases} T_{\mathrm{II}i}=m\begin{cases} p,\ T_{\mathrm{III}i,a} \\ T_{\mathrm{III}e}\end{cases} =\text{lobes internes : médian } (m), \text{ postérieur } (p) \text{ et antérieur } a. \\ T_{\mathrm{II}e}=\text{lobe externe } (e).\end{cases}\end{cases}$$

d. Par cette même notation sont représentés à la fois les éléments composants d'une colline complète de mastodonte bunolophodonte, par exemple de *Mastodon Humboldti;* mais pour justifier l'homologie des éléments composants de la lame et de la colline, il faut préciser quelles sont les modifications essentielles, l'œuvre de l'évolution, qui ont transformé la colline en lame. Ce sont : 1° l'aplatissement antéro-postérieur et le développement en hauteur des tubercules congénères et surtout de leurs lobes internes médians (m); et 2° la réduction à l'état de carènes des lobes postérieur et antérieur (p, a) du tubercule en trèfle de la colline.

e. Réellement, les deux lobes internes médians ($m = T_{\mathrm{II}i} = T_{\mathrm{III}e} + T_{\mathrm{III}i}$) sont deux branches qui partent de la face interne des deux tubercules congénères, vont à l'encontre l'une de l'autre et fusionnent par leurs bases. Ces lobes et leurs ramifications successives gagnent en hauteur à mesure qu'ils s'approchent l'un de l'autre, de sorte que le sommet de la lame est en arc convexe. C'est là un des caractères zoologiques du genre *Elephas;* le sommet de la colline du genre *Mastodon* est en arc concave ou en ligne droite.

II. L'homologie et la proche parenté des lames des molaires d'*Elephas africanus* et des collines des molaires des mastodontes bunolophodontes est encore mise en évidence par les caractères suivants de leurs tubercules en trèfle :

a. Le lobe externe du trèfle de la lame et de la colline est la partie la plus importante, au point de vue de la grosseur; il engendre tous les autres lobes.

b. Le lobe externe du tubercule en trèfle de la lame et de la colline est beaucoup

plus triangulaire que le lobe externe du tubercule en crête; le bord interne du premier est beaucoup plus oblique que celui du second.

c. Les carènes *p* et *a* du trèfle de la lame et les lobes *p* et *a* du trèfle de la colline occupent les mêmes positions respectives par rapport au lobe interne médian *m*; souvent, sinon toujours, ces carènes et ces lobes ont leurs sommets libres, c'est-à-dire qu'ils sont individualisés de la même manière.

d. Les carènes individualisées de la lame sont moins hautes que le lobe interne médian auquel elles sont adossées et avec lequel elles sont fusionnées, mais à cause de l'énorme développement de ce lobe qui les a entraînées en hauteur, elles sont égales ou plus hautes que le lobe externe du trèfle qui les a produites; c'est l'inverse de ce qui se passe avec les lobes du trèfle de la colline, qui sont toujours moins hauts que le lobe externe.

e. Les carènes *p* et *a* du trèfle de la lame sont les vestiges des deux séries marginales obliques de lobes du trèfle de la colline, l'une postérieure, l'autre antérieure, auxquelles appartiennent respectivement les lobes *p* et *a*, et qui, d'un côté et de l'autre du lobe médian *m*, montent de la base vers le sommet du lobe externe *e*.

III. Les faits exposés nous conduisent à la conclusion naturelle que *les ancêtres de l'*Elephas africanus *sont issus directement des mastodontes bunolophodontes*.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la superposition des courants aériens au-dessus de la presqu'île du Cap Vert (Sénégal)*. Note [1] de M. **Henry Hubert**.

Dans l'intérieur de l'Afrique occidentale, la température observée au voisinage du sol diminue quand l'altitude augmente, ceci quels que soient les courants aériens qui soufflent aux basses altitudes (mousson ou harmattan) [2], mais à condition que les observations ne portent que sur la période de jour [3].

Cette règle se trouve en défaut notamment pour la côte sénégalaise

---

(1) Séance du 6 janvier 1919.

(2) Pour Mali (Guinée française), point le plus élevé où j'ai séjourné en Afrique occidentale, la température du jour (maximum 25° à 30° en mars) est inférieure d'une dizaine de degrés à celle de Kédougou (Sénégal) situé à 1300^{m} plus bas (différences d'altitude déterminées par le baromètre à mercure).

(3) Pendant la nuit il y a généralement inversion des températures, au moins quand la différence d'altitude est inférieure à 400^{m} (H. Hubert, *Mission scientifique au Soudan*, p. 20 et suiv.).

pendant la période de l'année où souffle l'alizé. En effet, les observations faites en hydravion, en octobre-novembre 1918, ont donné les résultats suivants :

1° *Température*. — La température paraît diminuer légèrement quand on passe de 0 à 100^m (environ 0°,5), mais cette diminution n'est pas générale [1].

A partir de la cote 100 (et parfois de la cote 0), la température monte quand on s'élève et passe par un maximum qui, suivant les jours considérés, s'observe entre 500^m et 600^m. Les variations extrêmes constatées ont été :

1° Par rapport à la température de la cote 0 :

$$+0°,9 \quad \text{à} \quad +6°,0;$$

2° Par rapport à la température de la cote 100 :

$$+2°,4 \quad \text{à} \quad +4°,2.$$

Après que le maximum est atteint, on observe un palier, ou plutôt une baisse très lente (0°,5) sur 200^m à 400^m; enfin la température diminue nettement quand on continue à s'élever (environ 1° par 100^m dans les cas les plus réguliers). On repasse ainsi toujours par la température de la cote 0 entre 1000^m et 1300^m.

2° *État hygrométrique*. — L'état hygrométrique, toujours élevé au départ — puisqu'on est sur mer — se maintient à peu près stationnaire sur une hauteur qui varie de quelques dizaines de mètres à 200^m environ [2]. Puis l'humidité relative diminue brusquement (de 15 à 40 centièmes par

---

(1) Une cause d'erreur peut être introduite au départ par suite de l'évaporation rapide de la vapeur d'eau déposée sur la boule du thermomètre. Mais cette cause d'erreur ne se prolonge pas par suite du déplacement rapide de l'avion.

(2) Les valeurs données par le psychromètre peuvent n'être que relatives puisque la vitesse de déplacement de l'appareil intervient dans les indications fournies. Cependant on peut considérer que les chiffres obtenus sont comparables à ceux donnés par un psychromètre-fronde. De plus, comme la seule perturbation possible reste pratiquement constante, on est en droit de considérer ces valeurs comme comparables entre elles.

centaine de mètres) et passe par un minimum correspondant généralement au maximum de température. A partir de ce moment, l'état hygrométrique varie indépendamment de la température et de l'altitude, tout en demeurant notablement plus bas qu'au départ et toujours inférieur à 50 pour 100.

Interprétation des résultats. — Les anomalies observées entre les cotes 0 et 600 sont dues à la superposition des deux courants aériens : alizé et harmattan [1], le premier humide et frais, venant du Nord, le second sec et chaud, venant de l'Est. L'altitude de la zone de contact est essentiellement variable et il a été impossible de la déterminer en avion [2]. On peut être assuré cependant que pendant les mois d'octobre-novembre elle a toujours été inférieure à 500^m.

Il y a d'ailleurs des périodes, toujours courtes, au cours desquelles l'harmattan descend jusqu'à terre, l'alizé ne se manifestant plus. La sortie du 27 novembre a fourni des indications intéressantes à cet égard, car au moment du départ, l'alizé soufflait encore à terre. L'harmattan fut rencontré à moins de 100^m; puis il descendit peu à peu et dès son arrivée au sol, la température monta brusquement de 2 degrés [3].

On voit qu'une étude systématique des mouvements verticaux de l'harmattan pendant la saison sèche permettrait sans doute de prévoir les fortes variations de température à la surface du sol [4].

Les variations d'état hygrométrique correspondent à la présence d'une zone de brume pour la partie voisine du sol. Lorsqu'on a dépassé la couche très chaude, très sèche et remarquablement limpide de l'harmattan, on entre généralement, au-dessus de 1000^m, dans une zone plus humide, avec un peu de brume, où l'état hygrométrique augmente. Il ne semble pas

---

(1) H. Hubert, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 627, et *Mission scientifique au Soudan*, p. 121 et suiv.

(2) Un seul essai de lancement de parachutes avait pu être effectué quand, à la suite de la signature de l'armistice, les vols ont été interrompus.

(3) Le 27 novembre 1918, outre l'alizé soufflant à terre et l'harmattan qui lui était superposé, on pouvait observer, à une très grande hauteur, des petits cumulus poussés par un vent du Sud-Ouest, c'est-à-dire par un courant aérien ayant la direction du contre-alizé.

(4) De même, les mouvements verticaux de l'harmattan pendant l'hivernage fourniraient des indications au sujet de l'apparition des grains orageux (H. Hubert, *loc. cit.*).

cependant qu'on pénètre dans un autre courant aérien : le contre-alizé, s'il existe, doit se trouver beaucoup plus haut.

Conclusions. — En résumé, l'observation directe établit les faits suivants pour la région de Dakar :

1° Superposition de l'harmattan à l'alizé, la zone de contact des deux vents étant inférieure à 500^m pour la période octobre-novembre ;

2° Température toujours plus élevée de l'harmattan à cette époque de l'année, l'augmentation de température pouvant atteindre 6° ;

3° Descente toujours possible de l'harmattan à terre, même lorsque ce vent est beaucoup plus chaud que l'alizé.

Ces résultats confirment les conclusions auxquelles j'avais été amené autrefois (1); ils leur fournissent en outre l'appui de données numériques.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'origine et le groupement des phénomènes météorologiques.* Note de M. **Eugène Mesnard**, présentée par M. Gaston Bonnier.

En me basant sur des observations notées à Rouen et contrôlées, je crois pouvoir admettre l'existence de périodes météorologiques plus ou moins compliquées par une succession de phases écourtées ou se chevauchant, groupant dans un même ordre tous les phénomènes qui intéressent nos régions européennes, et leur reconnaître, comme cause déterminante, l'ébranlement des couches d'air par des tremblements de terre (TT) d'importance notoire, des cyclones, etc., et aussi, mais à un degré moindre, les mouvements anormaux de l'atmosphère au moment des syzygies (NL) et (PL).

L'établissement d'un régime de fortes pressions barométriques ou anticyclone (AC) marque habituellement la fin de ces périodes ; par sa persistance en certains points, il peut les atténuer ou les écourter.

Les séismes qui paraissent produire les périodes les plus longues et les plus compliquées sont ceux qui ont lieu en Amérique tout le long de la grande chaîne de montagnes qui borde le Pacifique et dans les Antilles, car leurs effets se font sentir sur l'immense région d'évaporation de l'Atlan-

(1) *Loc. cit.*

tique, de la mer des Antilles, et même de l'Amazone. Les dépressions cycloniques formées sont ensuite transportées vers l'Europe où elles abordent en des points variables s'étendant de l'Islande à la côte d'Afrique.

En me basant sur une conception théorique des marées aériennes, j'ai fixé provisoirement à 833^{km} par jour la vitesse moyenne de translation de ces dépressions et j'ai été amené à reconnaître deux phases importantes dans l'effet d'un même TT de la catégorie sus-indiquée :

1° *Phase d'excitation par la terre ou par l'éther* qui se fait sentir presque immédiatement même dans les contrées éloignées;

2° *Phase d'action directe par mouvement ondulatoire de l'air* qui se fait sentir au bout d'un temps variable calculé selon la distance et peut chevaucher une période en cours.

Dans les régions voisines du lieu de production de la perturbation, et ceci s'applique aux TT de notre région méditerranéenne, les deux phases se confondent en une seule. Les phénomènes météorologiques qui se produisent alors se groupent comme suit :

a. Excitation. — Un peu avant les syzygies ou peu après un séisme important, on peut observer un léger mouvement de l'air avec formation de brumes ou même de pluie, parfois de gelées blanches.

b. Agitation. — Le *vent* SE, E, ou N, d'abord faible et mal établi, augmente; il y a des *coups de vent violents* ou des *tempêtes* par place; le temps néanmoins reste *beau* et les *étoiles scintillent vivement* le soir.

c. Fortes pluies. — Le vent tourne; la pluie tombe, parfois par rafales; des orages en quelques endroits; l'atmosphère se calme; il pleut ou il neige; il fait généralement plus froid, surtout en été.

d. Pluies fines et nébulosités. — Une nuée uniforme teinte le ciel et se résout en une pluie fine et impondérable; temps obscur et brumeux, généralement froid.

e. Asssèchement. — Alternatives de belles journées et de journées obscures et pluvieuses correspondant à une succession de dépressions cycloniques qui abordent nos régions. Retour au beau par formation d'un anticyclone.

La formation des dépressions cycloniques résulte, sans aucun doute, de la condensation de la vapeur d'eau contenue dans l'air par simple mélange de masses chaudes et de masses froides, mais on a de fortes raisons de croire à des phénomènes d'électrisation au contact des couches d'air supé-

rieures ionisées par les rayons obscurs du soleil (influence des taches solaires) avec séparation de gouttes de pluie électrisées positivement d'avec des gouttelettes beaucoup plus fines électrisées négativement et qui forment les brumes. Ces phénomènes d'électrisation seraient plus fréquents en été (orages, grêle).

En se déplaçant suivant des lois connues, les dépressions, rendues plus chaudes par la condensation elle-même, augmenteraient leur vitesse et seraient remplacées par des appels d'air froid (vents et tempêtes). Au contact des vents froids ou des montagnes, les *grosses pluies* se précipiteraient en plus grande abondance et il ne resterait plus, dans l'atmosphère peu à peu calmée, que les nuées uniformes fournissant les *pluies fines*. Le régime dominant des masses d'air asséchées produirait les *anticyclones*.

La plupart des séismes qui ont retenu mon attention se sont produits au voisinage des NL et PL, ou bien leurs phases ont été renforcées dans les mêmes conditions. Et comme d'autre part la marche des dépressions cycloniques paraît elle-même soumise à l'influence des marées aériennes, j'en suis arrivé à croire, bien que cette notion ait déjà été repoussée, que les mouvements lunaires interviennent dans le règlement des phénomènes météorologiques.

Parfois un véritable enchaînement des événements astronomiques et sismiques produit une série extrêmement longue. Voici comme exemple une succession dans laquelle les chiffres entre parenthèses indiquent les jours marquants comme pluie, neige, etc.

PL, 27 mars (27, 28, 29, 30). — Grande activité Vésuve, 2, 3 avril (2, 3, 4, 6). — Raz de marée, Toulon, 8, 9 avril (8, 9, 10). — NL, 11 avril, TT, Bagnères-de-Big., 11 avril [11, 12, 14, 15 (Raz de marée, Saint-Tropez le 15), 18, 19, 21]. — TT en Arizona et Utah, 22 avril (23, 24, 25). — Grande activité, Stromboli (25, 26, 27). — PL, 27, TT, grenade, 28 avril (28, 29, 30, 1er, 3 mai). — 2e phase du TT en Arizona (4, 5). — TT, Lassa (Grèce), 7 mai (7, 8, 9). — NL, 10 mai (11, 12). — TT, Hong-Kong, 10 au 13 (?) (13, 14, 15, 18). Sécheresse, canicule. — TT, la Serena (Chili), 20 mai [22, 23, 25 (PL, 25), 26, 27]. Important AC, sécheresse prolongée. — 2e phase du TT, la Séréna (5, 6 juin). — NL, 8 juin, important TT, Sidney (Australie) (9, 10, 11, 12, 15, 16, 18, 21, 22). Grand refroidissement mondial. — PL, 24, AC, sécheresse prolongée et néfaste. — NL, 8 juillet, 2e phase du TT de Sidney et grand cyclone à l'Ile de Gnam (Mariannes), 8 juillet (8, 9, 10, 16). — PL, 23, double AC sur Açores et sur le N. — 2e phase du cyclone, Ile de Gnam (5, 6 août). — NL, 6 août, AC. — Petite secousse, Toulon, 11 août, AC. — PL, 22, AC.

Il serait facile de recommencer une série aussi longue à partir de la NL du 6 septembre avec le grand TT des Iles Aléoutiennes 6, 7 septembre qui nous conduisait, presque sans discontinuer, jusqu'à maintenant. En remon-

tant plus loin, au contraire, on verrait que la longue série pluvieuse de la fin de l'année 1917 se terminant vers la mi-janvier, a été suivie d'une période de sécheresse jusqu'au 27 mars. Et il serait curieux de savoir, au point de vue de la prévision du temps, si les longues périodes de pluies sont toujours suivies d'une période d'assèchement.

En résumé, les phénomènes météorologiques réputés capricieux et inconstants (vents, pluie, etc.) obéissent cependant à d'autres lois de la Physique générale que celles déjà connues. Il y a lieu de croire que certains séismes importants et aussi les marées aériennes des syzygies déterminent une agitation de l'atmosphère suffisante pour engendrer une succession de phénomènes météorologiques faciles à prévoir.

Pratiquement, la T.S.F. permettrait si l'on connaissait immédiatement l'existence d'un tremblement de terre, d'informer rapidement les navigateurs et les aviateurs, qui ont à compter avec les vents et les tempêtes, du début de l'agitation atmosphérique. Les journaux quotidiens, joignant ensuite la mention de ce séisme à des bulletins météorologiques appropriés, fourniraient tous les autres éléments d'appréciation et les remettraient au point au fur et à mesure. Il y a lieu également d'espérer que les limites de prévision du temps pourraient être sensiblement reculées.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *La pluie en France. Le phénomène-parasite.* Note de M. E. **Mathias**, présentée par M. E. Bouty.

1. Supposons qu'on dispose, dans chaque département, d'un certain nombre de pluviomètres identiques recueillant la pluie à une hauteur constante ($1^{m},50$) au-dessus de la surface du sol. Imaginons les observations faites régulièrement pendant une durée uniforme assez longue pour que la hauteur annuelle moyenne h de pluie soit bien déterminée. Les nombres h dépendent de toutes les coordonnées du lieu d'observation, de la pente moyenne du terrain en ce lieu, de la position relative de celui-ci par rapport à une montagne voisine, de l'état nu, ou cultivé, ou couvert d'arbres de la surface du sol, etc. Pour une région très limitée *où la pente très faible varie d'une façon continue sans présenter nulle part de discontinuité verticale appréciable*, on pourra poser $h = f(\mathrm{A})$, f étant une fonction continue de l'altitude A. Si l'altitude ne dépasse pas quelques centaines de mètres, on peut écrire

$$h = k_0 + k\mathrm{A}. \qquad (1)$$

Exprimons h en millimètres et A en mètres; l'observation montre qu'en France le *coefficient d'altitude* k est positif et le plus souvent inférieur à 1.

La formule (1) est directement applicable à une région de plateaux peu élevés, telle que la *Combraille* (Puy-de-Dôme et Allier), comme le montre le Tableau suivant :

Station.	A.	h.	$h - 0,9$A.	$h - 0,9$(A $-$ 400).
	m	mm	mm	mm
Montaigut-de-Combraille......	625	896	333,5	693,5
Pionsat........................	528	827	351,8	711,8
Virlet..........................	508	753	295,8	655,8
Marcillat......................	495	782	326,5	696,5
			moyenne = 329,4	moyenne = 689,4
Rabanesse (station de la Plaine).	372	662	327,2	687,2

Les quatre stations de la Combraille, auxquelles on a joint l'ancienne station de la Plaine de l'Observatoire, montrent que k est voisin de 0,9; la quatrième colonne donne k_0 et la dernière la hauteur de pluie *ramenée à l'altitude de* 400^{m}. Les nombres de ces deux colonnes peuvent être regardés comme constants [1]. Or la station actuelle de la Côte de Landais, qui est à $401^{m},5$ environ, donne comme moyenne de 7 années d'observations : $h = 688^{mm}$. On voit donc que, non seulement la formule (1) est pratiquement applicable à la Combraille, mais encore qu'elle fournit pour les altitudes des deux stations de la plaine, l'ancienne comme la nouvelle, des nombres qui concordent remarquablement avec l'observation. C'est cette remarque, remontant à plusieurs années, qui a été le point de départ du présent travail.

Quand la formule (1) est applicable, la comparaison des hauteurs moyennes de pluie, h_1 et h_2, fournies par deux pluviomètres placés à des altitudes différentes A_1 et A_2, donne directement k_0 et k :

$$k = \frac{h_2 - h_1}{A_2 - A_1}, \qquad k_0 = \frac{h_1 A_2 - h_2 A_1}{A_2 - A_1}.$$

Quand l'altitude est supérieure à 400^{m} ou 500^{m}, h croît un peu plus lentement que la loi linéaire. Dans des limites larges, on peut admettre la relation

$$h = k_0 + k A - k' A^2. \qquad (2)$$

(1) En tout cas leur variation n'offre plus rien de systématique.

Le terme du second degré étant négatif, il en résulte que h passe par un maximum pour diminuer ensuite quand A croît constamment. Appliquée au pic du Midi ($A = 2859^m$), la formule (2) donne $k' = \frac{1}{20000}$. Le terme du second degré étant fort petit, on peut, sans erreur sensible, admettre que k' *est le même pour toutes les stations pluviométriques françaises;* la formule (2) devient donc, dans la pratique,

$$(3) \qquad h = k_0 + hA - \frac{1}{2}\left(\frac{A}{100}\right)^2.$$

2. Quand on compare des pluviomètres situés *en un même lieu* à des altitudes différentes, au lieu de la croissance lente avec l'altitude observée dans la Combraille, *on trouve un phénomène de sens contraire et beaucoup plus grand.* La hauteur de pluie diminue rapidement quand l'altitude relative par rapport au sol croît. Sur la tour de Münster, à York, à 65^m au-dessus du sol, la chute de pluie est, en hiver, la moitié de ce qu'elle est sur le sol au même lieu; en été, l'influence de l'altitude relative est moindre qu'en hiver [1].

Ce *phénomène-parasite* tient au support du pluviomètre (mur, terrasse, tour), qui fonctionne comme un obstacle au déplacement horizontal de l'air et *oblige celui-ci à s'écouler verticalement de bas en haut;* dès lors, l'obliquité de la pluie augmente et par suite l'indication du pluviomètre diminue. Le *phénomène-parasite* est plus marqué en hiver qu'en été parce que la vitesse moyenne du vent est plus grande en hiver qu'en été.

Au sommet de la Tour Eiffel, malgré la structure grillagée de la Tour, qui n'oppose pas un obstacle absolu au déplacement horizontal de l'air, le *phénomène-parasite* est tellement grand en hiver qu'il aboutit à l'annulation de la vitesse de chute de la pluie, *celle-ci se produisant horizontalement* [2], le pluviomètre ne reçoit donc rien; dans la belle saison (août, septembre, octobre), le phénomène est moins marqué et le pluviomètre du sommet de la Tour reçoit de la pluie.

3. Toute discontinuité du terrain dans le sens vertical donne le *phénomène-parasite:* c'est pourquoi, si l'on cherche l'influence de l'altitude, il faut que la pente reste toujours faible et continue, ce qui est un cas idéal.

Dans la pratique, la hauteur annuelle moyenne h observée n'est pas celle

---

(1) J. HANN, *Lehrbuch der Meteorologie*, p. 311.

(2) ANGOT, *Ann. du Bur. Central météor.* (Mémoires de 1889, p. B.147 et 148).

du cas idéal; pour revenir à celui-ci, il faut, en chaque lieu, ajouter à h une correction, positive ou négative, qui mesure l'*anomalie* de la station. La connaissance des anomalies est donc nécessaire pour connaître les constantes des équations (1) ou (3).

Si les pluviomètres sont nombreux et placés de toutes les façons possibles, on pourra admettre que la somme algébrique des anomalies d'un département, par exemple, est sensiblement nulle. Si, de plus, les anomalies d'un département restent du même ordre de grandeur, elles pourront se détruire 2 à 2, 3 à 3, etc. Si elles ne sont pas du même ordre de grandeur, ou si elles sont peu nombreuses, il y aura des *anomalies résiduelles*.

SISMOLOGIE. — *Sur la théorie des ondes sismiques.* Note (¹) de M. CARLO SOMIGLIANA.

Les ondes superficielles découvertes par Lord Rayleigh en 1885 ont acquis une importance fondamentale dans la théorie des oscillations sismiques, après que Oldham a démontré qu'elles peuvent représenter la troisième phase de l'oscillation du sol, les *undæ longæ*, ainsi nommées, qui sont les plus amples et qui produisent les plus grands désastres.

La théorie des ondes de Rayleigh peut toutefois être étudiée d'un point de vue plus général, qui conduit à considérer deux nouveaux types d'ondes, dont la possibilité théorique dans un sol illimité est identique à celle des ondes de Rayleigh. Il se présente alors la question de la possibilité d'une interprétation physique de ces nouvelles ondes, c'est-à-dire s'il existe réellement des oscillations du sol qui aient du moins en général les propriétés de ces nouvelles ondes. On verra dans la suite la réponse qu'on peut donner à cette question.

Considérons dans un sol indéfini, limité par le plan $z=0$, un système d'ondes planes dont les composantes de vibration suivant les axes des x et des y soient

$$u=\frac{1}{2q_1}\Phi(q_1z+x-V_1t)+\frac{q_2}{1-q_2^2}\Psi(q_2z+x-V_2t),$$
$$w=\frac{1}{2}\Phi(q_1z+x-V_1t)-\frac{1}{1-q_2^2}\Psi(q_2z+x-V_2t),$$

la composante v suivant l'axe des y étant nulle.

Dans ces formules q_1, q_2, V_1, V_2 sont des constantes et Φ, Ψ des fonctions

(¹) Séance du 6 janvier 1919.

arbitraires. La vibration qui dépend de Φ est longitudinale, celle qui dépend de Ψ est transversale. Les équations du mouvement sont satisfaites si l'on a

$$a^2(1+q_1^2)=V_1^2, \qquad b^2(1+q_2^2)=V_2^2,$$

où a et b sont les vitesses respectives de propagation des ondes longitudinales et transversales.

Les constantes V_1, V_2 représentent la vitesse de propagation sur la surface du sol ($z=0$) dans la direction de l'axe des x de ces deux systèmes d'ondes. Si nous supposons que ces deux vitesses sont égales, en appelant V leur valeur commune, on aura

$$(1) \qquad V^2=a^2(1+q_1^2)=b^2(1+q_2^2).$$

Pour qu'un tel couple d'ondes planes, que nous appellerons *associées*, puisse exister réellement dans un sol plan, sur lequel n'agit aucune force extérieure, la tension élastique superficielle doit s'annuler, c'est-à-dire qu'il faudra avoir, pour $z=0$ et avec les notations habituelles, les conditions

$$Z_x=\mu\left(\frac{\partial u}{\partial z}+\frac{\partial w}{\partial x}\right)=0, \qquad Z_y=\mu\left(\frac{\partial w}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial z}\right)=0,$$

$$Z_z=\lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial w}{\partial y}\right)+2\mu\frac{\partial w}{\partial z}=0,$$

où λ et μ sont les deux constantes élastiques de Lamé. La deuxième de ces conditions est identiquement vérifiée; il en est ainsi de la première si l'on suppose $\Phi=\Psi$. La troisième condition, après élimination de q_1 et q_2 au moyen des égalités (1), donne

$$(2) \qquad \left(\frac{V^2}{b^2}-2\right)^4-16\left(\frac{V^2}{a^2}-1\right)\left(\frac{V^2}{b^2}-1\right)=0.$$

Cette équation est identique à celle trouvée par Lord Rayleigh pour déterminer la vitesse de propagation de ses ondes superficielles.

En posant $V^2=yb^2$, en introduisant le coefficient de Poisson

$$\sigma=\frac{1}{2}\frac{\lambda}{\lambda+\mu}$$

et en supprimant le facteur commun V^2, cette équation devient

$$(3) \qquad y^3-8y^2+8\frac{2-\sigma}{1-\sigma}y-\frac{8}{1-\sigma}=0.$$

Elle a toujours une racine réelle comprise entre o et 1. Les valeurs des constantes q_1, q_2 correspondantes à cette racine, données par les formules

$$q_1 = \pm\sqrt{y\frac{b^2}{a^2} - 1}, \qquad q_2 = \mp\sqrt{y - 1},$$

sont par conséquent des quantités imaginaires. Les ondes correspondantes, données par les formules précédentes, sont analogues aux ondes de Rayleigh; ces dernières en effet peuvent être considérées comme des ondes planes à plan d'onde imaginaire.

Quand ces deux autres racines de l'équation (3) sont réelles, elles sont plus grandes que 1, et l'on a pour les constantes q_1, q_2 des valeurs réelles. Si l'on appelle θ_1, θ_2 les angles que les normales aux plans des ondes font avec l'axe des x, communément nommés *angles d'émergence*, on a

$$q_1 = \operatorname{tang}\theta_1, \qquad q_2 = \operatorname{tang}\theta_2.$$

Alors θ_1, θ_2 sont réelles. Ce sont les deux nouveaux systèmes d'ondes, dont j'ai parlé au début. Or les limites entre lesquelles peut varier σ sont, suivant la théorie,

$$-1 < \sigma < \frac{1}{2},$$

et la formule (3) a effectivement deux racines réelles plus grandes que *un* pour toutes les valeurs de σ comprises entre -1 et une valeur $\sigma' = 0,263\ldots$, auxquelles correspondent des valeurs réelles pour les angles d'émergence θ_1, θ_2. Or la valeur généralement admise pour le coefficient σ des couches terrestres superficielles est $\sigma = 0,25$; cette valeur est donc comprise entre les limites pour lesquelles correspondent des racines réelles pour l'équation de Rayleigh.

Les interprétations que l'on peut donner aux résultats précédents sont les deux suivantes :

On peut d'abord supposer que les trois groupes d'ondes que l'on observe dans les sismogrammes, c'est-à-dire les *undæ primæ*, *undæ secundæ*, *undæ longæ*, sont représentés par les trois systèmes d'ondes associées qui correspondent aux trois racines de l'équation de Rayleigh. Ce serait l'hypothèse la plus attrayante. Or, des observations il résulte que le rapport des vitesses de propagation des ondes *primæ* et *secundæ*, $V_p : V_s$, varie si peu qu'on peut le considérer comme une vraie constante terrestre; il est compris entre 1,80 et 1,85. Le rapport $V_1 : V_2$ des vitesses correspondant aux deux racines réelles de l'équation (3) plus grandes que *un*, quand σ varie

de -1 à σ', varie d'une valeur peu inférieure à 2 jusqu'à 1. Et pour $\sigma = -0,25$, moyenne des valeurs possibles de σ, on a $V_1 : V_2 = 1,84$. On devait donc en conclure que le coefficient de Poisson pour la Terre devrait être à peu près égal à $-0,25$. Mécaniquement cela est possible; mais physiquement on ne connaît pas de corps ayant pour σ des valeurs négatives.

On peut encore interpréter autrement les solutions trouvées pour donner une explication des sismogrammes représentant les ondes *longæ*. Dans ces sismogrammes on peut généralement distinguer trois groupes d'ondes et, pour le rapport des vitesses des deux premiers groupes plus rapides, on trouve des valeurs comprises entre 1,12 et 1,20. Or si nous supposons dans l'équation (3) $\sigma = 0,25$, valeur généralement acceptée par les sismologues pour les couches terrestres superficielles, on trouve, pour le rapport des deux plus grandes vitesses réduites de la formule (3), la valeur

$$\frac{V_1}{V_2} = 1,12.$$

Cette valeur concorde bien avec celles observées. La deuxième interprétation peut donc donner une explication des faits que jusqu'à présent la théorie mécanique des ondulations sismiques avait rarement considérée.

SISMOLOGIE. — *Ébranlements du sol causés par des explosions.* Note de M. L. Éblé, présentée par M. B. Baillaud.

Au cours de cette guerre, un certain nombre d'explosions accidentelles, que les journaux ont signalées, se sont produites relativement près de Paris, où le bruit en a été nettement perçu. Les seules qui aient impressionné les sismographes de l'Observatoire du Parc Saint-Maur sont les suivantes :

Le 4 mars 1916 (Saint-Denis), 20^{km} NW, à $9^h 26^m 4^s$. Le déplacement maximum du sol dans la direction NS s'élève à 4^μ, dans la direction EW à 8^μ. Le début présente deux phases distinctes séparées par un intervalle de 5 à 6 secondes.

Le 28 janvier 1917 (Massy-Palaiseau), 24^{km} WSW, entre 14^h et 17^h. On relève une série de très petits mouvements, d'une durée d'une dizaine de secondes, dans lesquels le maximum se présente régulièrement 5 secondes après le début. Il n'est pas certain qu'ils soient dus à des explosions, car on

en relève de tout à fait semblables à une date antérieure, à laquelle on n'a signalé aucun accident.

Le 15 juillet 1917 (Mitry), 19^{km} NNE, à $21^h42^m29^s$. Le déplacement maximum du sol suivant chaque composante est d'environ 2^{μ}; la durée totale est de près de 2 minutes, et l'on distingue un maximum très net à $21^h43^m25^s$. Un observateur exercé a ressenti le mouvement sans percevoir aucun bruit. Le grand baromètre enregistreur du Parc Saint-Maur présente à ce moment un tracé coupé par un trait vertical mesurant 6^{mm}, ce qui correspond à plus de 1^{mm} de mercure; le baromètre semblable du Bureau Central météorologique ne manifeste aucune particularité.

Le 15 mars (La Courneuve), 17^{km} NNW, à $12^h43^m10^s$. Le déplacement du sol atteint 51^{μ} et 27^{μ} dans les directions NS et EW; la durée totale est de 2 minutes. Le début présente trois phases à $12^h43^m10^s$, $12^h43^m13^s$ et $12^h43^m18^s$. Le baromètre enregistreur accuse une hausse de $1^{mm},4$ de mercure, suivie immédiatement d'une baisse de $1^{mm},1$; le baromètre du Bureau Central présente également une dénivellation subite, mais beaucoup moindre.

Dans ces deux cas, il nous semble que le barographe a bien agi comme enregistreur de pressions, et non pas comme sismographe vertical par l'intermédiaire de son poids tenseur. En effet, le déplacement du sol a dû être le même au Parc Saint-Maur et à Paris, mais non pas le déplacement de l'air, réduit par la présence des maisons.

Nous signalons enfin que, dans les nuits où l'artillerie antiaérienne est entrée en action, les diagrammes du grand sismographe horizontal offrent un aspect particulier que nous pourrions appeler *ponctué*, et qui permet de les reconnaître immédiatement.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux au 1er janvier* 1919. Note de M. **Ch. Dufour**.

Les valeurs, données ci-dessous, pour les éléments magnétiques au 1er janvier 1919 à l'Observatoire du Val-Joyeux (latitude 48°49′16″, longitude 2°0′52″E Gr.) résultent de la moyenne des observations horaires relevées sur le magnétographe le 31 décembre 1918 et le 1er janvier 1919 et rapportées à des mesures absolues. La variation séculaire est la différence entre ces valeurs et celles qui ont été indiquées pour le 1er janvier 1918 [1].

[1] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 174.

Valeurs absolues et variations séculaires des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux.

	Valeurs absolues pour l'époque 1919,0.	Variation séculaire.
Déclinaison	13° 8',10	— 8',91
Inclinaison	64°43',7	+ 1',9
Composante horizontale	0,19674	—0,00014
» verticale	0,41673	+0,00028
» nord	0,19159	—0,00002
» ouest	0,04471	—0,00053
Force totale	0,46085	+0,00020

La diminution de la déclinaison reste toujours très rapide; la composante horizontale, qui a passé par un maximum en 1912, continue de décroître, tandis que l'inclinaison augmente, après avoir présenté un minimum bien net en 1914.

BOTANIQUE. — *Sur la fleur femelle des* Ruscus. Note (1) de M. J. PAVILLARD, présentée par M. Guignard.

L'organisation florale des *Ruscus* est bien connue dans ses traits généraux; la présente Note est simplement destinée à préciser certains détails ou à combler quelques lacunes subsistant encore dans les descriptions classiques.

Ainsi Bentham et Hooker (*Genera plant.*, 1883) d'une part, Edm. Boissier (*Flora orient.*, 1884) d'autre part, considèrent l'androcée des fleurs femelles comme réduit à l'utricule coloré résultant de la concrescence des filets staminaux; cependant Kunth (*Enumeratio*, V, 1850) avait déjà signalé l'existence d'anthères vides, abortives, autour du stigmate des mêmes fleurs. Cette existence, sommairement traduite par les figures récentes de C.-K. Schneider (2), est incontestable : les anthères stériles,

(1) Séance du 6 janvier 1919.

(2) C.-K. SCHNEIDER, *Illustriertes Handbuch der Laubholzkunde*, t. 2, p. 861, Iéna, 1912.

réduites à leur paroi, ouvertes suivant la ligne normale de déhiscence, forment, autour du style un peu étranglé à ce niveau, une double collerette, incolore, régulièrement ondulée, comme festonnée à la base du stigmate (*fig.* 1).

Des contradictions analogues, mais plus graves, se manifestent à

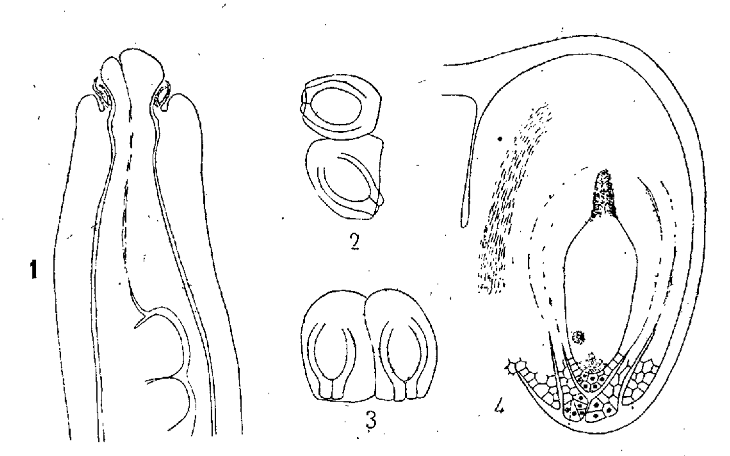


Fig. 1 et 2. — *Ruscus hypophyllum* var. *hypoglossum* : 1. Coupe longitudinale de la fleur femelle, montrant les anthères stériles et les deux ovules. — 2. Les deux ovules de face.

Fig. 3 et 4. — *Ruscus aculeatus* : 3. Les deux ovules de face. — 4. Coupe longitudinale axile d'un ovule montrant le micropyle et l'hypostase.

(Gr. : fig. 1 à 3, 25 environ; fig. 4, 100 environ.)

l'égard du pistil. Sans doute, les auteurs s'accordent aujourd'hui sur sa nature monocarpellée, mais la situation est moins nette à l'égard des ovules, développés, comme on le sait, au nombre de deux dans l'unique cavité ovarienne.

Sans remonter aux précurseurs, Endlicher, Kunth, dont les idées, plus ou moins exactes, s'expriment en formules désuètes, l'opinion moderne paraît avoir été fixée par Bentham et Hooker, qui attribuent au genre *Ruscus* « *ovula in loculo duo, collateralia, orthotropa* ». La thèse des éminents auteurs anglais est adoptée sans restrictions par Van Tieghem (*Traité de Botanique*), par Engler (*Pflanzenfamilien*), etc. Seul, à ma connaissance, parmi les contemporains, Baillon exprime un avis différent, reconnaissant aux *Ruscus* deux ovules collatéraux, ascendants, incomplètement anatropes (*Histoire des Plantes*, t. 12, 1892, p. 513).

J'ai pu récemment disséquer ou examiner sur coupes de nombreux

pistils de *R. aculeatus* et de *R. hypophyllum var. hypoglossum*, abondamment fleuris tous les deux dans notre midi méditerranéen dès le mois de décembre.

Largement insérés sur le placenta par une masse funiculaire correspondant à peu près à la moitié de leur longueur, les deux ovules, disposés et orientés différemment suivant l'espèce, sont toujours et nettement *anatropes* dans tous les cas.

L'ovaire ramassé, presque globuleux du *R. aculeatus*, abrite deux ovules sensiblement égaux, juxtaposés, orientés dans le même sens; le micropyle est dirigé vers le bas; le raphé demeure localisé entre le nucelle et le placenta : ces ovules sont donc anatropes et apotropes (*fig.* 3 et 4).

Dans la seconde espèce étudiée, l'ovaire est allongé, fusiforme, un peu arqué; sa plus forte convexité correspond à la nervure médiane (antérieure) du carpelle; les ovules sont superposés, comme l'indique le dessin minuscule et par ailleurs incorrect de C. K. Schneider (*loc. cit.*).

Ces ovules, inégalement inclinés sur le bourrelet placentaire, sont toujours orientés en sens inverse l'un de l'autre; l'un tourne son micropyle à droite, l'autre à gauche du plan de symétrie de l'ovaire; parfaitement anatropes dans tous les cas, ils peuvent donc être individuellement apotropes ou épitropes suivant leur orientation respective dans l'ovaire (*fig.* 2).

Les ovules, très volumineux, possèdent la même organisation générale que dans le Lis : le tégument interne, épaissi au sommet, dépasse le tégument externe et délimite seul le canal micropylaire, étroit et sinueux. Le sac embryonnaire, relativement énorme, s'étend dans presque toute la longueur du nucelle.

Dans le *R. aculeatus*, son extrémité profonde, progressivement rétrécie, s'achève dans un diverticule tubuleux abritant les trois antipodes; elle est complètement enveloppée par une gaine scléreuse, formée de cellules lignifiées à ornementation scalariforme. Cet appareil rappelle les « trachéides » signalées pour la première fois par Treub en 1891 (dans *Casuarina*) et retrouvées ensuite par Van Tieghem qui a systématisé, comme on sait, sous le nom d'*hypostase*, les formations similaires localisées entre la chalaze et le sac embryonnaire (*fig.* 4).

BOTANIQUE. — *Cultures maraîchères expérimentales au bord de la mer.* Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Au cours de mes recherches sur l'influence du climat marin sur la végétation d'Erquy [1], je me suis spécialement occupé des cultures maraîchères qui réussissent plus difficilement au bord de la mer à cause des à-coups de végétation beaucoup plus nombreux en ces régions qu'à l'intérieur des terres. Pour combattre les effets de la sècheresse qui tue rapidement de nombreux légumes dans les jardins établis sur le sable des dunes, j'ai, concurremment avec l'arrosage capillaire [2], employé des substances hygrophiles telles que les Sphaignes vivantes et du fumier de vache bien consommé. Dans un carré de jardin uniformément éclairé et ayant porté depuis longtemps les mêmes cultures dans toute son étendue, j'ai établi trois plates-bandes semblables. La première servait de témoin; la seconde fut creusée dans toute son étendue, sur une profondeur de $0^m,35$; au fond, j'y plaçai un matelas uniforme de Sphaignes pressées de $0^m,20$ d'épaisseur que je recouvris de $0^m,15$ de terre végétale; la troisième fut préparée comme la seconde, les Sphaignes étant remplacées par du fumier de vache. Dans ces trois plates-bandes, je plantai comparativement des salades (Laitue blonde maraîchère, Romaine, Scarole, Chicorée) provenant de plants choisis aussi identiques que possible et issus de graines sélectionnées par moi-même. Dans chacune d'elles, en des points semblables, je plaçai des thermomètres pour couches destinés à me renseigner sur les températures journalières de substratum à une même profondeur, au même moment, températures qui, comme on sait, ont une grande influence sur l'absorption et, par suite, sur l'équilibre de végétation.

L'expérience fut commencée dans les premiers jours de juillet 1917. La moitié des jeunes plants fut mise dans le sol au début d'une pluie qui dura deux jours; la seconde moitié fut plantée deux jours plus tard, c'est-à-dire après la pluie. Du fait de ce minime retard, il y eut une reprise plus lente et moins bonne chez les deuxièmes exemplaires et par la suite ils restèrent moins vigoureux et moins beaux. Ainsi, au

---

(1) Lucien Daniel, *Cultures expérimentales au bord de la mer* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 483).

(2) Lucien Daniel, *Sur les effets de l'arrosage capillaire* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 525).

bord de la mer, une cause originelle, de peu de valeur en apparence, retentit sur le rendement des légumes d'une façon hors de proportion avec sa faiblesse; et cela est plus prononcé qu'à l'intérieur des terres ainsi que je m'en suis assuré depuis à plusieurs reprises.

Au bout d'une huitaine de jours de beau temps survinrent des pluies intermittentes alternant avec des journées chaudes et ensoleillées qui permirent aux salades cultivées sur Sphaignes d'atteindre leur développement complet quatre semaines après leur transplantation. A ce moment, les Chicorées et les Scaroles avaient 65^{cm} à 75^{cm} de diamètre; les Romaines et les Laitues blondes étaient bien pommées et fort tendres. Les exemplaires venus sur fumier étaient un peu moins développés, quoique très beaux. Les moins avancés étaient les témoins. Dans chaque lot, on remarquait des différences de teinte suivant la nature du substratum et sa valeur relative comme substance hygrophile; il en était de même pour la saveur et la dureté relative des feuilles.

La cinquième semaine, survinrent d'abondantes pluies orageuses et l'humidité devint rapidement nuisible. Ce furent les salades poussant sur le fumier qui souffrirent les premières; quelques-unes pourrirent par le cœur de la rosette et fondirent, suivant l'expression des maraîchers. Celles qui étaient venues sur Sphaignes ne pourrirent pas, mais leurs vieilles feuilles jaunirent quand les témoins restaient en bonne santé. Vers le 16 août, les pluies cessèrent et furent suivies d'une période de forte sécheresse. Ce furent encore les témoins qui résistèrent le mieux; les salades cultivées sur Sphaignes se fanèrent progressivement sans périr; celles poussant sur le fumier présentèrent d'assez nombreux cas de folletage ou mort par rupture brusque entre l'entrée et la sortie de l'eau dans la plante. Ayant à ce moment cueilli des pieds venus en des points comparables des trois plates-bandes, je constatai qu'au niveau du collet la dureté et la lignification étaient fort différentes. D'une façon générale, le durcissement était plus marqué dans les plantes cultivées sur Sphaignes et il était surtout prononcé chez les Chicorées, bien qu'aucune des salades n'eût commencé à monter en fleurs. Or, les températures du sol, à une même profondeur, étaient très différentes dans les trois plates-bandes au même moment et elles variaient de 1° à 3° dans les Sphaignes par rapport au fumier et au sol normal voisins, toujours plus chauds. Il s'était donc produit, dans le marais artificiel formé par les Sphaignes vivantes, un phénomène analogue à celui qui se passe dans les marais tourbeux naturels, c'est-à-dire une sorte d'adaptation xérophytique due à l'insuffisance d'absorption causée par la température plus basse du substratum.

Les résultats brièvemement exposés dans cette Note concernent les salades exclusivement. D'autres légumes, tels que les Choux cabus, expérimentés au même moment et dans les mêmes conditions, n'ont pas pommé sur Sphaignes et sont moins bien venus sur couche de fumier qu'en sol

normal. Dans d'autres essais, faits en 1918, j'ai constaté que les résultats des cultures varient en intensité suivant les épaisseurs relatives du substratum hygrophile et ses propriétés absorbantes très changeantes suivant le mode de préparation et l'état de fraîcheur des Sphaignes, suivant l'épaisseur de la couche de terre qui recouvre le substratum, l'époque des plantations, les conditions météorologiques des étés, etc.

En résumé, ces faits établissent une fois de plus l'importance fondamentale du régime de l'eau dans les cultures maraîchères du bord de la mer. Ils font voir que l'excès de la nourriture azotée est un des facteurs de la fonte et du folletage des salades quand ces plantes subissent des à-coups élevés dans leur végétation et que la structure xérophytique peut être provoquée expérimentalement chez elles, dans certaines conditions de milieu extérieur, par leur culture sur un substratum d'épaisseur convenable formé par des Sphaignes vivantes maintenues suffisamment humides pendant les fortes sécheresses de l'été.

CHIMIE AGRICOLE. — *Indice de chlore comme mesure comparative de la richesse des terres en humus.* Note [1] de MM. **L. Lapicque** et **E. Barbé**, présentée par M. L. Maquenne.

A l'occasion d'une recherche toute différente, nous avons constaté que l'hypochlorite de soude (eau de Javel), en réagissant sur des terres arables diverses, s'appauvrit en chlore actif dans des proportions très largement variables. Cet effet, qui donne la mesure de l'oxydabilité des terres mises en expérience, est évidemment en rapport avec leur teneur en humus; c'est pour avoir une indication au moins approximative sur cette importante donnée que nous avons institué la technique suivante; comme on va le voir, elle présente sur toute autre l'avantage de pouvoir être pratiquée sur le terrain même et en un temps très court.

A l'aide d'un centilitre en étain on mesure 10^{cm^3} de terre, bien émiettée, débarrassée de ses cailloux et soigneusement échantillonnée; on les place dans un flacon bouchant à l'émeri d'environ 150^{cm^3} de capacité, on y ajoute 50^{cm^3} d'eau de Javel à 5^{vol} ou 10^{vol} de chlore et l'on agite vive-

---

(1) Séance du 6 janvier 1919.

ment pendant 1 minute. Après une demi-heure [1], pendant laquelle il convient d'agiter encore à plusieurs reprises, on procède au dosage de l'hypochlorite restant. Pour cela on laisse déposer, on prélève avec une pipette 2^{cm^3} du liquide plus ou moins clair qui surnage, on les introduit dans une fiole de 100 à 150^{cm^3}, on ajoute 50^{cm^3} d'eau, puis 5^{cm^3} d'une solution d'iodure de potassium à 20 pour 100, on acidule par 2^{cm^3} d'acide chlorhydrique pur et l'on titre à l'hyposulfite, en s'aidant de l'empois d'amidon comme indicateur.

On recommence la même opération avec 2^{cm^3} d'eau de Javel neuve; la différence des deux titrages, multipliée par 2,5, donne le volume de chlore actif disparu pour 1^{cm^3} de terre.

S'il a disparu plus de la moitié du chlore, il faut recommencer l'attaque de la terre avec un volume double d'eau de Javel et alors multiplier le chiffre trouvé par 5.

Nous nous sommes assurés que la température, entre ses limites usuelles, la lumière, non plus que la richesse en calcaire de la terre essayée, n'influencent pas sensiblement les résultats.

Remarque. — Nous prenons un *volume* et non un *poids* déterminé de terre, moins pour éviter le transport d'une balance quand l'opération doit être faite sur place que pour la raison suivante : la pesée suppose une détermination de résidu sec, sous peine de perdre toute signification; la mesure, faite toujours de la même manière et par une main un peu exercée, donne une masse sensiblement indépendante de l'humidité entre de larges limites. Il suffit qu'on n'ait, ni de la terre presque absolument sèche, ni de la boue presque liquide, deux cas donnant l'un comme l'autre des chiffres trop faibles.

Tout le matériel nécessaire à une douzaine de ces essais peut tenir dans une caissette légère de quelques décimètres cubes de volume, donc très aisément transportable.

Le Tableau suivant donne quelques-uns des résultats que nous avons obtenus par application de cette méthode.

---

(1) Ce temps, que l'on pourrait sans inconvénient porter à 1 heure, est purement conventionnel; la réaction peut, en effet, se poursuivre pendant longtemps encore, plusieurs heures ou plusieurs jours, mais avec une vitesse tellement ralentie que 5 minutes en plus ou en moins sur la durée totale d'une demi-heure n'ont plus guère d'influence sur le résultat final, à la condition toutefois que le mélange ait été convenablement agité.

Provenance de la terre.	Rapport chlore-terre (en volumes).
Champagne.	
1. La Melette, labour sur plateau	17
2. » pâturage voisin	11
3. La Neuville-au-Pont, labour à flanc de coteau	15
4. » » sous-sol	11
5. Minaucourt, pâturage en fond de vallée	18
6. » » sous-sol	10
7. Auberive, labour en plaine	19
8. Châlons-sur-Marne, terreau de vigne	81
Environs de Paris.	
9. Plateau de Satory, champ de manœuvres	7
10. » » sous-sol	4
11. » sous-bois voisin	50
12. Bois de Meudon, pente de ravin	17
13. Garches, bois sur le plateau	64
14. Survilliers, sous-sol profond, sableux	1,5
15. » » limoneux	3,2
16. Ballancourt, tourbe	175
Meuse, près Verdun.	
17. Labour en plaine	14
18. Autre terre semblable	15
19. Sous-bois	31
20. Terrain retourné par les obus	5

On voit que les terres labourées (1, 3, 7, 17, 18) donnent des chiffres assez constants, généralement compris entre 15 et 20. Les sous-sols, pris entre 20^{cm} et 40^{cm} de profondeur (4, 6), sont déjà notablement moins riches en matières oxydables, et cette richesse tend vers zéro à mesure que la profondeur augmente (14, 15). Les sous-bois (11, 19) donnent des valeurs doubles ou triples, quelquefois mêmes voisines (13) de celles que fournit le terreau (8); la tourbe, enfin, monte à 10 fois la valeur moyenne des terres labourées (16).

Les terres en pente sont moins riches que celles des plateaux ou des

plaines, ce qui s'explique par le ruissellement des eaux; le champ de manœuvres de Satory, qui sert à des exercices du génie et à des tirs d'artillerie et est par suite profondément remué, donne des chiffres très bas; il est devenu à peu près stérile (9, 10). C'est une valeur tout à fait du même ordre que l'on a trouvée pour un sol fortement « marmité » des environs de Verdun (20), qui avait revêtu cet aspect que l'on caractérise par l'expression de « paysage lunaire ».

Le procédé que nous indiquons fournit donc, très simplement, un *indice* qui classe les terres dans l'ordre de leur richesse probable en humus. Des études ultérieures pourront en préciser la signification agronomique; néanmoins nous pensons qu'il peut dès aujourd'hui rendre service dans un grand nombre de cas, et particulièrement pour apprécier l'état où les combats ont laissé le sol dans les régions à reconstituer.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur le pouvoir absorbant de la terre sèche ou humide vis-à-vis du chlore gazeux.* Note de MM. **Daniel Berthelot** et **René Trannoy**, présentée par M. Moureu.

Au cours de l'hiver 1915-1916, alors que se généralisait l'emploi de vagues de gaz chlorés comme moyen d'agression contre nos troupes, nous entreprîmes quelques expériences pour voir jusqu'à quel point la terre pouvait servir d'agent de protection.

Nous déterminâmes successivement le pouvoir absorbant de diverses variétés de terres sèches ou humides, d'abord vis-à-vis d'une atmosphère de chlore à peu près immobile, puis vis-à-vis de courants gazeux de vitesses variées.

Dans la première série d'expériences, on opérait sur de la terre fine, passée au tamis de 10 mailles au centimètre, comme celle qui sert à l'analyse chimique des terres. La terre était desséchée à 110°-120°. On en pesait 10^g, que l'on répartissait en couche uniforme dans une capsule cylindrique de 67^{mm} de diamètre, soit de $35^{cm^2},25$ de surface. Les capsules contenant les divers lots étaient placées sous une cloche de verre lutée au suif sur un plateau. Le chlore arrivait dans la cloche par un tube plongeant dans un flacon vide afin d'éviter la chute possible dans les terres de gouttelettes entraînées; il passait ensuite dans un système de deux flacons laveurs, le premier vide, servant de flacon de sûreté, le second servant de compteur. Quand la cloche était pleine de gaz, on modérait le débit pour n'avoir plus

que de rares bulles indiquant que la pression dans la cloche restait toujours un peu supérieure (de 1^{cm} d'eau environ) à la pression atmosphérique. Après 2 heures de séjour des terres dans la cloche, on enlevait celle-ci, on ajoutait à chaque capsule 10^g de chaux vive du marbre qui en recouvrait complètement la surface. Le dosage du chlore se faisait par calcination en présence de chaux vive, puis par le nitrate d'argent et le sulfocyanure. Le nombre brut obtenu était corrigé de la quantité, toujours faible, de chlore préexistant, dosée préalablement par la même méthode.

Trois séries d'essais ont été faits : (A) sur 10^g de terre sèche ; (B) sur 10^g de terre sèche additionnée de $1^g,1$ d'eau, c'est-à-dire contenant 10 d'eau pour 100 de poids total; (C) sur 10^g de terre sèche additionnée de $2^g,5$ d'eau, c'est-à-dire contenant 20 d'eau pour 100 de poids total.

Les essais ont porté sur six terres différentes, dont nous indiquons les teneurs en chaux et en chlore par kilogramme de terre et qui sont rangées ci-après dans l'ordre de leur teneur en chaux :

	CaO.	Cl.
I. Sable blanc siliceux, récemment extrait d'une carrière du bois de Meudon....	traces	g 0.036
II. Sable jaune siliceux ferrugineux formant le sous-sol de la terre V............	g 0,5	0,009
III. Terre du bois de Meudon............	2,5	0,080
IV. » du bois de Meudon..............	6,2	0,080
V. » du potager de Meudon..........	7,7	0,052
VI. » du bois de Meudon..............	8,4	0,027

		Nombre de centigrammes de chlore absorbés en 2 heures à la température de 20° par		
		10^g de terre sèche. A.	10^g de terre et $1^g,1$ d'eau. B.	10^g de terre et $2^g,5$ d'eau. C.
Sable siliceux	blanc (I)............	cg 0,1	cg 0,4	cg 1,5
	ferrugineux (II)......	1,9	2,0	2,9
Terre végétale	du bois (III)..........	5,0	11,8	13,0
	du bois (IV)..........	5,6	11,3	12,0
	du potager (V).......	5,6	15,4	16,9
	du bois (VI).........	5,2	12,8	13,5

On tire de là les conclusions suivantes :

1° Le sable blanc absorbe mal le chlore et est peu efficace comme agent de protection.

2° Le sable jaune ferrugineux, bien que préférable au précédent, est très inférieur à la terre végétale.

3° L'humidité augmente à peine le pouvoir absorbant de ces sables. La différence qui existe entre les colonnes B et C pour une même terre est imputable au pouvoir absorbant de l'eau en excès. Les échantillons C diffèrent des échantillons B parce qu'ils contiennent $1^g,4$ d'eau en plus, capable d'absorber à 20° $0^{cg},7 \times 1,4$, c'est-à-dire environ 1^{cg} de chlore. Or, au degré de précision d'expériences de ce genre, on retrouve cette différence constante de 1^{cg} entre les nombres B et C.

4° La terre végétale a un pouvoir absorbant supérieur à celui du sable; ce pouvoir est du même ordre pour les divers échantillons de terre; il ne paraît pas dépendre de la teneur en chaux.

5° Le pouvoir absorbant de la terre végétale humide est de 2 à 2,5 fois celui de la terre sèche; il est le plus marqué sur l'échantillon V (terre du potager). L'augmentation du chlore absorbé quand on passe de la colonne A (terre sèche) à la colonne B (terre à 10 pour 100 d'eau), ne s'explique pas par le pouvoir absorbant propre de l'eau ajoutée, car $1^g,1$ d'eau ne serait capable que de dissoudre $0^{cg},7 \times 1,1$, soit $0^{cg},8$ de chlore environ, alors que l'augmentation observée oscille entre 6^{cg} et 10^{cg}, c'est-à-dire est sensiblement décuple. Au contraire, l'augmentation de la colonne C (terre à 20 pour 100 d'eau), par rapport à la colonne B (terre à 10 pour 100 d'eau), s'explique par cette cause, puisque la différence entre les deux colonnes sont toujours voisines de 1^{cg} comme il a été déjà remarqué au 3°. Si donc l'humectation initiale d'une terre sèche exalte le pouvoir absorbant propre de la terre, l'augmentation d'humidité subséquente n'agit plus qu'en proportion de l'eau qu'elle apporte.

Il convient enfin de remarquer que les teneurs en eau de 10 à 20 pour 100, employées ici, sont celles que l'on rencontre couramment dans la terre végétale, même pendant les périodes de sécheresse, à condition de la prendre à quelques centimètres de profondeur.

EMBRYOLOGIE. — *Continuité de la lignée des cellules germinales chez les Trématodes* Digenea. Note (¹) de M. **Robert Dollfus**, présentée par M. Yves Delage.

L'œuf fécondé des *Digenea*, par segmentation, donne :

1° Des éléments somatiques qui deviennent les divers tissus et organes du miracidium;

2° Des éléments germinatifs, ordinairement indifférenciés, qui occupent la cavité générale du miracidium (²).

Lorsqu'au miracidium succède le sporocyste, ces éléments germinatifs indépendants des tissus purement somatiques du miracidium continuent de se multiplier. Une partie d'entre eux donne les éléments somatiques des sporocystes de deuxième formation (ou des rédies filles), une autre partie conserve son caractère de lignée germinative et constitue les éléments germinaux restant inclus dans ces sporocystes (ou rédies).

Ces éléments germinaux y constituent les tissus que les auteurs appellent *ovaire* du sporocyste (ou de la rédie). Ces éléments peuvent être soit libres dans la cavité générale du sporocyste (ou de la rédie) *ovarium erraticum* (comme ils sont libres dans la cavité générale du miracidium), soit rassemblés, comme greffés, en un point de la paroi *ovarium circonscriptum*, soit dispersés en plusieurs points de la paroi *ovarium diffusum ;* mais quel que soit le cas, ce ne sont toujours que des cellules de la même lignée germinale, et non pas des éléments somatiques appartenant en propre au sporocyste ou à la rédie. Les cellules qui par segmentation donnent des embryons de Cercaires, ne sont donc que la descendance directe de la même cellule initiale de la segmentation de l'œuf fécondé.

Cet œuf typique fécondé a déjà subi le phénomène de réduction chromatique (maturation), et les cellules germes du sporocyste (ou de la rédie) n'ont pas la valeur d'œufs parthénogénétiques; ce sont des fragments de la même cellule; il y a seulement une polyembryonie interne qui apparaît et se

(¹) Séance du 23 décembre 1918.

(²) On connaît des cas où des rédies complètement formées existent déjà dans le miracidium à son éclosion ; elles s'y sont donc développées indépendamment d'éléments somatiques et directement à partir de cellules de la segmentation de l'œuf.

poursuit au cours de la vie larvaire et l'on comprend qu'il ne se produise pas à nouveau de division de maturation dans le *morcellement continu d'un même embryon*.

De l'œuf à l'adulte la lignée germinale reste ininterrompue selon le mode indiqué dans le schéma ci-dessous (qui ne représente qu'une seule lignée).

Lignée continue du tissu germinatif.		Tissus disparaissant sans descendance.
	Œuf fécondé	
Blastomères évoluant en : Cellules germes du miracidium passant dans le sporocyste fondateur.		Soma du miracidium.
		Soma du sporocyste fondateur.
Cellules germes (ovarium) du sporocyste fille ou de la rédie.		Soma du sporocyste fille (ou de la rédie).
Cellules génitales à l'état d'ébauches chez le Cercaire puis chez le Métacercaire et évoluant en cellules génitales de l'adulte (tissus imaginaux génitaux).		Soma de la Cercaire, dont la partie devient le soma de la Métacercaire dont une partie devient le soma de l'adulte (tissus imaginaux) somatiques.
	Œuf fécondé	

L'*ovarium* du sporocyste (ou de la rédie), dérivant directement de l'œuf fécondé est indépendant des éléments somatiques superposés, de la larve, il est en quelque sorte au Distome adulte ce que l'ensemble des tissus imaginaux est à l'insecte parfait.

Il n'y a alors pas de raison d'admettre qu'un noyau somatique de la paroi de la rédie ou du sporocyste se change brusquement en un élément germinatif qui donnera un embryon de Cercaire, de sporocyste ou de rédie. Un tel élément serait évidemment un œuf parthénogénétique, et il serait naturel que l'on observât le phénomène de réduction chromatique, mais l'existence d'un tel œuf « somatique » reste à démontrer.

Au point de vue théorique, si l'on admet que ce pseudo « œuf » est une cellule de la paroi, on admet en même temps la discontinuité de la lignée des cellules germinales dans le cycle évolutif des *Digenea*.

Les auteurs ont essayé de rattacher ce mode de multiplication aux phénomènes de « pædogénèse » ou mieux de « pædoparthénogénèse ».

Le phénomène désigné par von Baer sous le nom de *pædogénèse* chez les Cecidomyes est *très différent* de celui de la formation des Cercaires dans les sporocystes, il consiste « en le développement et la maturation très précoces des organes génitaux chez les larves ou chez les nymples qui peuvent se reproduire avant d'être arrivés à l'état adulte » ([1]).

Chez les *Digenea*, l'ensemble de cellules appelé *ovarium* par les auteurs ne correspond pas au premier état de l'ovaire de l'adulte; c'est seulement l'état transitoire (résultat d'une *multiplication intercalaire superposée*) de la lignée des éléments germinatifs dont quelques-uns évolueront en ovaire véritable chez l'adulte. Il n'y a pas d'éléments génitaux leur appartenant en propre chez les sporocystes et rédies. Le phénomène ne correspond donc pas à une formation précoce d'organes génitaux comme chez les Cecidomyes et chez *Chironomus Grimmi*, Anton Schneider, 1885. Il est impropre de dire que la formation des Cercaires est une « progénèse parthénogénétique » ; à l'encontre de ce qui se passe dans les cas de progénèse véritable, il n'y a pas conservation de la forme larvaire.

Le stade *Cercaria* est transitoire, il ne représente nullement le terme de l'évolution d'un individu. La Cercaire continue à se transformer et parvient à l'état parfait (hermaphrodite), alors que ce n'est pas le cas pour les animaux progénétiques, tels que : « les femelles de Stylops aptères qui conservent la forme larvaire, le mâle parasite de la Bouellie, le mâle de *Lecanium hesperidum* L., les mâles pygmées des Rotifères et ceux de certains crustacés isopodes, etc. » ([2]) dont l'évolution individuelle est morphologiquement achevée et ne comporte plus de métamorphose ou de transformation.

En résumé :

1° Les sporocystes, rédies, Cercaires ne naissent pas aux dépens d'éléments somatiques de la paroi de sporocystes ou de rédies.

2° Ils naissent aux dépens d'une même lignée germinale.

3° Cette lignée de cellule germinale, issue de la segmentation de l'œuf fécondé, est l'origine des tissus imaginaux (y compris les cellules sexuelles de l'adulte); elle donne au cours de l'évolution individuelle les tissus soma-

---

([1]) L.-F. Henneguy, *Les modes de reproduction des Insectes* (*Bull. Soc. philomatique*, 9e série, t. 1, n° 2, 1899, p. 84).

([2]) Henneguy, *loc. cit.*, p. 85.

tiques larvaires constituant les sporocystes et les rédies, ensuite les Cercaires, par une sorte de polyembryonie interne continue.

4° Les formes larvaires ne sont que superposées à cette lignée germinale qui les forme en s'étendant sans discontinuité de l'œuf fécondé à l'adulte sexué.

5° Les tissus *somatiques* des sporocystes et rédies sont seulement des enveloppes larvaires où sont incluses les cellules de la lignée germinale, ils ne prennent aucune part dans la génération de la suite des formes larvaires (sporocystes filles, rédies filles et Cercaires); *ils sont stériles.*

Ces considérations sont la conséquence de recherches poursuivies sur le développement de nombreuses espèces de larves de Distomides et de quelques espèces de Monostomides, recueillies à Wimereux, à Roscoff, à Saint-Vaast-la-Hougue.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le calcium dans la physiologie normale des Phasmides (Ins. orth.) : œuf et larve éclosante.* Note de M. **J. Pantel**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Minéralisation calcaire de la coquille de l'œuf. — Assurée par un dépôt de calcaire dans l'épaisseur de la coquille, lorsque l'espèce utilise cette substance pour l'édification d'un squelette (Oiseaux, Reptiles) ou d'un test (Mollusques), la protection mécanique de l'œuf est communément demandée à une simple substance organique, la chorionine, dans l'immense classe des Insectes. Pourtant, il se trouve que, dans la famille des Phasmides, la chorionine et le carbonate de calcium interviennent simultanément. La coquille de l'œuf, dure et cassante chez ces Insectes, doit ces propriétés à sa forte teneur en calcaire et peut les perdre, comme un os de Vertébré, par décalcification.

Il y a du calcium : on obtient une abondante cristallisation de gypse par l'acide sulfurique étendu. Il y a au moins un carbonate : on a une effervescence faible mais caractérisée en traitant par un acide dilué; en même temps la dureté disparaît. L'action est très lente, la substance minérale étant protégée par la substance organique. Dans le cas de petites quantités, le CO^2 se dissout et se dissipe sans former de bulles. Il ne paraît pas

qu'il y ait d'autres carbonates que celui de calcium, ni que ce métal y existe sous la forme d'autres sels minéraux; on n'y trouve notamment ni composés magnésiens ni phosphates, du moins en quantité un peu appréciable.

Le calcaire n'est pas uniformément distribué dans la coquille. Sans être totalement absent des autres parties, il est principalement abondant dans une couche cristalline, en général bien distincte au côté interne de l'exochorion. Chez le *Donusa prolixa*, cette couche est formée d'éléments anguleux, raccourcis et accolés entre eux avec une certaine régularité, ou allongés et enchevêtrés; dans des régions spéciales, comme l'éminence qui surmonte l'opercule, il en existe de complètement isolés, parmi lesquels des tables ou des prismes à sommets et arêtes vifs, souvent maclés. Tous ces éléments sont fortement biréfringents. Ils ne représentent pourtant pas du calcaire pur, n'étant pas solubles dans les acides sans résidu, mais des *cristaux mixtes*, des complexes de calcaire cristallisé et de chorionine où le minéral tend à faire prédominer sa forme.

Reste à définir celle-ci. Le problème est difficile à résoudre par la voie optique, le sel calcique n'étant pas isolable sans modification. Par la voie chimique, en utilisant des réactions basées sur l'inégale stabilité de la calcite et des autres variétés du calcaire [réactions de Meigen (1) obligeamment suggérées par M. le professeur Jaeger, de Groningue], on obtient de bonnes indications. Pulvérisée au mortier d'agate et chauffée jusqu'à l'ébullition dans le nitrate de cobalt, pour ne mentionner que la principale de ces réactions, la couche cristalline se colore sensiblement en rose violacé, dépôt très subtil de carbonate cobalteux basique, à peu près insaisissable en lui-même. Cela suffit pour éliminer la calcite et indiquer, au moins avec une grande probabilité, l'aragonite, puisque la conchite, qui se déposerait aussi dans les organismes à calcaire, d'après Mlle Kelly, ne paraît pas s'en distinguer essentiellement [Brauns (2), Vater (3)].

La conclusion se trouve d'accord avec un fait récemment remarqué, savoir que le calcaire déposé par les êtres vivants est constitué par de la

---

(1) *Beiträge zur Kenntnis des kohlensaüren Kalkes* (*Ber. der Naturf. Ges. Freiburg in Br.*, Bd. 13, 1903).

(2) *Ueber das Verhältniss von Conchit zu Aragonit* (*Centralbl. f. Min., Geol. u. Pal.*, Jahrg. 1901).

(3) *Ueber Ktypeit und Conchit* (*Zeitschr. f. Kryst. u. Min.*, Bd. 35, 1902).

calcite ou de l'aragonite suivant qu'il est accompagné ou non de composés magnésiens [Clarke et Wheeler (1)].

Elle est confirmée par les circonstances de solubilité. Comme l'aragonite typique, le calcaire de la couche cristalline se dissout lentement à froid, plus rapidement à chaud, dans l'eau pure ou chargée d'un corps alcalin (hydroxyde, hypochlorite, carbonate) en plus forte proportion que la calcite; la solution dépose précisément de la calcite sous des formes assez variables, parfois sous celle de rhomboèdres très corrects.

Présence du calcium dans la masse de l'œuf. — La masse même de l'œuf est exempte de carbonates. Elle contient toutefois une assez forte proportion de calcium décelable par l'acide sulfurique (dont une partie à l'état de phosphate) et une autre sous la forme de composés organiques où il échappe à ses réactifs usuels.

Élimination de calcium durant la vie embryonnaire. — Une circonstance qui autorise la supposition d'une assez grande quantité de calcium organique dans l'œuf, et laisse entrevoir son importance dans la physiologie de l'embryon, c'est le fait que, chez la larve éclosante, les tubes de Malpighi contiennent, à l'état de phosphate, une quantité de ce métal paraissant bien supérieure à celle du calcium minéral de l'œuf.

ANTHROPOLOGIE. — *De l'aplatissement de la partie supérieure du corps de l'humérus chez les enfants de la pierre polie.* Note de M. MARCEL BAUDOUIN, présentée par M. Ch. Richet.

Depuis quelques années, les anthropologistes commencent à mesurer et à étudier l'*indice de platymérie* de l'extrémité supérieure de l'humérus, qui traduit, en chiffres comparables, l'aplatissement transversal de cet os long.

Cet aplatissement est analogue à celui du fémur, découvert depuis longtemps, mais de sens contraire, par suite de la *rotation* de l'humérus (2), estimée à 90° environ. Il est donc *latéral*.

(1) *U. S. Geological Survey profess. Paper*, n° 102.

(2) La théorie de la *torsion* humérale est abandonnée désormais, en faveur de celle de la *rotation* articulaire.

J'ai déjà mesuré, à ce point de vue, nombre d'humérus de l'âge de la pierre polie, provenant d'ossuaires néolithiques, et les ai comparés à des os modernes,

J'ai constaté que cet indice de platymérie était, en somme, très élevé chez l'adulte : ce qui veut dire qu'à cette époque l'os était presque aussi cylindrique qu'à l'heure présente et que l'aplatissement y était à peine appréciable, en réalité.

C'est ainsi que, par exemple, pour l'ossuaire de la Planche à Puare (île d'Yeu, Vendée), j'ai noté des indices variant de 90,90 à 95,23.

Pour le sujet masculin, inhumé dans cette allée couverte, j'ai obtenu 95 pour les deux bras [il s'agissait alors certainement d'un sous-brachycéphale (82,85) de taille moyenne atteignant $1^{m},63$].

Un humérus de la nécropole de Fontenay-le-Marmion a donné, par contre, un chiffre bien plus faible (81), le plus bas observé chez l'adulte, ce qui m'a porté à voir là un os de dolichocéphale de grande taille, c'est-à-dire une race particulière.

A l'allée couverte de Vaudancourt (Oise), les chiffres varient de 95 à 100.

Mais si l'on étudie cet indice chez les *adolescents*, c'est-à-dire sur des os qui n'ont pas l'épiphyse supérieure encore soudée au corps, on constate ce fait, absolument imprévu, qui n'existe pas pour le fémur de façon aussi marquée, que l'indice de platymérie est *beaucoup plus faible*. C'est ainsi que, sur les humérus de cet âge du mégalithe de Vaudancourt, il descend à 75 et varie de 75 à 90.

Chose aussi logique et aussi curieuse, il en est de même chez les *enfants* de moins de 15 ans, c'est-à-dire sur les os qui n'ont aucune épiphyse soudée et dépassent cependant 150^{mm} de longueur. Deux de ces ossements, à Vaudancourt, ont donné des indices variant de 70 à 75.

Il résulte de là que, dans l'enfance et dans l'adolescence, l'*indice de platymérie* varie de 75 à 90, tandis que chez l'adulte il semble fixé, sauf exceptions, de 90 à 100.

Il faut conclure de ces constatations que le tiers supérieur de l'humérus, dès le Néolithique, est presque *cylindrique* chez l'adulte.

Mais, chez l'enfant, il est notablement *aplati*, comme le fémur néolithique adulte.

Pour cet os, l'*aplatissement* est d'ailleurs latéral, à l'inverse de celui du fémur qui est antéro-postérieur, comme on le sait.

Cet aplatissement peut dépasser ici 25 pour 100, c'est-à-dire un quart,

puisque l'indice peut descendre à 70, comme au fémur et surtout au tibia.

Cette conclusion se conçoit très bien, si l'on rapproche l'humérus *jeune*, ayant subi la *rotation* nécessaire, du fémur jeune et *adulte*, chez le Néolithique. Elle se comprend surtout, grâce à l'homotypie et à l'égalité de nature des os longs de l'extrémité proximale des membres inférieurs et supérieurs de l'homme.

Mais c'est là aussi un argument de tout premier ordre, et vraiment frappant, en faveur de la théorie soutenant que l'homme dérive d'un animal qui, jadis, a été un *quadrupède*. Sans cela, comme pour les vertèbres lombaires (1), ces dispositions anatomiques si extraordinaires, de l'enfance, disparaissant à l'âge adulte, resteraient absolument incompréhensibles, leur *inutilité* étant manifeste dans le jeune âge et chez le fœtus.

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

---

(1) Marcel Baudouin, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 79.

ERRATA.

—

(Séance du 30 décembre 1918.)

Note de M. *André Meyer*, Sur quelques dérivés de l'isatine :

Page 1072, le groupe CO a été omis dans la formule, dont la seconde partie doit être ainsi rectifiée :

$$\begin{array}{c} CH^3-C=\!=C-N=C-C_6H_4\,(X) \\ CH^3.N\diagdown\quad\diagup CO \qquad CO\diagdown\quad\diagup \\ N-C^6H^5 \qquad\qquad NH \end{array}$$

Page 1073, 1re ligne, rétablir comme suit la formule de l'amino-oxindol :

$$C^6H^4\left\langle\begin{array}{c} CH-NH^2 \\ NH \end{array}\right\rangle CO$$

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 JANVIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *Sur la réforme du Calendrier.* Note de M. H. DESLANDRES.

Dans l'avant-dernière séance M. Bigourdan a présenté une Note fort intéressante sur l'amélioration des calendriers julien et grégorien. Il énumère leurs imperfections et réclame immédiatement une répartition meilleure des jours de l'année, répartition qui rende égaux le plus possible les mois et aussi les trimestres.

Or les points énumérés ont été l'objet de propositions et de discussions nombreuses dans les dernières décades. En particulier j'ai soulevé les mêmes questions devant l'Académie elle-même en février 1913, en offrant de les porter devant l'Association internationale des Académies qui devait se réunir la même année à Petrograd. L'offre a été acceptée, et une Note succincte qui résume les améliorations à prévoir a été adoptée par une Commission spéciale nommée à cet effet et par l'Académie elle-même. La Note a été présentée à l'Association internationale le 17 mai 1913 et retenue par elle. Les mesures suivantes ont été votées [14 voix pour, 1 voix contre et 4 abstentions (1)] :

---

(1) Le représentant de la Hollande a voté contre. Se sont abstenus les délégués de l'Italie, du Danemark et des Universités de Leipzig et Göttingue.

Le milieu russe n'était pas favorable pour un examen large de la question. Le procureur du Saint-Synode, que j'ai été voir dès mon arrivée à Petrograd, m'a déclaré

« L'Association internationale des Académies décide la création d'une Commission internationale du Calendrier, chargée d'étudier les questions relatives à l'unification et à la simplification des calendriers et à la fixité de la fête de Pâques. Les membres de cette Commission seront désignés par chacune des Académies associées, à raison de deux par Académie, sans qu'ils lui appartiennent nécessairement, conformément à l'article 18 des Statuts. La Commission du Calendrier, dont le Président sera de l'Académie directrice pendant la période (1914-1916), fera un rapport sur ses travaux à la prochaine session de l'Association internationale, après s'être mise en relations, si elle le juge utile, avec les autorités ecclésiastiques intéressées. »

L'Académie directrice dans la période 1914-1916 était l'Académie de Berlin, et la guerre a empêché l'exécution des mesures prises.

Pendant la même année 1913, le 29 mars, au Congrès international de Géographie à Rome, notre confrère M. Lallemand et M. Lecointe, correspondant de notre Académie, ont mis incidemment sur le tapis la réforme du calendrier et ont provoqué une discussion fort intéressante.

En juin 1913, à Bruxelles, le Congrès mondial des Associations internationales a, dans un vœu spécial, réclamé l'intervention des gouvernements pour le choix d'un calendrier universel.

Les chambres de commerce ont apporté aussi leurs vœux et leur concours. Le 4e Congrès international des Chambres de commerce, et des Associations commerciales et industrielles, réuni à Londres en 1910, le 5e Congrès tenu à Boston en 1912, le 6e réuni à Paris en 1914, ont fait ressortir les grands avantages d'un calendrier simplifié pour toutes les transactions, et proposé son adoption par une conférence diplomatique internationale.

Enfin, en 1914, un Congrès international pour la réforme du Calendrier, s'est réuni à Liége, et, entrant dans le vif de la question, a émis le vœu que le nouveau calendrier soit perpétuel, et assure une concordance invariable entre les jours et les dates de l'année.

Dans les quatre années qui ont précédé la guerre, le problème du calendrier a été attaqué de tous les côtés et porté sur le terrain international. Or les solutions proposées se sont toutes rapprochées, au moins en

---

qu'il était personnellement partisan de la réforme, mais que le peuple et le clergé russes des campagnes ne l'accepteraient pas. Depuis la révolution, les choses ont changé; les Russes ont adopté le calendrier grégorien, ou même, paraît-il, tout récemment, un calendrier plus moderne.

partie, des conclusions d'une enquête antérieure sur la question, qui a été poursuivie avec soin de 1884 à 1887, par la Société astronomique de France, et dans des conditions qu'il est bon de rappeler. En 1884, sir Richard Wallace, et l'abbé Croze, aumônier de la Roquette, ont demandé à M. Flammarion d'organiser un grand concours pour le choix du meilleur calendrier et ont mis à sa disposition une somme de 5000^{fr} pour la distribution finale de prix.

Le concours a eu lieu, et 50 Mémoires distincts ont été déposés. Après un excellent Rapport de M. Fouché, le premier prix a été décerné, en 1887, à M. Armelin qui réclame :

1° Une année formée de 4 trimestres égaux, et de 1 ou 2 jours supplémentaires. Le trimestre comprend 13 semaines entières avec 91 jours (2 mois de 30 jours et un de 31).

2° La rupture de la continuité de la semaine pour l'intercalation des jours supplémentaires, de manière que les mêmes dates correspondent toujours aux mêmes jours de la semaine.

La plupart des auteurs, et en dernier lieu le Congrès spécial de Liége en 1914, ont adopté les deux améliorations précédentes, en les modifiant seulement de façon légère (1).

D'autre part, M. Bigourdan accepte seulement la première amélioration, qui certes sera facilement admise par tous; il rejette la seconde basée sur la rupture de la continuité de la semaine.

Mais la deuxième amélioration est la plus importante et la plus utile; son rejet enlève à la réforme la plus grande partie de sa valeur. Il faut, à mon avis, la maintenir absolument, car elle est seule capable d'assurer un calendrier invariable et perpétuel avec le maximum de commodité et de simplicité. Pour s'en convaincre, il suffit de jeter un coup d'œil sur le Tableau suivant, qui, établi avec la rupture de la semaine, peut, malgré ses dimensions restreintes, remplacer tous les calendriers, variables d'une année à l'autre.

(1) Ces deux améliorations avaient été déjà indiquées auparavant; mais, dans cette Note, je n'ai pas recherché les tout premiers auteurs qui ont eu les idées principales; j'ai relevé surtout les discussions publiques sur la question, soulevées pendant les cinquante dernières années dans les sociétés savantes et les congrès internationaux, et en insistant sur les études poursuivies en France.

Projet de calendrier perpétuel invariable.

1er semestre.	1er trimestre......	Janvier.	Février.	Mars.
	2e trimestre......	Avril.	Mai.	Juin.
Jour de paix.				
2e semestre.	3e trimestre......	Juillet.	Août.	Septembre.
	4e trimestre......	Octobre.	Novembre.	Décembre.
Jour en plus (année bissextile).				

Trimestre invariable.	Lundi........	1	8	15	22	29		6	13	20	27		4	11	18	25
	Mardi.........	2	9	16	23	30		7	14	21	28		5	12	19	26
	Mercredi......	3	10	17	24		1	8	15	22	29		6	13	20	27
	Jeudi.........	4	11	18	25		2	9	16	23	30		7	14	21	28
	Vendredi......	5	12	19	26		3	10	17	24		1	8	15	22	29
	Samedi.......	6	13	20	27		4	11	18	25		2	9	16	23	30
	Dimanche.....	7	14	21	28		5	12	19	26		3	10	17	24	31

Dans ce calendrier, l'année normale de 365 jours comprend deux semestres identiques de 182 jours séparés par un jour intermédiaire non daté, placé en dehors de la semaine et appelé, par exemple, *Jour de paix* ou *Peace day*.

Les quatre trimestres de l'année et les trimestres de toutes les années sont identiques et comprennent chacun 13 semaines entières et 91 jours (¹).

Dans les années bissextiles, on ajoute à la fin de l'année un deuxième jour supplémentaire, placé aussi hors semaine et appelé *Jour en plus* ou *Leap day* (²).

Le 1er, le 15 et le 30 de chaque mois, consacrés aux paiements, ne tombent jamais un dimanche; par contre, le 31, qui clôture le trimestre, est toujours un dimanche et s'allie très bien avec le jour supplémentaire qui le suit une fois sur quatre ou sur deux et est appelé à devenir un jour de fête.

(¹) Le mois de 31 jours est ici le troisième mois du trimestre, ainsi que dans les projets de MM. Flammarion, Grosclaude, Philip, Armand Baar, etc. Dans les projets de MM. Armelin, Hénin, Bigourdan, etc., le mois de 31 jours est, au contraire, le premier mois.

(²) Dans le Tableau, le 2e jour supplémentaire est à la fin de l'année; il est naturel, *a priori*, de placer le jour en plus après tous les autres. Tout compte fait, il semble meilleur de le mettre au commencement de l'année. Chaque jour supplémentaire devra, pour les dépenses qui lui sont propres, être rattaché à un mois et à un trimestre, et, comme il faut éviter les mois de 32 jours, on est conduit à rattacher le jour de paix au mois de juillet et le jour en plus de l'année bissextile au mois de janvier.

Ce calendrier, très simple, se grave facilement dans la mémoire; il permet de calculer immédiatement la date d'un jour de la semaine ou le jour de la semaine qui correspond à une date donnée. Il assurera à tous les hommes une économie de pensée, ainsi que je l'écrivais dans ma Note de 1913.

Les avantages sont de beaucoup supérieurs aux inconvénients signalés. Des obstacles d'ordre religieux sont à prévoir, mais ils ne sont pas insurmontables; et la gêne imposée aux quelques personnes qui vérifient les dates est peu de chose à côté des facilités multiples assurées à l'humanité tout entière.

Une troisième amélioration moins importante, mais non négligeable, est un déplacement de l'origine de l'année qui mette les quatre trimestres en meilleur accord avec les saisons astronomiques ([1]). Le premier jour de l'an, pour des raisons diverses, a beaucoup varié depuis le début de l'ère chrétienne ([2]); il sera bon de lui donner une base astronomique et de le faire coïncider avec un solstice ou un équinoxe. M. Flammarion a proposé l'équinoxe du printemps, et M. Hétier, pour des raisons spéciales, l'équinoxe d'automne ou même le 1er septembre. A mon avis, l'origine la meilleure est le solstice d'hiver (22 décembre actuel), qui est le point de départ des jours de durée croissante dans notre hémisphère, et le commencement d'un nouveau cycle de la végétation. D'autre part, le minimum de température ne coïncide pas avec le solstice qui est le jour du minimum d'éclairement et lui est postérieur de 25 jours environ sous nos latitudes; c'est pourquoi l'hiver astronomique est pour nous la saison la plus froide.

La fixité de la fête de Pâques est aussi désirable, et l'on a proposé le deuxième ou le troisième dimanche après l'équinoxe de printemps; mais un accord préalable avec les autorités religieuses est nécessaire. Cette amélioration peut être ajournée et décidée après les trois précédentes.

En résumé la question est bien mûre et prête pour une décision définitive. Jusqu'à présent elle a été examinée seulement par des congrès

---

([1]) Les saisons astronomiques sont inégales (de 89 jours à $93^j,6$); pratiquement, elles seraient confondues avec les trimestres qui sont égaux ou égaux à un jour près, en tenant compte des jours supplémentaires.

([2]) Le premier jour de l'an, fixé au 1er janvier par Jules César, pour des raisons accessoires, a été placé par Charlemagne à Noël; plus tard, il a été reporté à Pâques. Dans le calendrier républicain, il était à l'équinoxe d'automne.

internationaux rattachés à des groupements spéciaux (hommes de science, commerçants, etc.); mais elle est d'ordre absolument général et intéresse tous les hommes. Il convient de la porter devant l'Association internationale des Gouvernements, autrement dit devant la Société des Nations qui se constitue à l'heure actuelle.

A mon avis, l'Académie fêra œuvre utile en la prenant sous son patronage et en la recommandant aux grandes réunions internationales qui s'organisent actuellement à Paris pour l'établissement d'une paix durable entre les peuples. Si l'on remonte dans le passé, les variations successives du calendrier ont coïncidé avec les grands événements de l'histoire; le moment paraît propice pour la solution du problème, complète et définitive.

RAPPORTS.

Rapport sommaire présenté par M. **Appell** *au nom de la Commission de Balistique.*

La Commission de Balistique a reçu les travaux suivants :

1° De M. **G. Claude** une Note intitulée : *Sur une application nouvelle de la viscosité.* (Reçue le 23 décembre 1918.)

2° De M. **René Garnier**, trois Notes intitulées : (*a*) *Sur la courbe lieu des points à courbure maximum d'une famille de trajectoires balistiques;* (*b*) *Sur une relation entre l'ordre de contact de deux trajectoires et celui de leurs hodographes ;* (*c*) *Sur le point de contact d'une trajectoire balistique avec la courbe de sûreté.* (Reçues le 29 décembre 1918.)

3° De M. **L. Dunoyer**, un Mémoire intitulé : *Balistique expérimentale; méthode photographique pour la détermination complète des trajectoires.* (Reçu le 20 janvier 1919.)

PLIS CACHETÉS.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le nombre minimum de spiraux associés.* Note de M. **Jules Andrade** (1).

L'objet de cette Note est de compléter, au point de vue des applications pratiques (appareils chronométriques ou balances de précision), les propriétés des spiraux associés que j'ai signalées, en 1911 et 1913, dans diverses Notes résumant mes premières recherches sur cette question.

I. Au point de vue de la réalisation que l'on peut demander à une fabrique de spiraux, il convient *de limiter le montage de spiraux associés actionnant un même solide oscillant à des assemblages de ressorts égaux ou symétriques*. Avec de tels spiraux, en nombre suffisant, on peut toujours, par la simple variation des modes d'ajustage, obtenir séparés ou combinés les effets mécaniques suivants :

1° Production sur un solide oscillant d'un couple pur dont le plan est rigoureusement perpendiculaire à l'axe d'oscillation, c'est-à-dire suppression — non seulement de toute pression transverse de cet axe, *mais encore de toute pression longitudinale dudit axe.*

2° Production sur un solide oscillant d'un couple pur dont l'intensité est proportionnelle à l'angle d'oscillation, quelle que soit la grandeur de ce dernier, et avec une précision constante qui peut atteindre le $\frac{1}{400000}$ et même *le millionième.*

II. L'organe mécanique qui assure le premier effet est un ensemble de ressorts convenablement ajustés, — au nombre de deux si l'on ne veut supprimer que la pression transverse, mais au nombre de quatre si l'on veut supprimer *en outre* la pression longitudinale de cet axe.

Ce *quadruple* comprend à la fois deux couples *alternés* de deux types différents :

---

(1) Contenu d'un pli cacheté ouvert dans la séance du 6 janvier 1919.

Type a : formé de deux ressorts cylindriques de dimensions égales mais symétriques; les attaches mobiles (viroles) de ces deux ressorts sont *opposées*, c'est-à-dire que le segment de jonction de ces viroles coupe en son propre milieu et à angle droit l'axe indéfini de l'oscillation.

Type b : second couple alterné, *mais dont les viroles sont situées sur une même parallèle à l'axe d'oscillation.*

Quatre ressorts donnés, S, S', T et T', peuvent constituer à la fois deux types a et deux types b :

S et S' formant un couple alterné a, T et T' formant un couple alterné a;
S et T formant un couple alterné b, S' et T' formant un couple alterné b;

pourvu que, sur chacun des quatre ressorts considérés parcourus chacun depuis son piton vers sa virole, les sens d'enroulement soient concordants, en sorte que ces quatre ressorts attelés au même solide oscillant s'ouvrent ou se ferment tous ensemble.

La composition des forces transmises par les viroles de ce *quadruple* au solide oscillant peut être étudiée :

$$\text{soit sur le groupement } \begin{cases} S \\ S' \end{cases}, \quad \begin{cases} T \\ T' \end{cases};$$

$$\text{soit sur le groupement } \overset{\frown}{ST}, \quad \overset{\frown}{S'T'}.$$

Le premier groupement démontre que l'axe n'éprouve pas de pression transverse, le second groupement démontre que *l'axe n'éprouve pas de pression longitudinale*. C'est bien la propriété mécanique annoncée comme caractéristique d'un *quadruple*.

III. Le sens d'enroulement sur un ressort change évidemment quand on y permute les rôles du piton et de la virole, ce sens droit ou gauche caractérise *l'orientation du quadruple*.

Dès lors, choisissons huit ressorts identiques ou symétriques associés *en deux quadruples* Q_1 et Q_2, *d'orientations opposées*, mais en ajoutant cette fois, *comme condition nouvelle*, que chaque ressort aura une même étendue angulaire égale à un même multiple impair de quarts de tour, soit en radians

$$p = (2n+1)\frac{\pi}{2} \qquad (n \text{ entier}).$$

En appliquant à cet assemblage la méthode de calcul Résal-Caspari, déjà

appliquée dans ma Note de 1911, nous trouverons que l'intensité du couple pur transmis au solide oscillant, après avoir décrit l'angle u à partir de la position d'équilibre unique du solide, en laquelle chaque ressort est isolément désarmé, se calcule en fonction du moment élastique m, commun à nos huit ressorts par le produit

$$-8mu\left(1+\frac{4}{p^2}\right).$$

Ce résultat, quel que soit u, reste exact avec une approximation relative de l'ordre de $\frac{1}{p^3}$; or, pour des spiraux cylindriques de 12 tours plus $\frac{1}{4}$ de tour, la fraction $\frac{1}{p^3}$ est moindre que $\frac{1}{350000}$; l'approximation du millionième sera donc certainement réalisable.

IV. Si l'on veut se servir d'une balance de précision avec un simple quadruple, *on devra avoir la précaution de construire une table de correction*, car le moment transmis au solide oscillant par un simple quadruple aurait la valeur suivante :

$$-4mu\left(1+\frac{4}{p^2}\right)+\frac{4mu}{p^2}[4\cos(p+u)-2u\sin(p+u)];$$

dans cette formule, la première puissance p de l'étendue angulaire est une quantité susceptible de signe; p a en effet le signe de l'orientation du quadruple.

CORRESPONDANCE.

M. B. **Baillaud** adresse un Rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée, sur la *Fondation Loutreuil*, en 1916.

M. **Gustave André** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Economie rurale, par le décès de M. *A. Müntz*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités irrégulières des équations différentielles linéaires.* Note de M. **René Garnier**.

Je me propose d'étendre aux équations différentielles linéaires *d'ordre quelconque* les résultats que j'ai fait connaître antérieurement (¹) à propos des singularités irrégulières des équations linéaires du second ordre. Une telle extension se heurte d'ailleurs à plus d'un obstacle, ainsi qu'il arrive fréquemment lorsqu'on quitte le champ linéaire du second ordre. Mais, dans l'ensemble, on peut toujours affirmer que, *si l'on envisage une équation linéaire* $(\overline{\mathrm{E}})$, *d'ordre* $m > 2$, *possédant un point irrégulier* $x = \infty$, *de rang* n, *comme cas-limite d'une équation* (E) *pourvue de* $n+1$ *singularités régulières* ($x = \infty$, et n points x_h très éloignés), *les propriétés fondamentales des intégrales de* (E) (existence d'intégrales canoniques, invariants du groupe de monodromie, ligne de zéros) *se retrouvent à la limite dans des propriétés analogues des intégrales de* $(\overline{\mathrm{E}})$.

1. Soit donc l'équation d'ordre m :

$$(\overline{\mathrm{E}}) \qquad y^{(m)} + \mathrm{A}_1 y^{(m-1)} + \ldots + \mathrm{A}_j y^{(m-j)} + \ldots + \mathrm{A}_{m-1} y' + \mathrm{A}_m y = 0,$$

où les quotients $\mathrm{A}_j : x^{j(n-1)}$ sont holomorphes à l'extérieur d'un cercle $\Gamma(|x| = r_0)$; ainsi, $x = \infty$ est pour $(\overline{\mathrm{E}})$ un point irrégulier de rang n. Au lieu de considérer $(\overline{\mathrm{E}})$ comme provenant d'une équation possédant un point régulier, voisin d'un point de rang $n-1$, nous allons, cette fois, envisager directement une équation

$$(\mathrm{E}) \qquad (1 - \varepsilon^n x^n)^m y^{(m)} + \ldots + (1 - \varepsilon^n x^n)^{m-j} \mathrm{A}_j y^{(m-j)} + \ldots + \mathrm{A}_m y = 0,$$

qui, pour $|\varepsilon|$ assez petit, possédera hors de Γ $n+1$ points réguliers, $x = \infty$ et $x_h = \varepsilon^{-1} e^{\frac{2\pi i h}{n}}$ $(h = 1, \ldots, n)$. Soit a_j le coefficient de $x^{j(n-1)}$ dans A_j; *nous supposerons d'abord que l'équation*

$$f(s) \equiv s^m + a_1 s^{m-1} + \ldots + a_{m-1} s + a_m = 0$$

possède m *racines distinctes* $s_1, \ldots, s_m$. On montre alors qu'on peut former

(¹) Voir notamment *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 265, et t. 166, 1918, p. 103 et 602.

m expressions

$$\varpi_k(x,\varepsilon) = \alpha_{n-1}^k(\varepsilon)x^{n-1} + \ldots + \alpha_0^k(\varepsilon) + \alpha_{-1}^k(\varepsilon)x^{-1}, \qquad [\alpha_{n-1}^k(0) = s_k]$$

(les α étant holomorphes en ε pour $\varepsilon = 0$), telles que si l'on pose

$$\operatorname{Log} u_k(x) = \int (1 - \varepsilon^n x^n)^{-1} \varpi_k \, dx \qquad (k = 1, \ldots, m)$$

l'équation (E) puisse s'écrire

$$(\mathrm{E}') \quad (1 - \varepsilon^n x^n)^m y^{(m)} + \sum_{=1}^{m} (1 - \varepsilon^n x^n)^{m-j} \mathrm{B}_j y^{(m-j)} = x^{-2} \sum_{j=1}^{m} (1 - \varepsilon^n x^n)^{m-j-1} \mathrm{C}_j y^{(m-j)},$$

les quotients $\mathrm{B}_j : x^{j(n-1)}$ et $\mathrm{C}_j : x^{(j-1)(n-1)}$ étant réguliers hors de Γ, et le premier membre égalé à zéro admettant les u_k comme intégrales. Dès lors, il est tout indiqué d'intégrer (E′) par approximations successives; on posera ainsi de proche en proche :

$$(1) \quad \begin{cases} y_0(x) = u_k(x), \\ y_{\nu+1}(x) = u_k(x) + \displaystyle\sum_{g=1}^{m} \int_{(\mathcal{L}_g^h)}^{x} \mathrm{R}_g(\xi) \frac{u_g(x)}{u_g(\xi)} \varphi[y_\nu(\xi), \xi] \frac{d\xi}{\xi^2}, \end{cases}$$

en désignant par $x^{-2}\varphi[y(x), y]$ le second membre de (E′), et par $\mathrm{R}_g(x)$ une expression formée au moyen des ϖ_l et holomorphe hors de Γ. On démontre enfin que les approximations convergent régulièrement vers une fonction limite $\mathrm{Y}_k(x)$, si $|x|$ est pris suffisamment grand (indépendamment de ε) et si l'on adopte pour chemin d'intégration $(\mathcal{L}_g^h)$, l'une, $(\mathcal{L}^h)$, des m branches de la courbe

$$(\mathrm{H}) \qquad \mathcal{R}\{ e^{i\delta} \varepsilon^{-n} \operatorname{Log}(1 - \varepsilon^n \xi^n) \} = \mathrm{C},$$

où δ et C ont été choisis convenablement; d'une façon plus précise, $(\mathcal{L}_g^h)$ désignera la branche précédente, parcourue dans un sens bien déterminé, *qui pourra varier avec l'indice g* : c'est là une circonstance *qui n'avait pas d'analogue pour les équations du second ordre*. Observons enfin que chacune des m branches de H s'enroule autour des deux points x_h et ∞, l'arc intermédiaire [1] tendant uniformément vers l'une des branches de

$$(\overline{\mathrm{H}}) \qquad r^n \cos(n\theta + \delta) = \mathrm{C}.$$

---

[1] On entend par là les points x tels que $r_1 < |x| < r_2$ (r_1 et r_2 indépendants de ε).

2. Pour interpréter les résultats précédents, supposons d'abord que *les racines* s_k *de* $f(s) = 0$ *forment un polygone convexe* Π (ce qui est le seul cas possible pour $m = 2$); on établit alors qu'on peut adopter *le même sens de parcours* sur les $(\mathfrak{L}_g^h)$ (δ ayant été convenablement choisi); et les fonctions-limites Y_k ne seront autres que des intégrales *canoniques* relatives au point x_h [correspondant à $(\mathfrak{L}^h)$] et à $x = \infty$. D'ailleurs, ε tendant vers zéro, ces intégrales, dont le nombre est mn, tendent (¹) vers des intégrales de $(\overline{\mathrm{E}})$ que nous appellerons encore *normales*, et qu'on obtiendrait directement en appliquant à $(\overline{\mathrm{E}})$ un algorithme analogue au précédent, le long de la branche correspondante de $(\overline{\mathrm{H}})$. Je montre enfin que la convergence reste assurée si l'on fait croître C indéfiniment à partir d'une certaine valeur C_0, et si l'on fait varier δ à l'intérieur d'un des deux angles opposés, d'ouverture V_k, extérieurs à Π en s_k. Dans chaque cas, la branche $(\mathfrak{L}^h)$ — et à la limite $(\overline{\mathfrak{L}^h})$ — balaieront un certain domaine en tout point duquel on connaîtra la valeur d'une intégrale bien déterminée de (E) et de $(\overline{\mathrm{E}})$. Or ces deux domaines empiètent l'un sur l'autre, et *les deux intégrales correspondantes coïncident dans le domaine commun*. On se trouve ainsi avoir défini une intégrale unique, dans un secteur d'amplitude $2\pi + V_k : n$; et, par suite, on peut déterminer pour $(\overline{\mathrm{E}})$, par exemple, hors de Γ, *mn secteurs illimités à l'intérieur de chacun desquels on sait calculer $m+1$ intégrales normales de* $(\overline{\mathrm{E}})$, qui sont des traces d'intégrales canoniques de (E) : fait assurément bien remarquable.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le prolongement analytique des intégrales de certains systèmes d'équations aux dérivées partielles linéaires.* Note de M. **Riquier**, présentée par M. P. Appell.

I. Désignant par $x, y, \ldots$ des variables indépendantes en nombre quelconque, et les supposant, indifféremment, réelles ou imaginaires, nous commencerons par poser, relativement à la nature des régions que l'on peut être conduit à considérer dans l'espace $[[x, y, \ldots]]$, les définitions suivantes :

Si l'on considère, d'une part, une région déterminée, d'autre part, un

(¹) La convergence étant uniforme pour $r_1 < |x| < r_2$.

point déterminé étranger à la région, il arrive nécessairement de deux choses l'une : ou bien ce point est le centre de quelque domaine [1] entièrement étranger à la région, ou bien il n'est le centre d'aucun domaine de cette espèce; nous dirons, dans le second cas, qu'il est *semi-extérieur* à la région.

Cela posé, soit R une région jouissant de la propriété que nous allons énoncer :

« Il existe quelque suite indéfinie de régions,

$$R', R'', \ldots, R^{(m)}, \ldots,$$

telle : 1° que, pour toute valeur de m, la région $R^{(m)}$ soit *normale* [2], limitée et entièrement comprise dans R; 2° que, pour toute valeur de m, la région obtenue par l'adjonction à $R^{(m)}$ des points semi-extérieurs à $R^{(m)}$ soit entièrement comprise dans $R^{(m+1)}$; 3° que tout point de R finisse, à partir d'une valeur suffisamment grande de m, par être compris dans $R^{(m)}$. »

Nous exprimerons d'une façon abrégée cet ensemble de conditions en disant que la région R est une *limite de région normale et limitée*.

Les mêmes choses étant posées, si, de plus, la région variable $R^{(m)}$ est *monodromique* [3] quel que soit m, nous dirons que la région R est une *limite de région normale, limitée et monodromique*.

II. Considérons un système différentiel d'ordre quelconque où se trouvent engagées, avec un nombre quelconque de variables indépendantes, $x, y, \ldots$, un nombre également quelconque de fonctions inconnues, $u, v, \ldots$; et à chacune des inconnues $u, v, \ldots$ faisons correspondre un entier algébrique déterminé que nous nommerons la *cote* de cette inconnue. Considérant ensuite une dérivée quelconque de l'une des inconnues, nommons *cote* de la dérivée en question l'entier algébrique obtenu en ajoutant à la cote de la fonction l'ordre total de la dérivée. Cela étant, nous supposerons tout d'abord que, moyennant un choix convenable des cotes respectivement

---

(1) Voir l'Ouvrage intitulé : *Les systèmes d'équations aux dérivées partielles*, p. 52.

(2) *Ibid.*, p. 70.

(3) *Ibid.*, p. 103 et suiv.

attribuées à $u, v, \ldots$, le système différentiel dont il s'agit remplit à la fois les deux conditions suivantes : 1° il se trouve résolu par rapport à certaines dérivées qui ne figurent, non plus que leurs propres dérivées, dans aucun des seconds membres ; 2° chaque second membre ne contient, outre les variables indépendantes, que des quantités (inconnues ou dérivées) dont la cote tombe au-dessous de celle du premier membre correspondant [1].

Désignons actuellement par S un système différentiel possédant la triple propriété : 1° *d'appartenir à l'espèce ci-dessus définie ; 2° d'être complètement intégrable ; 3° d'être linéaire par rapport à l'ensemble des fonctions inconnues et de leurs dérivées*. Dans ce système, fixons l'économie des conditions initiales dont la donnée détermine entièrement un groupe d'intégrales ordinaires [2] et construisons un quadrillage rectangulaire dont les lignes correspondent aux variables indépendantes, et les colonnes aux fonctions arbitraires qui figurent dans les conditions initiales ; puis, dans l'une quelconque de ces colonnes, noircissons à l'aide de hachures les cases des diverses variables dont ne dépend pas la fonction arbitraire correspondante. En répétant cette opération successivement dans toutes les colonnes, nous obtiendrons une sorte de damier où les cases blanches et noires pourront offrir des dispositions relatives variables. Finalement, partageons les variables indépendantes en groupes, suivant que, dans le Tableau ainsi construit, les lignes offrent ou n'offrent pas la même disposition de cases blanches ou noires. En supposant, par exemple, qu'il y ait cinq variables indépendantes, x, y, z, s, t, et sept fonctions arbitraires,

$$(1)\quad F_1(t),\ F_2(x,t),\ F_3(z,s,t),\ F_4(x,z,s,t),\ F_5(y,t),\ F_6(x,y,t),\ F_7(y,z,s,t),$$

la considération d'un pareil Tableau nous conduira à partager les variables indépendantes en quatre groupes comprenant : le premier la variable x, le deuxième la variable y, le troisième les variables z et s, le quatrième la variable t : ce dernier groupe correspond aux lignes du Tableau *entièrement dépourvues de cases noires*. Extrayons alors des espaces $[[x]]$, $[[y]]$, $[[z, s]]$, $[[t]]$ les régions respectives R_x, R_y, $R_{z,s}$, R_t, chacune des trois premières étant une *limite de région normale, limitée et monodromique*, la dernière une *limite de région normale et limitée*.

---

[1] De pareils systèmes constituent un cas très particulier de ceux que j'ai nommés *orthonomes* (*loc. cit.*, Chap. VII).

[2] *Loc. cit.*, p. 169 et suiv.

Cela posé, *si, d'une part, les coefficients du système* S *sont des fonctions analytiques et régulières dans la région*

(2) $(R_x, R_y, R_{z,s}, R_t)$;

si, d'autre part, on a choisi pour les arbitraires (1) *des fonctions analytiques et régulières dans les régions respectives*

$$R_t,\ (R_x, R_t),\ (R_{z,s}, R_t),\ (R_x, R_{z,s}, R_t),\ (R_y, R_t),\ (R_x, R_y, R_t),\ (R_y, R_{z,s}, R_t),$$

les intégrales correspondantes ne peuvent manquer d'être elles-mêmes analytiques et régulières dans la région (2) [1].

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques problèmes relatifs à l'itération des fractions rationnelles.* Note de M. **Gaston Julia**, présentée par M. Georges Humbert.

I. Dans ma Note du 28 janvier 1918, j'ai laissé en suspens la question de savoir si, pour une substitution rationnelle $z_1 = R(z)$, un point invariant $\zeta = R(\zeta)$ où l'on aurait $R'(\zeta) = e^{i\theta}$, θ étant incommensurable à 2π, pouvait être un *centre*. Je suis en mesure aujourd'hui de trancher cette question par la négative : *pour une substitution rationnelle, il n'y a pas de centre, tout point* $\zeta = R(\zeta)$ *où* $|R'(\zeta)| = 1$ *est un point de l'ensemble parfait que j'ai appelé* E'.

On sait que tout point $\zeta = R(\zeta)$ où $R'(\zeta) = e^{i\theta}$, θ commensurable à 2π, est un point de E', les R_n n'y sont pas normales, ζ est point-limite pour les conséquents d'un point critique de la branche de la fonction inverse de $R(z)$ qui prend la valeur ζ en ζ; et cette dernière propriété *équivaut à dire que* ζ *est de* E' : car si ζ n'était pas de E', on démontre aisément que l'on pourrait trouver une solution de l'équation de Schrœder $\psi(z_1) = e^{i\theta}\psi(z)$, nulle en ζ, holomorphe autour de ζ. ζ serait un centre, il ne serait point limite de conséquents pour *aucun point du plan*. Inversement, si ζ n'était pas point-limite de points critiques des branches des fonctions inverses des R_n qui sont égales à ζ en ζ, on démontrerait encore l'existence de la solution holomorphe de l'équation précédente et l'on en conclurait que ζ n'est pas de E'.

---

(1) Les systèmes tels que S et le calcul par cheminement de leurs intégrales ont fait, il y a quelques années, l'objet d'une première Note, dans laquelle aucune conclusion relative à la monodromie éventuelle des intégrales ne se trouvait formulée (*Comptes rendus*, t. 133, 1901, p. 1187).

Par les mêmes raisonnements, si θ est incommensurable à 2π, on démontre que : 1° ou bien ζ n'est pas de E′, alors c'est un centre et dans un cercle C assez petit de centre ζ il n'y a aucun conséquent de point critique de la fonction inverse de $R(z)$. Les fonctions inverses de toutes les $R_n(z)$ ont chacune une branche égale à ζ en ζ, holomorphe dans C. ζ est entouré de courbes analytiques fermées qui se transforment en elles-mêmes biunivoquement par $z_1 = R(z)$, ainsi que les aires qu'elles délimitent.

2° Ou bien ζ est de E′, et dans tout voisinage de ζ une branche, égale à ζ en ζ, d'une inverse de $R_n(z)$ pour n convenable, a un point critique au moins, c'est-à-dire que ζ est point-limite pour les conséquents d'un point critique de la branche de la fonction inverse de $R(z)$ qui est égale à ζ en ζ.

Or la première hypothèse est impossible. On peut en effet démontrer que, si ζ était centre, l'équation fonctionnelle $\varphi(e^{i\theta}Z) = R[\varphi(Z)]$ qui a une solution $\varphi(Z)$ égale à ζ pour $Z = 0$ et holomorphe autour de $Z = 0$ aurait pour cette solution une fonction *méromorphe dans tout le plan de* Z. *Tout point* z *du plan* (1) aurait tous ses conséquents $z_1, z_2, \ldots$ répartis sur une courbe analytique fermée passant par z (pouvant avoir des points doubles) et partout denses sur cette courbe. Ce fait est contredit par l'existence en infinité dénombrable des racines de $z = R_i(z)$ qui n'ont qu'un nombre fini de conséquents.

II. On peut tirer de là d'importantes conclusions. En effet, si l'on considère une aire D du plan z où ne se trouve aucun point de E′, la suite des R_i étant normale dans D, on en peut extraire une suite $R_{n1}(z), R_{n2}(z), \ldots$ qui tende, uniformément dans D, vers une constante ou vers une fonction-limite, et j'ai fait observer dans ma Note citée au n° I que la fonction limite ne pouvait différer d'une constante que s'il existait un *centre*, c'est-à-dire un point $\zeta = R_p(\zeta)$ pour lequel $R'_p(\zeta) = e^{i\theta}$ (θ incommensurable à 2π) qui ne fût pas de E′. Cette éventualité étant impossible : *toute fonction limite pour la suite des* R_i *est une constante*. On démontre aisément que si cette constante n'est pas un point de E′ c'est nécessairement une racine d'équation $z = R_k(z)$ pour laquelle $|R'_k(z)| < 1$, et l'on a affaire à une *convergence périodique*.

Si cette constante est un point de E′, il est encore aisé de démontrer, en supposant que toutes les itérées D_i de D ne sont pas dans des régions distinctes du plan séparées les unes des autres par E′ (c'est-à-dire que deux au moins de ces itérées D_n et D_{n+N} sont dans une même région du plan

(1) Sauf peut-être deux points exceptionnels en plus.

délimitée par E′), que *la constante précédente est nécessairement une racine de* $z = R_N(z)$ [pour laquelle $|R'_N(z)| \geq 1$].

III. Du fait que toute fonction-limite pour une suite de R_{n_i} est constante, on conclut qu'un point A qui n'appartient pas à E′ ne peut être limite d'antécédents d'un point B (évidemment B ne peut être alors de E′) que si B est limite de conséquents de A, et, par conséquent, si une suite de R_n converge uniformément vers l'affixe de B dans une petite aire entourant A. Mais alors B est un point d'attraction [$z = R_n(z)$, $|R'_n(z)| < 1$] et l'on aboutit à une contradiction car, sans restreindre la généralité, on peut (au besoin en remplaçant A par un de ses conséquents) supposer A dans le domaine restreint de B et l'on sait que les antécédents de B situés dans le domaine restreint de B n'ont pour points limites que les points frontières de ce domaine restreint qui sont *points de* E′. (Si B est un des deux points exceptionnels possibles, tous ses antécédents coïncident avec lui ou avec l'autre point exceptionnel.)

Donc *l'ensemble dérivé de l'ensemble des antécédents de tout point du plan* (excepté les points exceptionnels, s'il y en a) *qui contient tous les points de* E′, *ne contient qu'eux : il est identique à* E′.

Cette proposition ne pouvait être solidement établie que si l'on réussissait à démontrer ce qui est fait en II que toute fonction-limite de la suite des R_i est une constante; sans cela, la possibilité des centres entraînait l'existence de fonctions-limites non constantes et mettait en défaut la proposition précédente. On voit par II et III l'importance de l'impossibilité des centres dans la théorie générale de l'itération des fractions rationnelles.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions de lignes implicites.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Hadamard.

1. M. Hadamard a établi (*Bul. Soc. math.*, 1906) une condition suffisante pour que l'inversion d'une transformation ponctuelle soit possible et uniforme dans tout l'espace. Nous nous proposons d'étendre ce résultat au cas d'une correspondance entre deux fonctions $u(s)$ et $v(s)$, que nous supposerons, pour fixer les idées, définies et uniformes pour $0 < s < 1$, intégrables et de carrés intégrables.

Nous écrirons dans la suite $u(s)$ et $v(s)$ pour désigner les valeurs de ces fonctions pour la valeur particulière s, et simplement u et v pour désigner

les êtres analytiques constitués par l'ensemble des valeurs de ces fonctions. Nous emploierons un langage géométrique en considérant chaque fonction comme représentée par un *point* d'un certain espace idéal. Des fonctions u, v, U, V seront ainsi représentées par des points que nous désignerons par a, b, A, B. La *distance* d de deux points a et A sera définie par la formule

$$(1) \qquad d^2 = \int_0^1 [U(s) - u(s)]^2 ds.$$

Si la fonction U varie de manière que cette quantité tende vers zéro, nous dirons qu'elle a pour *limite* u, bien qu'il puisse y avoir des valeurs de s (formant un ensemble de mesure nulle) pour lesquelles $U(s)$ ne tende pas vers $u(s)$.

Des définitions précédentes résultent celles des expressions *sphère*, *ligne continue*, *longueur d'une ligne*. On peut démontrer que si la fonction U varie de manière que A décrive un chemin de longueur finie, elle a une limite, ce qu'on peut exprimer en disant que A a une limite.

2. Considérons maintenant entre les fonctions U et V, ou ce qui revient au même entre les points A et B, une correspondance vérifiant les conditions suivantes :

a. La fonction V *est une fonctionnelle de* U, *uniforme*, *continue*, *et admettant une différentielle*, c'est-à-dire que, u étant donné, on peut trouver une fonctionnelle linéaire $\delta v(s)$ de $\delta u = U - u$, fonction de s, telle que la distance entre les points représentant V et $v + \delta v$ soit, lorsque U tend vers u (et V vers v), infiniment petite par rapport à celle des points a et A.

b. L'inversion de la correspondance est toujours possible localement, c'est-à-dire que a étant donné on peut entourer le point correspondant b d'une petite sphère telle qu'inversement à chaque point B intérieur à cette sphère corresponde un point et un seul d'un petit volume entourant a.

Cette condition peut être décomposée en deux, d'une part la possibilité de l'inversion de la correspondance linéaire entre δu et δv, d'autre part, δu étant obtenu, la possibilité d'exprimer U, par exemple par une méthode d'approximations successives. Les travaux de MM. Volterra et Fredholm sur les équations intégrales, et ceux de M. Volterra sur les fonctions de lignes implicites, ont mis en évidence l'importance et la généralité des cas où cette double condition est réalisée.

Lorsque la relation entre δu et δv peut être résolue par rapport à δu, en

ce sens qu'à toute détermination de δv intégrable et de carré intégrable correspond une détermination de δu intégrable et de carré intégrable, on peut démontrer qu'il existe une quantité positive μ indépendante de δv telle que

$$\int_0^1 [\delta v(s)]^2\,ds > \mu^2 \int_0^1 [\delta u(s)]^2\,ds.$$

c. Lorsque A est intérieur à la sphère de rayon ρ ayant pour centre l'origine (point représentatif de $u = 0$), μ *admet une limite inférieure positive* μ_ρ.

d. L'intégrale $\int_0^r \mu_\rho\,d\rho$ *croît indéfiniment avec* r, d'où il résulte que si A décrit un chemin de longueur infinie, B ne pourra pas décrire un chemin de longueur finie.

Sous ces conditions, l'inversion de la transformation considérée est possible et uniforme dans tout l'espace.

Pour démontrer qu'elle est possible, il suffit de montrer que si B se déplace du point b_0 correspondant à a_0 à un point quelconque b_1 en suivant un chemin de longueur finie, il ne peut exister sur son parcours un point b telle que l'inversion soit possible avant b et impossible après. En effet, si elle est possible avant b, le point A décrit, lorsque B tend vers b, un chemin de longueur finie (condition d), et par suite a une limite (remarque finale du paragraphe 1); mais alors l'inversion est possible un peu au delà de b (condition b).

Pour démontrer que l'inversion est uniforme, il suffit de montrer que si B décrit un contour fermé commençant et finissant en un point b, il est impossible que A décrive une ligne ouverte $a_0 a_1$. Or, s'il en était ainsi, on pourrait déformer le contour décrit par B, sans changer le point b, de manière à le réduire à ce point; le chemin correspondant décrit par A devrait aussi se réduire à un point, ce qui n'est pas possible, car d'après la condition b ses extrémités ne peuvent se détacher des points a_0 et a_1.

3. *Généralisation.* — On peut de bien des manières généraliser le théorème précédent en modifiant les conditions de continuité imposées aux fonctions U et V et la définition de la distance. On peut même envisager que l'on impose à ces fonctions des conditions d'égalité. Ces conditions peuvent n'être pas les mêmes pour la fonction U et la fonction V, et les définitions de la distance peuvent être différentes pour les domaines E

et E′ décrits respectivement par A et B, lorsque ces conditions sont vérifiées.

Si, par exemple, on veut étudier l'inversion de la relation

$$(2)\qquad V(s) = \int_0^s U(s)\,ds,$$

la fonction U étant supposée intégrable et de carré intégrable, il faudra supposer la fonction V continue, admettant une dérivée intégrable et de carré intégrable, et de plus s'annulant pour $s = 0$. Ces conditions sont nécessaires pour que l'inversion soit possible localement, et ensuite le passage du point de vue local au point de vue général est évidemment possible.

Ces généralisations appellent deux remarques :

1° Tandis que dans l'énoncé primitif l'existence de la quantité μ résulte de la condition b, il n'en sera pas toujours ainsi et, en général, l'existence de μ sera une condition de plus à vérifier.

Ainsi dans l'exemple de la correspondance (2), le nombre μ n'existerait pas si l'on conservait la définition (1) de la distance. Il existe au contraire si l'on conserve cette définition dans le domaine E, mais que dans E′ on définisse la distance d' entre b et B par la formule

$$d'^2 = \int_0^1 \left[\frac{dV(s)}{ds} - \frac{dv(s)}{ds}\right]^2 ds.$$

Il arrivera ainsi souvent que l'application du théorème soit possible, à condition d'adopter une définition de la distance adaptée à la correspondance étudiée.

2° Il est essentiel, pour la deuxième partie de la démonstration, de s'assurer que toute ligne fermée décrite par B peut se réduire à un point par une déformation continue. En d'autres termes, le domaine E′ doit être *à connexion linéaire simple*.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les erreurs de situation d'un point.* Note [1] de M. **Alf Guldberg.**

Dans un Mémoire remarquable Bravais a déduit la loi des erreurs du plan de la forme

$$\frac{\sqrt{k^2 k'^2 - \lambda^2}}{\pi} e^{-k^2x^2-2\lambda xy-k'^2y^2},$$

x et y désignant les erreurs sur les coordonnées du point et

$$k^2 = \frac{M(y^2)}{2[M(x^2)M(y^2) - M(xy)^2]}, \qquad k'^2 = \frac{M(x^2)}{2[M(x^2)M(y^2) - M(xy)^2]},$$
$$\lambda = \frac{-M(xy)}{2[M(x^2)M(y^2) - M(xy)^2]},$$

$M(x^2)$, $M(y^2)$ et $M(xy)$ désignant respectivement les valeurs moyennes de x^2, y^2 et xy.

Le but de cette Note est de montrer comment la loi de Bravais se déduit immédiatement par la méthode des probabilités continues introduite par M. Bachelier.

Nous supposerons une suite d'observations en nombre très grand des deux coordonnées d'un même point, de telle sorte que la succession de ces observations puisse être considérée comme continue. Nous supposerons encore que les erreurs commises sur les coordonnées du point sont continues.

Soit $\omega(n - dn,\ x - u,\ y - v)\,dx\,dy$ la probabilité pour que, à la $(n - dn)^{\text{ième}}$ observation, les erreurs commises soient comprises respectivement entre $x - u$ et $x - u + dx$ et entre $y - v$ et $y - v + dy$; bref, la probabilité pour les erreurs $x - u$ et $y - v$.

Soit encore $\zeta(n, u, v)\,du\,dv$ la probabilité pour que les erreurs augmentent des quantités u et v à la $n^{\text{ième}}$ observation, ayant été $x - u$ et $y - v$ à la $(n - dn)^{\text{ième}}$ observation.

La probabilité, pour que les erreurs soient x et y à la $n^{\text{ième}}$ observation, ayant été $x - u$ et $y - v$ à la $(n - dn)^{\text{ième}}$ observation, s'obtient d'après le

[1] Séance du 13 janvier 1919.

principe des probabilités composées

$$\omega(n-dn,\ x-u,\ y-v)\,dx\,dy\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv.$$

Les u et v ayant pu, à la $(n-dn)^{\text{ième}}$ observation, avoir toutes les valeurs possibles, la probabilité pour que, à la $n^{\text{ième}}$ observation, les erreurs soient x et y est, en vertu du principe des probabilités totales,

$$dx\,dy\int\int\omega(n-dn,\ x-u,\ y-v)\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv.$$

Cette même probabilité s'exprime par $\omega(n, x, y)\,dx\,dy$, on doit donc avoir

$$\omega(n,\ x,\ y)=\int\int\omega(n-dn,\ x-u,\ y-v)\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv.$$

Développons la fonction $\omega(n-dn, x-u, y-v)$ par la formule de Taylor, en négligeant les termes qui contiennent en facteur le carré de dn et les puissances de u et v supérieures à la seconde, on aura alors

$$\begin{aligned}\omega(n,\ x,\ y)=&\left[\omega(n,\ x,\ y)-\frac{\partial\omega}{\partial n}\,du\right]\int\int\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv\\&-\frac{\partial\omega}{\partial x}\int\int u\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv-\frac{\partial\omega}{\partial y}\int\int v\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv\\&+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}\int\int u^2\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv\\&+\frac{\partial^2\omega}{\partial x\,\partial y}\int\int uv\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv+\frac{1}{2}\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\int\int v^2\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv.\end{aligned}$$

On a d'abord

$$\int\int\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv=1.$$

L'hypothèse de Bravais exige que les intégrales

$$\int\int u\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv=0,\qquad\int\int v\,\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv=0.$$

Si ces intégrales ne sont pas nulles on peut réduire le cas général par une transformation des variables à ce cas ici traité.

L'intégrale

$$\int\int u^2\zeta(n,\ u,\ v)\,du\,dv$$

est la valeur moyenne des carrés de l'erreur u relative à l'intervalle des observations $n-dn$, n. Nous désignerons cette intégrale par $\frac{1}{2}\varphi'_1(n)\,dn$.

L'intégrale

$$\int\int v^2\zeta(n, u, v)\,du\,dv$$

est la valeur moyenne des carrés de l'erreur v relativement à l'intervalle des observations $n-dn$, n. Nous désignerons cette intégrale par $\frac{1}{2}\varphi'_2(n)\,dn$.

Enfin l'intégrale

$$\int\int uv\zeta(n, u, v)\,du\,dv$$

est la valeur moyenne des produits de uv relative à l'intervalle des observations $n-dn$, n. Nous désignerons cette intégrale par $\frac{1}{2}\Theta'(n)\,dn$.

Notre équation s'écrit donc

$$\frac{1}{4}\varphi'_1(n)\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+\frac{1}{4}\varphi'_2(n)\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}+\frac{1}{2}\Theta'(n)\frac{\partial^2\omega}{\partial x\,\partial y}=\frac{\partial\omega}{\partial n}.$$

On a encore la condition

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\omega(n, x, y)\,dx\,dy=1.$$

Ces deux équations sont satisfaites, comme on le vérifie, par (¹)

$$\omega(n, x, y)=\frac{1}{\pi\sqrt{\varphi_1(n)\,\varphi_2(n)-\Theta(n)^2}}e^{-\frac{\varphi_2(n)x^2+\varphi_1(n)y^2-2\Theta(n)xy}{\varphi_1(n)\varphi_2(n)-\Theta(n)^2}}.$$

On déduit de plus que

$$\varphi_1(n)=2\,\mathrm{M}(x^2),\qquad \varphi_2(n)=2\,\mathrm{M}(y^2),\qquad \Theta(n)=2\,\mathrm{M}(xy).$$

Si l'on pose

$$\frac{\varphi_2(n)}{\varphi_1(n)\,\varphi_2(n)-\Theta(n)^2}=k^2,\qquad \frac{\varphi_1(n)}{\varphi_1(n)\,\varphi_2(n)-\Theta(n)^2}=k'^2,$$

$$\frac{-\Theta(n)}{\varphi_1(n)\,\varphi_2(n)-\Theta(n)^2}=\lambda,$$

on aura la loi de Bravais.

(¹) Voir BACHELIER, *Calcul des probabilités*, p. 387 et suiv.

ÉLASTICITÉ. — *Sur un cas de simplification des formules de M. Boussinesq.* Note de M. **Mesnager**, présentée par M. G. Kœnigs.

Tout paraît avoir été dit sur le problème de M. Boussinesq, après les publications de 1878 et 1885 et les travaux faits depuis à l'étranger pour résoudre ce problème par les méthodes les plus variées ([1]).

Personne ne paraît cependant avoir appelé l'attention sur les remarquables simplifications qui se produisent dans les formules pour les corps dans lesquels le coefficient de Poisson atteint la valeur 0,5, autrement dit $\lambda = \infty$, $\frac{\mu}{\lambda} = 0$, matières à *volume invariable* (alliage de 0,67 d'argent avec 0,33 de platine, caoutchouc, etc.). Pour des applications à des recherches expérimentales, ces simplifications présentent un grand intérêt et, en même temps, les formules de l'élasticité relatives à ces corps montrent des relations très étroites entre les solutions à deux et à trois dimensions.

On sait qu'à deux dimensions, dans le problème du solide limité à une droite, en un point P de laquelle agit une force f normale ou inclinée, les lignes isostatiques sont des circonférences concentriques au point sollicité et des droites passant par ce point. En chaque point M du solide, il n'y a qu'une seule tension principale, qui est dirigée suivant la droite MP, et qui a pour valeur $N = \frac{2f}{\pi r}\cos(\overline{f}, \overline{MP})$. Quelle que soit l'inclinaison du plan sur la force, le résultat reste le même. Les lieux d'égale pression principale sont des circonférences de cercle ayant leur centre sur la direction de la force, qu'on peut voir sous forme de circonférences colorées dans les solides transparents en les plaçant entre deux nicols croisés. Ces circonférences sont indépendantes de la direction de la droite limitant le solide, pourvu que la force f reste constante. (L'expérience vérifie du même coup que les axes passent bien par le point pressé, croix noire déliée passant par ce point.)

Les tensions sont indépendantes de la matière isotrope utilisée.

([1]) Hertz, *Journal de Crelle*, 1881; *Œuvres*, 1895. — Cerruti, *Accademia dei Lincei*, 1882. — Love, *Elasticité*, vol. 1, p. 248. — Michell, *Proceedings London Math. Soc.*, 1899, p. 183. — Lamb, *On Boussinesq problem* (*Proceedings London Math. Soc.*, 1902, p. 276). — Pistohlcors, *Petrograd*, 1916. — Terrazawa, *Cambridge*, 1916.

Les tensions étant nulles sur les droites passant par le point pressé, on peut ajouter ou enlever des coins passant par le point sollicité. Si alors le solide cesse d'être limité par une droite, la formule de la tension devient $A \frac{f}{r} \cos(\bar{a}, \overline{MP})$, la valeur de la constante varie de ∞ à $\frac{1}{\pi}$ quand l'angle du coin restant varie de 0 à 2π. La direction $\bar{a}$ dépend de l'angle de la force avec le plan de symétrie du coin, on la calcule facilement par quadratures.

Il ne faut pas en général que les deux droites limitant la surface de part et d'autre de f se rejoignent. Leurs déformations dépendant en général de la fonction non monodrome $\left(\text{arc tang} \frac{x}{z}\right)$ qui varie de 2π quand on fait un tour autour de l'origine, les deux faces ne peuvent se raccorder quand l'angle atteint 2π. Toutefois, dans les matières à volume invariable (le corps étant maintenu à épaisseur constante ou infiniment long dans la troisième direction), la fonction arc tang. disparaît et le raccordement se fait. La tension principale en tout point est alors donnée par $N = \frac{f}{\pi r} \cos(\bar{f}, \overline{MP})$.

Des faits analogues se produisent dans le cas de matière à volume invariable pour les formules à *trois dimensions*. Dans le cas du solide indéfini, du solide limité à un plan, ou du solide limité à un cône quelconque dont le sommet soit au point sollicité, les surfaces isostatiques deviennent des sphères concentriques à ce point et des cônes ayant ce point pour sommet. Les tensions sont nulles sur la surface latérale des cônes, les sphères supportent des tensions normales données par la formule

$$N = A \frac{F}{r^2} \cos(\bar{a}, \overline{MP}).$$

Dans le cas de la surface limitée à un plan, on a

$$N = \frac{2}{3} \frac{F}{\pi r^2} \cos(\bar{F}, \overline{MP}).$$

Les déplacements à la surface sont uniquement normaux à celle-ci si la force est normale. Si la force est oblique, tout se passe pour les tensions et déplacements, dans la partie située au-dessous du plan normal à la force passant par son point d'application, comme dans le cas de la force normale à la surface. La tension est moitié dans le cas du corps infini en tous sens, chaque moitié du corps en équilibrant la moitié.

Dans tous ces cas, les surfaces d'égales tensions principales sont données par l'équation

$$k^4 z^2 = r^6.$$

Elles forment deux groupes symétriques tangents à un même plan. On pourrait, entre deux nicols, apercevoir leurs sections droites, si l'on connaissait une matière transparente à volume invariable.

Les relations que M. Boussinesq avait données ([1]) pour les pressions sur des plans parallèles à la surface s'appliquent à des éléments de direction quelconque et l'on peut dire :

Toute force extérieure, pressant un point P *de la surface plane d'un solide illimité partout ailleurs et de volume invariable, se transmet à l'intérieur sur un élément* M *quelconque sous la forme de pressions (forces par unité d'aire) dirigées suivant* MP *et qui égalent le produit du coefficient* $\frac{3}{2\pi}$ *par la projection, suivant cette direction, de la force extérieure multipliée par le cosinus de l'angle de* MP *avec la normale à l'élément* M *et par l'inverse du carré de la distance* MP.

Si le corps est limité à un plan ou est illimité et qu'il ne soit sollicité à la surface ou à l'intérieur que par des forces appliquées dans un volume fini, on obtient toutes ses tensions par superposition des solutions simples précédentes.

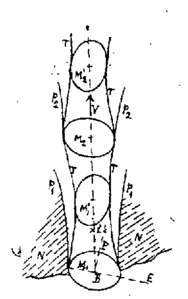
ASTRONOMIE. — *Hypothèse conciliant la Cosmogonie tourbillonnaire avec l'explication des particularités des Novæ et du Soleil.* Note ([2]) de M. Emile Belot, présentée par M. Bigourdan.

La Cosmogonie tourbillonnaire part de réalités exprimées en nombres dans des lois empiriques (lois des distances et des rotations planétaires) pour remonter à une théorie explicative du système solaire : elle a révélé à son origine l'existence dans la nébuleuse primitive N d'un tube T à renflements périodiques d'où ont émané des nappes planétaires p_1, p_2, ... à section circulaire dont toutes les molécules ayant un mouvement hélicoïdal

([1]) *Application des potentiels*, p. 187.

([2]) Séance du 13 janvier 1919.

ont bien le caractère de *surfaces de tourbillon physique*. Les vérifications nombreuses de cette théorie et les calculs qui, par la démonstration des lois empiriques précitées, aboutissent au tracé géométrique de l'architecture du système solaire primitif, subsisteront intégralement grâce à la méthode suivie, même si *le tube* T *n'est que l'enveloppe des positions d'un astre* M *se déplaçant dans la nébuleuse* N.



Les phénomènes des Novæ peuvent aider à comprendre les particularités du système solaire primitif, à condition de préciser le mécanisme de ces apparitions. Jusqu'ici on les a expliquées par le choc d'un Soleil éteint (M) sur une nébuleuse, mais sans définir l'astre M et sans tenir compte des oscillations dans la masse que la Physique prévoit.

Hypothèse. — *L'astre* M *rencontrant en* B *la nébuleuse* N *est une petite nébuleuse gazeuse, sphère de rayon a, animée d'une rotation et d'une vitesse relative* V *dans une direction faisant un petit angle i avec l'axe polaire* BP.

Dans le système solaire, $a = 0{,}29$ u. a. ou 62 rayons solaires; $i = 28°$. La distance de B au centre de la nébuleuse N = 81 u. a. La vitesse relative V pouvant atteindre plusieurs centaines de kilomètres sera de l'ordre de 100 fois la vitesse parabolique que les masses M et N prendraient par leur attraction mutuelle; par suite, les phénomènes mécaniques dus à la collision domineront certainement ceux que pourrait produire l'attraction (marées, etc.).

On peut distinguer trois cas suivant la valeur du rapport $\frac{R}{g}$ de la résistance R à la pénétration dans la nébuleuse à l'intensité g de la pesanteur à la surface de M.

1° $\frac{R}{g}$ faible. La sphère subira une déformation piriforme progressive et perma-

nente. C'est le cas de la Terre [1] déprimée en tête de sa trajectoire et allongée en pointe (Antarctide) en arrière.

2° $\frac{R}{g}$ a une valeur assez grande en raison de la faible densité et du rayon assez grand de l'astre M. Le choc produit dans tout ou partie de la masse gazeuse M des oscillations périodiques amorties, renflant alternativement l'Équateur en M_1 et les pôles en M'_1, mais sans perte de matière par projection équatoriale.

3° $\frac{R}{g}$ augmente encore. Dans ce cas, qui est celui des Novæ, aux oscillations périodiques comme dans le cas 2°, s'ajouteront des expulsions radiales et périodiques de matière dans une zone équatoriale de faible hauteur H sous forme de nappes $p_1, p_2, \ldots$ animées d'une vitesse radiale V_1 et des vitesses de rotation et translation de M.

Si V_2 est la vitesse moyenne d'aplatissement normal à l'Équateur, l'équation de continuité, en négligeant les phénomènes de dilatation et de compression en partie compensés, se réduit à

$$2\pi a^2 V_2 = 2\pi a H V_1.$$

Ainsi la vitesse radiale, proportionnelle à $\frac{a}{H}$ pourra être énorme et atteindre plusieurs milliers de kilomètres comme dans les Novæ. La pression de radiation proportionnelle à la puissance 4 de la température exerce aussi son action radiale sur les molécules condensées des nappes p_1, p_2, ... Comme on le voit sur la figure, le tube T à renflements périodiques, révélé par la Cosmogonie tourbillonnaire, est bien l'enveloppe des positions de l'astre M dans la nébuleuse.

Après l'émission des nappes planétaires $p_1, p_2, \ldots$, l'astre M amortira sa vitesse et passera de la phase 3° à la phase 2° où il ne perd plus de matière équatoriale. En même temps, le noyau M se chargeant à la surface de matière nébuleuse N augmentera la durée de sa période d'oscillation, comme on le constate pour un ressort chargé à son extrémité.

Ainsi *la période undécennale du Soleil peut être le résidu de l'oscillation de son noyau primitif*, et les légères variations de cette période tiendraient aux déplacements inévitables des courants dans les couches entourant le noyau [2]. Le choc oblique (angle i) sur la nébuleuse du corps tournant M,

---

(1) E. Belot, *Origine des formes de la Terre*, p. 18.

(2) Il se pourrait aussi qu'aux périodes de minimum d'activité solaire, l'axe polaire du Soleil soit légèrement plus long que le diamètre équatorial, comme les mesures du R. P. Chevalier semblent l'avoir indiqué.

y produit un mouvement de précession faisant tourner l'axe polaire BP autour de la direction de translation V : *l'inclinaison de l'axe solaire sur celui de l'écliptique* (7°) *est dû à ce mouvement de précession.*

Avec la même facilité s'expliquent *les particularités de la courbe de lumière et du spectre des Novæ.* Après une ascension rapide de la courbe de lumière en B, elle présente en général des fluctuations périodiques décroissantes dues à la variation périodique de la surface apparente et de l'intensité du choc nébuleux. Toutefois, si le rayon visuel est incliné d'environ 45° sur l'Équateur, les oscillations périodiques de lumière tendront à disparaître. On ne verra pas de lignes sombres dans le spectre si le rayon visuel est peu incliné sur la direction V. Les nappes $p_1, p_2, \ldots$ seront aussi brillantes que l'astre M au moment où elles s'en séparent, mais dès qu'elles s'en écartent, elles se refroidissent donnant lieu à des *lignes sombres toujours déviées vers le violet*, pourvu que le rayon visuel soit peu incliné sur le plan équatorial. Toutes ces apparences sont bien celles des Novæ et, d'après ce qui précède, il faut supposer que leur plan équatorial diffère peu de celui de la Voie lactée d'où nous observons les phénomènes.

Après une courte période où le spectre est analogue à celui des protubérances solaires, l'astre M_1 s'entourera de matière N qui fait apparaître les raies nébulaires. Enfin l'épanouissement des nappes $p_1, p_2, \ldots$ correspond aux multiples bandes nébuleuses que Ritchey a photographiées autour de la Nova de Persée 1901.

Ainsi la nouvelle hypothèse, en harmonie étroite avec la Cosmogonie tourbillonnaire, précise les relations existant entre les Novæ et le système solaire originel. Enfin, elle peut rendre compte de la formation des nébuleuses spirales quand le choc de M sur la nébuleuse N est latéral (angle i voisin de 90°).

PHYSIQUE. — *Calcul du rapport des chaleurs spécifiques principales du benzène et du cyclohexane par la méthode cyclique de M. Leduc.* Note de M. G. **Déjardin**, présentée par M. E. Bouty.

Dans ses *Leçons sur la Théorie des gaz* Boltzmann compare, dans les cas les plus simples, les valeurs expérimentales du rapport γ des chaleurs spécifiques principales des fluides avec les résultats de la théorie de l'équi-

partition de l'énergie (¹). Il fait observer « qu'il ne serait pas difficile de traiter d'autres cas particuliers, mais que cela semble superflu tant qu'on ne dispose pas de documents expérimentaux plus complets ».

I. Les méthodes de détermination directe du rapport γ sont d'une application très délicate et comportent de nombreuses causes d'erreur (²). M. Leduc a exposé, dans les *Annales de Physique* (8ᵉ série, t. 23, p. 577), les principes d'une méthode de calcul des chaleurs spécifiques des vapeurs qui repose sur la considération d'un cycle parcouru réversiblement par le fluide. Cette méthode fait intervenir la « loi des volumes moléculaires », déjà appliquée avec tant de succès par son auteur à la détermination des masses moléculaires et atomiques, à l'étude des phénomènes de polymérisation et de dissociation (³), au calcul des coefficients de dilatation et à l'étude de la pression interne (⁴).

Le calcul cyclique de γ exige la connaissance préalable :

1° De la compressibilité de la vapeur entre les limites de température et de pression considérées. Grâce à la loi des volumes moléculaires, et les coordonnées critiques étant supposées connues, il suffit d'exécuter *une seule* expérience, à une température déterminée, entre deux pressions déterminées, d'ailleurs *quelconques*;

2° De la pression maxima F et de sa dérivée $\frac{dF}{dt}$;

3° De la chaleur latente de vaporisation L, que l'on peut calculer par la formule de Clapeyron, le volume spécifique de la vapeur étant lui-même calculé à l'aide des formules de M. Leduc (⁵);

4° De la chaleur spécifique $\varkappa$ du liquide en fonction de la température.

Après avoir repris, par la méthode statique, la détermination des pressions maxima des vapeurs du benzène et du cyclohexane, j'ai appliqué la méthode de M. Leduc au calcul du γ des vapeurs saturantes de ces carbures et j'ai obtenu les résultats suivants :

(¹) Boltzmann, *Leçons sur la Théorie des gaz*, t. 2, p. 125.

(²) Leduc, *Annales de Physique*, 9ᵉ série, t. 4, 1915, p. 5.

(³) Leduc, *Annales de Chimie et de Physique*, 7ᵉ série, t. 15, 1898, p. 5, et t. 17, 1899, p. 173; 8ᵉ série, t. 19, 1910, p. 442.

(⁴) Leduc, *Annales de Physique*, 9ᵉ série, t. 5, 1916, p. 180, et t. 9, 1918, p. 5.

(⁵) Leduc, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 225.

1° *Benzène.* — A 20°, $\gamma = 1,106$ et à 100°, $\gamma = 1,116$. Ces valeurs paraissent exactes à $\frac{1}{100}$ près et peut-être même à $\frac{1}{200}$.

J'ai utilisé, pour la chaleur de vaporisation L, une formule empirique établie au moyen des valeurs expérimentales de Griffiths et Marshall ([1]), de Young ([2]) et des nombres calculés par la formule de Clapeyron ([3]). La chaleur spécifique du benzène liquide a été empruntée au travail de Mills et Mac Rae ([4]).

2° *Cyclohexane.* — γ varie peu entre 20° et 90° et semble voisin de 1,077, valeur probablement exacte à $\frac{1}{100}$ près (la chaleur latente L a été calculée par la formule de Clapeyron et la chaleur spécifique $\varkappa$ déterminée par moi-même).

II. L'énergie totale d'une molécule est la somme de l'énergie potentielle intermoléculaire correspondant aux actions mutuelles des molécules, de l'énergie potentielle intramoléculaire résultant des forces centrales qui maintiennent l'union des groupements atomiques dans la molécule, et enfin de l'énergie cinétique totale du système.

Si l'on considère comme négligeables les forces intermoléculaires (gaz parfait) et si l'on admet, en outre, que les forces intramoléculaires sont proportionnelles aux variations des distances relatives des atomes, l'application du principe d'équipartition permet de mettre le rapport γ des chaleurs spécifiques principales sous la forme

$$(1) \qquad \gamma = 1 + \frac{2}{\mu + \lambda} \quad ([5]),$$

μ et λ désignant respectivement les nombres de degrés de liberté relatifs à l'énergie cinétique de la molécule et à l'énergie potentielle intramoléculaire. Cette formule ne rend pas compte de la variabilité de γ avec la température et la pression, ce qui tient aux hypothèses restrictives faites, en l'établissant, au sujet des actions inter et intramoléculaires. Néanmoins elle peut per-

---

(1) *Philosophical Magazine*, t. 41, 1896, p. 1.

(2) *Scientific Proceedings of the Royal Dublin Society* [N. S.], 12.

(3) Les nombres ainsi calculés diffèrent seulement de quelques millièmes des valeurs expérimentales de L correspondant aux mêmes températures.

(4) *Journal of Physical Chemistry*, t. 14, 1910, p. 797.

(5) Boltzmann, *Leçons sur la Théorie des gaz*, t. 2, p. 127.

mettre, par comparaison avec le γ calculé par la méthode des cycles, d'étendre et de généraliser les investigations de Boltzmann et de fournir certaines indications relatives au schéma moléculaire propre à caractériser un fluide déterminé.

1° *Benzène*. — Assimilons la molécule de vapeur de benzène à un système de trois sphères polies et indéformables disposées au sommet d'un triangle. Le nombre total $\mu + \lambda$ des degrés de liberté de la molécule est alors égal à 18 (trois variables pour les coordonnées du centre de gravité; trois angles déterminant la rotation de l'ensemble autour du centre de gravité; trois variables pour le mouvement d'agitation propre de chaque sphère, supposé indépendant du mouvement de rotation de l'ensemble; enfin, trois degrés de liberté pour l'énergie potentielle intramoléculaire).

Dans ces conditions, la formule (1) donne $\gamma = 1,111$, nombre très voisin du γ expérimental vers 80°.

On peut rapprocher du schéma précédent la formation du benzène par polymérisation de l'acétylène et la décomposition par l'eau de la triozonide benzénique en trois molécules de glyoxal et trois molécules d'eau oxygénée.

2° *Cyclohexane*. — Assimilons la molécule de ce carbure à un système de trois solides non sphériques, mais de révolution, et correspondant aux trois groupes C^2H^4 (schéma suggéré par l'hydrogénation catalytique du benzène en présence du nickel divisé). Il existerait alors 24 degrés de liberté et la formule (1) donnerait $\gamma = 1,083$. Le nombre de degrés de liberté s'élève à 27 si chacun des trois solides ne possède pas la symétrie parfaite de révolution autour d'un axe. La formule (1) donne, dans ce cas, $\gamma = 1,074$, nombre très peu différent du γ expérimental entre 20° et 90°.

Il ne faut évidemment pas attribuer à ces intéressants rapprochements une valeur exagérée, mais les exemples précédents suffisent pour montrer l'importance de la connaissance exacte du γ des vapeurs au point de vue de l'interprétation de la loi d'équipartition de l'énergie et de la théorie cinétique des gaz. La méthode générale fondée par M. Leduc paraît convenir tout particulièrement pour une étude systématique d'ensemble.

PHYSIQUE. — *Sur une nouvelle détermination de la vitesse du son à l'air libre.* Note de M. **Ernest Esclangon**, présentée par M. R. Bourgeois.

La connaissance aussi exacte que possible de la vitesse du son à *l'air libre* a pris une importance particulière dans l'application au repérage par le son.

Sa détermination précise présente des difficultés qui tiennent essentiellement à l'imparfaite connaissance du vent; la température n'ayant qu'une influence plus faible et plus facile à déterminer exactement.

Le vent, au contraire, est toujours mal déterminé en raison de ses variations continuelles. Quelle que soit son intensité, il se présente sous la forme de *rafales* qui cheminent à la manière de vagues superposées à une translation moyenne d'ensemble. En outre, les mesures de la force du vent dépendent de l'appareil employé. Un anémomètre fixe donne la vitesse moyenne des molécules fluides qui le rencontrent; un ballon sonde fournit plutôt la vitesse moyenne d'une molécule suivie dans son mouvement; dans la propagation du son intervient une intégration spéciale correspondant à la vitesse moyenne des diverses molécules rencontrées successivement par l'onde sonore (c'est une intégration analogue qui se présente dans l'action du vent sur les projectiles). Si le vent était régulier, constant, ces données seraient identiques; à cause de la forme en rafales, elles sont différentes; la différence peut parfois atteindre plusieurs mètres avec des vents très forts.

Lorsque les mesures de la vitesse du son portent sur une petite distance, quelques centaines de mètres par exemple (toutes conditions de précision étant supposées satisfaites par ailleurs) chaque mesure correspond, quant au vent, à des conditions propres, suivant la phase et l'importance de la rafale qui lui correspond, éléments difficiles à connaître. En outre, au *voisinage immédiat* du sol, la vitesse du vent comporte un *gradient très rapide*, irrégulier, indéterminable, provoquant des réfractions, des déviations très fortes du rayon sonore et un allongement inconnu de sa trajectoire.

Si l'on opère sur de grandes distances (15^{km}, 20^{km}, 25^{km}), les rayons sonores peuvent, par une réfraction continue, s'élever assez haut dans l'atmosphère et cheminer dans des couches dont l'état physique est mal déterminé.

Quant aux temps calmes, ils ne sont pas à rechercher. Le voisinage du sol devient alors le siège de petits mouvements de l'air, irréguliers et tourbillonnaires, de varia-

tions thermiques locales, se traduisant finalement par de grandes variations dans les résultats, ainsi que nous l'avons fréquemment constaté à Gâvre.

De toutes façons, dans les mesures déduites des coups de canon, le centre sonore et les postes d'observation étant sur le sol, le voisinage de celui-ci introduit, sur le chemin suivi par les rayons sonores, des irrégularités de vent (même par temps calme) se traduisant par des réfractions latérales ou verticales, par suite par un allongement, souvent non négligeable, du chemin parcouru. En fait, les mesures obtenues par les coups de canon conduisent à des nombres systématiquement plus faibles que ceux obtenus par des méthodes très différentes (tuyaux larges, etc.).

Au cours des années 1917 et 1918, nous avons repris à Gavre, avec notre collaborateur M. Foex, la détermination à l'*air libre* de la vitesse du son, en opérant par tous les temps, même par les plus grand vents, par des températures qui ont varié entre 0 et 20°, enfin avec tous les calibres de canons.

Les ondes étaient reçues sur des récepteurs électro-acoustiques placés en deux postes situés, le premier à 1400^{m} de la batterie, le second, dans le même alignement, à 14000^{m}; leur emplacement exact était connu à quelques décimètres près. Les temps étaient évalués avec une approximation voisine de $\frac{1}{500}$ de seconde. Il était tenu compte des retards propres à chaque récepteur. Le vent enfin était déterminé au moyen des ballons sondes.

Les observations échelonnées de juin 1917 à mars 1918 portent sur 30 séries de coups de canons. Nous les avons divisées en deux groupes. Le premier, comprenant 15 séries, se rapporte aux vents forts et irréguliers allant jusqu'à 18^{m}. Les résultats qu'il donne pour la vitesse du son comportent des écarts très importants allant jusqu'à 3^{m} avec un écart moyen dépassant 1^{m}, bien que les nombres résultant d'une même série (même séance de tir) soient généralement beaucoup plus concordant. C'est là l'indice d'erreurs systématiques mais inconnues commises sur l'influence du vent.

Le deuxième groupe, comprenant également 15 séries, se rapporte à des vents d'apparence régulière, dont la vitesse est comprise entre 0^{m} et 10^{m} (la moyenne est de 6^{m}) et l'orientation quelconque à la ligne des deux postes [1].

Le plus grand écart à la moyenne générale obtenue pour la vitesse du son (corrigée du vent, de la température de l'humidité) est de $0^{m},8$; l'écart moyen se rapportant à plus de 100 observations est de $0^{m},2$.

Nous avons finalement obtenu ainsi pour la vitesse du son (déduite du

---

(1) La moyenne des projections algébriques de la vitesse du vent sur la ligne des postes était de 2^{m}.

second groupe) ramenée à 15° (en air sec) le nombre 339^m,9 (1). La vitesse obtenue par Regnault opérant exclusivement en air calme, condition qui ne paraît pas devoir être recherchée particulièrement, est 339^m,7.

Les calibres qui s'échelonnent entre 14^{cm} et 52^{cm} ne paraissent jouer aucun rôle, du moins à une distance suffisante de la bouche (notre premier poste en était éloigné de 1400^m).

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Méthode de réduction rapide du chloroplatinate de potassium.* Note de M. **Horsch**, présentée par M. G. Lemoine.

Dans toutes les méthodes de dosage du potassium par la réduction du chloroplatinate de potassium, on a le platine à l'état de poudre, qu'on doit laver, filtrer, sécher et calciner avec le filtre, opération d'où résulte de la perte de temps et une perte probable de substance.

Nous avons réussi à trouver une méthode nouvelle de réduction du chloroplatinate de potassium, très avantageuse par rapport aux autres jusqu'ici employées, par sa rapidité et sa simplicité, et donnant des résultats très satisfaisants. L'opération se fait comme il suit :

Après un lavage complet avec de l'alcool à 80 pour 100, nous dissolvons le précipité formé, encore humide, sur le filtre même, par l'eau bouillante, et nous recevons le liquide dans un creuset de platine préalablement pesé; nous ajoutons ensuite 2$^{cm^3}$ ou 3$^{cm^3}$ d'alcool, et nous chauffons au bain-marie, qui doit être en pleine ébullition. Après une demi-minute ou une minute, une couche de platine métallique se dépose graduellement et uniformément sur la surface intérieure du creuset et y adhère solidement comme dans le cas d'une électrolyse. En 25 minutes à peu près, la réduction est complète; on ajoute quelques gouttes d'alcool et on laisse encore 5 minutes. On verse ensuite le liquide, on lave bien à l'eau distillée sans craindre des pertes, on

---

(1) La moyenne générale déduite de l'ensemble des deux groupes (vents forts et vents modérés) donne 339^m,8, mais en raison des forts écarts que comporte le premier groupe, nous considérons comme plus exact le nombre déduit du second groupe.

Les observations semblent montrer enfin, que le vent étant évalué par ballons sondes, la vitesse déduite est plus grande lorsque le vent souffle dans le sens de la propagation du son, que dans le cas contraire. La différence, *très faible* et négligeable avec les vents modérés, augmenterait ensuite assez rapidement avec les vents forts. Ce caractère doit être attribué à la forme oscillatoire du vent (rafales).

sèche au bain-marie, puis on calcine fortement, et l'on remarque qu'alors le platine qui, d'abord, était noir, finit par prendre le même aspect que le creuset.

Cette *réduction par l'alcool* se fait seulement en présence du platine métallique. Une solution semblable, chauffée avec de l'alcool dans un vase de porcelaine ou de verre, ne se réduit pas, même après plusieurs heures. Cette réduction se fait dans des solutions diluées de chloroplatinate de potassium, de 0,25 à 0,30 pour 100 tout au plus; dans des solutions plus concentrées, elle est lente et incomplète, le platine n'adhérant qu'en partie au creuset. Quand on a de plus grandes quantités de précipité, on dissout dans de l'eau et l'on complète à 250^{cm^3} ou à 500^{cm^3}, selon la quantité de précipité, de sorte que la solution ait la couleur des urines normales, puis on en prend de 20^{cm^3} à 25^{cm^3} à l'aide d'une burette (selon la capacité du creuset dont on dispose).

Le formaldéhyde réduit aussi dans les mêmes conditions le chloroplatinate, mais bien plus lentement et avec un dépôt n'adhérant pas complètement. L'alcool allylique ne produit aucune réduction, même en présence de platine métallique ([1]).

Voici quelques résultats de dosages obtenus par cette méthode. Nous avons fait usage de chlorure de potassium d'une pureté garantie, parfaitement desséché, et de poids en platine normaux.

	Durée de la réduction en minutes.			
	30.	20.	30.	30.
Poids du creuset platiné........	$20^g,5218$	$20^g,5355$	$20^g,5510$	$20^g,5566$
» avant le dépôt..	20,4962	20,5218	20,5355	20,5510
Platine....	0,0256	0,0137	0,0155	0,0156
Poids de KCl trouvé............	0,01949	0,0104	0,011802	0,01188
» analysé..........	0,0195	0,0106	0,0118	0,0119

La différence dans la deuxième expérience est due à la durée insuffisante du chauffage.

Enfin nous avons pris $0^g,2004$ de KCl auquel correspond $0^g,12659$

([1]) E. Billmann (*Berichte*, t. 33, 1900, p. 2197) trouve que l'alcool allylique ne réduit pas les sels de platine même à l'ébullition.

de K^2O : c'est à peu près le cas le plus fréquent pour les engrais. Le précipité a été dissous et amené à 250^cm³ d'eau, et l'on a pris 20^cm³ chaque fois.

Poids de KCl analysé...		0^g,2004	correspondant à K^2O....	0^g,12659
» trouvé	a.	0,19987	»	0,12626
	b.	0,2008	»	0,12686

	a.	b.
Poids du creuset platiné..............	20^g,6078	20^g,6493
» avant le dépôt........	20,5868	20,6282
Platine................	0,0210	0,0211

On effectue aussi quantitativement la réduction du chloroplatinate d'ammonium dans les mêmes conditions, mais cette méthode ne présente aucun avantage, étant donné que le précipité se réduit facilement par calcination.

Si l'on veut polir le creuset, on frotte avec les cendres d'un manchon Auer, et il perd alors 0^g,001 tout au plus de son poids. C'est aussi un procédé pour réparer des creusets.

GÉOLOGIE. — *Une plage soulevée aux environs de Saint-Malo.* Note de MM. **Ph. Dautzenberg** et **Gustave Dollfus**, présentée par M. H. Douvillé.

L'attention de l'Académie a été fréquemmeut attirée, pendant ces derniers temps, sur la stabilité des lignes des côtes et sur les mouvements de submersion et d'émersion des plages du littoral français.

Nous venons de découvrir près de Saint-Malo (Ille-et-Vilaine), les restes d'un ancien rivage qui est aujourd'hui fort loin de toute atteinte des flots. Ce gisement est situé au hameau de Saint-Joseph, à mi-distance entre Saint-Servan et Paramé, au pied de la falaise de Belle-Vue, élevée de 30^m à 35^m, et à l'entrée d'une vaste carrière de granit gris, du type de celui de Vire. Le chemin d'accès à cette grande exploitation montre dans une petite tranchée un dépôt sableux, coquillier, avec graviers et chargé de galets; son épaisseur est de 1^m,20, allant rapidement en diminuant vers la falaise; il repose directement sur la roche granitique faiblement altérée, et il est couvert par une masse limoneuse brune, de 1^m,50 à 2^m d'épaisseur, renfermant à la base de forts blocs anguleux de granit qui paraissent provenir de quelque éboulement ancien.

L'altitude du gisement de Saint-Joseph peut être donnée avec quelque précision, car la route qui y conduit traverse à moins de 80^{m}, et à même altitude, le passage à niveau du chemin de fer de l'État de Saint-Malo à Dol, qui est coté $7^{m},67$; ce nivellement de la voie a pour origine le niveau moyen de la mer au Havre. C'est donc une terrasse de 8^{m} d'altitude qui est envisagée. Dans l'explication de la carte géologique de Dinan, due à M. Ch. Barrois, on trouve l'indication d'autres plages soulevées dans la même région, aux Escarets, à la pointe Muret (Port-Vieux), dans l'anse de Saint-Cast, à une altitude de 5^{m} à 6^{m} au-dessus des plus hautes eaux actuelles; M. Génée (*in* Alexandre Chédremont) a décrit un banc d'huîtres bivalves (*Ostrea edulis*) au Vivier, dans le cordon littoral des Polders de Dol, à 10^{m} d'altitude.

Il n'est pas inutile de rappeler que, à l'époque historique, Saint-Malo a été, comme l'île d'Aaron, reliée au continent par un pont avec chaussée du côté du Sillon et que l'évêché qui était alors à Aleth (aujourd'hui Saint-Servan) y a été transféré en 1172 pour plus de sécurité. De grands marécages existaient alors entre Saint-Malo et Saint-Servan, limités par deux buttes de sable : le Grand et le Petit Talard, situées au voisinage de la gare actuelle du chemin de fer et près des bassins nouvellement aménagés; ces marécages sont devenus des prairies sur lesquelles le champ de courses a été établi après assainissement et qui s'avancent jusqu'au pied de la falaise de Saint-Joseph. La distance du rivage est maintenant de 2^{km} à 3^{km} et il semble bien que les documents historiques sont d'accord avec les constatations scientifiques. Dès 1849, Durocher constatait que la côte nord de la Bretagne avait subi « des oscillations, des élévations et des abaissements successifs »; la contribution que nous apportons aujourd'hui ne préjuge en rien de l'existence de périodes antérieures d'envahissement ou d'abandon de la mer dans la même région.

Voici la liste des coquilles de Mollusques recueillies sur l'ancienne plage de Saint-Joseph :

Hædropleura septangularis Mtg.
Tritonium undatum L. (*Buccinum*).
Donovania minima Mtg.
Nassa reticulata L.
» *incrassata* St.
Murex erinaceus L.
Trivia arctica (Sol.) Pult.
Cerithiopsis tubercularis Mtg.
Littorina saxatilis Ol. var. *rudis*.
» *obtusata* L. var. *littoralis*.
Rissoa membranacea Ad. var. *labiosa*.
» *parva* Da Costa.
» » » var. *interrupta*.
» *lilacina* Recluz.
» *lactea* Mich.
» *costata* Ad.

Rissoa striata Ad.
» *cingillus* Mont.
Barleia rubra Mtg.
Peringia ulvæ Penn.
Turbonilla lactea L.
Calyptra chinensis L.
Adeorbis subcarinatus Montagu.
Trochus (Gibbula) magus L.
» » *cinerarius* L.
» » *umbilicalis* Don.
» *conuloides* Lamk.
» *exasperatus* Penn.
Acmæa virginea Müller.
Patella vulgaris L.
Chiton discrepans Brown.
Ostrea edulis L.
Pecten varius L.
Pectunculus glycimeris Bel.
Nucula nucleus L.
Cardium nodulosum Turt.
» *exiguum* Gmel.
» *edule* L.
Tapes rhomboides Penn.
Axinus flexuosus Mtg.
Loripes lacteus L.
Mactra solida L.

En tout 42 espèces, nombre déjà important, que des fouilles suivies pourraient probablement augmenter. Nous n'observons là aucun élément étranger, mais un ensemble en tout conforme à la faune des baies rocheuses du voisinage; la coloration a cependant disparu presque complètement; nous ne relevons aucune variété spéciale ni aucun changement dans la proportion relative des formes. Cette faune contemporaine se rencontre également dans les plages soulevées des Iles anglo-normandes, d'après David Austed et dans celles du Devonshire, suivant d'autres auteurs anglais.

GÉOPHYSIQUE. — *A propos du refroidissement des globes planétaires.* Note (¹) de M. Adrien Guébhard, présentée par M. Douvillé.

Le principe, accepté sans discussion, de la diminution de volume des sphères planétaires par le fait du refroidissement, a dominé, à peu près sans exception, toutes les dissertations et calculs auxquels a donné lieu l'étude de la déformation des sphéroïdes avant celle de leur formation. Or j'ai commencé par remarquer que le fait seul de la naissance d'une croûte superficielle impliquait, pour le liquide constituant, quel qu'il fût, la propriété, qu'ont notoirement l'eau et le fer, d'augmenter au lieu de diminuer de volume au moment du « gel ». Certes, cette croûte, une fois formée, ne tardera pas à rentrer, comme l'eau et le fer, dans la loi commune de la

(¹) Séance du 13 janvier 1919.

contraction par un froid ultérieur. Mais ce refroidissement lui-même sera longtemps retardé par les chutes, avec dégagement de chaleur, puis par la solidification dans les chenaux géosynclinaux, des pluies de condensation des dernières vapeurs demeurées suspendues dans l'atmosphère au moment de l'occlusion de la « protosphère »; tandis que, par le dessous, la constance de la température de solidification de la base de la « ferrisphère » fait que le refroidissement externe survenant n'agit aucunement sur la croûte, telle qu'elle est, comme sur la surface homogène et continue des théoriciens, mais seulement pour élargir les craquelures et faciliter les extravasations de l'intérieur : nouvel apport qui, à lui seul, suffirait à transformer en augmentation l'insignifiante diminution de volume attribuable aux plus hauts coefficients de contraction des éléments de la lithosphère. Or cet apport se continue encore de nos jours et il s'y ajoute même un accroissement de masse du fait des chutes de météorites. Il est donc certain qu'à aucun moment de l'évolution de notre globe, depuis l'apparition de la croûte, n'a pu se produire le raccourcissement du rayon auquel a été attribuée, entre autres spéculations dépourvues de base, une accélération du mouvement de rotation que démentent les données de l'Astronomie.

Mais auparavant? S'il est clair que, pour passer du néant à quelque chose, une certaine concentration cosmique a été nécessaire, ce fut à une époque où la notion même de volume ne pouvait être applicable, faute de limite séparative entre le centre de condensation et la dégradation des densités jusqu'au zéro de l'espace infini. Le premier des centres doit être un atome lourd, qui, attirant les autres, à commencer par ses semblables, peu à peu capta des trajectoires, les incurva en hélices longtemps asymptotes et, de son cortège accroissant son pouvoir, entraînant sur sa route, en boule de neige, tout ce que rencontrait sa sphère d'attraction, marqua comme d'une trace vide de balayage aspirateur le sillage de son tourbillon satellitaire et créa ainsi la première coupure ségrégationnelle dans l'uniformité primitive du champ des trajectoires rectilignes anciennes assez écartées pour garder chacune leur indépendance. N'est-ce pas le spectacle qu'offrent à nos yeux maintes nébuleuses spirales? Le plus gros, le plus fort de ces noyaux deviendra soleil, et les autres, planètes ou lunes. Mais est-il juste, à cette phase indécise où s'ébauchent à peine une forme, un volume, de faire prédominer l'idée de rétraction thermique sur celle d'attraction gravitationnelle et celle de condensation matérielle sur celle d'extension spatiale?

Celle-ci reprendra d'elle-même sa prépondérance dès que la concen-

tration gazeuse, arrivée au point de faire entrer définitivement dans leurs sphères d'attraction mutuelle, non plus seulement les atomes, mais les molécules du métal le plus grave, en aura fait une première gouttelette infinitésimale, embryon fini d'un monde ayant pris forme. L'effet du refroidissement, à partir de ce moment-là, ne sera-t-il pas de travailler constamment à l'accroissement, en même temps qu'au réchauffement ([1]) du globule liquide en y faisant tomber, au fur et à mesure des condensations, tous les produits du dégorgement de l'atmosphère ? La même chose se continuera même après que la température superficielle, tombant au-dessous de 3000°, aura précipité au centre, pour y constituer la barysphère ([2]), tous les métaux lourds solidifiés; et nous avons vu que cela devra continuer même après l'encroûtement de la pyrosphère, et même s'il arrive, comme sur la Lune, que l'épuisement des propriétés foisonnantes du magna amène la rétraction finale de celui-ci sur le noyau et le rappel en dessous de la ferrisphère de ceux des gaz atmosphériques que ne repousserait pas une température encore peu inférieure à 1500°.

Car l'accélération du refroidissement, si elle n'est compensée intérieurement par l'intensité de réactions chimiques nouvelles, se traduira longtemps au dehors par un supplément de condensations aqueuses, probablement supérieures encore en volumes à la faible rétraction lithosphérique. Survienne le zéro, et il se pourra encore que l'eau, soit qu'elle ait été

([1]) La solution de cette antithèse ne pourrait-elle se trouver dans le fait que l'action de la chaleur, ainsi que je l'ai démontré pour la lumière (*Comptes rendus*, t. 138, 1904, p. 491; t. 141, 1905, p. 559; etc.), au lieu d'être une fonction linéaire de l'état vibratoire qui la provoque, serait elle-même ondulatoire et pourrait, par certains paroxysmes, retomber au zéro du point de départ, l'exagération du mouvement thermique aboutissant à en annuler l'effet calorifique, comme l'excès d'action lumineuse l'effet photographique?

([2]) L'hiatus qui se remarque entre les températures de fusion (et par conséquent de solidification) des métaux du groupe rhodium-tungstène et tous les autres, n'indique pas seulement que tous ceux d'entre les premiers qui se trouvaient à l'état libre dans le magma avaient dû s'en séparer bien avant l'apparition de la protosphère, mais encore que cette précipitation avait dû se faire à l'état solide, par suite de la tendance des courants de convection, ainsi que des marées alors encore importantes, à uniformiser la température générale de la masse fluide. Aussi peut-il paraître bien téméraire de voir appliqués à l'agglomérat de bloc métalliques, même plastifiés par les hautes pressions, que dut être la barysphère, les calculs de déformation d'une masse fluide ou visqueuse auxquels se sont complu certains mathématiciens.

toute résorbée à la place du magma, soit qu'il en reste en haut à l'état de liberté ou d'imbibition, reprenne pour un temps un rôle de foisonnement compensateur. Mais comment suivre dans la marche, vers le zéro absolu, les effets réels d'un refroidissement qui, en surface, n'ayant pas même 300° à parcourir, affectera à peine les faibles coefficients de dilatation des minces coques rocheuses, tandis qu'en bas, une chute de plus de 1700° raccourcira notablement les rayons de courbure des voûtes métalliques fortement épaissies qui, privées de leur soutien liquide, n'ont plus d'équilibre qu'en se calant les unes contre les autres? Est-il permis d'envisager dans l'effondrement final et l'accélération consécutive de la rotation, une cause de dispersion des fragments de croûte dans l'espace, par la seule force centrifuge et de réduction finale d'un astre à l'état que montre Mercure, sans explosion proprement dite? Tout ce qui reste bien établi c'est que, jusqu'au dernier moment, l'effet constant du refroidissement a été de contribuer à la croissance et non au rétrécissement de l'astre. Toutes les conséquences tirées de l'hypothèse contraire sont à reprendre par la base, en tenant compte des données physiques nouvelles que j'ai exposées.

PALÉOBOTANIQUE. — *Sur la flore du bassin houiller de Lyon* (bassin houiller du Bas-Dauphiné). Note de M. **Paul Bertrand**, présentée par M. Pierre Termier.

Les nombreux sondages, exécutés en vue de rechercher le prolongement du bassin de Saint-Étienne au sud-est et à l'est de Lyon ([1]), ont établi que l'épaisseur du terrain houiller dans cette région peut dépasser 700^{m}. Le terrain houiller de ce nouveau bassin paraît comprendre trois groupes de dépôts, qui se succèdent graduellement de haut en bas sans solution de continuité :

3. *Grande formation poissonneuse et bitumineuse de Genas-Chassieu.* — Schistes bitumineux alternant avec quelques bancs de grès fins.

2. *Formation charbonneuse.* — Schistes et grès avec couches de houille interstra-

([1]) Depuis 1890, l'exploration méthodique du bassin du Bas-Dauphiné a été poursuivie à la demande et sous la direction scientifique de MM. Friedel et Termier. Ces deux maîtres ont bien voulu me confier, depuis 1915, l'étude des plantes fossiles recueillies dans les sondages.

tifiées. *Toits* riches en empreintes végétales. *Murs* (= sols de végétation) fréquents.

1. *Formation de base.* — Prédominance de roches grossières : grès, poudingues (ou *grattes*) et conglomérats variés. Schistes subordonnés.

La formation n° 1 repose partout sur les terrains cristallophylliens, en complète discordance. On a recueilli des plantes fossiles sur toute l'épaisseur du terrain houiller. La formation n° 2 a fourni le plus grand nombre d'empreintes. Dans la formation bitumineuse, les débris végétaux déterminables sont rares et à l'état de fragments; ils sont plus rares encore dans la formation de base.

Les plantes houillères, recueillies dans tous les sondages sans exception, appartiennent toutes à la *flore de Saint-Etienne* [1]. Parmi les espèces les plus caractéristiques je citerai :

Odontopteris Reichiana Gutbier, *Callipteridium pteridium* Schl., *Nevropteris cordata* Br., *Linopteris Brongniarti* Gutb., *L. Germari* Gieb., *Pecopteris lepidorachis* Br., *P. hemitelioides* Br., *P. Bioti* Br., *P. feminæformis* Schl., *Cordaites lingulatus* Gr.E., *Poacordaites linearis* Gr.E.

Je mentionnerai en outre la présence de : *Mixoneura auriculata* Br., *Sphenophyllum longifolium* Germar et *S. angustifolium* Germ.

La formation bitumineuse de Genas n'a fourni jusqu'ici aucune des espèces caractéristiques de la zone à *Odontopteris minor* Br. (= série d'Avaize). Par contre, on trouve des *Walchia* (*W. piniformis* Schl., *W. aff. imbricata* Schimper), rares dans la formation n° 2, fréquents dans les schistes bitumineux (presque tous les sondages, où les schistes bitumineux ont été rencontrés, ont fourni des *Walchia*). Or Grand'Eury a établi que les *Walchia*, apparus dans l'étage intermédiaire entre Rive-de-Gier et Saint-Etienne, sont déjà assez fréquents dans les couches moyennes et supérieures de Saint-Etienne. Les *Walchia*, pas plus que le facies bitumineux, ne sont caractéristiques du Permien.

Le Permien n'est pas représenté dans le bassin de Lyon; le Stéphanien supérieur (série d'Avaize) non plus. Les parties les plus élevées de la formation bitumineuse de Genas-Chassieu pourraient tout au plus représenter la formation bitumineuse de Montrambert; cela est encore très

---

(1) Voir PAUL BERTRAND, *Les grandes divisions paléontologiques du Stéphanien du bassin de la Loire* (*Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 689); *Caractères distinctifs des flores houillères de Saint-Étienne et de Rive-de-Gier* (*Ibid.*, p. 760).

douteux; elles sont plus probablement inférieures à l'horizon de Montrambert.

Inférieurement, le terrain houiller de Lyon peut être délimité avec non moins de netteté. La flore de Rive-de-Gier n'a été rencontrée jusqu'ici dans aucun sondage. Une seule Sigillaire cannelée (*Sigillaria Sillimani* Br.) a été recueillie dans le sondage de Manicieu-Miplaine. Mais nous savons que les Sigillaires cannelées sont encore assez fréquentes dans l'étage intermédiaire et que certaines formes persistent dans les couches de Saint-Étienne.

En l'état actuel de nos connaissances, le Tableau ci-après me paraît donner une idée, suffisante pour le moment, de l'équivalence des assises entre le bassin houiller de Lyon et celui de Saint-Étienne.

Saint-Étienne.		Lyon.
Grande formation poissonneuse et bitumineuse de Montrambert		
Série de Saint-Étienne	Faisceau de la 3e couche Faisceau de la 8e couche	3. Grande formation poissonneuse et bitumineuse de Genas-Chassieu
	Faisceau des 13e-15e couches	2. Formation charbonneuse
Étage intermédiaire entre Saint-Étienne et Rive-de-Gier	Gratte de Saint-Chamond	1. Formation de base (grès et poudingues variés)
	Conglomérat de Grand-Croix et de Rive-de-Gier	

Les couches de houille de Lyon représenteraient les couches inférieures de Saint-Etienne. Les schistes bitumineux de Genas représenteraient probablement les couches supérieures. En d'autres termes, la série de Saint-Étienne est en partie à l'état bitumineux dans le bassin de Lyon.

Pour retrouver le facies charbonneux sur toute l'épaisseur de l'assise n° 3, il faudrait, en principe, se rapprocher des bords du bassin.

La présence de la flore de Saint-Etienne a été reconnue jusque dans le sondage le plus oriental, celui de Torcieu, situé à 5^{km} à l'est d'Ambérieu.

D'autre part, les couches d'anthracite de Communay renferment dans leurs toits, non pas la flore de Rive-de-Gier, comme on l'avait cru jusqu'ici, mais celle de Saint-Etienne. Cette flore est très semblable à celle de la Chazotte et à celle de Saint-Chamond (Mine Rigaudin), c'est-à-dire à la flore des 13e et 15e couches de Saint-Etienne. Il faut signaler notamment l'abondance du *Cordaites lingulatus* Gr. E. et des Fougères (*Odontopteris*,

Callipteridium et *Pecopteris*), énumérées ci-dessus. Le terrain houiller de Communay représente donc réellement, sur la rive gauche du Rhône, le début du bassin houiller de Lyon. Entre Communay et Torcieu, la distance est de plus de 50^{km}.

PALÉONTOLOGIE. — *Relations entre les migrations du genre* Hipparion *et les connexions continentales de l'Europe, de l'Afrique et de l'Amérique au Miocène supérieur.* Note de M. **L. Joleaud**, présentée par M. Émile Haug.

Dans la belle monographie qu'il vient de consacrer aux Équidés oligocènes, miocènes et pliocènes de l'Amérique du Nord, M. Osborn a réparti les espèces d'*Hipparion* du Nouveau Continent en quatre groupes [1]. Les groupes d'*H. occidentale* Leidy (*Neohipparion* Gidley) et d'*H. gratum* Leidy, qui ont tous deux le protocone (colonnette interne) des molaires supérieures à section très allongée, sont propres à l'Ouest de l'Amérique. Au contraire, les groupes d'*H. plicatile* Leidy et d'*H. venustum* Leidy, qui possèdent un protocone à section circulaire ou légèrement ovale, comprennent toutes les espèces pontiennes de la Floride et de la Caroline du Sud, de l'Europe, de l'Asie et de l'Afrique. Ces importantes observations semblent contredire l'hypothèse, émise d'ailleurs très dubitativement, d'une migration d'*Hipparion* au Miocène supérieur de l'Amérique du Nord en Europe par la voie asiatique [2]. En réalité, ce serait en partant de la Floride que ces Équidés auraient directement gagné l'Europe.

Il semble bien démontré que les arrivées de Mammifères d'origine nord-américaine en Europe eurent lieu grâce à une connexion continentale dans la région nord-atlantique à l'Éonummulitique et au Néonummulitique, avec une interruption au Mésonummulitique. C'est, par contre, avec doute qu'a été admise, pour les migrations néogènes, une voie empruntant, entre l'Amérique et l'Europe, les terres asiatiques, à la faveur d'un isthme situé sur l'emplacement du détroit de Behring. Cependant, si la communication nord-atlantique a cessé d'exister au Miocène, du moins « l'analogie est telle entre les faunes néogènes marines des Antilles et celles de la Méditerranée, que l'on est en droit de conclure à l'existence d'une traînée d'îles et de

(1) *Memoirs of the American Museum of Natural History*, new series, II, 1, 1918, p. 175 et 192.

(2) Ch. Depéret, *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 1120.

faibles profondeurs entre les deux régions, au moins au début de la période. Par contre, rien ne nous autorise à supposer la persistance d'une communication entre le Brésil et l'Afrique, qui aurait permis des échanges entre les faunes terrestres des deux continents » [1].

La liaison directe du Nouveau et de l'Ancien Monde, qui permit à *Hipparion* d'envahir l'Europe au Pontien, ne semblant avoir pu s'effectuer ni par le continent Nord-Atlantique, ni par le continent Africano-Brésilien, a dû nécessairement emprunter la chaîne d'îles et de hauts fonds qui, allant des Antilles à la Méditerranée, correspondait peut-être à un géanticlinal secondaire de la zone axiale du grand géosynclinal transverse. Or l'on sait que, au Sahélien, la mer néogène a présenté son maximum de régression dans les géosynclinaux : la Méditerranée était alors réduite à d'étroits chenaux, et il en était vraisemblablement de même de l'Océan entre le Maroc, l'Ibérie, les Antilles et la Floride. Cette dernière région, qui faisait auparavant partie intégrante de la chaîne des îles atlantiques [2], a été adjointe au continent Américain à la fin de la période du Néogène moyen [3]. Au milieu des chenaux de la mer sahélienne devait se dresser ainsi une ligne de terres émergées à la faveur desquelles *Hipparion* put gagner l'Europe, peut-être en plusieurs étapes.

Au Pontien, lorsque *Hipparion* arriva dans l'Ancien Continent, l'Europe occidentale et l'Afrique du Nord étaient séparées par la mer sahélienne. Or ce genre d'Equidé, représenté par *H gracile*, apparaît simultanément au nord et au sud de la Méditerranée. Sans doute alors les terres émergées de l'Atlantique central assuraient, au moins par intermittence, des communications entre l'Europe occidentale et la Berbérie. Grâce à elles, *H. gracile* put se répandre simultanément dans ces deux contrées. C'est probablement aussi par cette voie que sont venus en France et en Allemagne, à la fin du Miocène moyen (Tortonien, Sarmatien), divers Rongeurs aujourd'hui essentiellement africains, tels que *Hystrix*, qui est d'origine sud-américaine, et *Xerus*, dont un type très primitif a sa distribution géographique actuelle liée, au Maroc, à celle de l'Arganier, Sapotacée proche parente de Végétaux des îles atlantiques [4].

Ces faits d'ordre zoogéographique n'avaient pas, semble-t-il, attiré parti-

---

[1] E. HAUG, *Traité de Géologie*, p. 1722.

[2] MATHEW *in* OSBORN, *The Age of Mammals*, 1910, p. 245, fig. 124.

[3] DALL, *Bull. of the U. S. Geol. Surv.*, n° 84, 1892.

[4] L. JOLEAUD, *Bull. Soc. Zool. France*, t. 43, 1918, p. 83.

culièrement l'attention jusqu'à aujourd'hui et l'étude des Mammifères avait été quelque peu délaissée dans les recherches paléogéographiques sur l'Atlantique central. M. Louis Germain, dans un remarquable article publié récemment (¹) sur cette question, cite seulement les remarques de Scharff (²) sur les Mammifères des Açores, qui sont en grande partie indigènes et seraient venus d'Europe par une communication terrestre directe; le Lapin lui-même ne serait qu'une forme « relicte », dont l'origine devrait être recherchée dans le Nouveau Monde (³). Or je ferai remarquer que *Lepus* et *Hipparion* sont précisément les éléments de la faune pontienne d'Europe qui sont d'origine nord-américaine (⁴).

M. Germain est arrivé à cette conclusion que les Açores, Madère, les Canaries et les îles du Cap Vert, autrefois réunies, constituaient une terre émergée qui se reliait au Portugal, au Maroc, à la Mauritanie, à la Floride, aux Antilles, au Venezuela et qui se serait effondrée en plusieurs temps.

M. Louis Gentil (⁵), au cours de ses belles explorations dans le Sud marocain, a pu recueillir des données géologiques précises sur les relations de cette terre émergée et de l'Afrique. Il a constaté que les plissements du Haut Atlas s'ennoyent sous le détroit qui sépare le Maroc des Canaries. Le chenal est donc plus jeune que ces plissements qui ont affecté le Plaisancien.

Ces données, rapprochées de celles recueillies par les géologues américains, permettent de conclure à l'existence très probable, au Miocène supérieur, entre l'Ancien et le Nouveau Monde, de terres émergées, par lesquelles *Hipparion* et divers autres genres de Mammifères ont pu venir d'Amérique en Europe et en Afrique.

MÉTÉOROLOGIE. — *Influence de la vitesse du vent sur la distribution verticale et les variations des éléments météorologiques dans les couches basses de l'atmosphère.* Note de M. C.-E. **Brazier**, présentée par M. E. Bouty.

J'ai utilisé, pour cette recherche, les observations faites, par les soins du Bureau central météorologique, tant dans le jardin et sur la terrasse de cet

(¹) *Annales de Géographie*, t. 22, 1913, p. 222.
(²) *Proc. R. Irish. Ac. Dublin*, t. 24, sect. B, 1903, p. 276.
(³) Osborn, *Ann. New York Ac. of Sc.*, t. 13, 1900, p. 58.
(⁴) Depéret, *loc. cit.*
(⁵) *Le Maroc physique*, 1912, p. 109-122.

établissement, qu'aux divers étages de la Tour Eiffel. Pour ne pas avoir à tenir compte de la nébulosité et de ses variations, dont je me propose de rechercher plus tard l'influence, j'ai choisi un certain nombre de journées de printemps où le temps est resté constamment clair et où le vent a soufflé d'entre Nord et Est de façon très sensiblement continue. Ces journées, au nombre de 53, appartiennent toutes au mois d'avril; elles ont été réparties en trois groupes comprenant respectivement : 9 jours où la vitesse moyenne du vent à la Tour Eiffel est restée inférieure à 6^m par seconde, 21 jours où cette vitesse a été comprise entre 6^m et 10^m, et 23 jours où elle a dépassé 10^m.

Le Tableau ci-dessous donne, pour chacun de ces trois groupes, la moyenne des 24 heures des principaux éléments météorologiques à diverses hauteurs :

	Vitesse du vent (moyenne des 24 heures).			Pression barométrique (moyenne des 24 heures).			
Station....	B.C.M.	T.Eiffel.	Rapport de la vitesse T. E. à la vitesse B.C.M.	B.C.M.	T. Eiffel.	Pression à l'altitude $33^m,4$ calculée à l'aide des observations faites à $312^m,9$.	Différence entre la pression observée à $33^m,4$ et la pression calculée.
Altitude....	»	»		$33^m,4$.	$312^m,9$.		
Hauteur au-dessus du sol........	21^m.	302^m.		»	»		
	m	m		mm	mm	mm	mm
Vent faible...	0,9	4,4	5,0	761,4	736,5	761,3	0,1
Vent modéré.	2,1	8,1	3,9	761,2	736,2	761,0	0,2
Vent fort.....	3,7	11,5	3,1	761,9	736,5	761,6	0,3

	Tension de la vapeur d'eau (moyenne des 24 heures).			Température (moyenne des 24 heures).				
Station.....	P.S.M.[1]	T.Eiffel.	Rapport de la tension T.E. à la tension P.S.M.	B.C.M.		Tour Eiffel.		
Hauteur au-dessus du sol.......				Jardin,	Terrasse,	2e pl.-f.	Intére	Sommet
	2^m.	302^m.		$1^m,6$.	18^m.	123^m.	197^m.	302^m.
	mm	mm		o	o	o	o	o
Vent faible...	5,32	4,15	0,78	14,1	15,1	14,8	14,6	14,6
Vent modéré.	5,37	4,50	0,84	14,5	14,7	13,8	13,6	13,5
Vent fort.....	4,91	4,28	0,87	12,4	12,3	11,0	10,6	10,0

(1) Parc Saint-Maur.

Le rapport des vitesses moyennes du vent au sommet de la Tour Eiffel et au Bureau central météorologique décroît à mesure que la vitesse augmente. Cependant, en y regardant de plus près, on trouve que cette augmentation du rapport ne provient que des observations nocturnes. Pendant la journée, en effet, de 10 heures à 16 heures, le rapport des vitesses du vent à 300^m et à 21^m au-dessus du sol est sensiblement constant, voisin de 2,0 et indépendant de la vitesse moyenne du vent (moyenne des 24 heures).

La pression au niveau de la cuvette du baromètre du Bureau central, calculée à l'aide des observations faites à la Tour Eiffel, est plus basse que la pression observée réellement à ce niveau. La différence entre les nombres calculés et les nombres observés croît avec la vitesse moyenne du vent. L'étude de la variation diurne et de la variation annuelle de cette différence révèle une analogie remarquable avec les variations diurne et annuelle de la vitesse du vent au voisinage immédiat du sol. Il semble donc possible d'admettre qu'une bonne partie de l'excès des pressions mesurées au Bureau central météorologique par rapport à celles que l'on observe 280^m plus haut est bien attribuable à un effet dynamique et résulte des mouvements forcés de l'air des couches basses causées par l'action du vent sur les obstacles qui recouvrent la surface du sol. Jusqu'ici, aucune preuve expérimentale de l'exactitude de cette hypothèse n'avait été donnée à ma connaissance.

Par vent faible et par vent modéré, la température moyenne de l'air est à peu près constante au-dessus de 125^m, tandis qu'au-dessous de ce niveau, elle passe par un maximum à une hauteur d'autant plus faible que la vitesse du vent est plus grande. L'intensité de ce maximum paraît d'autant plus prononcée que la vitesse du vent est plus petite. Par vent fort, ce maximum disparaît et la distribution des températures moyennes se rapproche de la distribution adiabatique; tandis que, par vent faible, la température moyenne à 300^m est de $0^\circ,5$ plus élevée qu'au sol, par vent fort, elle est plus basse de $2^\circ,4$.

Un examen rapide de l'amplitude des variations diurnes de la température aux diverses hauteurs conduit à des conclusions intéressantes. A des hauteurs supérieures à 150^m, le rapport de l'amplitude de la variation diurne de la température à celle qui est observée à $1^m,6$ au-dessus du sol, croît très nettement avec la vitesse moyenne du vent. A 302^m, ce rapport qui, par vent faible, est un peu inférieur à 0,5, atteint presque 0,7 par vent fort. *Les variations de température observées près du sol se font donc sentir jusqu'à une altitude d'autant plus élevée que la vitesse moyenne du vent est plus grande.*

De plus, si, à défaut de mesures directes de l'insolation, il est légitime d'admettre que, dans chacun des trois groupes des journées que j'ai considérés, la quantité de chaleur envoyée par le Soleil a été la même, nous sommes amenés aux conclusions suivantes :

1° *Pour une variation diurne donnée de la quantité de chaleur envoyée au sol par le Soleil, l'amplitude de la variation diurne de la température de l'air au voisinage immédiat de la surface terrestre est plus forte par vent faible que par vent fort.*

2° *A partir d'un certain niveau, dont la hauteur peut varier avec la saison et le lieu d'observation et qui, en avril et au-dessus de Paris, est inférieur à* 200^{m}, *l'amplitude de la variation diurne de la température de l'air croît, toutes choses égales d'ailleurs, avec la vitesse du vent.*

3° *Il semble donc que, dans le cas où nous nous sommes placés, l'on puisse conclure à l'existence d'une certaine couche d'air située à une hauteur relativement assez faible au-dessus du sol et dans laquelle la variation diurne de la température est indépendante de la vitesse du vent.*

BOTANIQUE. — *Développement de l'anthère et du pollen des Labiées.* Note de M. **Paul Guérin**, présentée par M. Guignard.

Les observations de Warming sur le *Mentha aquatica* L. et nos récentes recherches concernant les Sauges [1] constituent, à notre connaissance, les seules données qu'on possède actuellement sur le développement de l'anthère et du pollen chez les Labiées. C'est dans le but de combler cette lacune qu'une étude a été poursuivie dans cette famille, sur 60 espèces environ réparties en une quarantaine de genres.

Quelle que soit, chez les Labiées, l'espèce considérée, plusieurs cellules de la jeune anthère, voisines de l'épiderme, situées dans les quatre régions correspondant aux futurs sacs polliniques, se subdivisent transversalement pour isoler, vers l'intérieur, suivant le processus ordinaire, les cellules-mères primordiales du pollen. Les nouvelles cellules sous-épidermiques se cloisonnent à nouveau, parallèlement à l'épiderme; des deux assises ainsi formées, l'interne donnera l'assise nourricière et l'externe se dédoublera

---

[1] Paul Guérin, *Sur l'étamine et le développement du pollen des Sauges* (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1009).

pour former l'assise transitoire et l'assise mécanique. Ce dédoublement de l'assise externe est général chez toutes les Labiées que nous avons examinées, et, même dans les Sauges où nous avions cru primitivement à un cloisonnement de l'assise interne, pour isoler l'assise nourricière, la règle est la même.

En dehors de l'assise nourricière, la paroi de l'anthère ne comporte donc, chez les Labiées, indépendamment de l'épiderme, que deux assises cellulaires.

Les cellules-mères primordiales, tout en se cloisonnant radialement, ne subissent dans bien des cas aucune division tangentielle. Devenues les *cellules-mères définitives* du pollen, elles se montrent alors disposées, sur une section transversale de l'anthère, en une seule assise formant un arc plus ou moins ouvert (*Lavandula*, *Ajuga*, *Marrubium*, *Hyssopus*, *Glechoma*, *Rosmarinus*, div. Sauges, etc.). D'autres fois, et ce cas un peu moins fréquent semble surtout se rencontrer dans la tribu des Stachydées, les cellules-mères primordiales se subdivisent parallèlement à la surface de l'épiderme, de façon à donner deux rangées de cellules-mères du pollen (*Scutellaria*, *Melittis*, *Stachys*, *Betonica*, *Leonurus*, *Galeobdolon*, *Ballota*, div. Sauges, etc.).

La division des cellules-mères, pour donner naissance aux quatre grains de pollen, n'offre aucune particularité.

Entre les branches de l'arc de cellules-mères du pollen, le parenchyme du connectif forme un bourrelet d'autant plus développé et plus proéminent à l'intérieur du sac pollinique que ces branches sont plus longues et leurs extrémités plus rapprochées. Désigné par A. Chatin (¹) sous le nom de *placentoïde*, ce bourrelet parenchymateux a été rencontré par lui dans un grand nombre de Gamopétales, dont une demi-douzaine de Labiées. Nos observations sur ce point permettent de conclure que, dans cette famille, le placentoïde existe dans toutes les espèces, mais à des degrés d'accroissement très divers. A peine marqué dans les *Ocimum*, *Mentha*, *Marrubium*, par exemple, il s'est montré bien développé dans la grande majorité des genres étudiés et en particulier dans les *Rosmarinus*, *Melittis*, *Galeobdolon*, *Eremostachys*, où il pénètre si profondément dans le sac pollinique qu'il le subdivise presque en deux cavités distinctes.

Les cellules nourricières ne comportent qu'une seule assise; le *Scutellaria*

(¹) AD. CHATIN, *De l'Anthère*, p. 45-50, pl. XVII; Paris, 1870.

Columnæ All. est l'unique espèce qui nous ait offert, par places, un dédoublement de ces cellules. De toutes les Labiées étudiées, le *Glechoma hederacea* L. est celle qui nous a paru posséder les cellules nourricières les plus volumineuses. L'allongement radial de ces cellules, très marqué chez les *Phlomis*, *Eremostachys*, etc., dans la région voisine de l'épiderme, est surtout fréquent chez les éléments qui tapissent le placentoïde. Dans les *Scutellaria* et *Teucrium*, en particulier, les cellules nourricières forment, de même que chez les Sauges, un véritable éventail à la surface de cet organe.

Les cellules de l'assise nourricière ne possèdent jamais moins de deux noyaux, nés par karyokinèse (souvent 3 et même 4 noyaux chez *Lamium maculatum* L., *L. garganicum* L.). Leur résorption, avec celle des cellules de l'assise transitoire, est suivie de la disparition, plus ou moins hâtive suivant les espèces, des placentoïdes.

Il est à remarquer que l'oxalate de calcium, qui est plutôt rare dans les organes végétatifs des Labiées, surtout à l'état de macles, abonde, sous cette forme, dans le parenchyme du connectif, chez plusieurs espèces (*Prasium*, *Leonotis*, *Marrubium*, *Galeopsis*, *Phlomis*, etc.).

Un certain nombre de Labiées sont pourvues, sur leurs anthères, de glandes sécrétrices que Delpino (1) croit, bien à tort, capables d'enduire l'insecte visiteur de la fleur d'une matière gluante qui lui faciliterait le transport du pollen. Étudiées par Correns (2), chez les Sauges, ces glandes ont été simplement mentionnées par J. Briquet (3), sans indication des variations qu'elles peuvent offrir, d'une espèce à l'autre, tant au point de vue de leur nombre que de leur développement.

Complètement absentes, ou en tout cas excessivement rares chez beaucoup d'espèces (*Hyssopus*, *Melissa*, *Rosmarinus*, *Galeobdolon*, *Dracocephalum Moldavica* L., *Ocimum Basilicum* L., etc.), assez nombreuses chez d'autres, où on ne les rencontre toutefois que dans la région voisine du point d'insertion du filet (*Teucrium*, *Ajuga*, *Scutellaria galericulata* L., etc.), ces glandes sécrétrices sont particulièrement abondantes dans les *Melittis*, *Marrubium*, *Betonica*, etc., où elles sont dispersées sur la face supérieure du limbe staminal, et énormes, en raison de la distension considérable que

---

(1) F. Delpino, *Ulteriori osservaz. e. consider. sulla dicogamia nel regno vegetale* (*Atti d. Soc. ital. di Sc. nat.*, t. 16, 1873, p. 295).

(2) C. Correns, *Zur Biologie und Anat. der Salvienblüthe* (*Prings. Jahrb.*, t. 22, 1890-1891, p. 232).

(3) J. Briquet, *Les Labiées des Alpes-Maritimes*, 1891, p. 16.

prend leur cuticule (¹). Elles acquièrent, pour la même raison, un très grand développement chez *Plectranthus fruticosus* L'Hérit. Portée par un petit pédicelle, ordinairement bicellulaire, leur tête ne comprend pas moins de 16 cellules chez les Bétoines, de 20 chez *Cedronella canariensis* (L.) Willd.

D'une façon générale, les glandes sécrétrices de l'anthère des Labiées sont beaucoup plus développées que celles que l'on rencontre sur les autres pièces florales. Toutes les espèces d'un même genre n'en possèdent pas : les *Stachys alpina* L., *S. circinata* L'Hérit. en sont pourvus, alors qu'elles font défaut chez *S. palustris* L., *S. sylvatica* L.

RADIOLOGIE. — *L'architecture du calcanéum en stéréoradiographie.* Note (²) de M. L. Moreau, transmise par M. d'Arsonval.

La méthode des coupes en série pour l'étude de l'architecture des os donne des résultats insuffisants. Il est difficile de suivre exactement le trajet des travées osseuses, toujours plus ou moins intriquées et donnant aux surfaces obtenues par la section un aspect aréolaire confus. Il est à peu près impossible, par exemple, en étudiant les mailles du tissu spongieux, de reconnaître si la trabéculation est constituée par la bifurcation des fibres d'un même système ou par l'entrecroisement de ces mêmes fibres avec d'autres issues d'un second système indépendant. La radiographie simple, en projetant l'image exacte des fibres et en les individualisant en surface, donne déjà de précieuses indications sur leur trajet, leur agencement et leurs rapports, mais la radiographie stéréoscopique, en soufflant pour ainsi dire l'os et en démêlant les trabécules dans l'espace, aboutit à des résultats beaucoup plus précis touchant son architecture (³).

(¹) Nous avons recherché en vain, sur l'ovule du *Melittis Melissophyllum* L., du *Marrubium vulgare* L. et des Bétoines, les glandes que M. Guignard a signalées [*Recherches sur le développement de la graine et en particulier du tégument séminal* (*Journal de Botanique*, 1893)], à la surface de cet organe, chez certains *Teucrium* et le *Leonurus Cardiaca* L.

(²) Séance du 6 janvier 1919.

(³) Nous voulons parler de pièces squelettiques et non des os radiographiés à travers les parties molles sur le vivant, les rayons secondaires et la distance enlevant, dans ce dernier cas, trop de netteté aux travées osseuses.

Pour obtenir de bonnes stéréoradiographies, l'os ne doit être ni trop épais ni trop plat. S'il est trop épais, seules sont nettes les travées rapprochées de la plaque, les autres, trop éloignées, sont floues ou à peine visibles; s'il est trop plat, le relief est minimum et même nul. Les meilleurs résultats nous ont été fournis par le calcanéum, os court dont l'architecture, importante au point de vue de la pathogénie des fractures, offre un intérêt d'autant plus vif que l'examen stéréoradiographique apporte quelques modifications aux notions classiques qui lui étaient attachées.

La corticale compacte du calcanéum s'épaissit surtout en deux points : au niveau du thalamus, surface d'appui de l'astragale, et de la face plantaire. La facette articulaire destinée au cuboïde est soutenue par un système de fibres antéro-postérieures autonomes qui, malgré sa résistance, n'atteint pas à la compacité des deux précédents. Dans la région thalamique, l'épaisseur du tissu compact est maxima sous la surface d'articulation postéro-externe, mais elle diminue rapidement au fond du creux calcanéo-astragalien et sur le *sustentaculum tali*. La face plantaire est soutenue par un faisceau de fibres très serrées, fortement tassées au tiers moyen de cette face, et qui s'épanouissent en divergeant en avant et en arrière. Les *travées émanées du thalamus* doivent leur importance à ce qu'elles sont la continuation du pilier postérieur et du pilier antéro-externe de la voûte plantaire. Les plus antérieures se dirigent horizontalement vers la facette cuboïdienne, soutenant les fibres autonomes de la grande apophyse. Les fibres moyennes divergent en éventail vers les faces latérales, atteignant en avant seulement la face plantaire; en arrière, c'est-à-dire au-dessous du centre de la petite apophyse, elles se raréfient, donnant naissance à un tissu vacuolaire à larges mailles qui constitue la cavité médullaire de l'os; cette raréfaction, plus accusée en dedans, rendrait la corticale interne plus vulnérable aux traumatismes, si cette face n'était protégée par l'épaisseur des parties molles et par le surplomb de la petite apophyse. Les fibres postérieures, à peu près horizontales, se dirigent, parallèlement au bord supérieur de l'os, vers la région des tubérosités et vers sa face postérieure.

Ces fibres sont très serrées et se bifurquent sur leur parcours, constituant un réseau à mailles fines et allongées.

Les *fibres plantaires*, condensées ainsi que nous l'avons dit, en un noyau de tissu compact, s'éparpillent en deux pinceaux ténus, l'un antérieur, l'autre postérieur. Le pinceau antérieur, très court, rejoint à travers les fibres sous-thalamiques, le système architectural de la grande apophyse. Le pinceau postérieur, plus important, émet deux sortes de fibres : les unes

inférieures, sensiblement horizontales, se recourbent au niveau des tubérosités plantaires et s'intriquent avec les fibres du système achilléen; les autres, supérieures, montent obliquement en haut et en arrière, mais en même temps qu'elles sont peu nombreuses, elles sont très grêles et se perdent très rapidement parmi les fibres thalamiques. Elles sont loin d'atteindre le bord supérieur de l'os, ainsi qu'il est représenté sur les traités classiques, qui font s'entre-croiser régulièrement, dans les deux tiers postérieurs du calcanéum, les fibres thalamiques et les fibres plantaires. Elles forment une double écharpe qui soutient de chaque côté les faces latérales sur une faible étendue, et ne participent que très peu à l'aspect réticulé de la région rétro-thalamique, aspect dû uniquement à la bifurcation et aux anastomoses des travées issues du thalamus. Dans leur ensemble, les fibres les plus supérieures du système plantaire décrivent un segment de circonférence, dont le centre correspond sensiblement au milieu du corps de l'astragale.

Les *fibres achilléennes*, prenant leur point d'appui sur les tubérosités plantaires, forment un ensemble de travées très serrées, s'incurvant parallèlement à la face postérieure de l'os jusqu'à la crête d'insertion du tendon d'Achille qu'elles renforcent en s'unissant et en constituant une bande de tissu compact. Au-dessus de cette bande, on ne trouve plus sous la corticale que la terminaison des fibres rétro-thalamiques, l'os n'étant protégé à ce niveau que par le tendon d'Achille, dont le sépare une bourse séreuse.

L'architecture du calcanéum éclaire la pathogénie des fractures de cet os, et, à ce point de vue, l'importance structurale des fibres thalamiques, auprès desquelles les fibres achilléennes et surtout plantaires n'ont dans la trabéculation qu'un rôle tout à fait secondaire, explique dans la plupart des cas l'orientation du trait de fracture. C'est seulement dans certaines lésions par arrachement, dans les décollements épiphysaires, où la contraction violente du triceps sural détache verticalement la partie postérieure de la grosse tubérosité, que le trait de fracture suit la direction des fibres du système achilléen. De même, dans les lésions par écrasement, des fissures secondaires peuvent emprunter le trajet des fibres du système plantaire. Mais dans la plupart des autres cas, le système ogival sous-thalamique règle le cheminement du trait fissuraire. Si la chute sur le pied a lieu d'aplomb, le thalamus compact s'enfonce dans le tissu spongieux qui éclate suivant un rayon plus ou moins oblique. Le point de résistance minima est au niveau du col de la grande apophyse où la trabéculation se raréfie

(cavité médullaire), ce qui explique que la fracture du col s'observe également dans la chute en flexion et en extension. Si quelquefois le trait est perpendiculaire aux fibres rétro-thalamiques, ce qui se produit en particulier pour les fractures de la grosse tubérosité, cette disposition est le résultat de la courbure exagérée et violente de l'ogive thalamique, la grosse tubérosité, renversée par l'hyperflexion du pied, étant comprimée brusquement entre le sol et le corps de l'astragale. Enfin, dans les fractures par arrachement, d'origine exclusivement musculaire, le fragment osseux se décolle toujours en clivant les fibres rétro-thalamiques, qu'il s'agisse d'une fracture de Boyer ou d'une fracture en soufflet secondairement complétée par la rétraction du tendon d'Achille.

MÉDECINE. — *Les résultats du traitement de la gangrène gazeuse par le sérum multivalent.* Note [1] de MM. **H. Vincent** et **G. Stodel**, présentée par M. Charles Richet.

Nous avons fait précédemment connaître la méthode que nous avons employée pour la préparation d'un sérum contre la gangrène gazeuse [2]. Ce sérum antigangréneux a été utilisé à titre *préventif*, chez les blessés atteints de blessures très graves et infectées des membres inférieurs. Nous en avons signalé précédemment les résultats protecteurs très remarquables. Sa valeur *curative* donne, mieux encore, la mesure de son efficacité. Nous en avons déjà publié des exemples [3]. Les chirurgiens qui en ont fait usage nous ont adressé les observations de leurs blessés. Il est donc actuellement possible d'indiquer les résultats généraux de son emploi.

Le sérum provient de chevaux ayant reçu des doses progressivement croissantes de cultures de 16 races microbiennes appartenant aux groupes suivants :

1° *Bac. perfringens* (*Bac. Welchii*) et vibrion septique de Pasteur, agents les plus habituels de la gangrène gazeuse ;

2° *Bac. œdematiens* (Weinberg et Seguin), beaucoup moins fréquent; *Bac. Bellonensis* (Sacquépée);

3° *Bac. putrificus*, *Bac. sporogenes*.

---

(1) Séance du 13 janvier 1919.

(2) H. Vincent et G. Stodel, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 137, 245 et 305.

(3) *Société de Chirurgie*, 18 juin 1918 (à propos d'une Communication de M. Jalaguier), et *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 305.

Un certain nombre de nos chevaux immunisés contre la gangrène gazeuse le sont simultanément contre le *tétanos*. Il nous paraît que cette dernière pratique doit être généralisée, les plaies septiques étant exposées à la double complication tétanique et gangréneuse. Il y a donc avantage à injecter en une fois, aux blessés, un sérum mixte.

Dans la méthode sérothérapique que nous appliquons, on immunise, en conséquence, le *même cheval* contre l'ensemble des microbes pathogènes les plus communs de la gangrène gazeuse [1]. En second lieu, la technique spéciale de culture employée permet d'obtenir un antigène riche en endotoxines et en exotoxines, par conséquent capable d'éveiller, dans les meilleures conditions, la formation d'antitoxines chez le cheval fournisseur de sérum. Les doses du sérum injectées aux blessés sont : *dose préventive*, 20^{cm^3}; *dose curative*, 60^{cm^3}, renouvelée après 12 à 18 heures si la première injection n'a pas produit une amélioration suffisante, et continuée, s'il y a lieu.

Sous son influence, les phénomènes généraux et locaux s'amendent rapidement. Le pouls se relève, la fièvre s'abaisse, la sécrétion urinaire augmente, le blessé se réveille, la coloration terreuse du visage disparaît, la langue se nettoie. Le fait le plus curieux est, peut-être, la disparition précoce des gaz qui infiltrent le membre et, chez certains blessés, le thorax ou l'abdomen : cette résorption s'effectue en quelques heures, une fois même, en 4 heures; une autre fois elle était très manifeste déjà 2 heures après l'injection.

Le nombre des malades atteints de gangrène gazeuse et qui ont été traités par notre méthode a été de 81.

Les 81 malades traités par le sérum ont donné 69 guérisons et 12 décès, soit une proportion globale de guérisons de 85,19 pour 100 et une mortalité de 14,81 pour 100. Sur ces décès, il en est 4 qui sont survenus chez des blessés dont la cause effective de la mort, d'après les chirurgiens qui les ont soignés, a été la suivante : tétanos (1 cas); broncho-pneumonie et pleurésie purulente (1 cas); pneumonie lobaire bilatérale avec hépatisation grise (1 cas); phlébite à streptocoques et septicémie (1 cas).

La mortalité par gangrène gazeuse est donc ramenée à 8 sur 81 malades. *Le pourcentage réel des guérisons est ainsi de* 90,13 *pour* 100.

Parmi les blessés traités, il en est un certain nombre qui étaient, au moment où on les a injectés, sur le point de mourir. L'un d'eux a, d'ailleurs, succombé 45 minutes après; deux autres, deux à quatre heures après.

---

[1] Le principe de l'immunisation simultanée d'un même animal contre plusieurs microbes (streptocoque et bacille typhique) a été démontré depuis longtemps par l'un de nous (H. VINCENT, *Société de Biologie*, 2 juillet 1892).

Malgré ces conditions si défavorables, nous n'avons pas cru devoir leur refuser le bénéfice possible du traitement sérothérapique. D'autres blessés atteints de gangrène gazeuse, dont l'état était considéré par le chirurgien traitant comme « désespéré », ou qui étaient « littéralement mourants », ont, d'ailleurs, guéri à la suite des injections de sérum (Dr Desmarest, Prof. Jalaguier, Dr Beaussenat, Dr Laurence et Guinoiseau, Dr Vinay, Prof. Lejars, etc...).

Plusieurs des blessés guéris par la sérothérapie étaient atteint d'une infiltration gazeuse ayant envahi le membre jusqu'à sa racine, ou ayant gagné, soit la région abdominale, soit l'hypochondre ou la région fessière, soit le thorax. Dans certains cas, l'amputation ou la désarticulation ont dû être faites en pleins tissus infiltrés de gaz. Les blessés ont guéri (Dr Laurence, Dr Vinay, Dr Jalaguier, Dr Guinoiseau, Dr Beaussenat).

Enfin dans plusieurs observations où l'amputation avait été jugée nécessaire, mais n'a pu être pratiquée en raison de la faiblesse extrême du blessé et du degré trop avancé de ses lésions de gangrène, *le blessé a pu conserver son membre, le processus gangréno-gazeux ayant été enrayé par la sérothérapie* (Dr Colbart, Dr X, de l'Hôpital américain n° 1, Dr Moreno, Dr Tarnowsky, Dr Philardeau, Dr Duvilliers, Dr Sencert, Dr Stern).

Comme exemple de ces succès, nous citerons le cas d'un blessé allemand atteint de plaie par éclat d'obus de la région trochantérienne et fessière gauche, avec éclatement du grand trochanter et infiltration putride et gazeuse de la région fessière, du pli de l'aine et de la paroi abdominale. L'intervention chirurgicale est jugée impossible. L'état est si grave qu'on ajourne même l'incision. On fait un simple pansement antiseptique. Le blessé souille continuellement sa plaie de ses matières fécales.

Injection intraveineuse de sérum. Disparition des gaz au niveau de l'abdomen. Une nouvelle injection faite 22 heures après, amène leur disparition complète, et permet l'incision. Sept jours après, l'amélioration est telle qu'on se contente de pratiquer l'esquillectomie sous périostée. *Guérison avec conservation du membre.*

Les exemples et les statistiques qui précèdent montrent l'efficacité remarquable de la sérothérapie antigangréneuse.

L'emploi systématique, préventif ou curatif du sérum multivalent, actif contre les agents microbiens de la gangrène gazeuse, permet d'apporter une aide très importante à l'intervention chirurgicale et met le plus grand nombre des blessés à l'abri de cette redoutable infection.

A 16 heures l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Commission chargée de dresser une liste de candidats à la place de Membre non résidant vacante par le décès de M. *Duhem* présente, par l'organe de M. le Président, la liste suivante :

En première ligne . . . . M. WILFRID KILIAN
En deuxième ligne . . . . M. EUGÈNE COSSERAT

En troisième ligne, ex æquo et par ordre alphabétique . . . . MM. PHILIPPE BARBIER, ROBERT DE FORCRAND, MAGNUS DE SPARRE

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 16 heures et demie.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES D'OCTOBRE 1918 (*suite et fin*).

Ministère de l'Instruction publique. *Mission du service géographique de l'armée pour la mesure d'un arc de méridien équatorial en Amérique du sud sous le contrôle scientifique de l'Académie des sciences* (1899-1906); tome 2, fascicule 1, — *Introduction générale aux travaux géodésiques et astronomiques primordiaux de la mission. — Notices sur les stations. Atlas* et *Appendice à l'Atlas : Origine, notation et sens des noms géographiques de l'Atlas, vocabulaires espagnol-français et quichua-français*, par G. PERRIER. Paris, Gauthier-Villars, 1918; 2 fasc. 28cm,5. (Présenté par M. le général Bourgeois.)

Trench fever. Report of commission medical research committee American red cross. Oxford, Frederick Hall, 1918; 1 vol. 28cm.

Traité clinique de neurologie de guerre, par PAUL SOLLIER, CHARTIER, FÉLIX ROSE et VILLANDRE. Paris, Félix Alcan, 1918; 1 vol. 28cm. (Présenté par M. Charles Richet.)

L'origine des formes de la terre et des planètes, par ÉMILE BELOT. Paris, Gauthier-Villars, 1918; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Termier.)

La gamme majeure des physiciens aux musiciens, par ALBERT VILAR. Alais, Brabo, 1918; 1 fasc. 22cm,5.

Le cinématographe. Histoire de son invention, son développement, son avenir. Conférence faite à Limoges le 20 avril 1918 par ALBERT TURPAIN. Paris, Association française pour l'avancement des sciences, 1918; 1 fasc. 24cm.

Rapport sur les travaux du bureau central de l'Association géodésique internationale en 1917 *et programme des travaux pour l'exercice* 1918. Leide, E.-J. Brill, 1918; 1 fasc. 30cm.

Livellazione degli antichi acquedotti romani, par V. REINA, G. CORBELLINI e G. DUCCI. Roma, Pio Befani, 1917; 1 fasc. 31cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 27 JANVIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Bigourdan** remet à l'Académie, pour la bibliothèque de l'Institut, un manuscrit contenant le relevé des *Mesures micrométriques de nébuleuses*, faites depuis l'origine, 1850 environ, jusqu'à maintenant.

Ce relevé est fait astre par astre, de manière à pouvoir juger d'un coup d'œil avec quelle précision est connue la position de chaque nébuleuse. Le travail a été exécuté grâce à une subvention accordée à M. Bigourdan, sur les arrérages du fonds Debrousse, en 1911.

Le manuscrit se compose de 100 cahiers petit in-folio d'environ 40 pages par cahier, soit un total de 4000 pages.

BOTANIQUE. — *Sur l'action nocive des émanations de l'usine de Chedde.* Note (¹) de M. L. **Mangin**.

Je me propose, dans cette Note, de faire connaître l'action nocive exercée par les émanations de l'usine de Chedde sur la végétation avoisinante. Cette action avait déjà été signalée à la Société de Pathologie végétale au mois de mai 1917 par mon fils, le commandant Mangin.

D'après ses constatations, les arbres feuillus sont indemnes sauf les Bouleaux situés auprès de l'usine, mais les résineux sont particulièrement malmenés. L'*Epicea*, très sensible, est tué en peu d'années, les Sapins tels que le

(¹) Séance du 20 janvier 1919.

Sapin pectiné, le Sapin de Nordmann résistent assez bien; enfin les Pins, quoique plus atteints que le Sapin résistent mieux que l'*Epicea*.

J'ai visité la région contaminée en août 1917 et en septembre 1918 et j'ai pu constater l'exactitude des renseignements fournis par le commandant Mangin. Grâce à son obligeance et à celle du brigadier forestier, j'ai pu obtenir, avec des matériaux d'étude, des renseignements complémentaires sur la région contaminée par l'usine.

Cette usine fabrique les cheddites, explosifs à base de perchlorate de potassium, de sodium ou d'ammoniaque, et sa production, intensifiée pendant la guerre, dégage des émanations de produits chlorés qui aboutissent finalement, en présence de l'eau, à la formation d'acide chlorhydrique.

La région soumise à ces émanations constitue une aire elliptique d'un grand diamètre, parallèle à l'Arve, de 10^{km}, du Fayet-Saint-Gervais à Servoz, et d'un petit diamètre transversal à la vallée de 4^{km}.

Dans cette zone on aperçoit de nombreux *Epicea* desséchés ou mourants, ces derniers au feuillage jaunâtre, les Pins silvestres sont plus ou moins atteints, enfin les Sapins pectinés sont encore très verts et présentent seulement les extrémités des aiguilles de la dernière pousse, jaunies et desséchées. Par contre, l'If et le Mélèze n'offrent aucune altération.

Les arbres feuillus contrastent, par leur teinte verte, avec la teinte rouillée des *Epicea*, les Robiniers se portent bien, même dans le parc de l'usine. Les arbustes et arbrisseaux variés : Aubépines, Prunelliers, Cornouillers, Troènes, Viornes, Houx, etc., restent verts même aux abords de l'usine.

Dans l'aire contaminée que j'ai définie plus haut, les dommages ne dépassent pas la couche de niveau de 900^{m}. D'après cela on peut supposer que l'action nocive des émanations de l'usine de Chedde se manifeste essentiellement, sinon exclusivement, sous l'influence du brouillard qui condense les substances nocives dans ses gouttelettes et celles-ci, déposées sur les plantes, y exercent leur action délétère. C'est surtout en automne, en hiver et au début du printemps, avant l'éclosion des bourgeons, que les brouillards sont fréquents dans la région; on comprend alors pourquoi les arbres feuillus sont préservés et pourquoi les arbres résineux, sauf le Mélèze, sont plus ou moins attaqués.

L'examen de ces derniers confirme cette hypothèse et révèle chez les plus résistants des moyens de défense assez efficaces.

Épicea. — Les arbres de cette espèce, examinés au début de l'action nocive, montrent les aiguilles des dernières pousses entièrement jaunes;

elles tombent prématurément par suite de la formation précoce du liège de cicatrisation situé au niveau de leur insertion; sur les rameaux ainsi dénudés, les surfaces de cicatrisation ont une couleur blanche, mais la tige et les bourgeons restent vivants et ces derniers éclosent dans le courant du printemps en donnant aux rameaux dénudés un aspect particulier.

Quand l'action nocive est plus avancée, les feuilles plus âgées jaunissent à leur tour et tombent plus ou moins rapidement : l'arbre ne tarde pas à périr. C'est au bout de 4 ou 6 ans que l'arbre est mort. La rapidité de l'action nocive sur les aiguilles d'Épicea ne permet pas d'observer les phases diverses de l'altération qui provoque leur chute; l'examen des Pins et des Sapins est beaucoup plus instructif.

Pin sylvestre. — Chez ces arbres, les aiguilles ne sont jaunies et desséchées que sur une partie de leur longueur, le reste demeure vert. La longueur de la partie jaunie est inégale, tantôt le sommet seul est altéré, tantôt l'altération occupe la moitié de l'aiguille ou davantage; seules les aiguilles qui viennent de se dégager des jeunes pousses sont entièrement jaunies et desséchées. Dans toutes les feuilles, la limite de la zone attaquée et de la zone vivante est marquée souvent par une bande brune.

Si l'on examine une section longitudinale de l'aiguille (*fig.* 1), on voit que la partie jaunie *a*, un peu plus étroite que la région saine, est formée de tissus morts dont les membranes cellulaires sont flétries, sauf celles des tissus lignifiés. A un certain niveau *b*, la présence des substances toxiques détermine une excitation dans les cellules vivantes, et cette excitation s'est traduite par une division cellulaire accompagnée d'hypertrophie; les membranes des nouvelles cellules ont une épaisseur plus grande, mais elles sont très rarement subérifiées.

Dans le cordon central entourant les éléments vasculaires de la nervure, cette hypertrophie est le seul phénomène de réaction de la feuille; elle est d'ailleurs suffisante pour former un obstacle à la pénétration des substances nocives. Dans le parenchyme vert, l'excitation produite par ces substances s'est propagée sur une certaine longueur *c* et elle se traduit, non plus comme en *b*, par des divisions cellulaires accompagnées d'hypertrophie, mais par une excrétion de substance gommeuse qui vient combler exactement les espaces intercellulaires sur une épaisseur de 10 ou 12 rangées de cellules. Elle constitue une muraille impénétrable aux substances toxiques. Cette matière de remplissage provient-elle de la transformation de la partie pectosique de la membrane ou bien représente-t-elle un produit d'excrétion

consécutif à l'excitation du tissu vert? C'est ce qui est difficile de démêler avec certitude.

Quoi qu'il en soit, nous voyons réalisé, chez le Pin, un mécanisme de

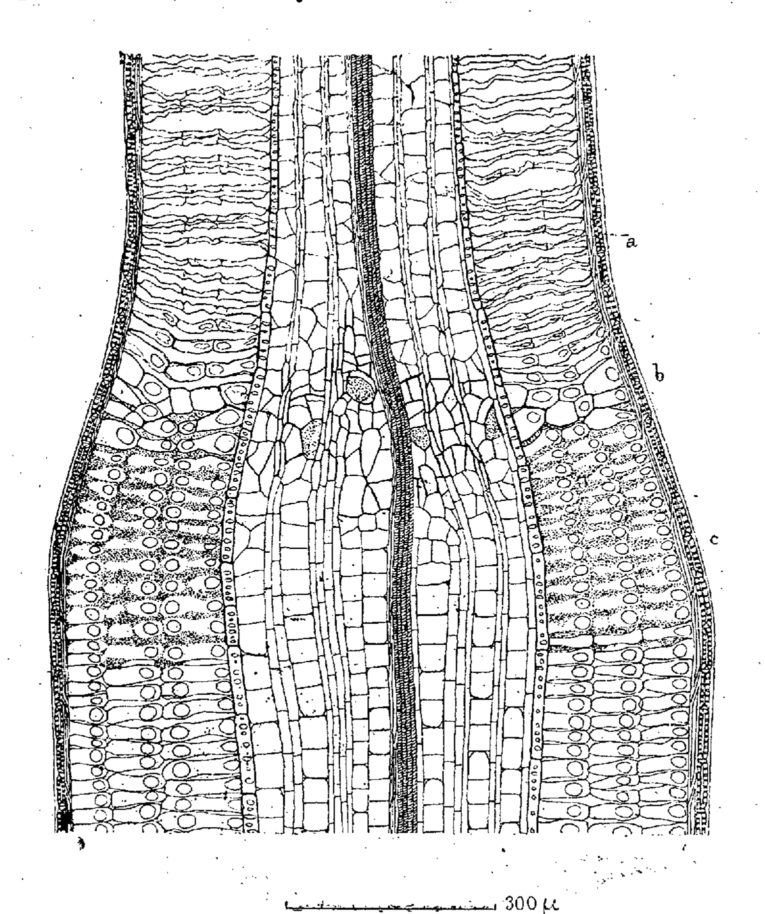


Fig. 1. — Coupe longitudinale dans une aiguille de Pin sylvestre passant par le cordon libéro-ligneux : *a*, partie supérieure morte, colorée en jaune brun, à cellules flétries; *b*, région où la réaction de défense se traduit par la formation de cellules nouvelles, souvent volumineuses et orientées en divers sens; *c*, région où a lieu la production gommeuse qui remplit les espaces intercellulaires.

défense jusqu'ici tout à fait nouveau, puisque généralement c'est par la production de zones subérifiées que les tissus vivants se protègent contre l'invasion des parasites et des liquides toxiques qu'ils sécrètent.

La disposition transversale de la muraille de protection, constituée par la gomme de remplissage des espaces intercellulaires, indique que le cheminement des substances déversées par l'usine de Chedde a lieu de la pointe vers la base des feuilles et justifie l'hypothèse que nous avons émise sur la pénétration des substances toxiques, non par les émanations gazeuses puisque les stomates existent dans toute la longueur de la feuille, mais par les substances dissoutes dans les gouttelettes d'eau que le brouillard dépose à l'extrémité des feuilles.

Parfois la muraille de protection que nous venons de décrire est insuffisante et il s'en forme une seconde située un peu plus loin de l'extrémité de la feuille.

Sapin pectiné. — Chez cette plante nous observons aussi une réaction de défense, mais c'est la réaction normale caractérisée par la formation de tissu subéreux. Une branche de Sapin pectiné prise sur un arbre situé à 300^{m} de l'usine montre toutes les pousses de l'année attaquées. Les aiguilles sont desséchées et jaunies sur le quart ou la moitié de leur longueur et l'extrémité très rétractée se termine en pointe; un liséré brun sépare la partie mortifiée de la partie saine.

Sur une coupe longitudinale de la feuille passant par l'axe libéro-ligneux (*fig.* 2, II) on constate, au niveau de séparation de la partie morte et de la partie vivante, une couche de liège *l* plus ou moins épaisse qui s'infléchit contre les faces de la feuille. La réaction provoquée par les substances toxiques a déterminé la formation d'une assise génératrice de liège plus ou moins régulière. L'activité de ce méristème est assez grande pour déterminer la cassure des faisceaux vasculaires et des cordons lignifiés. D'ailleurs la formation d'un premier liège n'assure pas toujours une protection suffisante, car on en trouve parfois deux couches séparées par du tissu mortifié (*fig.* 2, II, *l* et *l'*).

Le mode d'action des substances toxiques et leur nature sont encore inscrits dans les tissus de la feuille du Sapin. A l'état normal les cellules du parenchyme vert, surtout dans la région des lacunes, ont leur membrane extérieure incrustée de cristaux d'oxalate de chaux agglutinés par la substance pectique de la membrane. Ces cristaux se colorent par le vert d'anthracène dissous dans l'ammoniaque et prennent une belle teinte verte; ils ont été représentés dans la région *c* de la figure 2, I.

Dans les feuilles attaquées, le parenchyme, encore vivant, a été imprégné par les substances toxiques dans une région située bien au-dessous de la couche protectrice de liège et avant la formation de celle-ci; mais ces subs-

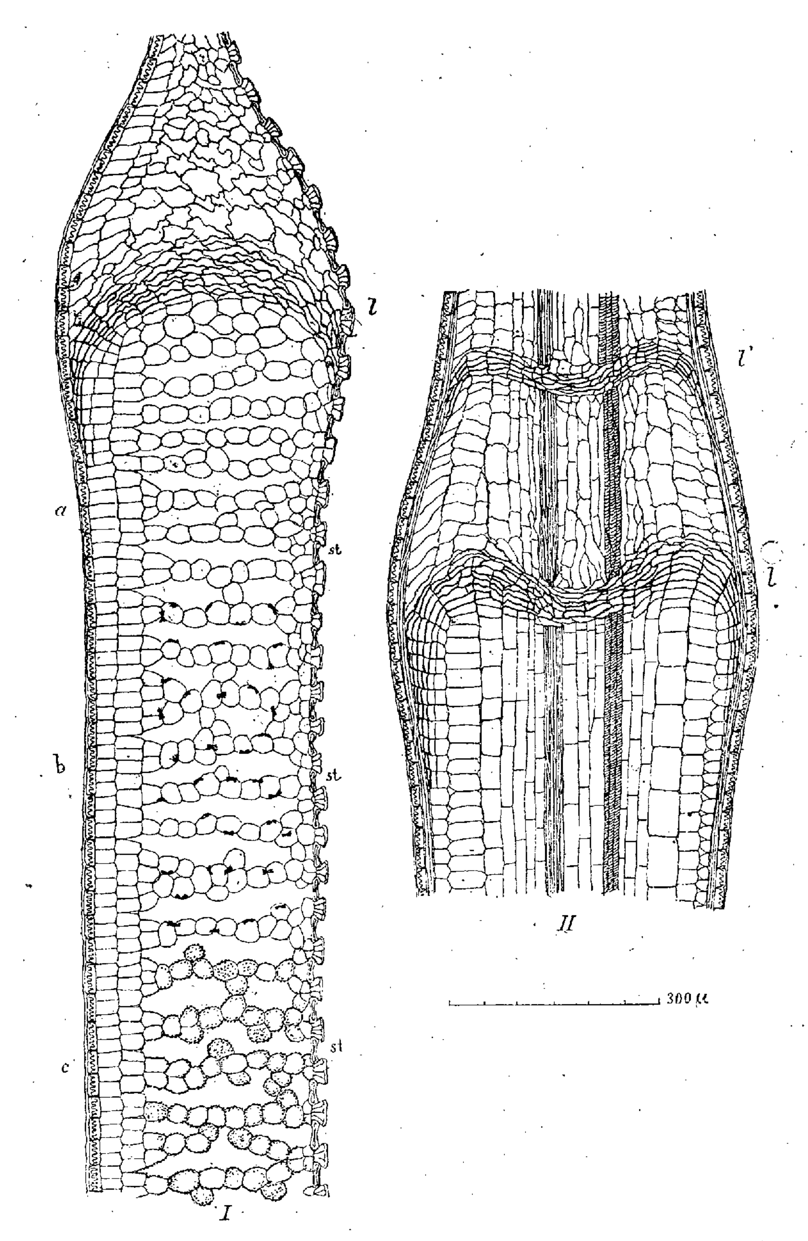


Fig. 2. — I. Coupe longitudinale d'une feuille de Sapin pectiné passant par le parenchyne foliaire : *a*, région où des cristaux d'oxalate de chaux ont été dissous; *b*, région où, après dissolution, il y a eu recristallisation ; *c*, région normale où les cristaux d'oxalate de chaux sont fixés par la partie externe de la membrane; *st*, stomates. — II. Coupe longitudinale passant par la nervure; *l* et *l'*, couches de liège de protection.

tances en trop faible quantité pour tuer les cellules ont été suffisantes pour dissoudre complètement les cristaux d'oxalate de chaux dans le parenchyme de la région *a*, sous-jacente au liège protecteur. La dissolution a eu lieu aussi dans la région suivante *b*, mais elle a été suivie dans cette région d'une recristallisation en macles ou en faisceaux d'aiguilles irrégulièrement distribuées. C'est le début de la zone *c*, normale, qui marque la limite de pénétration de la substance toxique.

On voit ainsi que cette dernière s'est infiltrée dans les feuilles dans le sens du sommet vers la base. Si l'on remarque que les stomates *st* se succèdent dans toute la longueur de la coupe sans qu'aucune altération ne se manifeste au voisinage des ostioles, l'hypothèse émise sur le mode d'action des substances toxiques exclusivement par les gouttelettes des brouillards se trouve encore démontrée. La dissolution préalable des cristaux d'oxalate de chaux dans le parenchyme des feuilles atteste que le principal agent toxique, sinon l'unique, est un acide, et vraisemblablement l'acide chlorhydrique.

En résumé, les émanations de l'usine de Chedde donnent naissance, après une série de décompositions, à de l'acide chlorhydrique qui est dissous dans les gouttelettes d'eau des brouillards. Ces gouttelettes condensées sur les aiguilles des *Epicea* les pénètrent et les tuent rapidement sans que ces plantes aient le temps de réagir contre l'action du liquide toxique. Au contraire, chez le Pin sylvestre et le Sapin pectiné, la présence de ce liquide provoque une réaction énergique de défense. La division et l'hypertrophie cellulaire, accompagnées d'une excrétion gommeuse dans les lacunes chez le Pin sylvestre, la muraille continue de liège chez le Sapin pectiné protègent efficacement les feuilles contre l'action toxique et expliquent la résistance relative de ces plantes.

Aucune différence anatomique essentielle ne distingue les tissus des feuilles de l'*Epicea* du Pin sylvestre ou du Sapin et il n'est pas possible actuellement de justifier, par la structure, la grande sensibilité de l'*Epicea* à l'action toxique qui provoque sa disparition rapide dans la région contaminée.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur la déformation des quadriques.* Note de M. C. GUICHARD.

Je considère la quadrique Q dont l'équation est

$$\frac{x^2}{1-\mu_1^2}+\frac{y^2}{1-\mu_2^2}+z^2=1.$$

Par la transformation homographique

$$(1) \qquad x=\sqrt{1-\mu_1^2}\,X, \quad y=\sqrt{1-\mu_2^2}\,Y, \quad z=Z,$$

la quadrique Q se transforme en une sphère S. Soit alors $\Sigma(x', y', z')$ une déformée de la quadrique, on aura

$$dx^2+dy^2+dz^2=dx'^2+dy'^2+dz'^2$$

et par conséquent

$$dX^2+dy^2+dz^2=dx'^2+dy'^2+dz'^2+\mu_1^2\,dX^2+\mu_2^2\,dY^2.$$

La sphère S est donc applicable sur une variété à cinq dimensions qui a pour coordonnées x', y', z', $\mu_1 X$, $\mu_2 Y$. Le réseau conjugué commun à Q et à Σ est un réseau C; il y correspond sur la sphère et sur la variété à cinq dimensions des réseaux O applicables. Il est naturel de chercher ceux de ces réseaux qui correspondent à des équations intégrales par la méthode de Laplace. On peut limiter le champ des recherches en cherchant les types possibles; comme la transformation homographique (1) ne change pas le type d'un réseau, on voit que les seuls types possibles sur la sphère S sont ceux qu'on rencontre à la fois parmi les réseaux O et parmi les réseaux C, on a donc les quatre types possibles suivants :

$$pA, -(p+1)B; \quad pA', -(p+1)B'; \quad pA', -pB'; \quad pA, -pB$$

qui correspondent respectivement aux troisième, quatrième, cinquième et sixième types de mon Mémoire : *Étude des propriétés métriques des courbes dans un espace d'ordre quelconque* [1]. Chacun de ces types fournit une série de déformées de la quadrique. La marche des calculs étant la même dans

---

[1] *Bulletin des Sciences mathématiques*, 1912.

les quatre cas, je me bornerai au premier. Je suppose d'abord $k=2$. On détermine dans un espace d'ordre 3 une surface S_1 pour les équations

$$(2)\quad \begin{cases} Y_1 = X_1 + p x_1 + p_1 \dfrac{dx_1}{du}, & Y'_1 = X'_1; \\ Y_2 = X_2 + p x_1 + p_1 \dfrac{dx_2}{du}, & Y'_2 = X'_2; \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots; & \\ Y_5 = X_5 + p x_5 + p_1 \dfrac{dx_5}{du}, & \end{cases}$$

où $X_1, X_2, \ldots, X_5$ sont les coordonnées d'une courbe deux fois isotrope de paramètre u; X'_1 et X'_2 sont des fonctions quelconques de v; p et p_1 sont déterminés par

$$(3)\qquad Y_1 + iY'_1 = 0, \qquad Y_2 + iY'_2 = 0.$$

Les coordonnées du point que décrit S_1 sont

$$Y_3, \quad Y_4, \quad Y_5.$$

Je détermine dans un espace d'ordre 5 une variété Σ_1 par les équations

$$(4)\quad \begin{cases} T_i = Z_i + p z_i + p_1 \dfrac{dz_i}{du} & (i = 1, 2, \ldots, 6), \\ T'_i = Z'_i & (i = 1, 2, 3). \end{cases}$$

Les Z_i sont les coordonnées d'une courbe deux fois isotrope située dans un espace d'ordre 6; Z'_1, Z'_2, Z'_3 sont des fonctions de v. On détermine p et p_1 par les équations

$$(4)\qquad T_1 + iT'_1 = 0, \qquad T_2 + iT'_2 = 0.$$

Les coordonnées du point que décrit la variété Σ_1 sont

$$T_3, \quad T_4, \quad T_5, \quad T_6, \quad T'_3.$$

Si l'on a

$$(5)\quad \begin{cases} Z_1 = \omega_1 X_1, & Z_2 = \omega_2 X_2, & z_1 = \omega_1 x_1, & z_2 = \omega_2 x_2, \\ Z'_1 = \omega_1 X'_1, & Z'_2 = \omega_2 X'_2, \end{cases}$$

p et p_1 sont les mêmes pour les surfaces S_1 et Σ_1. Si de plus

$$(6)\quad \begin{cases} \sum \left(\dfrac{d^2 x}{du^2}\right)^2 = \sum \left(\dfrac{d^2 z}{du^2}\right)^2, \\ \sum \left(\dfrac{dX'}{dv}\right)^2 = \sum \left(\dfrac{dZ'}{dv}\right)^2. \end{cases}$$

Les surfaces S_1 et Σ_1 sont applicables. Je suppose, en outre,

$$(7)\quad \begin{cases} Z_3 = \mu_1 X_3, & Z_4 = \mu_1 X_4, \\ z_3 = \mu_1 x_3, & z_4 = \mu_2 x_4, \end{cases}$$

on aura alors

$$T_3 = \mu_1 Y_3, \qquad T_4 = \mu_2 Y_4.$$

Je réduis la surface S_1 à une sphère S. Pour cela il faut

$$X_i = 0, \qquad X'_1 = \sin v, \qquad X'_2 = \cos v.$$

Les coordonnées du point que décrit la quadrique Q sont

$$\sqrt{1-\mu_1^2}\, Y_3, \quad \sqrt{1-\mu_2^2}\, Y_4, \quad Y_5.$$

Cette quadrique est applicable sur la surface décrite par le point qui a pour coordonnées

$$T_5, \quad T_6, \quad T'_3.$$

Les fonctions Z′ sont déterminées par les équations

$$Z'_1 = \omega_1 \sin v, \qquad Z'_2 = \omega_2 \cos v, \qquad dZ'^2_3 = (1 - \omega_1^2 \cos^2 v - \omega_1^2 \sin^2 v)\, dv^2,$$

ce qui donne Z'_3 par une quadrature elliptique.

Les fonctions z et x satisfont aux équations (5), (6), (7) et aux équations

$$(8)\quad \begin{cases} \sum x^2 = 0, & \sum \left(\dfrac{dx}{du}\right)^2 = 0, \\ \sum z^2 = 0, & \sum \left(\dfrac{dz}{du}\right)^2 = 0, \end{cases}$$

ce qui se ramène aux cinq équations

$$(9)\quad \begin{cases} (1-\omega_1^2)x_1^2 + (1-\omega_2^2)x_2^2 + (1-\mu_1^2)x_3^2 + (1-\mu_2^2)x_4^2 + x_5^2 = z_5^2 + z_6^2, \\ (1-\omega_1^2)\left(\dfrac{dx_1}{du}\right)^2 + \ldots + \left(\dfrac{dx_5}{du}\right)^2 = \left(\dfrac{dz_5}{du}\right)^2 + \left(\dfrac{dz_5}{du}\right)^2, \\ (1-\omega_1^2)\left(\dfrac{d^2x_1}{du^2}\right)^2 + \ldots + \left(\dfrac{d^2x_5}{du^2}\right)^2 = \left(\dfrac{d^2z_5}{du^2}\right)^2 + \left(\dfrac{d^2z_6}{du^2}\right)^2; \end{cases}$$

$$(10)\quad \sum x^2 = 0, \qquad \sum \left(\frac{dx}{du}\right)^2 = 0.$$

En appliquant la loi d'orthogonalité, on obtient la condition

$$(11)\quad \frac{x_1^2}{1-\omega_1^2} + \frac{x_2^2}{1-\omega_2^2} + \frac{x_3^2}{1-\mu_1^2} + \frac{x_4^2}{1-\mu_2^2} + x_5^2 = 0;$$

on est ramené, dans le cas général, à la recherche des lignes isotropes d'une cyclide. Le problème se simplifie si deux des quatre constantes ω_1, ω_2, μ_1, μ_2 sont égales.

Dans le cas général, la surface S_1 est définie par

$$(12)\quad \begin{cases} Y_i = X_i + p x_i + p_1 \dfrac{dx_i}{du} + \ldots + p_{k-1} \dfrac{d^{k-1} x_i}{du^{k-1}} & (i = 1, 2, \ldots, 2k+1), \\ Y'_i = X'_i + q x'_i + q_1 \dfrac{dx'_i}{dv} + \ldots + q_{k-3} \dfrac{d^{k-3} x'_i}{dv^{k-3}} & (i = 1, 2, \ldots, 2k-2). \end{cases}$$

On détermine les fonctions p et q par les équations

$$(13)\quad Y_1 + iY'_1 = 0, \qquad Y_2 + iY'_2 = 0, \qquad Y_{2k-2} + iY'_{2k-2} = 0.$$

Les coordonnées de S_1 sont Y_{2k-1}, Y_{2k} et Y_{2k+1}.

La surface Σ_1 est définie par les équations

$$(14)\quad \begin{cases} T_i = Z_i + p z_i + p_1 \dfrac{dz_i}{du} + \ldots + p_{k-1} \dfrac{d^{k-1} z_i}{du^{k-1}} & (i = 1, 2, \ldots, 2k+2), \\ T'_i = Z'_i + q z'_i + q_1 \dfrac{dz'_i}{dv} + \ldots + q_{k-2} \dfrac{d^{k-3} z'_i}{dv^{k-3}} & (i = 1, 2, \ldots, 2k-1) \end{cases}$$

avec les conditions

$$(15)\quad T_1 + iT'_1 = 0, \qquad T_2 + iT'_2 = 0, \qquad T_{2k-2} + iT'_{2k-2} = 0.$$

Les coordonnées de Σ_1 sont

$$T_{2k-1}, \quad T_{2k}, \quad T_{2k+1}, \quad T_{2k+2}, \quad T_{2k-1}.$$

On fera

$$(16)\quad \begin{cases} Z_{2k-1} = \mu_1 X_{2k-1}, & z_{2k-1} = \mu_1 x_{2k-1}, \\ Z_{2k} \ = \mu_2 X_{2k}, & z_{2k} \ = \mu_2 x_{2k}; \\ Z_i \ = \omega_i X_i, & z_i \ = \omega_i x_i \\ Z'_i \ = \omega_i X'_i, & z'_i \ = \omega_i x'_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2k-2). \end{cases}$$

Si, de plus,

$$(17)\quad \begin{cases} \sum \left(\dfrac{d^k x}{du^k}\right)^2 = \sum \left(\dfrac{d^k z}{du^k}\right)^2, \\ \sum \left(\dfrac{d^{k-2} x'}{dv^{k-2}}\right)^2 = \sum \left(\dfrac{d^{k-2} z'}{dv^{k-2}}\right)^2. \end{cases}$$

Les surfaces S_1 et Σ_1 sont applicables et l'on a

$$T_{2k-1} = \mu_1 Y_{2k-1}, \qquad T_{2k} = \mu_2 Y_{2k}.$$

On réduira ensuite la surface S_1 à une sphère en faisant

$$X_i = 0, \quad \Sigma X_i'^2 = 1.$$

Les coordonnées du point qui décrit la quadrique sont

$$\sqrt{1-\mu_1^2}\,Y_{2k-1}, \quad \sqrt{1-\mu_2^2}\,Y_{2k}, \quad Y_{2k+1}.$$

Les coordonnées du point qui décrit la déformée sont

$$T_{2k+1}, \quad T_{2k+2}, \quad T'_{2k-1}.$$

En prenant toutes les relations auxquelles satisfont les x_i et z_i d'une part, les x'_i et z'_i d'autre part, on est conduit au résultat suivant :

La détermination des fonctions x_i et z_i se ramène à la solution du problème indiqué à la fin de ma Note du 23 décembre où l'on suppose $n = k$; la détermination des fonctions x'_i et z'_i se ramène au même problème pour $n = k - 1$.

THERMODYNAMIQUE. — *Formule donnant la chaleur de vaporisation d'un liquide.* Note de **M. E. Ariès.**

Poursuivant notre but qui est de démontrer que l'équation d'état

$$p = \frac{RT}{v-\alpha} - \frac{K}{T^n(v+\beta)^2},$$

dans laquelle les covolumes α et β sont fonctions de la température, représente d'une façon satisfaisante toutes les propriétés thermiques d'un fluide, et qu'en outre, les constantes et fonctions qui y rentrent, K, n, α, β peuvent être déterminées séparément par des méthodes simples, nous établirons aujourd'hui la formule très importante qui dérive de cette équation, et qui donne la chaleur L de vaporisation d'un liquide.

Comme celle qui donne la tension de vapeur saturée du liquide, cette formule ne dépend que de l'exposant n et de la fonction que nous avons appelée Γ, somme réduite $\frac{\alpha+\beta}{\alpha_c+\beta_c} = \frac{\gamma}{\gamma_c}$ les deux covolumes.

Nous partirons des relations qui découlent de l'équation de Clausius et indiquées dans notre Communication parue aux *Comptes rendus* (t. 163, 1896, p. 737). Le lecteur voudra bien s'y reporter. Ces relations s'appliquent,

sauf celles concernant l'entropie, la capacité calorifique et la chaleur de vaporisation, au cas plus général que nous avons envisagé depuis, ou les covolumes α et β seraient fonctions de la température.

L'expression (2) de l'énergie libre I donne pour l'entropie S, en la dérivant par rapport à T,

$$S = -\frac{\partial I}{\partial T} = R\log(v-\alpha) + \frac{\frac{\partial\varphi}{\partial T}}{v+\beta} - \frac{RT}{v-\alpha}\frac{\partial\alpha}{\partial T} - \frac{\varphi(T)}{(v+\beta)^2}\frac{\partial\beta}{\partial T} - \frac{\partial\Phi}{\partial T}.$$

L'application de cette formule aux deux états de saturation du fluide à une même température donne pour la différence des entropies $S_1 - S_2$, c'est-à-dire pour $\frac{L}{T}$,

$$\frac{L}{T} = R\log\frac{v_1-\alpha}{v_2-\alpha} + \frac{\partial\varphi}{\partial T}\left(\frac{1}{v_1+\beta} - \frac{1}{v_2+\beta}\right) - RT\frac{\partial\alpha}{\partial T}\left(\frac{1}{v_1-\alpha} - \frac{1}{v_2-\alpha}\right) - \varphi(T)\frac{\partial\beta}{\partial T}\left[\frac{1}{(v_1+\beta)^2} - \frac{1}{(v_2+\beta)^2}\right].$$

Si l'on remplace $\varphi(T)$ par sa valeur tirée des relations (5),

$$\varphi(T) = \frac{RT(v_1+\beta)^2(v_2+\beta)^2}{(v_1-\alpha)(v_2-\alpha)(v_1+v_2+2\beta)}.$$

Il vient, toutes réductions faites,

$$\frac{L}{T} = R\log\frac{v_1-\alpha}{v_2-\alpha} + \frac{\partial\varphi}{\partial T}\left(\frac{1}{v_1+\beta} - \frac{1}{v_2+\beta}\right) - RT\frac{\partial\gamma}{\partial T}\left(\frac{1}{v_1-\alpha} - \frac{1}{v_2-\alpha}\right).$$

Mais dans notre équation d'état

$$\varphi(T) = \frac{K}{T^n}, \qquad \frac{\partial\varphi}{\partial T} = -\frac{nK}{T^{n+1}} = -\frac{n\,\varphi(T)}{T},$$

ce qui permet de donner à l'expression précédente la forme

$$\frac{L}{RT} = \log\frac{v_1-\alpha}{v_2-\alpha} + n\frac{\varphi(T)}{RT}\left(\frac{1}{v_2+\beta} - \frac{1}{v_1+\beta}\right) + T\frac{\partial\gamma}{\partial T}\left(\frac{1}{v_2-\alpha} - \frac{1}{v_1-\alpha}\right).$$

En substituant aux variables ordinaires les variables x, y, z définies par les relations (7) et suivantes, on aura

$$\frac{L}{RT} = \lambda + n\frac{27}{8x}\left(\frac{1}{y_2+1} - \frac{1}{y_1+1}\right) + T\frac{\partial}{\partial T}\log\gamma\left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1}\right).$$

Cette expression devient enfin, en remplaçant la température T par sa valeur réduite $\tau = \frac{T}{T_c}$, et la somme γ des covolumes par sa valeur réduite $\Gamma = \frac{\gamma}{\gamma_c}$,

$$(1) \qquad \frac{L}{RT} = \lambda + n\frac{27}{8x}\left(\frac{1}{y_2+1} - \frac{1}{y_1+1}\right) + \tau\frac{\partial}{\partial\tau}\log\Gamma\left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1}\right).$$

C'est une première formule permettant de calculer assez simplement la chaleur moléculaire de vaporisation d'un liquide, à une température quelconque, quand on connaît de l'équation d'état du fluide, l'exposant n et la fonction Γ. La valeur réduite de cette température étant τ, on en déduit la valeur de $x = \Gamma\tau^{n+1}$, et, par la Table de Clausius, les valeurs de λ, de y_1 et de y_2. Tous les facteurs qui figurent au second membre sont ainsi connus.

On peut donner de cette formule une expression plus commode encore en remplaçant λ et x par leurs valeurs en y_1 et y_2

$$\lambda = (y_1 - y_2)\frac{2y_1y_2 + y_1 + y_2}{y_1y_2(y_1+y_2+2)}, \qquad x = \frac{27}{8}\frac{y_1y_2(y_1+y_2+2)}{(y_1+1)^2(y_2+1)^2},$$

et en remarquant que

$$Z = 8\frac{y_1y_2 - 1}{y_1y_2(y_1+y_2+2)}.$$

La formule (1) devient alors, toutes réductions faites,

$$(2) \qquad \frac{L}{RT} = (y_1 - y_2)\frac{2+n}{8}Z + \left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1}\right)\left(n + 1 + \tau\frac{\partial}{\partial\tau}\log\Gamma\right)$$
$$= (y_1 - y_2)\left[\frac{2+n}{8}Z + \frac{n + 1 + \tau\frac{\partial}{\partial\tau}\log\Gamma}{y_1y_2}\right].$$

Comme cela devait être, on trouve $L = 0$ pour la température critique ($\tau = 1$, $Z = 1$, $y_1 = y_2 = 2$), et, ce qui est rationnel, une valeur imaginaire de L, de la forme iQ, Q étant une quantité réelle, pour toute température supérieure à la température critique.

Il reste à soumettre la formule (2) au contrôle de l'expérimentation. C'est ce que nous nous proposons de faire, en nous reportant à nos récentes études sur la tension de la vapeur saturée d'un liquide, études qui nous ont permis de déterminer l'exposant n ainsi que la fonction Γ pour un certain nombre

de liquides dont les chaleurs de vaporisation ont été mesurées à diverses températures.

Ses fonctions Γ et x dépendent l'une de l'autre par la relation $x = \Gamma\tau^{n+1}$ qui les unit, et d'où l'on tire

$$\tau \frac{\partial}{\partial\tau} \log x = n + 1 + \tau \frac{\partial}{\partial\tau} \log \Gamma;$$

il sera parfois commode de supposer que c'est x et non Γ dont l'expression est donnée en fonction de τ : dans ce cas, la formule (2) peut s'écrire plus simplement encore comme il suit :

$$\frac{L}{RT} = (y_1 - y_2)\frac{2+n}{8} Z + \left(\frac{1}{y_2} - \frac{1}{y_1}\right) \tau \frac{\partial}{\partial\tau} \log x,$$

$$= (y_1 - y_2) \left[\frac{2+n}{8} Z + \frac{\tau \frac{\partial}{\partial\tau} \log x}{y_1 y_2} \right].$$

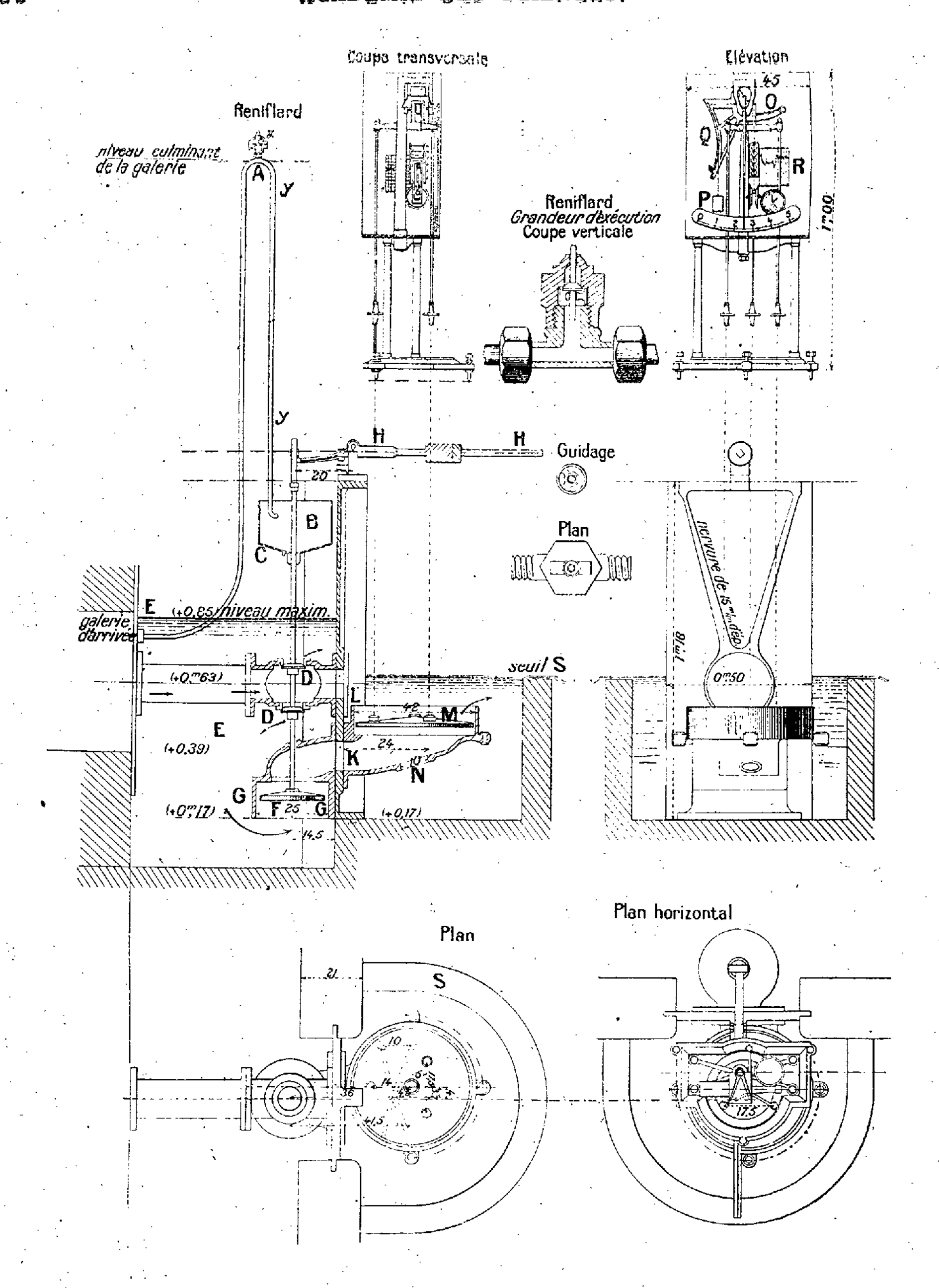
MÉMOIRES LUS.

HYDRAULIQUE. — *Régulateur et compteur du débit d'une source captée par une galerie horizontale ou faiblement inclinée*, par M. **H. Parenty**.

J'ai l'honneur d'exposer ici la solution d'une question d'hygiène urbaine qui me fut soumise en 1909 par M. G. Michel, ingénieur en chef de la ville de Nantes, à la suite d'épidémies de fièvre typhoïde qui avaient décimé la garnison et la ville de Saint-Brieuc et que les savants attribuaient à la putréfaction de certains organismes, dans la conduite d'adduction des eaux de source.

1° Cette contamination provient de ce que pendant l'été, l'aqueduc n'étant pas entièrement noyé, certaines régions de ses parois, soumises à des alternatives d'émergence et d'immersion, se recouvrent de plantes et d'animaux aérobies putrescibles, particulièrement de gastéropodes, qui y meurent et dont la dépouille rend les eaux malsaines.

2° On a de plus quelques raisons de croire que les couches perméables aquifères, dont la filtration fournit l'alimentation en eau potable de


Coupe transversale
Élévation
Reniflard
niveau culminant de la galerie
Reniflard
Grandeur d'exécution
Coupe verticale
Guidage
Plan
galerie d'arrivée
niveau maxim.
seuil S
nervure de 15mm d'ép.
Plan
Plan horizontal

certaines villes, pourront constituer en hiver une réserve capable d'augmenter le débit en été, si l'on ferme par un régulateur de débit, l'issue de la galerie qui les amène aux réservoirs.

Ces deux objectifs déterminent une combinaison mécanique d'ensemble que je vais développer et représenter par un croquis [1].

a. Remplissage de la galerie. — Le régulateur doit donc en premier lieu se fermer toutes les fois que l'aqueduc n'est pas entièrement rempli d'eau. Ce résultat s'obtient au moyen d'un déversoir A (coupe transversale) placé au niveau du point culminant de la conduite et dont le débit est indispensable à l'ouverture des soupapes. A cet effet, le régulateur de débit porte un contrepoids creux B percé à la base d'un tout petit orifice C. Ce contrepoids se vide lentement dès que l'alimentation du déversoir culminant cesse de se produire, et cet allégement a pour effet de fermer les soupapes D. Ces dernières aussi se ferment hermétiquement dès que le contrepoids creux B est entièrement noyé, ce qui correspond au remplissage complet du bief de régulation. Le reniflard X a pour but de désamorcer le siphon Y dès que le niveau baisse tout en empêchant l'eau de gicler au dehors quand le niveau s'élève.

b. Régulateur de débit. — Son organe moteur est un disque horizontal F voyageant librement dans un cylindre vertical G concentrique, d'un diamètre supérieur au sien. C'est dans l'orifice annulaire compris entre la jante du disque et la paroi du cylindre, que s'effectue le débit sous une hauteur génératrice constante $p_0 - p_1$. Cette hauteur génératrice produit, sur les deux faces horizontales du disque, un effort différentiel vertical qui ne saurait varier sans provoquer le mouvement des deux soupapes équilibrées D portées par la même tige que le disque et que le contrepoids

[1] H. PARENTY, *Régulation et jaugeage des canaux découverts et des conduites forcées* (*Comptes rendus*, t. 104, 1887, p. 1427; t. 108, 1889, p. 505; t. 158, 1914, p. 1317); Mêmes recherches (*Annales des Ponts et Chaussées*, vol. 1, 1906; vol. 2, 1907. Paris, E. Bernard). — BRUHL, Rapport sur les mêmes travaux : médaille d'or, 24 janvier 1890 (*Mémoires de la Société d'Encouragement.* Paris, G. Chameroy). — Dr CALMETTE, *Recherches sur l'épuration des eaux d'égout*, 9 volumes parus; *Applications des procédés et appareils Parenty à la distribution, la régulation et le jaugeage des eaux résiduelles*, t. 2, p. 260; t. 8, p. 16; t. 9, p. 10; et *passim* (Paris, Masson).

creux B dont nous venons de parler. Cet ensemble est suspendu à l'extrémité d'un fléau de balance H et équilibré par un contrepoids glissant I dont la position définit la valeur du débit réglé.

c. Compteur totalisateur du débit. — En sortant du cylindre vertical de régulation, l'eau pénètre par un conduit latéral K dans un second cylindre L où elle agit sur un second disque M de diamètre supérieur à celui du disque F du régulateur. C'est en vérité le plateau d'une balance. Ce plateau est soumis de haut en bas à une pression différentielle proportionnelle à la hauteur génératrice du débit à travers l'orifice annulaire compris entre le disque et son cylindre. Une vanne supplémentaire N peut être réglée à la main, pour faire varier l'importance de cet orifice et donner par exemple au compteur des indications en chiffres ronds. Le plateau de cette balance de position est supporté par une poulie ou un fléau O (élévation) dont le contrepoids P repose par le soutien d'un souple ruban d'acier sur une came Q dont le tracé a été calculé pour fournir aux écarts des hauteurs proportionnelles à la racine carrée de la force ascensionnelle du plateau, c'est-à-dire, en définitive, au débit que l'on veut mesurer. Ce débit est totalisé par un totalisateur à cadrans et enregistré sur un cylindre tournant R. Le liquide jaugé s'écoule du bief qui renferme le disque de jaugeage et son cylindre, par un déversoir circulaire qui le verse dans les réservoirs.

Il convient de constater que ni la fermeture des soupapes, ni le passage des tiges, n'exigent une étanchéité absolue, et qu'ainsi tous les frottements sont évités. La sensibilité des appareils est donc *a priori* remarquable.

d. Données numériques. — Le débit de 1000^{m^3} par jour équivaut à un débit de $11^l,57$ ou en nombre rond 12^l par seconde.

e. Entrée dans le régulateur. — Elle aura lieu sous une charge que j'évalue arbitrairement à $0^m,50$. Chaque soupape équilibrée doit débiter 6^l par seconde à pleine ouverture. Supposons que le coefficient m du débit soit $0,7$ et ω la surface de la soupape. L'équation du débit s'écrira

$$0,7\omega\sqrt{2gh} = 0^{m^3},006, \qquad \sqrt{2gh} = 3,10,$$
$$\omega = 0,0027, \qquad d = 58^{mm},8.$$

Je donne aux soupapes un diamètre de 70^{mm}, leur ouverture maxima correspondra à un mouvement de $10^{mm},5$ de hauteur. Si la pression normale

est différente de $0^m,50$, on fera varier en conséquence le diamètre des soupapes.

f. Débit dans l'orifice annulaire. — Le débit à travers l'orifice annulaire se fera sous une charge de $0^m,10$ avec une vitesse de $1^m,40$,

$$0,7\,\omega\sqrt{2gh} = 0^{m^3},012, \qquad \omega = 0,0122.$$

Prenons pour le cylindre un diamètre de $0^m,250$:

$$\begin{array}{rl} S = \overset{m^2}{0,0491} & D = 0^m,250 \text{ (diamètre du cylindre)}, \\ -\,\omega = 0,0122 & \\ \hline S' = 0,0368 & D' = 0^m,217 \text{ (diamètre du disque)}. \end{array}$$

Force motrice totale, $0,0368 \times 0^m,10 = 3^{kg},680$ pour 100^{mm} de hauteur génératrice, 36^g pour 1^{mm}; la balance sera d'autant plus sensible qu'elle est en mouvement et oscille constamment.

g. Compteur. — Le disque et le cylindre sont calculés de façon à donner une dénivellation de 25^{mm} pour le plus fort débit. On peut du reste faire varier cette hauteur à volonté en modifiant le diamètre du disque.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre non résidant, en remplacement de M. *Pierre Duhem*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 49,

M. Wilfrid Kilian	obtient.	35 suffrages
M. Magnus de Sparre	»	7 »
M. Eugène Cosserat	»	4 »
M. Robert de Forcrand	»	2 »
M. Philippe Barbier	»	1 suffrage

M. **Wilfrid Kilian**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. **Waddell**, élu Correspondant pour la Section de Mécanique, adresse des remercîments à l'Académie.

M. **Paul Pelseneer** adresse, de Gand, des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux en 1917.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les solutions algébriques des équations différentielles du premier ordre.* Note de M. **Jules Drach.**

1. La détermination effective du *groupe de rationalité* d'une équation linéaire aux dérivées partielles

$$\Omega(f) = X_1 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \ldots + X_n \frac{\partial f}{\partial x_n} = 0,$$

où les X_i sont des polynomes en $x_1, \ldots, x_n$, exige la recherche de tous les polynomes *irréductibles* f qui satisfont à une identité

$$\Omega(f) = Mf,$$

où M est un polynome de degré $(m-1)$, si les X sont de degré m.

Je voudrais indiquer ici, en me bornant au cas de deux variables x, y, une méthode qui permet de trouver des *conditions nécessaires* à l'existence de ces polynomes, c'est-à-dire des *conditions sous lesquelles l'équation*

$$\text{(1)} \qquad X\,dy - Y\,dx = 0$$

peut posséder des solutions particulières algébriques.

La méthode pourra s'appliquer, avec des modifications convenables, quelle que soit l'allure des courbes $X = 0$, $Y = 0$ à leurs points communs; elle peut aussi s'étendre au cas de n variables. Cependant, *pour fixer les idées* et ne pas compliquer outre mesure les résultats, je supposerai que les points *singuliers* de (1), intersections de $X = 0$ et $Y = 0$, sont tous *simples* et à *distance finie.*

2. Soient une identité

$$(a) \qquad \Omega(f) = X\frac{\partial f}{\partial x} + Y\frac{\partial f}{\partial y} = Mf$$

et P un point singulier de coordonnées (x, y). On voit, en dérivant une fois (a) par rapport à x et par rapport à y, que si la courbe $f = 0$ passe *simplement* en P, la valeur de M est racine de l'équation du second degré :

$$S = \begin{vmatrix} \frac{\partial X}{\partial x} - M & \frac{\partial X}{\partial y} \\ \frac{\partial Y}{\partial x} & \frac{\partial Y}{\partial y} - M \end{vmatrix} = 0.$$

Soient μ et μ' les deux racines de cette équation. Il suffit de former l'ensemble des dérivées d'ordre n de l'identité (a) pour reconnaître que si la courbe $f = 0$ présente en P un point multiple d'ordre n, on a, en ce point :

$$M = p\mu + p'\mu',$$

où p et p' sont des entiers positifs dont la somme est n.

Enfin, si f ne passe pas en P, M s'y annule.

Tout cela subsiste lorsque M et f sont *holomorphes* au voisinage de P.

On conclut de là, lorsque M est un polynome de degré $(m-1)$,

$$M = \Sigma a_{\alpha\beta} x^\alpha y^\beta \qquad (\alpha + \beta \leqq m - 1),$$

qu'en tout point singulier P_i, de coordonnées ξ_i, η_i,

$$M(\xi_i, \eta_i) = p_i\mu_i + p'_i\mu'_i.$$

On a donc m^2 équations linéaires aux inconnues $a_{\alpha\beta}$; les $\frac{m(m+1)}{2}$ premières déterminent ces coefficients en supposant les p, p' connus, pourvu que les points singuliers correspondants ne soient pas sur une même courbe de degré $(m-1)$, et les suivantes donnent alors $\frac{m(m-1)}{2}$ relations :

$$(\Delta) \qquad \Sigma_i \Theta_{ij}(p_i\mu_i + p'_i\mu'_i) = 0 \qquad \left(i = 1, \ldots, \frac{m(m+1)}{2}; j\right) \left(j = 1, \ldots, \frac{m(m-1)}{2}\right)$$

où les Θ_{ij} sont des déterminants formés avec les coordonnées de

$\frac{m(m+1)}{2}$ points singuliers. L'annulation de l'un d'eux exprime que les points singuliers correspondants sont sur une même courbe de degré $(m-1)$; l'annulation de tous ceux qui correspondent à un même indice j exprimerait que $\frac{m(m+1)}{2}+1$ points singuliers, sont sur la même courbe de degré $(m-1)$. Ces cas sont *singuliers*.

Si l'équation (1) admet une solution particulière algébrique $f=0$, le système (Δ) où les Θ_{ij}, μ_i, μ'_i sont *algébriques* dans le *domaine de rationalité des coefficients* de X et Y, doit admettre pour les p_i, p'_i une solution *en nombres entiers positifs*.

Comme la courbe $M=0$ ne passe (sauf des cas singuliers) que par $\frac{m(m+1)}{2}-1$ points singuliers au plus, chaque courbe $f=0$ doit passer au moins par $\frac{m(m-1)}{2}+1$ de ces points; pour autant de couples (p_i, p'_i) la somme $p_i+p'_i$ doit être différente de zéro.

Enfin, comme en tous les points singuliers qui ne sont pas des *nœuds* (où $\mu' : \mu$ est un nombre rationnel positif), il passe au plus deux branches d'intégrales algébroïdes (d'après les recherches de MM. Poincaré et Emile Picard), on peut dire que *si* $f=0$ *est irréductible*, on a en ces points $p \leqq 1$, $p' \leqq 1$.

3. Le système (Δ) possède, en général, k *solutions fondamentales* dont toutes les autres sont des combinaisons linéaires à coefficients entiers positifs. On peut donc affirmer qu'une fonction algébrique (ou holomorphe) f, qui satisfait à l'identité $\Omega(f) = Mf$ où M est un polynome, donne pour M une expression $\alpha_1 M_1 + \ldots + \alpha_k M_k$ où les M_i correspondent aux solutions fondamentales, les α étant des entiers positifs.

La connaissance de M fixe la multiplicité possible de chaque point singulier pour la courbe $f=0$. Lorsque f est un polynome irréductible, les α doivent être choisis de manière que tout point autre qu'un nœud ait au plus la multiplicité 2, comme on l'a vu plus haut. Cela limite, *parfois*, les entiers α et le nombre des cas à étudier.

Si l'intégrale générale de (1) est algébrique, on peut l'écrire $\frac{f}{g} =$ const. et supposer f et g irréductibles et ne passant que par les nœuds; il y aura donc au moins une identité

$$\alpha_1 M_1 + \ldots + \alpha_k M_k = \beta_1 M_1 + \ldots + \beta_k M_k,$$

où les α et les β sont choisis de telle sorte que les nœuds seuls se présentent dans les deux membres, qui s'annulent aux autres points.

Si l'on ne peut former avec les M_i, qui sont connus, une identité satisfaisant à ces conditions, l'intégrale générale n'est pas algébrique.

Lorsqu'il existe seulement h solutions particulières algébriques irréductibles, le système (Δ) admet des solutions dépendant de h entiers positifs arbitraires : le nombre k est donc au moins égal à h; on sait que ce dernier nombre atteint au plus $\frac{m(m+1)}{2}$.

Je ferai observer, en terminant, que dans les recherches antérieures (sauf celles de Darboux), recherches qui portent surtout sur l'*intégrabilité algébrique* de (1), on n'avait envisagé que le voisinage d'un point singulier et le quotient Y : X.

Dans la recherche actuelle interviennent, *simultanément, tous les points singuliers et les deux polynomes* X *et* Y *eux-mêmes*. C'est ce qui explique la possibilité de résultats nouveaux. Je reviendrai ailleurs, en détail, sur les applications particulières.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les polynomes d'approximation et l'existence des dérivées.* Note de M. **Paul Montel.**

Les recherches de MM. Lebesgue, de la Vallée Poussin, S. Bernstein, D. Jackson ont mis en évidence le lien étroit qui rattache les propriétés différentielles d'une fonction d'une variable à l'ordre de la meilleure approximation $\mu(n)$ de cette fonction par un polynome de degré inférieur ou égal à n.

1. Soit $P(x)$ un polynome de degré n, à coefficients réels ou complexes dont le module ne dépasse pas M pour tous les points du segment $(-1, +1)$ de l'axe réel. Les modules des dérivées d'ordre entier de ce polynome ont, en chaque point du plan et en particulier sur ce segment, des limites supérieures que l'on peut exprimer en fonction de M et de n. Cette proposition a été d'abord obtenue par M. Dulac en 1908. Elle a été précisée en 1912 par M. S. Bernstein au moyen d'une étude approfondie de certains polynomes de Tchebichef.

On obtient des résultats analogues à l'aide de la représentation conforme

$$2x = z + \frac{1}{z}$$

qui fait correspondre aux points du plan des x où l'on a effectué la coupure rectiligne $(-1, +1)$ les points du plan des z intérieurs au cercle $z = 1$ [1].

Introduisons la dérivée généralisée de Riemann-Liouville pour un ordre quelconque α, entier ou non. On est alors conduit à la proposition générale suivante que j'énoncerai pour un polynome à deux variables $P(x, y)$:

Soit $P(x, y)$ *un polynome de degré* m *en* x *et de degré* n *en* y *dont le module est inférieur à* M *dans un domaine* (Γ). *Pour tous les points d'un domaine quelconque* (Γ') *intérieur à* (Γ), *le module de la dérivée* $D^{\alpha+\beta}_{x^\alpha y^\beta}$ *est inférieur à* $km^\alpha n^\beta M$, k *désignant une constante indépendante du polynome.*

2. Soient $f(x)$ une fonction de la variable x et $\Delta_h^{(r)}$ la différence d'ordre r de cette fonction pour les accroissements $h, 2h, \ldots, rh$ donnés à x. Si le rapport $\left|\frac{\Delta_h^{(r)}}{h^r}\right|$ est borné, cette fonction peut être approchée par un polynome de degré n tel que $\mu(n) < \frac{A}{n^r}$; on en déduit, à l'aide de la proposition précédente, l'existence pour $f(x)$ de toutes les dérivées d'ordre inférieur à r. On arrive au même résultat en remplaçant le rapport $\frac{\Delta_h^{(r)}}{h^r}$ par le rapport $\frac{\Delta_h^{(r)}}{h^\alpha}$, dans lequel α désigne un nombre quelconque inférieur à r. Donc :

Si, pour une fonction $f(x)$, *le module du rapport* $\frac{\Delta_h^{(r)}}{h^\alpha}$ $(\alpha \leqq r)$ *est borné dans l'intervalle* $(-1, +1)$, *la fonction* $f(x)$ *possède une dérivée d'ordre quelconque inférieur à* α *pour tout point* x *intérieur à cet intervalle.*

Par exemple, si le rapport $\frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ est borné, M. Lebesgue a établi que la dérivée $f'(x)$ existe *presque partout*; si le rapport

$$\frac{f(x+2h) - 2f(x+h) + f(x)}{h^{\varepsilon+1}}$$

est borné pour une valeur ε positive aussi petite que l'on veut, la dérivée $f'(x)$ existe *partout*. Si la dérivée d'ordre entier r existe et satisfait à une condition de Lipschitz d'exposant ε, toutes les dérivées dont

---

(1) J'ai communiqué cette méthode à M. Dulac en juillet 1908. Elle a été, depuis, signalée et utilisée par M. Marcel Riesz seulement pour le calcul du module maximum de $P(x)$ en un point du plan (*Acta mathematica*, 1916, p. 341).

l'ordre est inférieur à $r+\varepsilon$ existent partout. En particulier, dire qu'une fonction $f(x)$ satisfait à une condition de Lipschitz d'exposant ε revient à dire que cette fonction admet des dérivées d'un ordre quelconque inférieur à ε.

3. Soient $f(x, y)$ une fonction des deux variables x et y; $\Delta_h^{(r)}$ la différence d'ordre r pour des accroissements $h, 2h, \ldots, rh$ donnés à x, y étant constant, et $\Delta_k^{(s)}$ la différence d'ordre s pour des accroissements $k, 2k, \ldots, sk$ donnés à y, x étant constant.

Si, pour une fonction $f(x, y)$, les modules des rapports $\frac{\Delta_h^{(r)}}{h^\alpha}$ $(\alpha \leqq r)$ et $\frac{\Delta_k^{(s)}}{k^\beta}$ $(\beta \leqq s)$ sont bornés dans un domaine (Γ), la fonction possède, en chaque point intérieur au domaine, toute dérivée partielle d'ordre $\alpha' + \beta$ pour laquelle $\frac{\alpha'}{\alpha} + \frac{\beta'}{\beta} < 1$.

Cette dernière condition peut s'interpréter aisément de la manière suivante. Soient $O\alpha$, $O\beta$ deux axes; faisons correspondre à chaque dérivée partielle d'ordre $\alpha + \beta$, le point de coordonnées (α, β). Soient A et B les points $(\alpha, 0)$ et $(0, \beta)$: toute dérivée partielle correspondant à un point (α', β') situé à l'intérieur du triangle OAB existe en chaque point (x, y) intérieur au domaine (Γ).

Par exemple, si les rapports $\left|\frac{\Delta_h^{(3)}}{h^{2+\varepsilon}}\right|$ et $\left|\frac{\Delta_k^{(3)}}{k^{2+\varepsilon}}\right|$ sont bornés, les dérivées f''_{x^2}, f''_{xy}, f''_{y^2} existent partout. Si les rapports $\left|\frac{\Delta_h^{(r)}}{h^r}\right|$ et $\left|\frac{\Delta_k^{(s)}}{k^s}\right|$ sont bornés pour chaque valeur de r et chaque valeur de s, la fonction $f(x, y)$ possède des dérivées partielles de tous les ordres.

ARITHMÉTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — *Détermination des points entiers des courbes algébriques unicursales à coefficients entiers.* Note de M. **Edmond Maillet**, présentée par M. Jordan.

I. Les équations indéterminées

$$f(x, y) = 0, \tag{1}$$

où f est un polynome entier à coefficients entiers en x, y de degré n, que

l'on sait résoudre en nombres entiers, autrement dit les courbes algébriques (1) dont on sait trouver les points *entiers* (c'est-à-dire à coordonnées entières) ne formaient jusqu'ici que des catégories peu nombreuses. J'en ai récemment indiqué une nouvelle très étendue en complétant un résultat établi par M. A. Thue, dont la démonstration présentait une lacune, et le généralisant beaucoup [1]. Je rappelle l'énoncé obtenu.

L'équation irréductible

$$\varphi_m(x, y) + \varphi_s(x, y) + \varphi_{s-1}(x, y) + \ldots + \varphi_0 = 0,$$

où φ_i est un polynome homogène en x, y de degré i à coefficients entiers ($s < m$), et φ_m est de plus un polynome irréductible, ne peut avoir une infinité de points entiers que si

$$s \geqq m_1 - 1, \quad \text{quand} \quad m = 2m_1, \qquad \text{et} \qquad s \geqq m_1, \quad \text{quand} \quad m = 2m_1 + 1.$$

II. On verra de suite que ce théorème est indépendant de ceux que je vais indiquer, notamment du plus important : on peut, grâce à un nombre fini d'opérations, trouver les points entiers des équations (1) *indécomposables, de degré $n > 2$, et de genre zéro*, c'est-à-dire déterminer les points entiers des courbes unicursales.

L'équation (1) peut être supposée irréductible; si elle est décomposable, dans le cas le plus général, elle a moins de n^2 points rationnels.

Envisageons le cas où elle est indécomposable et de genre zéro.

Les travaux de MM. Hilbert, Hurwitz et Poincaré permettent de trouver les points rationnels. S'il y a moins de $n - 3$ points simples rationnels, ce qui exige n pair, il y a un nombre fini de points entiers. S'il y a au moins $n - 3$ points simples rationnels, il y en a une infinité correspondant aux valeurs rationnelles d'un paramètre t, fonction rationnelle à coefficients entiers de x et y; on a

$$x = \frac{f_2(t)}{f_1(t)}, \qquad y = \frac{f_3(t)}{f_1(t)}, \tag{2}$$

où f_1, f_2, f_3 sont des polynomes à coefficients entiers n'ayant pas de diviseur commun, de degré $\leqq n$, l'un étant de degré n. Soit

$$t = \frac{p}{q}, \qquad f_i\left(\frac{p}{q}\right) = \frac{1}{q^n} f_i(p, q)$$

(1) *Nouvelles Annales de Mathématiques*, 4e série, t. 16, août 1916.

(p, q premiers entre eux, p positif ou négatif); on a

$$x = \frac{f_2(p, q)}{f_1(p, q)}, \qquad y = \frac{f_3(p, q)}{f_1(p, q)};$$

pour tout point entier simple, $f_1(p, q)$ divise $f_2(p, q)$ et $f_3(p, q)$.

Soit n_1 le degré de $f_1(t)$; par application de la théorie algébrique et arithmétique du plus grand commun diviseur et grâce à l'identité de Bezout, je trouve : 1° que si $0 < n_1 < n$, le nombre des points entiers est limité, p, q étant solution d'une équation $f_1(p, q) = \pm B$, où B est un entier positif dont la valeur est limitée en fonction des coefficients de (1), et q étant lui-même limité; 2° que si $n_1 = n$, une circonstance analogue se présente, sans que q soit forcément limité; mais le théorème du n° I s'applique. On conclut que l'équation (1), indécomposable et de genre zéro, a un nombre fini de points entiers, sauf dans les cas exceptionnels suivants, qui peuvent fournir une infinité de pareils points, ainsi que le montrent des exemples étendus : 1° $f_1 = K = \text{const.}$; 2° $f_1 = \alpha(Mt + N)^n$, cas qui peut se ramener au précédent; 3° n étant pair, $f_1 = \alpha(Mt^2 + Nt + P)^{\frac{n}{2}}$; α, M, N, P entiers, et dans le troisième cas, $N^2 - 4MP$ positif et non carré. De là on conclut ensuite, en distinguant d'assez nombreux cas, une méthode pour déterminer les points entiers par un nombre fini d'opérations.

III. Les mêmes procédés sont utilisables pour trouver les valeurs rationnelles de t qui, dans (2), rendent x seul entier (f_2 et f_1 étant premiers entre eux), ou à la fois x, y entiers (f_1, f_2, f_3 sans diviseur commun), les polynomes étant ici absolument quelconques et à coefficients entiers.

Soit encore l'équation à coefficients entiers

$$\varphi_n(x, y) + \varphi_k(x, y) = 0 \qquad (k < n),$$

où φ_k, φ_n sont premiers entre eux, et qui est irréductible; si $tx = y$,

$$x^{n-k} = \frac{\varphi_k(1, t)}{\varphi_n(1, t)};$$

on obtient la solution complète en entiers quand le nombre des points entiers est limité. Il n'en peut être autrement que si

(3) $\varphi_n = \alpha(My + Nx)^n$, ou, n étant pair, $\varphi_n = \alpha(My^2 + Nxy + Px^2)^{\frac{n}{2}}$.

Soit le conoïde $z = \dfrac{f_2(x, y)}{f_1(x, y)}$, où f_1, f_2 sont homogènes, de degré n, premiers

entre eux et à coefficients entiers. Posant $x = \lambda q$, $y = \lambda p$ (λ, p, q entiers; p, q premiers entre eux), les procédés ci-dessus donnent la solution complète; les points entiers sont répartis sur un nombre fini de droites du conoïde, à moins peut-être que $f_1(x, y)$ ne soit d'une des formes (3).

Ces procédés s'étendent aux courbes unicursales de l'espace à k dimensions. Les points entiers s'obtiennent par un nombre fini d'opérations : ils ne peuvent être en nombre illimité que sous des conditions très restrictives analogues à celles du n° II.

Ce qui précède fera l'objet d'un Mémoire détaillé, où l'on trouvera quelques autres exemples d'application des mêmes méthodes.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Principes et règles scientifiques pour l'établissement des longs tunnels sous nappe d'eau.* Note (¹) de M. **Charles Rabut**, présentée par M. L. Lecornu.

D'assez nombreux tunnels de plusieurs kilomètres ont déjà été construits, sur l'avis de géologues et d'ingénieurs éminents, soit sous une nappe souterraine (Marot, Meudon), soit sous un lac (Simplon), un bras de mer (sud de New-York) ou une rivière (Severn, Hudson, Lœtschberg). Il est néanmoins sans exemple qu'un tel travail ait pu être achevé sans effondrement du plafond et irruption de l'eau, causant de lourdes dépenses, de longs retards et des morts d'hommes souvent nombreuses. Presque toujours aussi, on a reconnu après coup que le désastre eût pu être évité par un léger changement de tracé et des mesures propres à limiter le tassement du sol.

L'expérience a donc invariablement condamné la pratique usuelle dont les caractéristiques sont le percement d'une galerie unique de reconnaissance servant en général de galerie d'avancement revêtue incomplètement et provisoirement, en avance quelquefois notable sur l'élargissement du tunnel pourvu lui-même plus ou moins tard d'un revêtement non étanche ni soustrait aux trépidations, galeries et tunnel percés quelquefois en pente, c'est-à-dire exposés à être noyés.

La méthode que j'institue ici a pour principe de *subordonner la détermination du tracé en plan et en profil, tous les autres dispositifs du projet et tous les moyens d'exécution à l'obligation majeure de prévenir l'inondation*,

(¹) Séance du 20 janvier 1919.

subsidiairement d'en atténuer les effets. D'où la règle pratique d'*affecter à l'étanchéité, en les intensifiant, tous les moyens dont on usait jusqu'ici en vue de l'économie*, économie apparente qui, en fin de travaux, s'est toujours révélée illusoire.

En appliquant cette règle aux phases successives de l'établissement de l'ouvrage envisagé (reconnaissance du sol, rédaction du projet, exécution des travaux), je prescris les dispositifs suivants :

1° Percer au moins deux galeries de reconnaissance entre lesquelles s'intercalera, en plan, le tracé de la ligne (chemin de fer, route, canal, conduite);

2° S'il y a deux sens de circulation, prévoir deux tunnels indépendants l'un de l'autre;

3° Dans ce cas, percer une troisième galerie de reconnaissance, intermédiaire;

4° Espacer les galeries assez pour ne pas sujétionner le tracé des tunnels;

5° Tracer les tunnels indépendamment des galeries de reconnaissance et de façon que jamais deux *zones de tassement* n'empiètent l'une sur l'autre (1);

6° Assigner, s'il y a deux tunnels, une limite plus élevée aux pentes qu'aux rampes (règle applicable même à une conduite si elle doit charrier des matières solides);

7° Ne jamais avancer en pente;

8° Pourvoir immédiatement chaque galerie de reconnaissance ou tunnel, au fur et à mesure de son avancement, d'un revêtement complet avec dispositif d'étanchement absolu (armature superficielle soudée);

9° Exécuter ce revêtement avec des panneaux en béton léger à haute résistance, c'est-à-dire de poids minimum, la rapidité d'exécution étant requise pour l'arrêt des tassements;

10° Amortir les trépidations par l'emploi de ballast en sable, de traverses, longrines ou blochets en bois tendre et de rails soudés bout à bout.

---

(1) La zone de tassement d'une galerie ou d'un tunnel est le massif compris au-dessus entre deux surfaces réglées ayant pour génératrices les droites tangentes inférieurement au profil de l'excavation et inclinées comme le talus naturel d'écoulement du terrain.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le troisième trimestre de* 1918. Note de **M. J. Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Il y a eu 86 jours d'observations dans ce trimestre et l'on en déduit les principaux faits qui suivent :

Taches. — Un regain d'activité dans la production de ces phénomènes s'est manifesté dans les deux premiers mois du trimestre, et l'on a enregistré, au total, 98 groupes avec une aire de 8950 millionièmes, au lieu de 80 groupes et 4844 millionièmes, précédemment (1).

Cette augmentation se rapporte presque toute à l'hémisphère boréal, avec 51 groupes au lieu de 37 ; dans l'autre hémisphère on a noté 47 groupes au lieu de 43.

La tache qui a traversé le méridien central du disque solaire le 26,7 août, à +16° de latitude, a été visible à l'œil nu.

La comparaison des latitudes moyennes (2), de part et d'autre de l'équateur, accuse une augmentation de 1°,0 au sud, avec —14°,0 au lieu —13°,0, et une diminution de 2°,8 au nord, avec +11°,5 au lieu de +14°,3.

Régions d'activité. — On a enregistré 163 groupes de facules, avec une surface totale de 204,8 millièmes, au lieu de 150 groupes et 183,8 millièmes.

Cette augmentation se reporte toute au nord de l'équateur, avec 14 groupes en plus, soit 87 au lieu de 73, tandis qu'il y a diminution d'un groupe au sud, avec 76 au lieu de 77.

Tableau I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.	Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
	1918 Juillet. — 0,00.							Juillet (suite).			
28- 7	10	1,9		+ 5	93	8-11	2	5,8		+ 5	10
27- 4	8	2,1	—19		22	1- 8	8	6,2		+12	37
29-30	2	2,2		+14	4	1-12	10	7,1		+12	336
1-2	2	2,7		+ 5	9	11-13	3	7,7	—18		18
27- 8	12	3,2		+ 9	108	3-14	10	9,1	—14		217
27- 8	12	3,3		+17	65	3-14	10	9,3		+16	101
28- 8	10	4,0		+12	49	11-16	6	11,3	—12		57

(1) Voir *Comptes rendus*, t. **167**, 1918, p. 1028.

(2) Page 1029, pour la moyenne des latitudes australes à la fin du Tableau du mois de mai, il faut lire —12°,3 au lieu de —12°,9.

Tableau I. — *Taches* (suite).

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'obser-vations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	N.	Surfaces moyennes réduites.
		Juillet (suite).			
13	1	11,6	—19		6
11-18	6	12,4	—18		66
14	1	13,8	— 1		7
13-19	7	13,9	— 9		344
11-15	5	15,1	—10		16
19-21	3	15,5		+13	109
12-17	6	17,4		+ 5	19
12-16	4	18,2	—13		17
21-23	3	20,7	—13		20
21-26	6	20,8		+15	30
15-26	12	21,1		+ 8	421
17-28	12	23,0	—14		115
19-30	12	23,9		+16	287
24-29	3	26,0		+16	9
28	1	26,5	—17		8
23-29	7	26,8	—25		18
22- 1	11	27,8	—17		76
24-28	5	28,3		+ 7	14
28-30	3	30,0	—22		12
26-29	3	30,3		+ 7	5
27- 5	10	30,8		+17	312
1	1	30,8	— 9		12
26-28	3	31,8		+ 6	74
	29 j.		—14°,7	+10°,9	
		Août. — 0,00.			
26- 6	12	1,2		+ 5	218
30	1	1,8	—12		10
28- 8	12	3,0		+10	80
8- 9	2	6,1	— 6		10
11	1	6,4	—18		7
1- 2	12	7,3	—20		386
2-11	10	8,5	—22		113
4-13	7	9,5	— 9		34
13	1	9,8	—19		23
5-11	7	11,5		+14	57
10	1	12,2		+ 3	2
11-17	7	13,3	—12		19
8-10	3	14,5	—11		40
8-16	9	14,5		+16	93
10-18	7	15,2		+18	7
11	1	15,5	— 6		4
10-22	13	16,2		+ 9	298
17-20	4	16,3		+21	35
10-22	13	17,1		+ 8	311
20-23	4	17,7		+11	177

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'obser-vations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	N.	Surfaces moyennes réduites.
		Août (suite).			
12-22	11	18,5	—14		141
22	1	19,3	—15		2
14-22	9	19,6		+15	43
21-26	6	21,4	— 9		98
17-29	12	23,6	—20		379
19-22	4	24,8	—19		63
20-25	6	25,7		+ 6	9
23-27	5	26,3	— 1		17
22-26	5	26,5	—12		12
20- 1	12	26,7		+16	591
20- 1	12	26,9		+ 5	203
23-26	2	28,0		+ 3	5
24-30	4	30,2		+10	3
31- 3	4	31,1		+ 7	7
31- 2	3	31,9		+24	3
	30 j.		—13°,2	+11°,2	
		Septembre. — 0,00.			
29-30	2	3,1		+22	22
31- 4	5	3,1	—11		24
29- 2	5	3,8	—20		26
2	1	4,1		+22	3
2-11	9	7,7	—22		26
10	1	8,7	— 5		3
6-15	7	10,3	—15		70
10-14	5	10,3	—28		59
6-12	6	11,0		+13	23
6-13	7	12,4		+11	39
7-14	7	13,2		+11	44
10-20	11	14,8	—13		360
122	1	18,2		+12	3
5-26	9	21,8		+18	35
17-29	11	23,2		+15	163
20-29	8	23,6		+ 8	274
17-26	8	23,6	— 9		76
18-29	10	24,4	— 8		62
25-26	2	25,2	—11		11
28- 1	4	25,7		+12	278
27	1	25,9		+22	7
26- 2	7	27,3		+ 6	36
22-26	3	27,9	— 8		7
3-4	2	28,3		+ 5	125
27-30	4	28,8	—19		10
27- 5	9	30,1	—12		541
	27 j.		—13°,9	+13°,6	

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1918.	Sud. 90°. 40°.	30°.	20°.	10°.	0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°. 10°.	20°.	30°.	40°.	90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	»	2	11	4	17	20	9	11	»	»	»	37	3123
Août........	»	»	1	11	5	17	18	10	6	2	»	»	35	3500
Septembre..	»	»	2	7	4	13	13	3	7	3	»	»	26	2327
Totaux....	»	»	5	29	13	47	51	22	24	5	»	»	98	8950

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1918.	Sud. 90°. 40°.	30°.	20°.	10°.	0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°. 10°.	20°.	30°.	40°.	90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Juillet......	»	1	3	14	5	23	29	9	15	5	»	»	52	70,2
Août........	1	»	4	16	4	25	30	13	13	4	»	»	55	68,4
Septembre..	»	»	11	10	7	28	28	9	14	5	»	»	56	66,2
Totaux....	1	1	18	40	16	76	87	31	42	14	»	»	163	204,8

PHYSIQUE. — *Sur les incendies provoqués par les ondes hertziennes.* Note (¹) de M. GEORGE A. LE ROY.

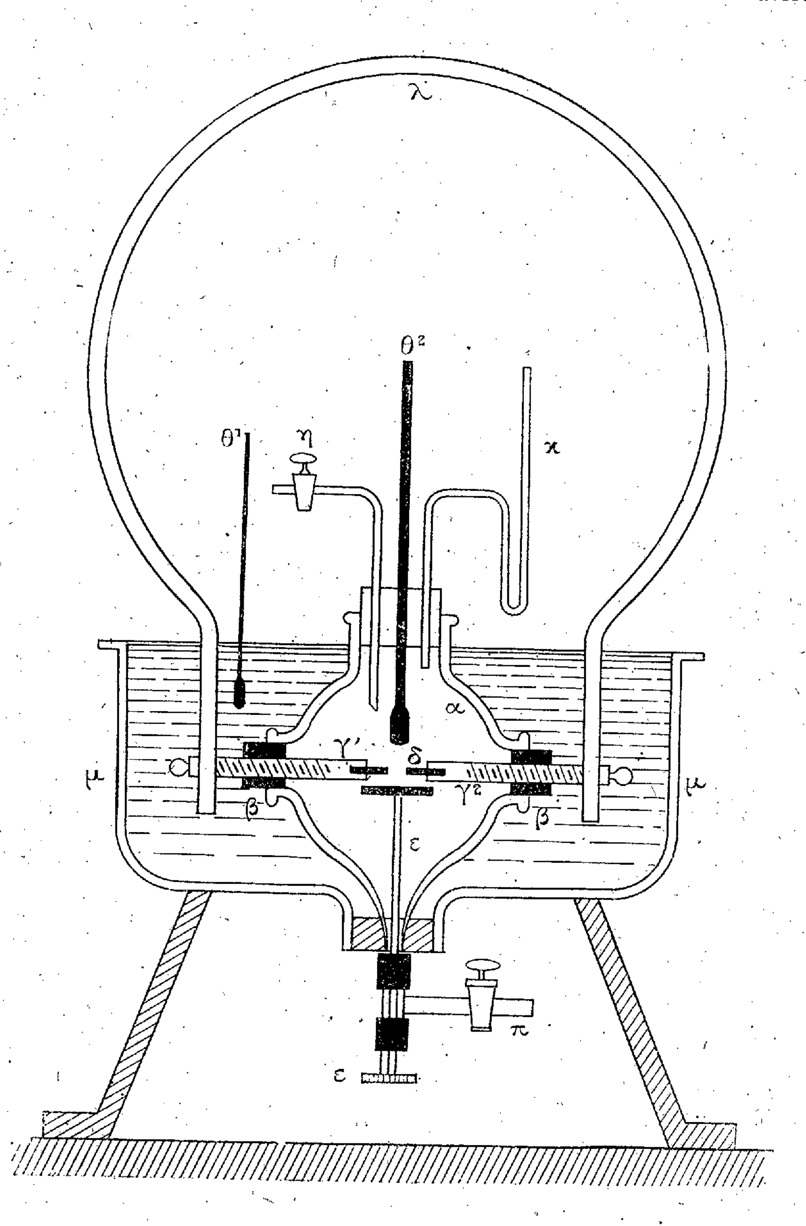
On admet que des incendies ont pu être occasionnés, avec l'intervention de phénomènes exceptionnels de résonnance, par les ondes hertziennes lancées à travers l'espace par les opérations de la télégraphie sans fil.

Au cours de ces dernières années de guerre, où l'emploi des ondes hertziennes pour les besoins de la télégraphie sans fil s'est développé dans des proportions considérables comme multiplicité et intensité, j'ai été amené, en qualité d'expert judiciaire, à constater plusieurs cas d'incendies où, toutes les autres causes possibles étant éliminées par l'examen des faits, aucune autre explication de l'origine des incendies n'était admissible, hormis celle de l'intervention malencontreuse des ondes hertziennes.

Pour soumettre, en laboratoire, à l'investigation expérimentale cette action incendiaire des ondes hertziennes sur diverses matières inflammables, j'ai construit le dispositif suivant que je dénomme *résonnateur-inflammateur*.

(¹) Séance du 20 janvier 1919.

C'est un ballon en verre quadritubulé (α), muni en ses deux tubulures latérales (β)



de deux électrodes en laiton (γ^1, γ^2), filetées micrométriquement et vissables à travers

des écrous mastiqués dans ces tubulures. Ces électrodes sont forées à leur extrémité interne (δ) de façon à pouvoir y recevoir, à frottement dur, des sous-électrodes de forme et de nature diverses (platine, cuivre, fer, fonte, charbon, etc.). L'autre extrémité des électrodes (γ) est fixée par une pince à un cercle métallique (λ) en cuivre ou fer, ayant $0^m,50$ à 1^m ou plus de diamètre. On voit que ce système est susceptible de fonctionner à la manière du résonnateur classique de Hertz; l'étincelle induite éclatant en (δ), mais en vase clos et en contact avec les substances inflammables qui y sont mises en expérimentation.

La tubulure supérieure du ballon est obturée par un bouchon portant un manomètre (x), un thermomètre (θ) et un tube abducteur (η) avec robinet. La tubulure inférieure donne passage, à travers un presse-étoupe, à une tige (ε) portant un plateau en mica, destiné à supporter les matières expérimentées. Un tube abducteur en verre (π), avec robinet, est raccordé avec cette tubulure.

Le ballon est facultativement chauffable par un bain d'huile de vaseline contenu dans une cloche à douille (μ), mise en position renversée; ce dispositif permet de faire varier les températures auxquelles les matières sont soumises à l'action des étincelles.

Le tube abducteur (π) communique avec l'air ambiant, qui est introduit dans le ballon par un aspirateur relié au tube (η). Pour l'expérimentation des phénomènes d'oxydation lente ou de combustion latente, que peuvent éprouver certaines matières, on les évalue d'après les quantités d'acide carbonique engendrées. A cet effet on opère avec de l'air préalablement purifié d'acide carbonique, par passage à travers des tubes laveurs contenant de la potasse ou de la chaux sodée, puis au besoin séchés par l'acide sulfurique, ou le chlorure de calcium. Le courant gazeux aspiré passe, à la sortie du ballon, à travers un ou plusieurs flacons laveurs contenant de l'eau de baryte. D'après la quantité de carbonate de baryum formé on évalue l'intensité de la combustion lente.

Mes recherches de laboratoire ont été effectuées, ce résonnateur-inflammateur étant influencé par les ondes hertziennes, relativement peu intenses, obtenues au moyen d'une bobine Ruhmkorff (à isolant semi-liquide injecté sous le vide) construite, vu les difficultés de guerre, par mes propres moyens. Ce transformateur, admettant au primaire une intensité maxima d'une vingtaine d'ampères et donnant aux bornes du secondaire une étincelle de 45^{cm} à 50^{cm} de longueur, était actionné par un courant continu de secteur, interrompu par une turbine à mercure. Comme condensateur du circuit oscillant, je me suis servi de *carreaux fulminants* construits avec des feuilles de verre à vitres garnies de papier d'étain, suspendues verticalement par des cordons vernis et présentant une quadruple armature de $1^m \times 0^m,50$ de surface. L'antenne d'émission était constituée par un gros fil métallique étalé en une double spire de $0^m,50$ de diamètre.

Dans ces conditions de dispositif expérimental, ne mettant en œuvre que des intensités électriques restreintes, par comparaison avec celles employées dans les grands postes de télégraphie sans fil, j'ai pu déterminer, à la distance de quelques mètres, l'inflammation de substances combustibles diverses, telles que fulmi-coton, amadou, étoupes, papier, coton en ouate, laine ensimée, etc. L'inflammation m'a paru facilitée par l'emploi d'électrodes en fer; ce métal semble exalter le pouvoir calorifique des étincelles.

Ces expériences de laboratoire présentent, à mon sens, des points de similitude caractérisée avec ce qui existe dans la pratique courante quant à l'incendie des ballots de coton, tels que les établit l'industrie. En effet, les dites balles de coton brut sont encerclées, sous compression, par des bandes ou cercles en fer. Si, au cours des transports, un cercle vient à se trouver rompu ou dériveté et disjoint, sous l'action de la force d'expansion centrifuge du coton comprimé, ou par autre avarie telle qu'un choc, il en résultera une minime solution de continuité métallique dans le cercle, par quoi se trouvera réalisée une sorte de résonnateur hertzien. Sous l'influence des ondes électriques, émises par la télégraphie sans fil (mais pouvant aussi résulter de l'électricité météorologique), des étincelles éclateront au point de solution de continuité, et, se trouvant en contact avec des filoches de coton, elles enflammeront celles-ci, déterminant ensuite l'incendie du ballot et des ballots voisins. Un sinistre semblable peut survenir, par un mécanisme analogue, sur des ballots de coton entassés les uns sur les autres, pour arrimage dans un navire, un wagon, etc. En effet le contact des cercles métalliques des ballots peut constituer un circuit électrique présentant les conditions de capacité et d'auto-induction, requises pour réaliser les phénomènes de résonnance; si ce circuit se trouve interrompu par contact imparfait entre deux ballots, il en résultera une solution minime de continuité métallique, où éclateront les étincelles incendiaires, aptes à enflammer le coton, comme le démontre le *résonnateur-inflammateur* décrit ci-dessus.

PHYSIQUE. — *Recherches expérimentales sur la gravitation.* Note de M. V. Crémieu, présentée par M. E. Bouty.

A la suite d'expériences précédemment décrites [1], j'ai conclu que le balayage de l'espace par des lignes de force gravifiques, émanées de corps

---

[1] *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 586 et 670.

pesants, ne modifiait pas l'attraction newtonienne de ces corps, lorsque les vitesses de rotation sont dix millions de fois supérieures à celles des planètes, et les vitesses linéaires périphériques des masses en mouvement sont de l'ordre de $\frac{1}{100\,000}$ de la vitesse de la lumière. Si l'on admet *a priori* que l'attraction newtonienne est due à une propriété encore inconnue de l'éther du vide, il est naturel de chercher s'il n'existe pas de relation entre cette propriété inconnue et les propriétés élastiques bien connues de l'éther, c'est-à-dire les propriétés électromagnétiques.

Dans cet ordre d'idées, j'ai exploré le champ électromagnétique au voisinage immédiat d'un cylindre de plomb, pesant 50^{kg}, et tournant à 1200 tours par minute.

1° *Le champ électrique* entre la surface du cylindre et une électrode fixe n'est pas modifié, au $\frac{1}{100\,000}$ près, par la rotation du cylindre.

2° *Champ hertzien.* — J'ai installé un circuit oscillant de manière que les lignes de force gravifiques entraînées par la rotation du cylindre de plomb viennent balayer l'espace compris entre les boules de l'excitateur de ce circuit. Celui-ci était réglé à la limite d'oscillation. Pour cela, j'avais disposé, au voisinage immédiat du circuit oscillant, une antenne réceptrice, reliée à un circuit comprenant une capacité, une self, une galène et un téléphone, placé à 100^{m} du laboratoire.

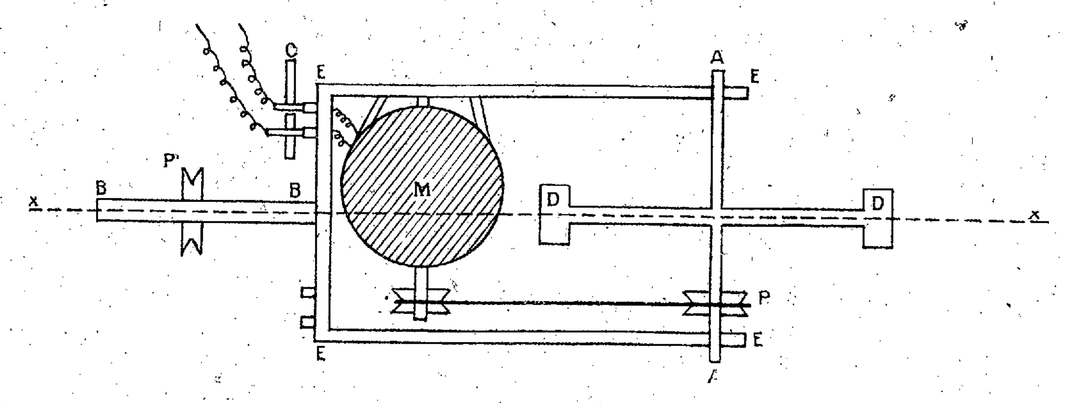
Les deux circuits étant accordés au maximum, on agissait sur la self du circuit émetteur, jusqu'à ce que l'observateur placé au téléphone cessât de percevoir les signaux. A ce moment, on mettait le cylindre de plomb en rotation, et l'on cherchait si la perception n'était pas rétablie. L'expérience a été faite successivement dans des positions telles que le plan de balayage par les lignes de force gravifiques, était parallèle, puis perpendiculaire à la ligne joignant les boules de l'excitateur. Aucune modification n'a pu être constatée à la perception.

3° *Plan de polarisation de la lumière.* — Deux nicols à l'extinction, traversés par un faisceau de lumière monochromatique, ont été placés au voisinage du cylindre de plomb, de manière qne le plan de balayage vienne couper le faisceau entre les deux nicols, à angle droit, ou soit parallèle à ce faisceau.

Je n'ai pu constater aucune réapparition de lumière dans l'une ou l'autre de ces positions.

Je conclus de cet ensemble d'expériences que le balayage de l'espace par des lignes de force gravifique, parallèlement à un plan, ne modifie pas les propriétés élastiques de l'éther électromagnétique.

J'ai alors cherché à produire à la fois un balayage et une torsion du plan de balayage, à l'aide de l'appareil suivant :



Un volant DD, muni d'un axe AA, tourne dans deux paliers fixés à un cadre EEEE qui porte aussi un petit moteur électrique M. Celui-ci entraîne le volant, par la poulie P, et reçoit le courant d'un collecteur C.

Le cadre EEEE est fixé sur un axe BB, tournant dans des paliers non figurés, et entraîné par une poulie P'.

La masse du volant, presque toute concentrée à la périphérie, pèse 3^{kg}; son diamètre extérieur est de 18^{cm}.

Les vitesses de rotation que l'on peut donner au volant, autour de AA, et simultanément ou séparément, au cadre, autour de BB, sont respectivement de 1200 et 500 tours par minute.

Analysons ce qui se passe dans une région de l'espace, au voisinage du volant, et dans le prolongement de l'axe BBXX.

Je me place toujours dans l'hypothèse que *la masse* est due à une propriété de l'éther du vide.

Quand le volant est au repos, la région XX est traversée par un certain nombre N de lignes de force gravifiques, émanées du volant. Ce nombre N définit le champ. Quand le volant tourne autour de AA avec une vitesse angulaire ω, la région XX est balayée, par seconde, par $N\omega$ lignes de force.

Ce nombre N définit ce que l'on pourrait appeler le *champ cinétique du volant;* et dans notre hypothèse, c'est dans ce champ qu'il faudrait situer l'énergie cinétique du volant. Celle-ci se traduit par la réaction que le volant en mouvement oppose à toute action qui tend à dévier son axe de rotation AA, réaction qui s'interprète comme une rigidité du champ cinétique.

Les expériences décrites dans une Note antérieure, et dans la première partie de la présente Note, m'ont permis de conclure que cette rigidité ne modifie ni l'attraction newtonienne, ni les propriétés électromagnétiques de l'éther.

Laissant tourner le volant autour de AA, animons le cadre EEEE d'une rotation de vitesse angulaire ω', autour de XX, perpendiculaire à AA.

Pour l'espace environnant, cette seconde rotation correspond à une torsion du plan de rigidité créé par la rotation autour de AA.

Cette rotation se traduit pour le volant, par la réaction gyroscopique bien connue, réaction qui est fonction du produit $\omega\omega'$, et qui atteint une valeur très considérable, pour de faibles valeurs de ω et ω'.

J'ai répété, dans la région XX, les différentes expériences précédentes. J'ai constaté ainsi que :

1° L'attraction newtonienne n'est pas modifiée, au $\frac{1}{10000}$ près, dans la région XX.

2° Les propriétés de l'éther électromagnétique ne sont pas modifiées dans cette région.

Comme conclusion d'ensemble, je crois donc pouvoir dire :

Si la masse est due à une propriété de l'éther du vide, cette propriété n'a pas d'action sur les propriétés élastiques de l'éther.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les pertes d'énergie dans les diélectriques des câbles armés* Note de M. **Swyngedauw**, transmise par M. A. Blondel.

Lorsqu'on charge un câble triphasé à une différence de potentiel alternative donnée entre les trois âmes connectées ensemble et l'enveloppe, le quotient de la puissance P en watts absorbés par le carré du courant I en ampères ne donne pas, comme on pourrait le croire *a priori*, la résistance effective du câble

$$R = \frac{P}{I^2}.$$

La valeur de R ainsi déduite est de l'ordre de 30 fois celle obtenue par la méthode décrite antérieurement; la raison en est que la *presque totalité de l'énergie absorbée par le câble ainsi alimenté l'est dans les isolants plutôt que dans les conducteurs;* l'expérience suivante le démontre nettement.

Soient deux câbles triphasés C_1 et C_2 joignant la sous-station S à un poste de transformateur T.

Dans une première disposition, les trois âmes de chacun de ces câbles sont connectées ensemble entre elles en S et les trois âmes de C_1 connectées aux âmes de C_2 en T; les câbles sont associés en *série*.

Dans une deuxième disposition, les câbles associés comme dans le premier cas ont en outre leurs extrémités libres de la sous-station S connectées entre elles; les câbles sont associés en *parallèle*.

L'expérience montre que dans les deux dispositions série ou parallèle, la consommation en watts reste sensiblement la même quand on applique une tension alternative U entre les extrémités des âmes de C_1 et l'enveloppe.

Le courant fourni par la source est le même courant de capacité (l'effet Ferranti étant négligeable pour des câbles d'une dizaine de kilomètres de long); les pertes dans le diélectrique sont restées les mêmes dans les deux cas, mais les pertes dans les parties métalliques ont été réduites dans l'association en parallèle au quart de leur valeur dans l'association en série.

Les quatre ou cinq câbles sur lesquels j'ai pu opérer n'absorbant pas la même puissance par kilomètre et par volt, quoique la spécification et la construction fussent identiques, je fus conduit à attribuer ces différences dans les pertes observées à une différence dans les températures; les câbles n'avaient pas le même parcours.

Pour vérifier cette hypothèse je chauffais, pendant quelques heures, les âmes des câbles C_1, C_2 par du courant triphasé basse tension, je mesurais la puissance absorbée dans le diélectrique des câbles sous tension à vide U volts entre les trois âmes connectées ensemble et l'enveloppe, avant et après le chauffage. La température des âmes était mesurée électriquement par variation de leur résistance un temps très court (de l'ordre de 2 minutes) après la suppression du courant de chauffage, je mesurais ensuite de temps en temps la puissance P absorbée par le diélectrique des câbles sous tension, je traçais la courbe de la variation de la puissance P portée en ordonnée en fonction du temps écoulé depuis la suppression du courant de chauffage porté en abscisse, je pouvais ainsi déterminer, par une extrapolation sûre, la puissance absorbée par le diélectrique du câble à l'instant de la mesure de la température.

La température θ du sol était prise au voisinage de la sous-station au fond d'un trou ayant $0^m,80$ de profondeur.

J'ai opéré sur des câbles triphasés $3 \times 100^{mm^2}$ à tension normale de

service 10000 volts entre conducteurs; voici les résultats d'une expérience sur câble de longueur $3^{km},6$; capacité $1^{\mu\varphi},316$.

La température θ du sol au voisinage de la sous-station étant 12°, un courant de chauffage amenait les âmes à 24° au-dessus de celle de l'enveloppe; 1 heure après la suppression du courant de chauffage la température des âmes et la consommation dans le diélectrique étaient redevenues les mêmes qu'avant le chauffage.

Pour une tension de 10750 volts entre âmes et enveloppe, le câble consomme 1858 watts dans son diélectrique avant le chauffage et seulement 1000 watts quand la température excède de 24° celle de l'enveloppe, ce qui correspond *à une diminution de* 1,9 *pour* 100 *par degré d'excès de la température des âmes sur celle de l'enveloppe*. Dans un câble sous charge, *le diélectrique étouffe d'autant moins les surtensions que les âmes sont plus chaudes*, c'est-à-dire que le courant y est plus intense et depuis un temps plus long.

La perte de puissance W dans le diélectrique d'un câble de capacité C chargé à la tension U entre âmes et enveloppe à la fréquence F est donnée par une relation de la forme

$$W = (a + bU)\,CFU^2,$$

où a et b sont des constantes.

A la température de 12° la perditance du câble a la valeur

$$g = \frac{W}{U^2L} = 4,4.10^{-6} \text{ mhos par km};$$

quand les âmes échauffées par le courant ont atteint la température de 24°,

$$g = 2,4.10^{-6} \text{ mhos par km}.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les conditions d'utilisation de l'appareil de Schilling, pour le contrôle de l'hydrogène industriel.* Note de MM. **F. Bourion** et **Ch. Courtois**, présentée par M. A. Haller.

La grandeur utile pour l'hydrogène destiné à l'aéronautique est la force ascensionnelle, qui pour 1^l dans les conditions normales a pour expressions

$$f = 1,29349\,(1 - D), \tag{1}$$

où D est la densité de l'hydrogène par rapport à l'air. Des deux instruments

destinés à sa mesure, la balance à hydrogène et l'appareil de Schilling, on préfère ce dernier, parce qu'il est moins délicat et plus transportable. Il est basé sur la loi de Graham : les temps t_H et t_a que mettent des volumes égaux d'hydrogène et d'air à traverser dans les mêmes conditions le même orifice étroit, sont en raison directe des racines carrées des densités correspondantes :

$$\frac{t_H}{t_a} = \sqrt{\frac{d_H}{d_a}} \quad \text{ou} \quad \frac{t_H^2}{t_a^2} = \frac{d_H}{d_a} = D.$$

On a donc

$$(2) \qquad f = 1,29349\left(1 - \frac{t_H^2}{t_a^2}\right).$$

Si l'impureté est uniquement de l'air, comme cela arrive fréquemment pour l'hydrogène industriel électrolytique, le volume v de cet air contenu dans 100 v d'hydrogène

$$(3) \qquad v = \frac{100\,D - 6,948}{1 - 0,06948} = \frac{100\,\frac{t_H^2}{t_a^2} - 6,948}{0,93052}$$

peut ainsi être en même temps déterminé.

L'appareil de Schilling se compose essentiellement d'une éprouvette cylindrique portant deux traits au voisinage de ses extrémités dont l'inférieure, ouverte, repose sur le fond d'une éprouvette plus large remplie d'eau. Deux robinets dont l'un à trois voies, placés sur une monture métallique que présente supérieurement l'appareil, permettent de mesurer le temps que mettent des volumes égaux d'hydrogène et d'air compris entre ces deux traits, à traverser dans les mêmes conditions une petite ouverture située vers l'extrémité de cette monture. Ces raisonnements, corrects seulement pour des gaz secs, sont en défaut dans les conditions où l'on fait les mesures, puisque les gaz sont saturés de vapeur d'eau. Si donc on désigne par v_1 le volume d'air contenu dans 100 v d'air sec, l'expression de sa densité par rapport à l'air, mesurée à l'appareil de Schilling, est

$$(4) \qquad D = \frac{0,622\,F_t + (760 - F_t)\,\frac{100 - v_1}{100} \times 0,06948 + (760 - F_t)\,\frac{v_1}{100}}{760 - 0,378\,F_t},$$

où F_t est la tension maxima de la vapeur d'eau.

On se rend compte, en portant les valeurs de D dans les formules (1) et (3), que la vapeur d'eau apporte un trouble important, dans les détermi-

nations de v et f, comme le montre le Tableau suivant obtenu avec un hydrogène sec où l'on suppose 2 pour 100 en volume d'air sec :

t.	0°.	10°.	20°.	30°.
v................	2,37	2,73	3,41	4,57
f................	1,1751	1,1708	1,1626	1,1487

Pour voir dans quelle mesure l'expérience confirmait ces prévisions, nous avons fait des déterminations de force ascensionnelle et de volume d'air par l'appareil de Schilling, d'un hydrogène électrolytique, en échelonnant nos mesures sur une année, afin de mettre à profit les variations de température qui se produisent avec la saison. Nous avons observé notamment :

Température.	8°.	17°.	29°.
v................	1,75	2,3	3,76

et des variations correspondantes pour f.

Ainsi, selon qu'on opère à 8° ou à 29°, on trouve pour le volume d'air un nombre variant du simple au double.

Il est donc impossible, sans commettre des erreurs graves, de déterminer la force ascensionnelle par l'appareil de Schilling, en traitant les gaz comme s'ils étaient secs, ainsi qu'on le fait dans la pratique courante.

Nous avons alors dressé une Table à double entrée, où figurent les températures échelonnées de 5° en 5°, et les valeurs correspondantes de v et de f calculées par les formules (4), (3) et (1) permettant de ramener les valeurs mesurées à celles v_1 et f_1 qu'on observerait si le gaz était sec. Nous en extrayons les nombres suivants :

Gaz sec.		0°.		15°.		30°.	
v_1.	f_1.	v.	f.	v.	f.	v.	f.
0	1,2036	0,37	1,1992	1,05	1,1910	2,62	1,1721
5	1,1434	5,36	1,1391	5,99	1,1315	7,49	1,1335
10	1,0833	10,34	1,0792	10,94	1,0719	12,36	1,0548

On peut se demander ce que deviennent les volumes et les forces ascensionnelles mesurées par l'appareil de Schilling lorsque l'impureté de l'hydrogène sec est un autre gaz que l'air, comme cela peut arriver notamment pour des hydrogènes obtenus à partir de ferro-siliciums.

La densité D d'un hydrogène, dont 100^{vol} de gaz sec renferment une

impureté gazeuse de volume v_1 et de densité moyenne δ, mesurée par l'appareil de Schilling est, tous calculs faits,

$$(4') \qquad D = \frac{0,622 F_t + (760 - F_t)\dfrac{6,948 + v_1(\delta - 0,06948)}{100}}{760 - 0,378 F_t}.$$

En utilisant cette formule, on voit aisément que la correction indiquée précédemment pour les volumes ne s'applique pas à un gaz de densité différente de celle de l'air, et notamment pour l'hydrogène arsénié qui est environ 2,5 fois plus dense.

Mais on peut montrer que la Table de corrections précédentes, relatives aux forces ascensionnelles, est valable quelle que soit l'impureté gazeuse de l'hydrogène sec, car la densité de l'hydrogène sec est

$$(4'') \qquad D_1 = \frac{6,948 + v_1(\delta - 0,6948}{100}$$

et tous les hydrogènes secs souillés par des impuretés différentes, de même force ascensionnelle f_1, ont aussi même valeur de D_1 et pour eux on a

$$v_1(\delta - 0,06948) = \text{const.} = k.$$

Leur densité mesurée par l'appareil de Schilling, de la forme

$$D = \frac{0,622 F_t + (760 - F_t)\dfrac{6,948 + k}{100}}{760 - 0,378 F_t},$$

montre que tous ces hydrogènes à des températures égales ont même valeur de D, c'est-à-dire de la force ascensionnelle.

Donc, *la correction que nous proposons a, en ce qui concerne la force ascensionnelle, la seule grandeur qui intéresse l'aéronautique, une valeur absolue et est indépendante de l'impureté gazeuse qui souille l'hydrogène sec.*

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la constitution des vapeurs nitreuses.* Note de MM. **P. Jolibois** et **A. Sanfourche**, présentée par M. H. Le Chatelier.

On sait que le peroxyde d'azote forme, dans le mélange de NO et de O, le terme final de l'oxydation du bioxyde d'azote. On a moins de certitude

quant au mécanisme de cette oxydation, sur lequel les divers auteurs diffèrent notablement. Pour tenter d'élucider cette question, nous avons recherché quelle est la constitution du gaz ou du mélange gazeux ordinairement désigné sous le terme assez vague de *vapeurs nitreuses* et comment elle varie lorsqu'on modifie les proportions des gaz qui leur donnent naissance.

L'air et le bioxyde d'azote sont renfermés dans des gazomètres à écoulement formés par des flacons tubulés de 10 litres. Un système de robinets et de manomètres de vitesse permet de les faire circuler dans les proportions choisies et avec un débit constant, de façon à connaître avec une exactitude satisfaisante la masse de chaque gaz écoulée dans l'unité de temps. Ils passent ensuite sur une longue colonne de chlorure de calcium, qui assure leur dessiccation d'une manière pratiquement suffisante, sinon parfaite. Les gaz secs se réunissent et réagissent dans la branche droite d'un tube en Y, qui peut être prolongée par des tubes de diverse capacité; connaissant cette capacité, le débit total et la variation de volume résultant de la réaction, il est facile de déduire le temps pendant lequel les gaz réagissants demeurent en contact avant de passer dans l'appareil à analyse.

Cet appareil est constitué par un tube à boules rempli d'acide sulfurique concentré, dans lequel barbotent les gaz; alors que le bioxyde d'azote n'est pas absorbé, l'anhydride azoteux est intégralement transformé en sulfate acide de nitrosyle, tandis que le peroxyde d'azote donne molécules égales de ce corps et d'acide nitrique. Un essai au nitromètre combiné avec un titrage au permanganate permettra donc de calculer les proportions de N^2O^3 et de N^2O^4 avec une approximation de $\frac{1}{2}$ pour 100 dans les conditions de nos expériences.

Les résultats obtenus peuvent être ainsi résumés :

1° Si l'air et le bioxyde d'azote sont dans les proportions nécessaires pour former N^2O^3, la combinaison est instantanée; au bout de $\frac{1}{10}$ de seconde, la réaction est complète. Après 100 secondes de contact, il ne s'est pas formé de composés nitriques, ce qui montre que N^2O^3 gazeux ne subit pas de dissociation dans ces conditions.

2° Les gaz réagissants étant dans les proportions nécessaires pour former NO^2, la combinaison atteint très rapidement le stade N^2O^3. Après 1 seconde, il n'y a pas sensiblement de peroxyde d'azote formé; après 20 secondes, la proportion en est de 34 pour 100; après 37 secondes, de 68 pour 100, et après 100 secondes, de 92 pour 100, c'est-à-dire que la transformation totale en N^2O^4 est presque atteinte.

3° Si l'oxygène est fourni en excès, soit pur, soit sous forme d'une proportion d'air plus élevée, les temps constatés pour la formation de N^2O^4 sont du même ordre de grandeur. Dans aucun cas, et quelque prolongé que soit le contact, l'oxydation n'est allée plus loin que le stade N^2O^4.

Nous avons également examiné l'action d'une température élevée sur les vapeurs nitreuses, en les faisant passer dans un tube de quartz chauffé, où elles séjournaient 2 secondes; nous avons constaté qu'au delà de 400°, l'équilibre tendait vers N^2O^3, avec destruction partielle des vapeurs nitreuses.

GÉOLOGIE. — *Sur un point de l'histoire de l'océan Pacifique.* Note de M. **J. Repelin**, présentée par M. Pierre Termier.

Les îles de la Polynésie française sont considérées généralement comme d'origine entièrement volcanique ou corallienne. Les travaux de M. L.-G. Seurat [1], parus en 1906, sont encore très affirmatifs à cet égard. En particulier, l'opinion de ce distingué voyageur est nettement exprimée pour les îles basses Touamotou; elles sont d'origine corallienne. L'examen fortuit de roches rapportées par M. Rozan, ingénieur civil des Mines, d'un voyage de recherches à l'une de ces îles, Makatea, m'a révélé l'existence, dans cette région, de sédiments appartenant à l'ère tertiaire. Ce sont des calcaires durs, cristallins, très blancs, à débris de mollusques variés et de divers animaux à coquille calcaire. A. Agassiz, dans un de ses voyages, d'août 1899 à mai 1900, avait recueilli déjà des fossiles provenant de ces calcaires. Dans le compte rendu de ce voyage, A. Agassiz, en 1903, attribue, d'accord avec Dall, ces fossiles au Tertiaire, mais sans préciser davantage. Il nous est possible d'apporter à cette observation, d'ailleurs passée à peu près inaperçue, quelques précisions intéressantes. Le calcaire tertiaire présente des moules externes, remarquablement bien conservés, de divers Mollusques, dont les espèces sont sans doute nouvelles pour la Science. A. Agassiz, sans indiquer aucun genre, les compare à ceux des îles Fidji.

Ce sont : Un Cérithe de petite taille à ornementation très particulière, à nombreux

(1) *Tahiti et les Établissements français de l'Océanie.* Exposition coloniale Marseille. Paris, Challamel, éditeur.

tours assez arrondis, saillants, 12 à 14, ornés de côtes longitudinales, 10 à 12 par tour, et de petites côtes transversales, au nombre de 4 par tour et 5 au dernier; il y a de petits tubercules à l'entrecroisement des deux systèmes de côtes, qui forment ainsi un véritable treillis; la longueur est de 7^{mm} à 8^{mm}; cette forme semble assez voisine du *Cerithium perelegans* Desh., espèce très variable, mais dont l'ornementation en réseau orthogonal est exactement celle de cette petite espèce; les dimensions sont les mêmes.

Un autre exemplaire représente peut-être une variété; il est plus petit, 5^{mm} à 6^{mm}, avec des tours un peu plus plats, plus scalariformes; les mailles du treillis sont plus nettes et carrées, non rectangulaires.

Une petite Natice globuleuse, à tours arrondis, à spire en mamelon arrondi de 4^{mm} à 5^{mm} de large, ornée de stries obliques d'accroissement, à ombilic recouvert en partie par une callosité columellaire, présente les plus grandes analogies avec *Nat. lisseolata* Desh. du calcaire grossier d'Angleterre et de l'Auversien de France.

Enfin et surtout, un petit Lamellibranche du genre *Goniocardium* [*Fragum* Boll., 1798 (1)], petite espèce de 8^{mm} à 9^{mm} de haut et de 6^{mm} à 7^{mm} de long, ornée de petites côtes, 26 à 30, rayonnantes, pourvues de fines aspérités dirigées transversalement; elle ne serait pas sans analogie avec *Fragum mite* Cossm., mais elle est plus grande et ses côtes ne sont pas lisses et plates.

L'ensemble de cette faunule auquel il faut ajouter de petits *Cardium*, des Vénus, des Polypiers, a un caractère éocénique. Le genre *Goniocardium* n'est connu que de cette période.

Ainsi, dans ce groupe des Tuamotou, les coraux ont, au moins dans les îles occidentales les plus connues, une base éocène. L'allure des calcaires tertiaires dans l'île de Makatea (2) est assez particulière et exceptionnelle. Ils forment falaise au Nord, au Nord-Est et au Nord-Ouest et s'élèvent en certains points à plus de 70^{m}. Vers le Sud ils s'abaissent graduellement vers l'Océan. Sur la côte occidentale, la falaise s'interrompt un instant et les calcaires tertiaires forment deux terrasses étagées, l'une à 24^{m}, l'autre à 40^{m} environ. Les coraux actuels bordent jusqu'à l'altitude de 10^{m} les calcaires tertiaires. La sonde, à moins de 1^{km} de la côte, s'enfonce brusquement à une profondeur de 400^{m}. Sur la côte est, les assises tertiaires, en falaise de plus de 70^{m} de haut, montrent à différents niveaux des excavations allongées

---

(1) *In* Cossmann, *Catalogue illustré des coquilles fossiles de l'Éocène des environs de Paris* (Société royale zoologique et malacologique de Belgique), fasc. 1, octobre 1886, p. 165, et *Ibid.*, Appendice, n° 5, p. 63.

(2) Renseignements de M. Rozan.

dans le sens de la côte indiquant de loin la stratification et témoignant, par les traces d'usure et de poli, de la surrection lente de l'île.

L'existence et l'allure de sédiments éocènes dans cette lointaine région, leur caractère néritique nous permettent quelques déductions d'ordre général.

La mer éocène dont les dépôts sont répartis dans un grand géosynclinal s'étendant dans la région du Japon, de la plus grande partie des Iles de la Sonde, des Célèbes, des Philippines, de la Nouvelle-Guinée, de la Nouvelle-Calédonie, des Fidji, et jusqu'à la Nouvelle-Zélande, avançait donc, bien plus à l'Est et au Nord qu'on ne l'admettait jusqu'ici, dans la partie centrale du Pacifique méridional. L'existence de dépôts néritiques dans les Fidji et les Touamotou au nord de la région des grands géosynclinaux de la fin du Crétacé, semble bien indiquer qu'une région continentale devait s'étendre depuis le nord des Fidji jusqu'au nord des Touamotou, c'est-à-dire qu'elle vient à l'appui de l'hypothèse toujours discutée de l'existence de continents dans l'emplacement actuel de l'Océan pacifique.

Une autre conclusion s'impose, c'est qu'après le dépôt de l'Eocène, la région des Touamotou a été le théâtre de phénomènes de fracture joints à d'énormes érosions qui ont démantelé les calcaires tertiaires exondés, créé l'Archipel ; et que ce sont les débris du continent post-éocène qui, à une époque relativement récente, ont servi de base à la formation des récifs.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *La pluie en France. Calcul des anomalies et du coefficient d'altitude.* Note de M. E. **Mathias**, présentée par M. E. Bouty.

1. Considérons le cas d'un département d'altitude élevée qui exige [1] l'emploi de la formule

$$h = k_0 + k\text{A} - \frac{1}{2}\left(\frac{\text{A}}{100}\right)^2, \tag{3}$$

et supposons que toutes les anomalies sont faibles. La formule (3) peut s'écrire

$$h - \text{A} + \frac{1}{2}\left(\frac{\text{A}}{100}\right)^2 = k_0 + (k-1)\text{A}. \tag{3 bis}$$

[1] Voir ma précédente Note, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 105.

Pour $k \neq 1$, le premier membre est une fonction linéaire de A croissante ou décroissante, suivant que k est > 1 ou < 1.

Le cas d'anomalies toutes faibles est un cas idéal qui n'est jamais réalisé. Pratiquement, si l'on range toutes les stations considérées par ordre d'altitude croissante, les nombres

$$y = h - A + \frac{1}{2}\left(\frac{A}{100}\right)^2$$

seront ou sensiblement constants ($k = 1$) ou régulièrement croissants ou décroissants, mais il y aura çà et là des nombres notablement aberrants.

On fera souvent disparaître ces bizarreries en s'appuyant sur la remarque suivante :

Prenons deux axes rectangulaires; portons en abscisse A et en ordonnée $y = (h - A) - \frac{1}{2}\left(\frac{A}{100}\right)^2$. A cause des anomalies, les points obtenus dessineront une *constellation* dont les *étoiles* seront de part et d'autre de la droite idéale

$$(4) \qquad y = (h - A) + \frac{1}{2}\left(\frac{A}{100}\right)^2 = k_0 + (k - 1)A = k_0 - (1 - k)A.$$

Joignons une *étoile supérieure* (anomalie positive) à une *étoile inférieure* (anomalie négative); le milieu de la droite qui les joint sera beaucoup plus voisin de la droite (4) que chacune d'elles, *quelle que soit la différence des abscisses, grande ou petite*. De même pour le centre de gravité du triangle de 3 étoiles (2 supérieures et 1 inférieure, ou inversement).

Cela veut dire que nous aurons le droit de remplacer 2, 3, 4, ... nombres par leur moyenne arithmétique, à condition d'attribuer la nouvelle valeur de $(h - A) + \frac{1}{2}\left(\frac{A}{100}\right)^2$ à une station *virtuelle* dont l'altitude sera la moyenne arithmétique des altitudes des stations *réelles* dont elle dérive.

Donc, en groupant convenablement, 2 à 2 ou 3 à 3, les nombres trop grands et trop petits, on ramènera la régularité nécessaire au calcul de k_0 et de k.

Lorsque plusieurs stations d'un département n'ont que des anomalies faibles, les autres pouvant se détruire 2 à 2 ou 3 à 3, l'application de la méthode précédente est aisée et d'une sécurité absolue, les stations *virtuelles* venant se placer sur la droite (4) définie par les stations *réelles* n'ayant que des anomalies faibles.

2. Même dans les départements où l'altitude reste faible, les anomalies ne sont pas toujours complètement neutralisables 2 à 2 ou 3 à 3, et il y a un reste inutilisable d'*anomalies résiduelles* que nous laisserons délibérément



de côté, sauf à les interpréter plus tard (¹) en détail. Cette manière de faire est acceptable parce qu'en France la proportion des *anomalies résiduelles* dans l'ensemble des stations d'un département demeure faible, de l'ordre de 10 pour 100 par exemple et souvent moindre.

(¹) On doit considérer l'anomalie de chaque station comme la somme algébrique des termes dus à la pente et au relief du sol, augmentée de l'erreur commise sur la hauteur h si le nombre des années qui donnent cette moyenne est trop petit, et du terme provenant de l'état de la surface du sol (nu et stérile, ou cultivé, ou couvert d'arbres, etc.).

3. Appliquée à la France, y compris la Corse, la méthode précédente montre que le *coefficient d'altitude k est constant en tous les points d'un parallèle géographique,* cette valeur constante croissant avec la latitude proportionnellement à celle-ci, dans les limites de notre pays ([1]).

La Carte ci-jointe donne, pour chaque département, la valeur calculée du coefficient d'altitude *k*.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Le calcium, forme de réserve dans la femelle des Phasmides; ses formes d'élimination dans les deux sexes.* Note de M. J. **Pantel**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Forme de réserve chez la femelle. — On peut admettre que le carbonate de calcium, déjà signalé dans les tubes de Malpighi inférieurs de la femelle, chez les Phasmides [de Sinéty ([2])], fonctionne principalement comme un matériel de réserve pour la minéralisation de l'œuf, matériel qui serait transporté au moment voulu, après dissolution dans l'hémolymphe, à l'épithélium folliculaire et au chorion.

Faits à l'appui : 1° l'existence des dilatations ou poches à calcaire chez la femelle seule, où elles constituent un caractère sexuel secondaire très précis; 2° la minéralisation rapide de la coquille à un moment où son épithélium formateur est manifestement épuisé; 3° l'absence de tout indice d'activité calcigène dans cet épithélium.

Il faut noter d'ailleurs que ce rôle spécial n'absorbe jamais la totalité du calcaire emmagasiné dans l'appareil malpighien; l'excédent fonctionne, en même temps que d'autres produits, comme forme d'élimination du calcium.

Le calcaire dont il s'agit forme le principal constituant de sphérules, fort inégales entre elles, d'un blanc de lait en masse et par réflexion, incolores et brillantes à la lumière transmise, qui contiennent d'autre part un stroma, parfois une simple enveloppe (?) de matière organique; il y est à l'état amorphe (homogène et monoréfringent). Assez soluble dans l'eau pure, surtout à chaud, et beaucoup plus dans l'eau chargée d'une substance alcaline (KOH, NaClO, CO^3Na^2, ...), il se dépose de ces solutions à l'état

---

([1]) Le Mémoire détaillé paraîtra dans un autre Recueil.

([2]) *Recherches sur la biologie et l'anatomie des Phasmes*, Thèse de Paris (*La Cellule*, t. 19, 1902).

de calcite, le plus souvent sous la forme de sphérocristaux, parfois sous celle de rhomboèdres isolés.

La macération dans une quantité réduite de dissolvant amène aisément la transformation intégrale en calcite. Le processus, manifestement conditionné par l'inégale solubilité du calcaire amorphe et du calcaire rhomboédrique, peut se concevoir comme une série de saturations autour des particules qui se dissolvent et de désaturations autour des cristaux qui se développent, comportant des transports locaux de matière; il se laisse assez exactement rapprocher du transport d'un liquide volatil des régions chaudes aux régions froides de l'enceinte qui le renferme.

C'est vraisemblablement grâce à un mécanisme analogue que le calcaire amorphe des tubes de Malpighi se transporte et va cristalliser dans l'ovaire dès que les conditions spéciales réalisées dans le chorion ont amorcé le phénomène, seulement la cristallisation se fait ici sous une forme du système orthorhombique.

Le constituant organique des sphérules est quantitativement fort réduit. En les traitant après dessiccation par l'acide acétique très dilué, on peut suivre sa mise en liberté graduelle sous la forme d'une enveloppe vésiculeuse ou d'un résidu plein ayant de la tendance à se souder aux résidus voisins. Ces résidus ne prennent pas le vert de méthyle; ils se teignent faiblement dans l'hémalun.

Forme d'élimination principale dans les deux sexes. — La principale forme d'élimination du calcium, chez les Phasmides, est un sel assez rarement signalé dans l'appareil rénal des Insectes, le phosphate. Produit d'excrétion le plus précoce, déjà abondant chez l'embryon, on le retrouve durant toute la vie postembryonnaire sans distinction de sexes et même dans les dilatations à calcaire de la femelle.

Ses conditions d'existence peuvent être précisées, surtout chez la larve éclosante, où il se présente tantôt seul, tantôt accompagné d'une faible quantité d'acide urique ou d'urates; elles rappellent d'assez près celles du carbonate. Le sel calcique est le constituant minéral de sphérules brillantes, de grosseur variable, isolées ou réunies en concrétions mamelonnées (épais bâtonnets dans le cas des *Carausius*), d'une couleur rappelant celle du vitellus de l'espèce, solubles dans les acides à la réserve d'un constituant organique ou stroma de soutien. La solution sulfurique abandonne du gypse par évaporation et précipite le molybdate d'ammonium. De nouvelles sphérules semblent se former à l'intérieur des cellules malpighiennes,

où elles sont reconnaissables (jeunes larves de *Donusa*) sous la forme de grains brillants. Les volumineuses concrétions des *Carausius* ne tardent pas à perdre leur couleur, dès avant la première mue, et à se désagréger en essaims de très petites sphérules.

Tous ces corpuscules étant homogènes et monoréfringents, le sel calcique y est sans doute amorphe. Très sensiblement soluble dans l'eau, surtout à chaud, il se dépose de la solution à l'état cristallisé, ordinairement en sphérocristaux. La solubilité varie quelque peu avec les espèces, les différences tenant vraisemblablement aux proportions respectives des deux constituants. Elle est, en tout cas, trop forte pour qu'il puisse être question du phosphate tricalcique et trop faible pour qu'il y ait lieu de conclure au monocalcique; c'est donc du phosphate PO^4CaH qu'il s'agirait.

Le constituant organique fixe les colorants nucléaires, cette circonstance tendant à poser la question de la participation matérielle du noyau à sa formation.

Formes d'élimination accessoires. — L'oxalate de calcium a déjà été signalé dans les tubes de Malpighi des Phasmides (de Sinéty). Il s'y montre de façon très inconstante sans distinction de sexes, de préférence peut-être chez les individus épuisés, notamment chez des femelles dont les sphérules à calcaire sont pathologiquement colorées en jaune.

L'abondance simultanée de composés calciques et de dérivés uriques tend d'autre part à faire supposer l'existence de l'urate de calcium, rencontré chez d'autres Insectes.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Action catalytique des venins de serpents sur les acides nucléiques.* Note de MM. C. **Delezenne** et **H. Morel**, présentée par M. E. Roux.

Les données nouvelles fournies par l'étude de l'action catalytique des venins de serpents sur la lécithine [1] nous ont conduits à rechercher si les venins n'auraient pas la propriété de dédoubler également d'autres éthers phosphoriques complexes : les acides nucléiques.

---

(1) C. Delezenne et S. Ledebt, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 81 et 790; t. 155, 1912, p. 1101. — S. Ledebt, *Thèse doct. ès sciences*, Paris, 1914. — C. Delezenne et E. Fourneau, *Mémoires Bull. Soc. chim.*, t. 15 et 16, 1914, p. 421.

Nous nous sommes adressés pour cette étude à l'acide nucléique de la levure de bière, type des acides nucléiques végétaux, et à l'acide thymo-nucléique, type des acides nucléiques animaux, sur lesquels nous avons fait agir toute une série de venins différents, prélevés sur des ophidiens appartenant au groupe des Colubridés et au groupe des Vipéridés.

Les acides nucléiques, préparés aussi purs que possible, étaient utilisés sous la forme de nucléate et de thymo-nucléate de soude. Ceux-ci étaient dissous au titre de 1 à 2 pour 100 dans l'eau salée à 9 pour 100, et les solutions, rendues au préalable rigoureusement neutres à la phtaléine, étaient additionnées de doses variables de venins, eux-mêmes dissous à la concentration de 1 pour 100 dans l'eau physiologique. Toutes les manipulations étaient faites aussi stérilement que possible, et les mélanges, portés à l'étuve à 50°, étaient soumis, après des temps plus ou moins longs, aux différentes épreuves qui permettaient d'observer les transformations produites et d'en faire la mesure.

L'expérience étant ainsi disposée, on constate très aisément que les acides nucléiques sont hydrolysés par les venins. En présence de venin de cobra, par exemple, l'un des venins qui manifestent la plus grande activité, on observe que le milieu perd rapidement la faculté d'être précipité par l'acide chlorhydrique. S'il s'agit de l'acide thymonucléique, dont les solutions sont très gélifiables et se prennent en masse à froid, on constate, en outre, que le temps nécessaire à la gélification s'allonge au fur et à mesure que l'action du venin se poursuit. Après quelques heures de séjour à l'étuve, les solutions restent tout à fait liquides, même si elles sont portées dans la glace.

D'autre part, le milieu, primitivement neutre à la phtaléine et au tournesol, devient très nettement acide vis-à-vis de ces indicateurs. Cette acidité dont le développement progressif, mesuré par titration à la soude, permet de suivre la marche de l'action diastasique, est due à la libération de l'acide phosphorique et à la formation de phosphate monosodique. En effet, d'une part, le milieu reste toujours alcalin à l'hélianthine, et d'autre part, la titration au sucrate de chaux donne un chiffre qui correspond sensiblement au $\frac{3}{2}$ du chiffre obtenu en utilisant pour le titrage une solution équimoléculaire de soude. La quantité d'acide phosphorique libérée peut d'ailleurs être dosée exactement en l'évaluant sous la forme de phosphate ammoniaco-magnésien.

Par simple titration, à intervalles déterminés, de l'acidité qui se développe progressivement on peut déjà se rendre compte que les transforma-

tions produites sont bien de nature catalytique ou diastasique. En effet, l'acidité, qui croît d'abord très vite avec le temps, augmente ensuite de plus en plus lentement de telle sorte que la courbe représentative du phénomène a la forme d'une courbe type d'action diastasique. D'autre part, les faibles doses de venin développent avec le temps la même acidité que les doses fortes ce qui montre qu'il n'y a aucun rapport entre la quantité de matière à transformer et la quantité de diastase utilisée.

Ajoutons : 1° que l'action, nulle à 0°, lente à la température ordinaire, présente un optimum à 50°-52°, puis décroît; 2° que le venin perd sa propriété hydrolysante lorsqu'il a été porté pendant quelques minutes à 100°; 3° que ses effets sont totalement empêchés par addition dans le milieu de sérum antivenimeux spécifique.

Notons enfin que pour une même concentration de nucléate ou de thymonucléate de soude, des concentrations différentes de venin donnent au bout d'un même temps des chiffres d'acidité qui satisfont assez bien à la loi de Schutz Borrison : la quantité de matière transformée au bout d'un temps déterminé est proportionnelle à la racine carrée des quantités de diastase mise en œuvre.

L'allure du phénomène peut, d'ailleurs, être plus ou moins profondément modifiée par la nature du milieu dans lequel fonctionne la diastase et nous aurons à préciser ailleurs comment se comportent à cet égard les acides très dilués, les bases étendues et différents sels.

Si les observations que nous venons de rapporter démontrent que les venins de serpents ont la propriété de libérer l'acide phosphorique qui entre dans la constitution des acides nucléiques, elles ne nous renseignent pas sur les modifications que subit la molécule primitive dont on connaît toute la complexité. Les recherches que nous avons poursuivies à ce sujet nous ont donné d'intéressants résultats. Nous signalerons seulement aujourd'hui, qu'au point de vue de leur action catalytique, les différents venins sont loin d'agir tous avec la même intensité. Les venins des Colubridés, qui sont ceux dont la toxicité générale est la plus marquée, sont aussi ceux qui dédoublent le plus aisément les acides nucléiques. Les venins des Vipéridés par contre, infiniment moins actifs, ne manifestent leurs propriétés hydrolysantes vis-à-vis des acides nucléiques qu'à la condition d'être utilisés à des doses relativement élevées.

BIOLOGIE. — *Le graphique du syphilitique.* Note de M. ARTHUR VERNES, présentée par M. E. ROUX.

I. Les méthodes de séro-réaction de la syphilis consistent, soit à ajouter le sérum à examiner à des suspensions colloïdales appropriées, soit à apprécier le retard apporté dans la dissolution des globules par l'addition de sérum syphilitique à un milieu hémolytique.

Dans le premier cas, on apprécie le degré d'altération du sérum par la quantité de sérum nécessaire pour produire la floculation de la suspension colloïdale dans un temps donné (¹); dans le second, l'altération du sérum est mesurée par l'absence plus ou moins complète de l'hémolyse (²). Une échelle colorimétrique permet d'évaluer en chiffre ce degré d'altération (³).

Tous les sérums sains ou pathologiques sont capables de produire la floculation dans une suspension colloïdale ou de retarder plus ou moins l'hémolyse dans un milieu hémolytique. Ce qui distingue le sérum syphilitique de tous les autres, c'est que, dans certaines conditions d'équilibre de la suspension colloïdale, il produit la floculation ou retarde l'hémolyse avant tous les autres.

Pour être appréciées avec précision, elles demandent un réglage exact de tous les facteurs de l'expérience dont le plus important est la sensibilité à la floculation de la suspension colloïdale. En voici un exemple : pour fausser les résultats de la séro-réaction, en se plaçant dans les conditions où les sérums normaux retardent ou empêchent l'hémolyse à leur tour, il suffirait, sans changer la concentration de la suspension, ni aucune autre condition de l'expérience, d'augmenter légèrement l'opalescence (⁴), c'est-à-dire la grosseur des granules, de la suspension (*fig.* 1).

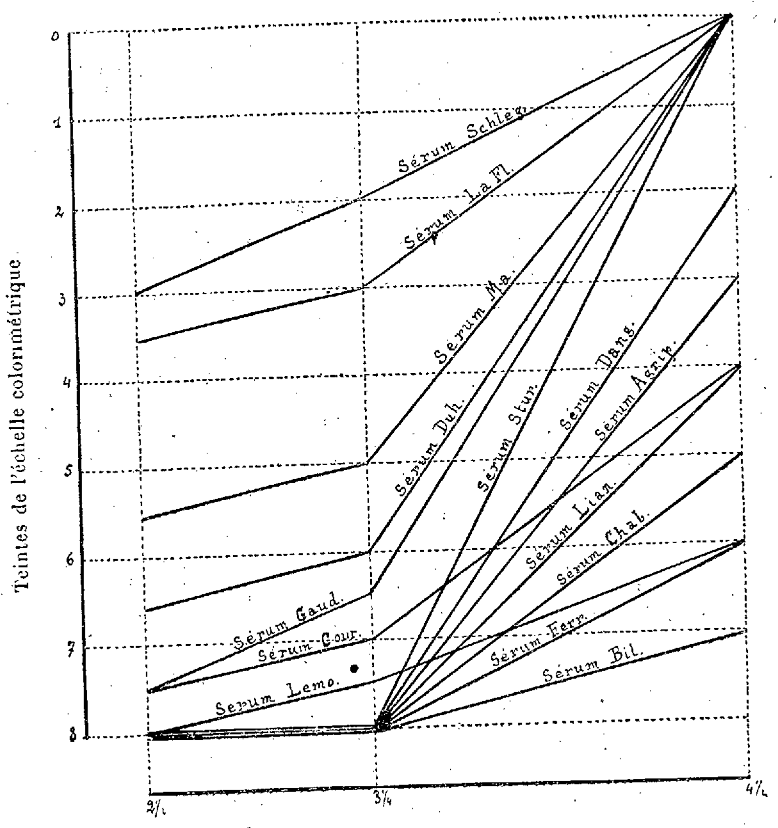
(¹) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 769, et t. 166, 1918, p. 575.

(²) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 383.

(³) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 500.

(⁴) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 575. — R. DOURIS et R. BRICQ, *Séro-diagnostic de la syphilis. La méthode de Vernes et la syphilimétrie* (*Bulletin des Sciences pharmacologiques*, t. 25, 1918, p. 329). — P. UFFOLTZ, *Le phénomène de Vernes et son application au diagnostic et au traitement de la syphilis* (*Archives de Médecine et de Pharmacie militaires*, décembre 1918).

2. Au cours de la syphilis, les variations dans l'altération syphilitique du sérum se traduiront par des oscillations dans le tracé de la courbe, de sorte que si l'on trace une courbe de la floculation ou de l'hémolyse avec



Numéros de l'échelle diaphanométrique.

Opalescence croissante des suspensions de péréthynol au $\frac{1}{40}$.

un sérum provenant de prises faites à diverses époques, cette courbe présente des hauts et des bas très marqués et son tracé est tout à fait différent du plateau que donnerait un sérum normal examiné dans les mêmes conditions. Ce sont ces oscillations qu'il importe de suivre et qui sont caractéristiques de la syphilis et de son évolution, en tenant compte de ces trois faits :

a. Il existe une zone commune où les deux tracés (syphilitique et normal) se confondent et il y a par conséquent une limite à la différenciation du sérum syphilitique ;

b. En diminuant l'aptitude à la floculation de la suspension colloïdale, on peut arriver à supprimer la zone litigieuse ;

c. La suppression de cette zone litigieuse permet de suivre jusqu'à sa limite extrême la floculation (ou le retard d'hémolyse) imputable au seul sérum syphilitique.

C'est dans ces conditions que le retour du sérum syphilitique à la normale, sous l'effet d'un traitement approprié, ne peut être caractérisé que par la disparition des oscillations, c'est-à-dire par le retour suffisamment prolongé (1) au plateau normal, ce qui correspond au réglage indiqué (2).

Conclusions. — Il est impossible de faire un diagnostic certain de syphilis à la suite d'un seul examen de sérum puisqu'il n'y a que la forme de la courbe obtenue dans une série d'examens successifs qui puisse permettre de se prononcer catégoriquement.

BIOLOGIE. — *Sur l'emploi des sérums chauffés dans la séro-réaction de Vernes (Séro-diagnostic de la syphilis).* Note de M. **Roger Douris**, présentée par M. E. Roux.

Dans une précédente Note, j'ai montré l'influence du vieillissement des sérums (3) sur le séro-diagnostic de la syphilis. Or le chauffage en modifiant également l'état colloïdal du sérum, doit établir une différence entre le sérum chauffé et le même sérum non chauffé. Cette différence qui a déjà été constatée par Vernes lorsqu'il s'agit de floculation (4) doit subsister lors de l'hémolyse, dans la séro-réaction. En voici la preuve :

En opérant dans des conditions strictement comparables, j'ai déterminé, souvent, les résultats donnés par la méthode de Vernes sur des sérums chauffés 20 minutes à 55° et sur les mêmes sérums non chauffés employés à la dose de $0^{cm^3},2$. Par exemple, dans une expérience portant sur 140 sé-

(1) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 502.
(2) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 383.
(3) R. Douris, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 738.
(4) A. Vernes, *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 577.

rums, j'ai obtenu des résultats différents dans 14 cas, soit pour 10 pour 100 des sérums.

Les sérums chauffés donnaient respectivement les teintes :

$$T = 6\tfrac{1}{2},\ 8,\ 8,\ 3,\ 8,\ 5\tfrac{1}{2},\ 5\tfrac{1}{2},\ 5,\ 8,\ 0,\ 8,\ 5,\ 7\tfrac{1}{2};\ 2\tfrac{1}{2}.$$

Les sérums non chauffés donnaient

$$T = 0,\ 7\tfrac{1}{2},\ 7\tfrac{1}{2},\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 0,\ 1,\ 4,\ 0,\ 0,\ 0.$$

Il est remarquable de constater que ces discordances vont presque toutes dans le même sens : on observe une hémolyse moindre pour les sérums non chauffés que pour les sérums chauffés.

Dans l'expérience précédente, 90 pour 100 des sérums semblent ne pas avoir été influencés par le chauffage. En réalité, il n'en est rien et les expériences suivantes permettent de le démontrer.

Sur des quantités progressivement décroissantes de sérum (non chauffé et chauffé) diluées dans de l'eau salée à 9 pour 100, de façon que chacune d'elles soit contenue dans un volume de $0^{cm^3},2$, effectuons la séro-réaction dans des conditions identiques et centrifugeons lorsque les tubes témoins correspondant aux diverses quantités de sérum seront tous hémolysés (¹).

La différence entre les résultats qui n'apparaissait pas pour la dose de $0^{cm^3},2$ apparaît toujours pour une dose différente et variable selon le sérum examiné. Voici, à titre de curiosité, les résultats concernant un sérum positif pour lequel on avait constaté l'absence complète d'hémolyse à la dose de $0^{cm^3},2$, de sérum chauffé ou non chauffé.

	Dose de sérum (en dixièmes de centimètre cube).							
	2.	$\frac{2}{2}$.	$\frac{2}{4}$.	$\frac{2}{8}$.	$\frac{2}{16}$.	$\frac{2}{32}$.	$\frac{2}{64}$.	$\frac{2}{128}$.
Résultats sérum chauffé. Teinte. T =	0	0	2	*8(²)	*8	8	8	8
Résultats sérum non chauffé. T =	0	0	0	$6\frac{1}{2}$	*8	8	8	8

La différence est manifeste pour les dilutions au $\frac{1}{4}$ et au $\frac{1}{8}$.

Cette façon de procéder par dilution fait même ressortir davantage les

(¹) L'hémolyse se produit plus vite dans les tubes correspondant aux plus petites quantités de sérums, que dans le tube contenant $0^{cm^3},2$ de sérum à examiner.

(²) Les chiffres *8, précédés d'un astérisque, indiquent des hémolyses incomplètes présentant une teinte très voisine du 8 de l'échelle colorimétrique de Vernes, mais avec un petit amas globulaire dans le fond du tube.

différences constatées dans la première expérience. Ainsi le sérum qui donnait la teinte T = o (non chauffé) et la teinte T = $6\frac{1}{2}$ (chauffé), donne les résultats suivants aux différentes dilutions :

	Dose de sérum (en dixièmes de centimètre cube).							
	2.	$\frac{2}{2}$.	$\frac{2}{4}$.	$\frac{2}{8}$.	$\frac{2}{16}$.	$\frac{2}{32}$.	$\frac{2}{64}$.	$\frac{2}{128}$.
Sérum chauffé............	T = $6\frac{1}{2}$	7	*8	8	8	8	8	8
Sérum non chauffé........	T = o	o	$6\frac{1}{2}$	*8	8	8	8	8

La discordance dans les résultats s'observe non seulement pour le sérum pur, mais également pour des dilutions au $\frac{1}{2}$, au $\frac{1}{4}$, au $\frac{1}{8}$.

Conclusions. — La différence que l'on constate entre le sérum chauffé et le même sérum non chauffé, au point de vue de la précipitation d'une solution colloïdale, se retrouve lorsqu'on se place dans les conditions expérimentales de l'hémolyse pour le séro-diagnostic suivant la méthode de Vernes : *à une diminution de la précipitation correspond une augmentation de l'hémolyse.*

Le chauffage entraîne une modification de l'état colloïdal de la plus haute importance. On voit qu'il est nécessaire de chauffer les sérums dans les conditions bien définies par Vernes, si l'on veut que l'écart d'hémolyse observé conserve sa valeur d'indice syphilimétrique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches biochimiques sur les plaies de guerre.* Note de M. **Albert Berthelot**, présentée par M. E. Roux.

J'ai montré précédemment (¹) que des ptomaïnes peuvent se former dans les plaies de guerre par l'action de microbes décarboxylants sur les acides aminés résultant de la désintégration des protéiques. J'avais insisté sur l'importance probable d'une de ces bases, la β-imidazoléthylamine, au point de vue pathogénique, et sur l'intérêt qu'il y avait de rechercher si les blessures graves n'étaient point souvent infectées par des germes capables de produire cette substance ou d'autres amines toxiques. Pour être tout à fait démonstratives, de telles recherches auraient dû porter sur de très

(¹) A. Berthelot, *Ptomaïnes et plaies de guerre* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 187).

nombreux blessés; comme elles n'ont pas été entreprises je tiens au moins à justifier mon hypothèse par l'exposé des faits que j'ai observés dans les quelques cas qu'il m'a été possible d'étudier.

Au cours de l'été 1918 j'ai examiné la flore des plaies de dix blessés venus de plusieurs points du front et hospitalisés dans divers hôpitaux de Paris. Pour isoler d'emblée les germes les plus intéressants j'ai appliqué la méthode générale de sélection biochimique que j'ai publiée en 1911 et employé un milieu électif à base d'histidine, c'est-à-dire de l'aminoïque dont dérive la β-imidazoléthylamine (¹). Mes essais ont porté sur six cas de gangrène gazeuse, trois grands broiements et un phlegmon putride. Sur les dix ensemencements j'ai obtenu huit cultures de microbes acidaminolytiques aérobies et facultativement anaérobies, dont cinq ont pu décarboxyler l'histidine dans un milieu où elle était le seul acide aminé à l'état libre et qui ne contenait, comme autre substance azotée, que 3 pour 1000 d'une peptone pepsique de viande.

Deux de ces germes étaient peu actifs, mais les trois autres, en 24 heures à 37°, produisaient, dans 3^{cm^3} d'une solution d'histidine à 1 pour 1000, assez d'imidazoléthylamine pour tuer en quelques instants, par voie intraveineuse, des cobayes d'au moins 500^g.

Les six cas de gangrène gazeuse m'ont donné quatre microbes acidaminolytiques dont deux ont décarboxylé l'histidine; les trois grands broiements m'ont fourni trois acidaminolytiques dont deux décarboxylants et le phlegmon putride un germe acidaminolytique également producteur de ptomaïne. Les trois microbes les plus actifs ont été isolés dans une gangrène gazeuse, un grand broiement et le phlegmon putride; ils ont dû être trouvés très souvent dans les plaies et, suivant les auteurs, ils ont certainement été décrits comme des Pneumobacilles, des *B. lactis aerogenes* ou des « coliformes ».

Ainsi que je le prévoyais les blessures de guerre peuvent donc être infectées par des germes analogues au *B. aminophilus*, qu'en collaboration avec le regretté D.-M. Bertrand j'ai isolé de la flore intestinale de l'homme (²),

(¹) A. Berthelot, *Recherches sur la flore intestinale. Isolement des microbes qui attaquent les produits ultimes de la digestion des protéiques* (*Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 306).

(²) A. Berthelot et D.-M. Bertrand, *Isolement d'un microbe capable de produire de la β-imidazoléthylamine aux dépens de l'histidine* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1643).

et capables, comme ce microbe, de produire des bases très toxiques aux dépens des acides aminés libérés dans la plaie par les protéases bactériennes ou leucocytaires.

En raison de la facilité avec laquelle la protéolyse de l'hémoglobine libère de fortes proportions d'histidine et de la rapidité de la décarboxylation microbienne de cet aminoïque, il serait étonnant que l'imidazoléthylamine ne se formât point dans les plaies infectées par des bactéries semblables à celles que j'ai isolées. Or cette ptomaïne, qui détermine à très faibles doses de la vaso-constriction périphérique, de la vaso-dilatation générale, une chute de la pression sanguine et un abaissement thermique, est douée d'une activité si grande qu'elle agit encore nettement, sur certains muscles lisses, à la dilution de 1 pour 250000000.

Malgré la puissance d'action de cette base, il est incontestable que ses effets ne peuvent se comparer à ceux des toxines vraies qui jouent un rôle prépondérant dans l'évolution des blessures graves; mais, quand elle se forme dans celles-ci et à cause même de ses propriétés, il est probable qu'elle intervient pour une part peut-être importante dans la genèse de certaines complications locales, comme la gangrène, ou générales, comme le choc.

Quoi qu'il en soit les faits que je viens d'exposer montrent combien sont répandus dans la nature les germes capables de décarboxyler les acides aminés.

Ils constituent aussi une nouvelle preuve des avantages que présente, pour l'étude des flores microbiennes complexes, la méthode de sélection que j'ai proposée en me basant uniquement sur des données d'ordre chimique (¹).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Synthèses biochimiques simultanées du gentiobiose et des deux glucosides β du glycol par l'émulsine.* Note de MM. **Em. Bourquelot** et **M. Bridel**, présentée par M. Moureu.

Lorsqu'on ajoute de l'émulsine des amandes à une solution de glucose dans un alcool plus ou moins dilué, les résultats de son activité synthétisante sont toujours complexes.

(¹) A. Berthelot, *Loc. cit.* et *Contribution à l'étude des microbes producteurs de phénol* (*Annales de l'Institut Pasteur*, janvier 1918, p. 17).

Nous avons admis pour expliquer cette complexité que tous les ferments susceptibles d'agir que renferme l'émulsine exercent simultanément leur action spécifique : les ferments des polysaccharides, *gentiobiase* et *cellobiase*, pour donner naissance, par condensation du glucose, à du gentiobiose et à du cellobiose; le ferment des glucosides, la glucosidase β, pour combiner à l'alcool le glucose β et donner naissance au glucoside β de cet alcool.

Si la proportion d'alcool est considérable par rapport à celle du glucose, on n'obtient pour ainsi dire que le glucoside et celui-ci est facile à isoler. C'est ainsi que nous avons pu obtenir synthétiquement et séparer un grand nombre de glucosides β d'alcools.

Mais si le mélange renferme plus de molécules de glucose que de molécules d'alcool, c'est le contraire qui a lieu : il se forme surtout des polysaccharides et la séparation des produits de synthèse devient difficile.

Cette manière de voir s'accorde avec l'ensemble de nos recherches. Cependant, elle était restée jusqu'ici à l'état d'hypothèse, puisque les composés que nous supposions devoir se former n'avaient point encore été séparés au cours d'une seule et même expérience. Dans les recherches que nous résumons ci-après, nous avons pu retirer à l'état cristallisé, d'un mélange de glucose, de glycol et d'eau soumis à l'action de l'émulsine, trois principes différents : un polysaccharide, le gentiobiose, et deux glucosides, les mono et diglucoside β du glycol. L'hypothèse est donc conforme à la réalité.

Ces recherches ont été entreprises le 27 avril 1914, dans le but d'effectuer la synthèse du diglucoside β du glycol, synthèse qu'on n'avait pas encore pu obtenir. Pour avoir quelque chance de réussir, il fallait opérer avec un mélange qui renfermât au moins 2^{mol} de glucose pour 1^{mol} de glycol; aussi le mélange soumis à l'essai avait-il la composition suivante :

Glucose pur anhydre..........	300^{g}	=	2^{mol}
Glycol éthylénique............	50	=	0,966
Eau q. s. pour 500^{cm^3}..........	265	=	17,666

On a ajouté $2^{g},20$ d'émulsine et abandonné le mélange à la température du laboratoire ($+12°$ à $+18°$). Le 1er juillet, la rotation du liquide avait passé de $+62°16'$ à $+42°34'$, ayant diminué, par conséquent, de $19°42'$ ($l=2$).

Pour isoler les produits formés, on a porté le mélange à l'ébullition; on l'a filtré et, après l'avoir étendu d'eau, on l'a additionné de levure haute, ce

qui a déterminé la destruction du glucose en excès par fermentation. On a concentré la solution sous pression réduite et obtenu 113^g d'un extrait brun clair, semi-liquide.

Pour enlever le glycol, on a épuisé cet extrait successivement par l'éther acétique (1000$^{cm^3}$) et par un mélange d'éther acétique (200$^{cm^3}$) et d'alcool absolu (100$^{cm^3}$).

Le produit, insoluble dans ces véhicules, pesait environ 70^g. On l'a repris à l'ébullition : 1° par 300^g d'alcool absolu, 2° par 250$^{cm^3}$ d'alcool à 95°, qui ont laissé un résidu pesant 42^g (fin juillet 1914).

A cette date, on s'est trouvé dans l'obligation d'interrompre ces recherches, et l'on a mis de côté les solutions alcooliques et l'extrait résiduel.

Près d'un an après, en juin 1915, on a constaté que de petites masses de cristaux s'étaient déposées sur les parois du flacon renfermant la solution dans l'alcool à 95°. Après décantation du liquide, on a pu en rassembler 1^g,20 et les identifier avec le gentiobiose (¹).

Après une nouvelle interruption de deux ans, on a concentré les liqueurs mères du gentiobiose et obtenu 6^g,3 d'extrait ($\alpha_D = -14°,8$). On a concentré, d'autre part, la solution dans l'alcool absolu et obtenu 21^g,35 d'extrait ($\alpha_D = -17°,3$). On a réuni ces deux extraits, on les a dissous dans 200$^{cm^3}$ d'alcool absolu et l'on a effectué dans la solution, par addition d'éther, quatre précipitations fractionnées, attendant souvent de l'une à l'autre plusieurs semaines.

Ces opérations sont rassemblées ci-dessous :

	Éther ajouté.	Poids du précipité.	α_D.	Réduction exprimée en glucose.
1er juillet 1917........	8$^{cm^3}$	4^g,848	$-12°,7$	1^g = 0,198
25 juillet 1917........	50	1,896	6,15	0,317
10 novembre 1917....	250	9,945	23,79	0,066
20 novembre 1917....	500	3,496	27,17	traces

Les deux premiers précipités renfermaient encore des bioses puisqu'ils étaient réducteurs. Du reste, le précipité 2 s'est pris en cristaux présentant les propriétés du gentiobiose.

Mais on pouvait penser que les deux derniers, qui n'étaient presque

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 728.

plus réducteurs, devaient être constituées par des glucosides. On les a réunis; on les a dissous dans 20^cm³ d'alcool absolu, après quoi on a ajouté de l'acétone pur jusqu'à formation d'un trouble persistant (15^cm³ environ).

En février 1918, on s'est aperçu que des cristaux mamelonnés s'étaient déposés. On a décanté la liqueur dans un autre flacon et détaché les cristaux formés ($3^g,25$) : ils présentaient toutes les propriétés du monoglucoside β du glycol.

Enfin, au cours de l'automne de 1918, dans le liquide décanté, de nouveaux cristaux se sont séparés, formant une croûte épaisse et dure. Ces cristaux, très amers, ne réduisaient pas la liqueur cuivrique; ils fondaient à + 131°,8 (corr.); ils avaient comme pouvoir rotatoire — 32°,65 et ils étaient hydrolysables par l'émulsine. Hydrolysés par l'acide sulfurique à 3 pour 100, ils ont donné pour 1^g : $0^g,871$ de glucose (théorie pour le diglucoside $0^g,932$; pour le mono-glucoside 0,803). Le glucoside obtenu qui, par toutes ses propriétés, diffère du monoglucoside du glycol, doit donc être considéré comme le diglucoside de cet alcool.

Ainsi, sur les quatre principes prévus comme devant se former : gentiobiose, cellobiose, mono et diglucoside du glycol, trois ont été obtenus à l'état cristallisé. Seul, le cellobiose n'a pas été isolé. Étant moins soluble que les autres dans l'alcool, il est possible qu'il soit resté dans l'extrait résiduel abandonné à la fin de juillet 1914.

BACTÉRIOLOGIE. — *Milieu à l'eau de levure autolysée pour la culture du* B. coli. Note de MM. **F. Diénert** et **A. Guillerd**, présentée par M. E. Roux.

Le prix de la peptone augmentant sans cesse depuis la guerre, nous avons cherché si l'on ne pourrait pas remplacer les milieux habituels, pour la recherche du *B. coli*, par d'autres milieux plus économiques et aussi satisfaisants.

Nous avons commencé par fabriquer un bouillon synthétique qui, additionné de 1 pour 100 de peptone seulement, c'est-à-dire une quantité moindre que dans nos bouillons habituels, donnait de bons résultats.

Ce bouillon était déjà économique, mais à la suite du travail de M. Vansteenberge (*Annales de l'Institut Pasteur*, 1917, p. 601) nous avons cherché à faire un bouillon en utilisant les produits de protéolyse de la levure.

Parmi ces produits on trouve des acides aminés, du tryptophane, etc., que l'on rencontre également dans la peptone.

Un bloc de 500^g de levure pressée est porté à 50°, température favorable à l'action de l'endotrytase et peu favorable à un développement abondant des microbes. En moins de 24 heures, la liquéfaction est complète et l'on obtient environ 400^{cm^3} de liquide autolysé qu'on étend à 2^l avec de l'eau. On soumet ce mélange à la température de l'ébullition durant 30 minutes. On neutralise et l'on filtre, enfin on complète à $7^l,5$.

Le développement du *B. coli*, sur ce milieu, a été suivi en numérant, après 24 heures de culture, les germes développés, par ensemencement sur milieu solide (gélose) additionné de 1 pour 100 de lactose et de tournesol.

Ces essais ont montré que le *B. coli* se développait surtout bien dans le bouillon fabriqué avec les produits de l'autolyse de 24 heures.

Le maximum de germes obtenu est voisin de 2 milliards par centimètre cube en 24 heures, c'est-à-dire un nombre supérieur à celui trouvé par ensemencement sur bouillon de peptone à 3 pour 100. En 24 heures on constate une belle production d'indol (20^{mg} à 30^{mg} d'indol par litre). L'addition de sels minéraux n'augmente pas le nombre des germes développés en 24 heures).

Quand, à ce milieu de levure autolysée, on ajoute de l'acide phénique, on obtient les mêmes développements qu'en employant le bouillon de peptone.

Additionné de gélatine, de gélose, ce milieu se prête au développement régulier du *B. coli*. En un mot le bouillon de peptone peut être remplacé par le bouillon à la levure autolysée et coûte infiniment moins cher. Le premier actuellement revient à 3^{fr} le litre, le second à moins de $0^{fr},20$.

En outre, d'après nos analyses, la levure autolysée donne un milieu de composition tres constante ($1^g,8$ d'acides aminés exprimés en glycocolle pour 100 de liquide d'autolyse et $0^g,150$ pour 100 de tryptophane). Au contraire les peptones ont des compositions très variables qui exigent d'être contrôlées toutes les fois qu'on change de fournitures, si l'on veut avoir des résultats comparables.

C'est ainsi que pour ne considérer qu'un corps, étranger à leur molécule, l'acide sulfureux, employé à leur blanchiment, douze peptones de même marque, mais de fabrications différentes, nous ont fourni des chiffres de SO^2, variant de 4^{mg} à 566^{mg} pour 100, influant sur les caractères culturaux.

BACTÉRIOLOGIE. — *La pseudograsserie, maladie nouvelle des chenilles de* Lymantria dispar. Note de M. A. **Paillot**, présentée par M. Paul Marchal.

Le sujet initial qui nous a permis de faire l'étude expérimentale de cette maladie a été une chenille de *Lymantria dispar* qui présentait les symptômes extérieurs de la grasserie et de la flacherie. Elle était infectée par deux coccobacilles que nous désignerons sous les noms de *Bacillus lymantricola adiposus* et de *Bacillus lymantriæ* β [1]. De ces deux coccobacilles, le premier seul détermine la maladie dont nous aurons à nous occuper.

Une émulsion de bacilles, provenant d'une culture pure de cette espèce, reproduit la maladie avec tous les caractères de la maladie typique naturelle. Peu d'heures après l'inoculation, le sang présente le même aspect laiteux que celui des chenilles atteintes de grasserie, mais ce sont des globules de graisse qui troublent le sang et non des corpuscules polyédriques de nature mal connue comme dans la grasserie vraie. L'inoculation du microbe aux chenilles de *Vanessa urticæ*, *Euproctis chrysorrhea*, ver à soie, reproduit les symptômes observés sur les chenilles de *Lymantria dispar;* nous avons donc bien affaire à une maladie nouvelle susceptible d'être reproduite expérimentalement à volonté et toujours avec les mêmes caractères : nous la désignerons sous le nom de *pseudograsserie*, en spécifiant, toutefois, qu'elle n'a de commun avec la grasserie que les symptômes externes.

Un seul cas a été observé en 1917, mais l'observation avait été faite en août, c'est-à-dire à la fin de l'invasion des chenilles; en 1918, par suite de l'extrême sécheresse, les maladies épidémiques furent très rares et je n'observai pas de nouveau cas de pseudograsserie.

En culture sur milieux artificiels, le microbe de la pseudograsserie se

---

(1) Le *Bacillus lymantriæ* β est distinct de l'espèce qui a été désignée également par Picard et Blanc sous le nom de *Bacillus lymantriæ* et que l'on peut appeler *B. lymantriæ* α. Il tue les chenilles par septicémie et n'attaque pas spécialement les cellules adipeuses. Il diffère de l'espèce de Picard et Blanc par son action fermentative sur mannite et galactose et du microbe de la pseudograsserie par les caractères négatifs suivants : gélatine non liquéfiée, lait non coagulé, sérum non digéré, pas d'action sur lactose, saccharose, maltose, dulcite et arabinose.

Il mesure environ $0^{\mu},5$ de large sur $1^{\mu},5$ de long. Les mouvements sont moins rapides que ceux de *B. lymantricola adiposus*.

présente toujours sous la forme coccobacillaire; les éléments mesurent 1^{μ} de large environ sur 2^{μ} de long; ils se colorent bien par les couleurs d'aniline, plus intensément aux deux pôles que dans la partie médiane.

Dans le sang des chenilles de *Lymantria dispar*, ce coccobacille peut affecter les formes les plus inattendues : on observe, par exemple, des formes géantes, constituées par une masse plus ou moins arrondie, dont le diamètre peut atteindre 7^{μ} à 8^{μ}, et de gros prolongements bacilliformes, opposés ou plus ou moins rapprochés, de longueur variable (nous avons observé des éléments dont la longueur totale atteignait 30^{μ} à 40^{μ}); on peut observer aussi des masses arrondies sans prolongements bacilliformes. Ces formes géantes, véritables *formes de croissance*, ne se rencontrent que pendant les premières heures de l'infection; rapidement, elles se désorganisent en donnant naissance à plusieurs coccobacilles. Au début de leur formation les bacilles géants sont mobiles : ils tournent sur eux-mêmes et se déplacent lentement; en grossissant, ils perdent toute motilité. Les éléments normaux sont très mobiles et difficiles à suivre dans le champ du microscope.

L'action pathogène de ce coccobacille se manifeste principalement par la désorganisation du tissu adipeux; vers la cinquième heure après l'inoculation on commence à apercevoir dans le sang des globules de graisse, dont quelques-uns sont encore inclus dans les cellules adipeuses; la proportion des globules augmente rapidement et le sang devient laiteux.

Cette action sur le tissu adipeux est le premier exemple de spécificité constaté chez les parasites microbiens des insectes; encore cette spécificité n'est-elle que très relative, puisque le microbe se multiplie aussi abondamment dans le sang.

C'est en raison de ce caractère particulier que nous avons donné à ce microbe le nom de *Bacillus lymantricola adiposus*.

Caractères des cultures. — En bouillon ordinaire, culture abondante et rapide à 37°; dépôt léger dès le deuxième jour; pas de voile.

Sur gélose, colonies larges, arrondies, assez épaisses, de couleur blanc jaunâtre.

Gélatine liquéfiée rapidement en cylindre.

Sur sérum, culture abondante; digestion rapide à partir du deuxième jour.

Lait coagulé le troisième jour à la température de 18°-20°; caséine non digérée.

Le *Bacillus lymantricola adiposus* fait fermenter tous les sucres (glucose,

lévulose, lactose, saccharose, mannite, maltose, galactose, dulcite, arabinose); les milieux sucrés tournesolés sont plus ou moins décolorés à l'exception des milieux glucosé et saccharosé.

M. A. Auric adresse une Note intitulée : *Sur deux formules approchées donnant la longueur et la flèche d'un arc de chaînette.*

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Économie rurale, par l'organe de M. *E. Roux*, remplaçant le Doyen empêché, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *A. Müntz* :

En première ligne	M. Gabriel Bertrand
En seconde ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. Gustave André Léon Lindet Pierre Viala

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 FÉVRIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *A. Müntz*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 50,

M. Gabriel Bertrand	obtient	22	suffrages
M. Pierre Viala	»	20	»
M. Léon Lindet	»	8	»

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 50,

M. Pierre Viala	obtient	26	suffrages
M. Gabriel Bertrand	»	22	»
M. Léon Lindet	»	2	»

M. **Pierre Viala**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

MM. **A. d'Arsonval** et **F. Bordas** adressent un rapport relatif à l'emploi qu'ils ont fait de la subvention qui a été accordée à l'**Institut d'Hydrologie et de Climatologie** sur la *Fondation Loutreuil* en 1917.

M. CARVALLO adresse un rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1915.

M. W. KILIAN, élu Membre non résidant, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, plusieurs brochures de M. L. FARAUD traitant *diverses questions d'aéronautique*, présentées par M. Ch. Lallemand.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur deux extensions des fractions continues algébriques.* Note (¹) de M. A. ANGELESCO, présentée par M. Appell.

1. Dans son Mémoire (²) *Sur la généralisation des fractions continues algébriques*, Hermite envisage le problème de la détermination des polynomes $N_1(x), N_2(x), \ldots, N_p(x)$ de degrés $n_1, n_2, \ldots, n_p$ tels que la fonction linéaire

$$N_1 S_1 + N_2 S_2 + \ldots + N_p S_p, \tag{1}$$

où $S_1, S_2, \ldots, S_p$ désignent p développements de la forme

$$\frac{\alpha}{x} + \frac{\beta}{x^2} + \frac{\gamma}{x^3} + \ldots,$$

ne contient aucun des termes en $\frac{1}{x}, \frac{1}{x^2}, \frac{1}{x^{n_1+n_2+\ldots+n_p+p-1}}$. Désignons par E le groupe des termes entiers en x dans la fonction (1) et posons

$$\nu = n_1 + n_2 + \ldots + n_p.$$

(¹) Séance du 27 janvier 1919.

(²) *Œuvres de Charles Hermite*, t. 4, p. 37.

On aura l'égalité suivante :

$$N_1S_1 + N_2S_2 + \ldots + N_pS_p - E = \left(\frac{1}{x^{\nu+p}}\right) \quad (2)$$ [1].

Soit

$$S_i = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(z)\,\frac{dz}{x-z} \qquad (i = 1, 2, \ldots, p).$$

La fonction linéaire (1) pourra alors s'écrire

$$\sum_{i=1}^{i=p} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(z)\,\frac{N_i(z)}{x-z}\,dz + \sum_{i=1}^{i=p} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(z)\,\frac{N_i(x)-N_i(z)}{x-z}\,dz.$$

La deuxième somme de cette expression représente la partie entière E. En développant dans les intégrales de la première somme $\frac{1}{x-z}$ suivant les puissances décroissantes de x, l'égalité (2) exige que l'on ait

$$\sum_{i=1}^{i=p} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(z)\left(\frac{1}{x} + \frac{z}{x^2} + \frac{z^2}{x^3} + \ldots + \frac{z^{\nu+p-2}}{x^{\nu+p-1}}\right) N_i(z)\,dz = 0,$$

quel que soit x, condition équivalente à

$$\sum_{i=1}^{i=p} \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(z)\,A(z)\,N_i(z)\,dz = 0, \quad (3)$$

$A(z)$ étant un polynome quelconque de degré $\nu + p - 2$.

Dans le cas particulier

$$\alpha_1 < \beta_1 \leqq \alpha_2 < \beta_2 \leqq \alpha_3 < \ldots \leqq \alpha_p < \beta_p,$$

et les fonctions $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, ..., $\varphi_p(x)$ conservant des *signes constants* pour x compris respectivement dans les intervalles

$$(\alpha_1, \beta_1), \quad (\alpha_2, \beta_2), \quad \ldots, \quad (\alpha_p, \beta_p), \quad (4)$$

---

[1] Nous désignons par $\left(\frac{1}{x^m}\right)$ une série ordonnée suivant les puissances décroissantes de x et commençant par un terme en $\frac{1}{x^m}$.

il existe un groupe de polynomes $N_1, N_2, \ldots, N_p$ *satisfaisant à la condition* (3); *ces polynomes ont toutes leurs racines réelles distinctes et respectivement comprises dans les intervalles* (4). *Il ne peut y avoir d'autre groupe satisfaisant à la condition* (3).

En effet, la condition (3) permet de trouver, à une même constante près, les coefficients des polynomes $N_1, N_2, \ldots, N_p$. Supposons que les polynomes $N_1, N_2, \ldots, N_p$ ainsi trouvés n'ont respectivement que $\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_p$ racines distinctes comprises dans les intervalles (4). Désignons par $\alpha_1^i, \alpha_2^i, \ldots, \alpha_{\nu_i}^i$ les ν_i racines de N_i comprises dans l'intervalle (α_i, β_i) et considérons le polynome

$$Q(x) = \prod_{i=1}^{i=p} (x - \alpha_1^i)(x - \alpha_2^i)\ldots(x - \alpha_{\nu_i}^i).$$

Ce polynome, pour que notre proposition soit en défaut, doit être d'un degré moindre que n_i. On pourra alors [par exemple à l'aide des facteurs $(x - \beta_1), (x - \beta_2), \ldots, (x - \beta_{p-1})$ en totalité ou partie] déterminer un polynome $q(x)$, de degré $p - 1$ au plus, tel que, en prenant

$$A(x) = q(x)\,Q(x),$$

les p expressions

$$\varphi_1(x)\,q(x)\,Q(x)\,N_1(x), \quad \ldots, \quad \varphi_p(x)\,q(x)\,Q(x)\,N_p(x)$$

gardent toutes *le même* signe pour x compris respectivement dans les intervalles (4). La condition (3) ne pouvant donc pas être satisfaite, il faut avoir $\nu_1 = n_1, \nu_2 = n_2, \ldots, \nu_p = n_p$. Si les polynomes $N'_1, N'_2, \ldots, N'_p$ satisfont aussi à la condition (3), alors les polynomes $N_1 + \lambda N'_1, N_2 + \lambda N'_2, \ldots, N_p + \lambda N'_p$ satisferont aussi. En choisissant la constante λ de manière à réduire $N_i + \lambda N'_i$ au degré $n_i - 1$, on prouvera, comme plus haut, que la condition (3) ne pourra plus être satisfaite.

2. On peut donner une autre extension des fractions continues algébriques et se proposer de déterminer le polynome $P(x)$ de degré $\nu = n_1 + n_2 + \ldots + n_p$, tel que

$$PS_i - E_i = \left(\frac{1}{x^{n_i+1}}\right) \qquad (i = 1, 2, \ldots, p),$$

en désignant par $S_1, S_2, \ldots, S_p$ des séries de la forme $\left(\frac{1}{x}\right)$ et par $E_1, E_2, \ldots, E_p$ les groupes des termes entiers en x.

En nous plaçant dans le cas particulier considéré plus haut, le polynome P jouit des propriétés suivantes :

α. Il est le seul polynome de degré ν satisfaisant aux conditions

$$\int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(x) x^k \mathrm{P}\, dx = 0 \qquad (k = 0, 1, \ldots, n_i - 1;\ i = 1, 2, \ldots, p).$$

β. Les racines du polynome P sont toutes réelles, distinctes, respectivement $n_1, n_2, \ldots, n_p$ dans les intervalles (4).

γ. Le polynome P peut être déterminé lorsque l'on connaît les polynomes $\mathrm{X}_m^i(x)$ de degré m, tels que

$$\int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(x) x^k \mathrm{X}_m^i\, dx = 0 \qquad (k = 0, 1, \ldots, m - 1;\ i = 1, 2, \ldots, p).$$

δ. Les racines du polynome P interviennent dans la recherche de l'approximation simultanée des intégrales $\mathrm{I}_1, \mathrm{I}_2, \ldots, \mathrm{I}_p$,

$$\mathrm{I}_i = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(x) f(x)\, dx \qquad (i = 1, 2, \ldots, p),$$

la fonction $f(x)$ admettant un développement taylorien convergent dans les intervalles (4), par des intégrales $\mathrm{J}_1, \mathrm{J}_2, \ldots, \mathrm{J}_p$,

$$\mathrm{J}_i = \int_{\alpha_i}^{\beta_i} \varphi_i(x) \Phi(x)\, dx \qquad (i = 1, 2, \ldots, p),$$

$\Phi(x)$ étant un polynome de degré $\nu - 1$, respectivement avec *le degré de précision* $\nu + n_1 - 1, \nu + n_2 - 1, \ldots, \nu + n_p - 1$.

Nous avons démontré [1] ces propositions dans le cas particulier

$$n_1 = n_2 = \ldots = n_p.$$

Les démonstrations données s'étendent facilement au cas plus général que nous venons de considérer.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 121, et t. 167, 1918, p. 629.

HYDRAULIQUE. — *Sur le mouvement graduellement varié et la propagation des crues.* Note de M. **Edmond Maillet**, présentée par M. L. Lecornu.

Les équations du mouvement varié non permanent d'un cours d'eau dans un lit approximativement cylindrique ou prismatique peuvent, grâce à une transformation d'équations données par M. Boussinesq, se mettre sous la forme [1]

$$\text{(1)}\qquad I_1 = i - \lambda\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{bU^2}{R} + T_3 + T'_4 + T_5, \qquad \lambda = 1 - \frac{\alpha_1}{g}\frac{\omega'}{\omega}U^2,$$

$$\text{(2)}\qquad \frac{\partial\omega}{\partial t} + \frac{\partial(\omega U)}{\partial x} = 0, \qquad q = \omega U,$$

où

$$T_3 = \frac{1+2\eta}{g}\frac{\partial U}{\partial t}, \qquad T'_4 = -\frac{U}{g}\frac{\omega'}{\omega}(2\alpha - 1)\frac{\partial h}{\partial t}, \qquad T_5 = \frac{U}{g}\left[U\frac{\partial(\alpha-\eta)}{\partial x} + \frac{\partial\eta}{\partial t}\right].$$

On peut étudier le cas où T_3, T'_4, T_5 sont négligeables par rapport à i, en faisant au besoin abstraction de courts intervalles de temps. D'après nos vérifications numériques basées sur le calcul et l'expérience (en général, et Ardèche, Garonne, Marne, Seine), la valeur absolue de ces termes T est faible par rapport à i, $\frac{1}{100}$ au plus pour les deux premiers (qui, habituellement, sont plutôt de signes contraires), $\frac{1}{1000}$ pour le troisième. Dans les limites de ces vérifications, on a $0{,}00178 \leqq i \leqq 0{,}0001$, les cas extrêmes de pente s'appliquant à l'Ardèche (déjà étudié par M. Delemer avec moins de précision théorique) et à la Seine, $h \geqq 1^{\text{m}},00$; l largeur $\geqq 10^{\text{m}},00$; $0 < \lambda < 1$, λ étant voisin de 1 dans les cas extrêmes de pente; $|h'_x| \leqq \frac{i}{6}$ environ. L'équation (1) devient

$$\text{(3)}\qquad bU^2 = RI_1 = R\left(i - \lambda\frac{\partial h}{\partial x}\right).$$

Les formules (2) et (3) permettent d'obtenir pour h et q les équations

---

(1) q débit, ω section, h hauteur, U vitesse moyenne, R rayon moyen, i pente de fond, b, α, α_1, η coefficients supposés fonctions de h seuls. Voir Boussinesq, *Régimes graduellement variés*, Paris, Gauthier-Villars, 1897, p. 16; Flamant, *Hydraulique*, 1909, p. 386.

aux dérivées partielles

$$(4) \qquad \frac{\partial h}{\partial t} + A_1 \frac{\partial h}{\partial x} - B_1 \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} = 0, \qquad B_1 > 0;$$

$$(5) \qquad \frac{\partial q}{\partial t} + A_2 \frac{\partial q}{\partial x} - B_2 \frac{\partial^2 q}{\partial x^2} = 0, \qquad B_2 > 0,$$

où les termes en B_1, B_2 peuvent n'être pas négligeables; ces équations donnent lieu à une discussion géométrique similaire.

Si $h = f(x, t)$, $q = \varphi(x, t)$, j'appelle la courbe $t =$ const. en coordonnées cartésiennes h, x ou q, x *onde niveau* ou *onde débit* respectivement, et courbe des variations *locales* de h ou q la courbe $x =$ const.

Excluant les solutions $h =$ const., $q =$ const., on voit aussitôt, en faisant $h'_x = 0$ ou $q'_x = 0$, que les maxima de l'onde niveau et de l'onde débit s'affaissent, les minima se relèvent. Ces ondes tendent à se régulariser.

L'étude de la propagation des maxima et minima locaux, au moins quand on ne suppose pas qu'ils coïncident avec les maxima et les minima des ondes, est plus compliquée, surtout pour les crues ayant n maxima locaux successifs à la station x $(n > 1)$, que j'appelle ici crues *multiples* d'ordre n en x. Je n'envisage, d'après l'expérience, que les crues dont les maxima et minima locaux se propagent d'amont en aval, et telles qu'un maximum ou minimum local en x_1 est précédé d'un maximum ou minimum correspondant en $x_2 < x_1$.

Considérant par exemple les hauteurs h, entre un maximum et un minimum consécutifs de l'onde niveau, il y a k maxima locaux $(k - 1)$, et $k - 1$ minima locaux (k) si $h'_x < 0$ (si $h'_x > 0$). On obtient ces résultats :

1° *Pour une crue simple en x_1.* — A l'aval d'un point x_1 où une crue est simple, l'onde niveau est simple; la hauteur du maximum local, qui précède le maximum de l'onde niveau, va en diminuant vers l'aval.

2° *Pour une crue multiple en x_1.* — Si un maximum local se relève en se propageant, il est précédé à un instant antérieur en x_1 d'un maximum local plus élevé qui s'affaisse.

Les résultats sont analogues, en général du moins, pour les minima. On arrive à des conclusions toutes semblables pour les débits; un maximum ou un minimum de l'onde débit coïncide d'ailleurs respectivement avec un maximum ou un minimum local des hauteurs.

On peut préciser davantage, grâce à la formule (3), la physionomie de

l'onde niveau et de l'onde débit : $\frac{|h'_x|}{i}$ étant supposé assez petit, une partie d'une de ces ondes où h et q varieraient en sens contraire en fonction de x, si elle n'est pas d'existence éphémère, est courte ou aplatie.

N'envisageant que le phénomène général de la crue en n'ayant pas égard sur ces ondes aux saillies ou aux creux peu accentués, on est amené à ne considérer que les maxima ou minima bien nets, soit de ces ondes, soit locaux. Ces maxima s'abaissent, ces minima se relèvent; pour eux, en général, le maximum local du débit précède de peu le maximum local de hauteur, qui est un peu antérieur au maximum de l'onde niveau. Les résultats sont analogues pour les minima. La formule (3) donne alors la loi de Baumgarten comme loi approchée ([1]).

Certaines des méthodes que j'utilise, notamment pour établir l'affaissement des maxima de l'onde niveau (où le signe de B_1 joue seul un rôle) s'étendent à des équations aux dérivées partielles plus générales, à plusieurs variables t, x, y, ... (chaleur, nappes souterraines) comme je le montrerai ultérieurement.

Tous ces résultats seront exposés en détail dans un Mémoire développé.

THERMODYNAMIQUE. — *Sadi Carnot et le principe de l'Équivalence. Son calcul de l'équivalent mécanique de la chaleur reconstitué à l'aide de données exclusivement empruntées aux « Réflexions sur la puissance motrice du feu* ». Note ([2]) de M. L. **Décombe**, présentée par M. Kœnigs.

A la suite de Clausius on a souvent reproché à Carnot d'avoir adopté, dans ses *Réflexions sur la puissance motrice du feu*, le point de vue alors classique mais inexact de la matérialité du calorique. Mais on oublie de faire remarquer que ce n'est que sous les réserves les plus formelles comme en témoignent les passages suivants ([3]) :

([1]) Ce m'est une occasion de rappeler les travaux de M. Boussinesq et de Kleitz sur la propagation des crues.

([2]) Séance du 13 janvier 1919.

([3]) *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*, par Sadi-Carnot, Paris, 1824, chez Bachelier. Réimprimé par Gauthier-Villars en 1872 dans les *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, puis, en 1878, dans une édition séparée contenant divers autres documents

Au reste, pour le dire en passant, les principaux fondements sur lesquels repose la théorie de la chaleur auraient besoin de l'examen le plus attentif. Plusieurs faits d'expérience paraissent à peu près inexplicables dans l'état actuel de cette théorie (p. 20, Note 1). Et plus loin : ... *La loi fondamentale que nous avions en vue de confirmer... est assise sur la théorie de la chaleur telle qu'on la conçoit aujourd'hui, et, il faut l'avouer, cette base ne nous paraît pas d'une solidité inébranlable. Des expériences nouvelles pourraient seules décider la question ; en attendant, nous nous occuperons d'appliquer les idées théoriques ci-dessus exposées, en les regardant comme exactes, à l'examen des divers moyens proposés jusqu'à présent pour réaliser la puissance motrice de la chaleur* (p. 50).

D'autre part on trouve dans les Notes manuscrites de Sadi Carnot une série d'objections contre la matérialité du calorique qui le conduisent à l'énoncé formel du Principe de l'équivalence :

Partout où il y a destruction de puissance motrice il y a, en même temps, production de chaleur en quantité précisément proportionnelle à la quantité de puissance motrice détruite. Réciproquement, partout où il y a destruction de chaleur, il y a production de puissance motrice (p. 94).... *D'après quelques idées que je me suis formées sur la théorie de la chaleur, la production d'une unité de puissance motrice nécessite la destruction de 2,70 unités de chaleur* (p. 95). L'unité de puissance motrice dont il s'agit étant la tonne-mètre (p. 95), l'équivalent mécanique *calculé par Carnot* ressort donc à $\frac{1000}{2,70}$, c'est-à-dire à 370^{kgm}, nombre sensiblement voisin de celui (365) qui a illustré, au moins dix ans plus tard, le nom de Mayer [1].

2. Comment Carnot a-t-il obtenu ce nombre de 2,70? Je me propose de

---

et notamment une Notice biographique sur Sadi Carnot et un important extrait de ses Notes manuscrites inédites. C'est à la pagination de cette dernière édition que se rapportent les références de la présente Communication. Les Notes manuscrites se rapportant à des sujets scientifiques ont été offertes à l'Académie des Sciences par le sénateur H. Carnot, frère de Sadi, pour être déposées aux Archives de l'Institut (*Comptes rendus*, t. 87, 1878, p. 967).

Sadi Carnot et Hippolyte Carnot étaient les fils de Lazare Carnot, le célèbre organisateur de la Victoire dans les guerres de la Révolution.

(1) Robert Mayer, *Ann. der Chemie und Pharmacie*, t. 42, 1842, p. 233 (Sadi Carnot a été emporté par le choléra en 1832).

montrer que l'on peut reconstituer son calcul à l'aide des seules données contenues dans son Mémoire de 1824. Laissons parler Carnot :

La différence entre la chaleur spécifique sous pression constante et la chaleur spécifique sous volume constant est la même pour tous les gaz (p. 25)...; *elle est toujours la même, quelle que soit la densité du gaz, pourvu que la quantité pondérable reste la même* (p. 32). Il s'agit, bien entendu, de la chaleur spécifique des gaz parfaits (p. 22) rapportée au volume (p. 25). Mais Carnot va plus loin et se demande (p. 31) :

A quelle cause est due en effet la différence entre les chaleurs spécifiques prises sous volume constant et sous pression constante? Au calorique nécessaire pour produire dans le second cas l'augmentation de volume, répond-il aussitôt.

La matérialité du calorique étant abandonnée, que faut-il pour tirer de là l'équivalent mécanique? Calculer le travail correspondant à cette augmentation de volume et le comparer à la différence $C - c$ des deux chaleurs spécifiques. Or, *l'échauffement direct sous pression constante doit, d'après la règle de M. Gay-Lussac, augmenter le volume de l'air de* $\frac{1}{267}$ *de ce qu'il serait à* 0° (p. 23). *La pression atmosphérique fait équilibre à* $10^{m},40$ *de hauteur d'eau* (p. 43); *le volume occupé par un kilogramme d'air à* 0° *est égal à* $0^{m^3},77$ (p. 44).

Le travail considéré a donc pour valeur :

$$0,77 \frac{1}{267} 10,40 = 0,02999, \text{ soit } 0,030 \text{ tonne-mètre.}$$

En ce qui concerne les chaleurs spécifiques : *D'après les expériences de MM. Delaroche et Bérard sur la chaleur spécifique des gaz, celle de l'air est, à poids égaux,* 0,267 *de celle de l'eau* (p. 45). *Si la première de ces deux capacités est exprimée par l'unité, l'autre sera exprimée par le chiffre* $\frac{267}{267+116}$ (p. 24). On tire de là

$$C - c = 0,267 \frac{116}{267+116} = 0,08086,$$

soit 0,081 calorie, étant donnée l'incertitude évidente sur les deux dernières décimales. Or le rapport $\frac{0,081}{0,030}$ est précisément égal au nombre 2,70 annoncé par Carnot dans ses Notes manuscrites.

3. Pourquoi Carnot n'a-t-il pas jugé bon de publier ce résultat? Proba-

blement parce que l'opposition radicale du nouveau point de vue avec la théorie de la chaleur « telle qu'on la concevait alors », lui faisait estimer que *des expériences nouvelles pourraient seules décider la question* (p. 50). Rien ne sert, en effet, de déterminer, dans un cas particulier, la valeur numérique d'un équivalent problématique, si des expériences nombreuses précises et concordantes n'ont, au préalable, démontré l'existence effective de cet équivalent. Or ces expériences, Carnot, dans ses Notes manuscrites, en a prévu le programme avec une précision étonnante (p. 95) :

Répéter l'expérience de Rumford sur le forage d'un métal dans l'eau, mais mesurer la puissance motrice consommée en même temps que la chaleur produite; mêmes expériences sur plusieurs métaux et sur le bois. — Frapper un morceau de plomb en plusieurs sens, mesurer la puissance motrice consommée et la chaleur produite. Mêmes expériences sur d'autres métaux. — Agiter fortement de l'eau dans un barillet ou dans un corps de pompe à double effet et dont le piston serait percé d'une petite ouverture. — Expériences du même genre sur l'agitation du mercure, de l'alcool, de l'air et d'autres gaz. Mesurer la puissance motrice consommée et la chaleur produite.

N'est-ce pas là le programme même des expériences effectuées quinze ou vingt ans plus tard par Joule, Colding et Hirn?

ÉLECTRICITÉ. — *Oscillations électriques non amorties de courte longueur d'onde.* Note (¹) de MM. **Gutton** et **Touly**, transmise par M. A. Blondel.

Au cours des études faites dans les laboratoires de la Radiotélégraphie militaire, en vue de l'application des lampes valves à trois électrodes à la génération des ondes longues utilisées en T. S. F., nous avons réalisé un appareil permettant d'entretenir des oscillations aussi fréquentes que les oscillations de Hertz.

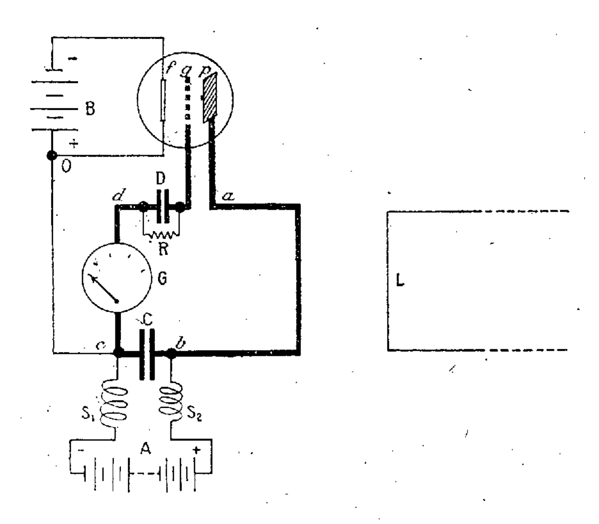
Pour obtenir des oscillations de longueurs d'onde aussi courtes, nous avons constitué le circuit oscillant avec la capacité très faible du condensateur formé par la grille et la plaque de la lampe et la self-induction des seuls fils de connexion nécessaires.

La plaque p et la grille g de la lampe sont réunies par un fil $abcd$, sur lequel est intercalé un condensateur de capacité relativement grande

(¹) Séance du 6 janvier 1919.

($\frac{1}{1000}$ à $\frac{2}{1000}$ de microfarad) chargé par une batterie d'accumulateurs A. L'armature positive est reliée à la plaque, l'armature négative est réunie, d'une part à la grille, d'autre part au filament. On chauffe ce filament en y faisant passer un courant fourni par la batterie d'accumulateurs B.

Lors de l'allumage de la lampe, l'établissement du courant de plaque fait naître, le long du fil *ab*, une force électromotrice de self-induction qui



commence à faire osciller le circuit *pabcdg*. Les variations périodiques du potentiel de la grille provoquent alors des variations d'intensité du courant de plaque et une force électromotrice alternative le long du fil *ab*. Cette force électromotrice augmente l'amplitude des oscillations primitives, puis les entretient à intensité constante.

La condition d'entretien et la condition à réaliser afin d'obtenir la plus grande amplitude possible sont les mêmes que dans le cas des oscillations de grandes longueurs d'onde. On doit se tenir près de la limite d'entretien. Pour construire un oscillateur, on se donne la longueur du fil *cd* et l'on détermine par des essais la longueur du fil *ab* la plus favorable. La longueur d'onde obtenue est d'autant plus courte qu'on a choisi un fil *cd* plus court et de plus grand diamètre.

Sur le fil *cd*, on intercale un petit ampèremètre thermique qui indique l'intensité efficace du courant de haute fréquence obtenu. Pour les ondes courtes, le fil de cet ampèremètre constitue la majeure partie de la self *cd*.

Il est bon d'ajouter, sur le circuit oscillant du côté de la grille, un condensateur D d'une capacité égale à quelques dix-millièmes de microfarad et

une résistance R de 10000 ohms en dérivation entre les armatures. Cette disposition, en abaissant le potentiel moyen de la grille, diminue beaucoup les intensités moyennes des courants, sans réduire l'amplitude des oscillations. L'échauffement de la grille et de la plaque de la lampe se trouve donc diminué.

Deux bobines S_1 et S_2 empêchent les oscillations de se propager entre le circuit oscillant et la batterie d'accumulateurs A. Leur présence permet de rendre le réglage indépendant de la position des fils qui viennent de cette batterie. Enfin le fil de retour *co* au filament doit être maintenu dans la position pour laquelle l'appareil a été réglé; on lui donne la forme pour laquelle l'induction par le circuit oscillant est réduite au minimum.

La force électromotrice de la batterie A étant 320 volts et en employant une lampe de petit modèle de la Radiotélégraphie militaire, on abaisse facilement la longueur d'onde jusqu'à 3^m. L'intensité efficace du courant oscillant dépasse l'ampère.

En remplaçant l'ampèremètre thermique par une ampoule de lampe de poche, on arrive à abaisser encore la longueur d'onde.

Enfin, nous avons obtenu des ondes de moins de 2^m, en utilisant une lampe de plus petite capacité et en intercalant sur le circuit oscillant, entre le condensateur C et l'ampèremètre G, un condensateur de capacité aussi faible que celui de la lampe valve. On assure alors le retour au filament des courants moyens de plaque et de grille par deux fils distincts, dont on règle convenablement la self-induction.

Un résonateur de Hertz, au ventre de courant duquel on dispose une petite lampe, permet d'explorer le champ de l'oscillateur. On peut aussi employer un résonateur, au ventre de tension duquel on place un tube à néon.

Les résonances obtenues présentent un degré d'acuité remarquable et permettent par suite un accord très précis.

Le long d'une ligne L de deux fils parallèles, les oscillations entretenues donnent naissance, pour les longueurs convenables de la ligne et pour celles-là seulement, à un système d'ondes stationnaires sans amortissement. On répète facilement et avec une très grande précision les expériences de Hertz sur la propagation le long des fils [1].

---

[1] Notre dispositif permet le couplage par induction, que n'avait pu réaliser le montage de W.-C. White (*General Electric Review*, t. 19, 1916, p. 774) et de produire des ondes de longueurs beaucoup plus courtes.

Pour des recherches sur les oscillations électriques, l'emploi d'ondes entretenues présente de nombreux avantages. Le courant a une amplitude constante mesurable. Si l'oscillateur est réglé près de sa limite d'entretien, les vibrations harmoniques sont extrêmement faibles. Les inconvénients nombreux, qui résultent, lors de l'emploi des étincelles, des longs arrêts qui séparent deux étincelles consécutives, disparaissent. Les mesures acquièrent une grande précision et l'on peut signaler parmi les applications immédiates des oscillateurs que nous venons de décrire, leur emploi à la mesure précise, dans des conditions simples et bien définies, des constantes diélectriques.

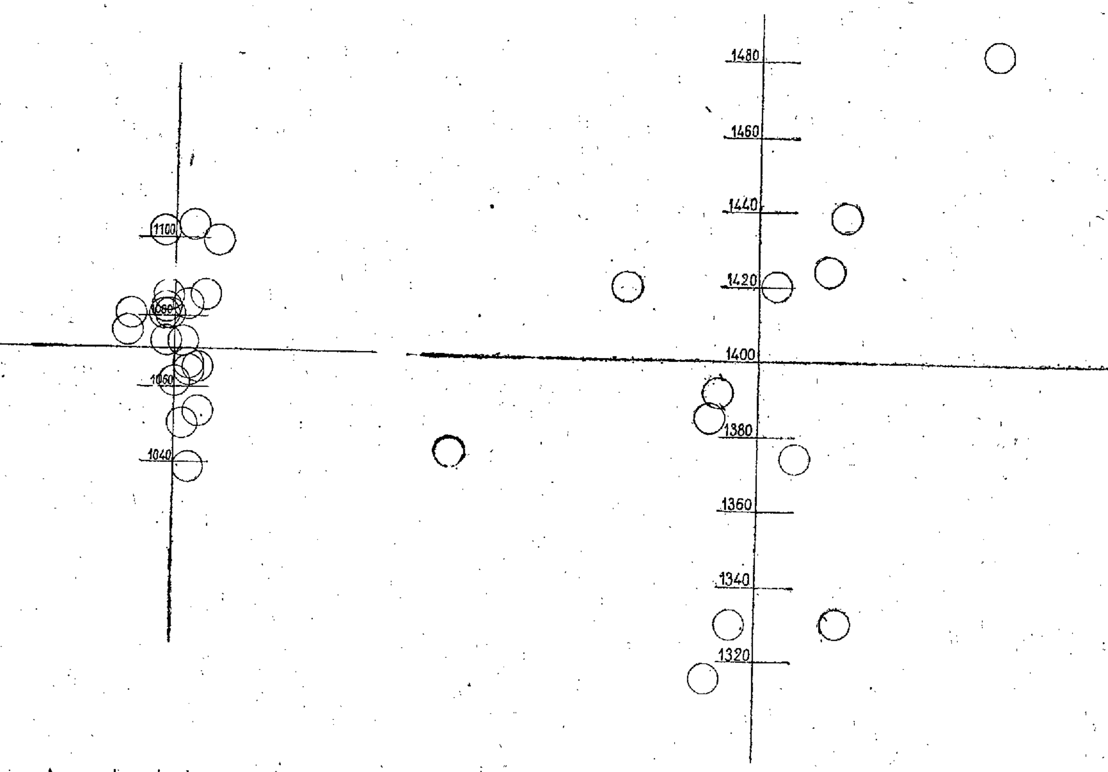
PHYSIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une application nouvelle de la viscosité.* Note de M. GEORGES CLAUDE, présentée par M. Maurice Leblanc.

Les idées qui ont présidé en 1916 à la conception de l'instrument que je vais décrire étant, comme on me l'a objecté, devenues sans objet dès 1918 par suite des modifications profondes des méthodes de combat, il n'y a aucun inconvénient à signaler à l'Académie les ressources remarquables que j'ai trouvées dans la viscosité pour la réalisation d'un engin très léger, d'installation très rapide, permettant le lancement précis et répété, sans recul et sans dépointage, de projectiles pesant 90^{kg}, de la hauteur d'un homme.

Si l'emploi de la viscosité pour ralentir ou uniformiser des mouvements est continuel en physique et en artillerie, c'est autre chose qu'on a voulu lui demander ici. On l'utilise dans des conditions telles que, permettant sous des efforts prolongés le déplacement *lent* de corps immergés dans le milieu visqueux, elle s'oppose au contraire avec assez d'énergie à des efforts énormes, mais presque instantanés, exercés sur ces corps pour les bloquer presque rigoureusement.

L'illustration des conditions qui sont mises à profit ici est fournie par un fait bien connu et qui se réfère à des propriétés dont, après Maxwell, Poincaré a fait usage pour expliquer l'inaptitude des corps « conducteurs » à transmettre, au contraire des corps « isolants », les vibrations électriques de haute fréquence : qu'on pose l'index à la surface d'une masse de poix, l'index enfonce lentement et sans effort; qu'on assène sur la masse un coup de marteau, le plus brutal possible, c'est tout au plus s'il peut la mordre de son empreinte.

Dès lors, soit un trou dans le sol, au fond de la tranchée; dans ce trou, quelques seaux d'un mélange de brai et de goudron de la consistance voulue; dans ce brai, immergé de 60^{cm} et reposant sur une plaque de fer



A gauche, tir de 20 projectiles de 90^{kg} du canon à brai, *fait sans aucun repointage* (Bourges, 17 février 1917). Poids de l'engin, 400^{kg}. Durée d'installation, 5 heures.
A droite, tir de 12 projectiles de 90^{kg} fait pour l'établissement des tables de tir avec l'engin correspondant du front, en repointant à chaque coup (Bourges, 13 mars 1917). Poids de l'engin, 3000^{kg} Durée d'installation, 72 heures.
Les cercles indiquent le diamètre des entonnoirs.
Les chiffres indiquent la portée.

placée sur le sol dur du fond de la tranchée, un tube d'acier gros comme le bras, muni de cônes soudés pour augmenter la solidarité avec le brai.

Ce tube, c'est le canon lui-même, sur quoi s'enfilent les projectiles (comme dans le canon Leblanc-Van Doren).

Grâce à l'obéissance du brai aux efforts prolongés, ce tube-canon peut

subir aisément tous les déplacements lents voulus par le pointage. Arrêté en bonne place par un support approprié, il n'en bougera plus de tout le tir, grâce à l'énorme rigidité du brai aux coups de canon, chocs brusques s'il en fût.

Ainsi, permettant les mouvements lents nécessités par le pointage et le réglage du tir, le brai devient, lors du coup, l'intermédiaire rigide et sans jeu qui donne au canon, si l'on peut ainsi dire, la Terre pour affût. Le brai ne joue donc pas le rôle de masse reculante et son poids importe peu : il suffit que cette masse, solidaire du canon lors du coup, transmette l'effort au sol dur du fond de la tranchée sous forme d'une pression inférieure à celle qui provoquerait sa déformation.

Ces considérations expliquent le faible poids de l'engin : 400^{kg} contre 3000^{kg} pour l'engin correspondant du front, qui pouvait, il est vrai, lancer à 2100^{m} au lieu de 1200^{m} des projectiles équivalents.

Elles expliquent aussi sa rapidité extrême d'installation : 5 heures en tout au lieu de 72.

Et quant à la rigidité du système sous le coup de départ, elle est telle (le tube-canon reposant dans un berceau formé par deux tampons à vis permettant le pointage et le réglage de tir) que l'*indépointabilité* est complète : les essais de 1916 à la Commission de Bourges montrent en effet que 20 projectiles de 90^{kg} peuvent être tirés successivement à 1100^{m} *sans aucun repointage* et dans des conditions de précision comparables à celle de l'artillerie lourde et dont la comparaison des deux relevés de tir ci-joints permettra de juger.

Pour la rapidité de tir, elle est atteinte par des moyens sur lesquels on ne s'arrêtera pas ici, non plus que sur les autres particularités de l'engin et sur les conditions de son emploi.

Des considérations sur lesquelles ce n'est pas non plus le lieu d'insister ici ont empêché l'emploi de cet engin au front. Peut-être en restera-t-il au moins un exemple suggestif et nouveau des services qu'on peut demander à la viscosité.

MINÉRALOGIE. — *Les cristaux liquides de l'acide agaricique.* Note [1] de M. **Paul Gaubert.**

Les substances extraites du règne organique donnant des cristaux liquides sont très rares, aussi est-il intéressant de signaler ceux de l'acide agaricique, d'autant plus qu'ils appartiennent à deux modifications différentes.

Les cristaux de l'acide agaricique commercial [2], probablement orthorhombiques, sont très aplatis suivant une face perpendiculaire à la bissectrice obtuse n_g. Le plan des axes est transversal à l'allongement des lamelles.

Dissous rapidement dans l'eau bouillante et refroidi aussitôt, l'acide agaricique donne des cristaux aciculaires, dont l'allongement optique est positif, et des sphérolites à enroulement hélicoïdal, dont les anneaux sont trop serrés pour permettre de déterminer le sens de l'enroulement, et avec des fibres radiales à allongement optique négatif. L'existence de ces édifices hélicoïdaux montre que le corps possède une symétrie cristalline pouvant produire le pouvoir rotatoire. Ce dernier n'a pas été constaté avec l'acide agaricique pur, mais avec des sels de soude et de potasse qui sont lévogyres (Thoms et Vogelsang).

Examinés sur la platine chauffante du microscope, les cristaux deviennent d'abord opaques par suite du départ de l'eau de cristallisation (un peu au-dessus de 100°), ensuite transparents et monoréfringents. Ils fondent bientôt en donnant un liquide isotrope. Le point de fusion est d'autant plus élevé que l'élévation de température est plus rapide; il ne dépasse pas 139°.

Si l'acide n'a pas été chauffé au-dessus du point de fusion, il se produit les phénomènes suivants, la préparation étant refroidie lentement :

1° Les gouttelettes monoréfringentes, d'abord très claires, se troublent par suite de la formation de globules plus réfringents que le liquide. Ces derniers sont monoréfringents et quelques-uns d'entre eux montrent parfois des contours un peu anguleux; au début de leur production, ces corpuscules forment des espèces d'alignements rappelant les axes d'un cristal.

---

(1) Séance du 27 janvier 1919.

(2) L'acide agaricique isolé d'abord par G. Fleury (*Bul. Soc. ch.*, t. 13, 1870, p. 193) répond d'après H. Thoms et J. Vogelsang (*Liebigs Ann.*, t. 357, 1907, p. 145) à la formule $C^{22}H^{40}O^{7} + 1,5\,H^{2}O$ ou $C^{19}H^{36}(OH)(COOH)^{3} + 1,5\,H^{2}O$ et est un homologue de l'acide citrique. Depuis quelques années, il est employé en thérapeutique.

On est amené à admettre qu'il s'agit de cristaux du système cubique, dont l'ensemble forme une masse très molle ayant la consistance de la vaseline. Cette formation rappelle par conséquent, par ses propriétés cristallines, celle que présente l'iodure d'argent entre 400° et 450° et qui a été étudiée, à diverses reprises, par O. Lehmann. Lorsque la préparation se refroidit davantage, la masse durcit de plus en plus, devient tout à fait solide et les cristaux conservent leurs caractères. Elle peut aussi se transformer, soit en donnant une masse monoréfringente solide, correspondant probablement à celle qui a été observée avant la fusion, soit en donnant des sphérolites biréfringents solides.

2° Les gouttelettes monoréfringentes se troublent comme dans le cas précédent, mais en donnant naissance à des cristaux très allongés, losangiques, identiques comme forme à ceux des composés de la cholestérine avec l'acide glycolique, l'urée, etc., que j'ai étudiés autrefois [1], mais bien moins biréfringents. Ces cristaux sont assez fluides; s'ils se touchent, ils se fusionnent, coulent sous la moindre pression et contournent les bulles de gaz en formant autour d'elles un sphérolite, dans lequel le grand indice de réfraction n_g coïncide avec les directions radiales. Entre deux lames de verre, les cristaux disparaissent et sont remplacés par des plages dont les molécules cristallines sont orientées de manière que leur axe optique soit perpendiculaire aux lames. Les cristaux sont optiquement positifs et comme dans ceux des composés de la cholestérine, ayant le même signe optique, le pouvoir rotatoire et les teintes épipoliques n'existent pas. L'acide agaricique étant actif, il est probable qu'il existe des composés donnant des cristaux liquides optiquement négatifs et doués du pouvoir rotatoire; mais malgré de nombreux essais, je n'ai pas réussi à les préparer.

Avec les cristaux losangiques, il se produit aussi des sphérolites liquides dans lesquels le plus grand indice n_g coïncide avec les directions radiales.

Par refroidissement, la masse se solidifie peu à peu, les cristaux liquides deviennent de plus en plus visqueux, tout en conservant leurs caractères, mais le plus souvent une nouvelle modification apparaît et il se produit des sphérolites solides, plus biréfringents que les cristaux liquides et dont l'allongement optique des fibres est négatif. Les cristaux de cette forme fondent vers 100°, ont un indice de réfraction moyen de 1,501, alors que les cristaux hydratés ont un indice voisin de 1,515.

---

(1) P. Gaubert, *Comptes rendus*, t. 145, 1907, p. 722, et t. 149, 1909, p. 608.

La même goutte, solidifiée et refondue à diverses reprises, peut donner les deux sortes de cristaux liquides, mais on n'observe pas le passage d'une forme à l'autre. Il est aussi à remarquer que les formes cristallines liquides se produisent surtout par le refroidissement du liquide amorphe. Si la température dépasse le point de fusion de quelques degrés, la phase liquide biréfringente se produit seule et, si le chauffage est prolongé à une température supérieure à 160°, la substance jaunit et le nouvel anhydride ainsi formé, correspondant d'après Thoms et Vogelsang à la formule $C^{21}H^{36}O^{3}$, ne donne plus de cristaux liquides.

La production des modifications polymorphiques dépend beaucoup de la température à laquelle le corps a été porté; ici, il se produit un commencement de décomposition venant troubler le phénomène, aussi il est difficile d'établir très exactement les conditions de formation des modifications liquides et solides qui se produisent. Ce qui est remarquable, c'est que l'anhydride agaricique peut donner deux modifications liquides cristallines, l'une appartenant au système cubique, fait qui n'a été constaté qu'avec l'iodure d'argent, et l'autre optiquement uniaxe et positive.

Les cristaux de l'une et l'autre forme se colorent par le bleu de méthylène; ceux qui sont anisotropes deviennent polychroïques et le maximum d'absorption a lieu suivant le plus grand indice. Les cristaux étant peu biréfringents, le polychroïsme est faible.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique des Pyrénées.* Note de M. **P.-W. Stuart-Menteath**, présentée par M. H. Douvillé.

Ayant pu rectifier, dans les *Comptes rendus* de 1896, des assimilations nouvelles de terrains faites au nord d'Argelès, sans tenir compte des failles et des fossiles, je puis ajouter, aux rectifications récentes par M. Douvillé, des comparaisons utiles.

Il a pu constater que le Pic de Gez n'est pas un chapeau chevauchant de Jurassique, ni un synclinal idéal de Carbonifère, mais un massif de Dévonien peu incliné, coupé par trois failles très visibles et presque verticales. Sur ces failles et leurs répétitions, j'ai vu exploiter une mine de cuivre à Arras et d'autres de cuivre et zinc à l'Ouest et au Sud, ainsi que la grande mine de Ferrières, dont la faille est figurée sur la Carte à l'ouest et à l'est de Salles. Ces failles ont obscurci, par leurs brèches de friction, le conglomérat côtier de la base du Crétacé supérieur, qui est bien conservé

à l'ouest d'Arras et du Pic Bazès. M. Douvillé a prouvé que le Cénomanien est pincé entre le Paléozoïque et le Jurassique, riche en Bélemnites, à la place de la bande supposée de « l'Urgo-Aptien », à Sarrencolin, et figurée jusqu'à l'Océan, comme distincte et déposée « dans un géosynclinal qui a cessé d'exister à la fin de l'Albien ». Dans les échantillons extraits au ciseau à Sarrencolin, et sur les autres points où le marbre spécial de ce Cénomanien est exploité, M. Douvillé a pu déterminer des Rudistes caractéristiques. Des Nérinées, Actéonelles, Brachiopodes et Polypiers les accompagnent, et aucun fossile incompatible n'a été signalé depuis trente ans. Il est exploité à Sarrencolin, Ferrières, Ainhoa, Oyarzun, Renteria et Loyola, et il revient deux fois au nord de Salles, à Onux et à l'ouest de la grotte de Lourdes, entre les ardoises à Ammonites et le Flysch de la plaine.

Le conglomérat, ainsi que le marbre, reviennent dans le lambeau entre Arras et Arbéost; j'ai pu signaler les Rudistes en place aux Eaux-Chaudes en 1898, le Cénomanien étant au-dessous caractérisé par des *Schiosia*, reconnus par M. Douvillé et par la *Janira quinque costata* et l'*Exogyra flabellata* d'Oyarzun. Les lambeaux d'Argelès tournent brusquement au Sud, au col d'Arrioutort, et, plongeant profondément à l'Ouest, viennent se réunir au Crétacé des Eaux-Chaudes. Le Jurassique les suit à l'extérieur, et forme, au Pic Bergons, un coin pincé dans ce Crétacé. On ne peut supposer que ce Jurassique ait marché le long de son affleurement; et à l'est de Gavarnie un coin analogue est enfoncé, par les pics Sulsa et Fulsa, également jusqu'au milieu de la chaîne; des cas analogues ont été signalés à l'Ouest vers l'Océan. M. Termier a d'ailleurs trouvé le mouvement du Nord au Sud, aussi bien dans les Asturies que dans les Pyrénées, bien qu'on ait nié l'existence du Nummulitique de ma Carte des *Comptes rendus* de 1894.

M. Douvillé ayant signalé à Gavarnie la notable différence avec la tectonique des Alpes, j'ai conduit des géologues du Service de mon pays à Gavarnie, Bielsa, etc., et ils ont largement décrit, dans le *Geological Magazine* de 1908, une comparaison avec les failles de poussée de l'Écosse, et contre la théorie contraire. Ils n'ont pas vu la série d'imbrications au Nord, entre Gavarnie et Lourdes, qui correspondent aux racines cachées en Écosse et rappellent celles de Gosau.

M. Douvillé a reconnu les marnes rouges intercalées dans le Cénomanien, dans le voisinage de la faille de Boo, figurées sur la Carte comme lisières du Trias entourant des ophites plaquées sur la surface du Paléozoïque; on les voit dans les profondes gorges de Ferrières sortant des profondeurs comme salbandes gypseuses de ces ophites, depuis le Silurien jusqu'au Lias.

Vers Bagnères elles sont accompagnées de granite dans les ardoises à Ammonites. Le granite, nié depuis Salies-du-Salat jusqu'à Ossun, est assez admis pour que je n'ai pas à insister sur le métamorphisme de certaines couches, à Gavarnie, longtemps classées en Cambrien comme les ardoises de Lourdes. C'était explicitement pour changer la classification antérieure qu'on a imaginé le Cambrien à Gavarnie et le Trias à Biarritz, en vertu d'un métamorphisme autrement explicable.

Les failles, les changements brusques de direction, et les glissements latéraux de quelques mètres sont bien connus dans toutes les mines du globe, on les a laissés de côté dans bien des coupes récentes. Mais les Pyrénées, selon la dernière théorie de Suess, sont les débris d'une ancienne chaîne, resoudés par une enveloppe de Crétacé. Sur leur lisière on voit, comme au sud de Roncevaux, les pointements de leurs anciennes têtes enfouis dans le Flysch et bordés par les conglomérats, les lignites et les récifs frangeants du Cénomanien. Dans les montagnes de Mauléon, des pics escarpés et de hautes falaises sont enfouis dans la couverture discordante. On peut supposer que l'ancienne chaîne devait descendre assez rapidement sous la mer, avec une surface pareille à celle de nos jours, profondément décomposée et accompagnée de conglomérats et de lignites. Un grès spécial, facilement silicifié et passant aux conglomérats et à des épanchements d'ophite avec marnes irisées, indique l'ancienne surface. Les calcaires coralligènes, très irrégulièrement déposés, ont été dérangés par des mouvements plus récents; ils varient brusquement en plongement et direction, et peuvent suivre les vallées actuelles comme des récifs frangeants. En les suivant de l'Ouest à l'Est plutôt qu'en sens contraire, l'explication de l'inconnu par le connu m'a empêché d'accepter les conséquences géométriques des erreurs des cartes. En utilisant tous les plans exacts, les théories exotiques ne m'ont pas aidé. Même à Gavarnie et aux Eaux-Chaudes, des calcaires qui paraissent horizontaux sont en réalité fortement inclinés lorsqu'on examine des coupes en travers des vallées; ils se redressent brusquement contre les anciennes falaises. Le mineur a l'habitude de chercher en travers des vallées et de se méfier des apparences en perspective. Ce qui importe, c'est de rechercher sur place la vérification des théories.

MÉTÉOROLOGIE. — *Recherches sur une nouvelle méthode de prévisions météorologiques*. Note de M. **Albert Nodon**, présentée par M. Bigourdan.

Nous poursuivons, depuis plus de dix années, des recherches sur les relations existant entre les troubles visibles de la surface solaire, les troubles électriques et magnétiques terrestres, et ceux de l'atmosphère.

L'étroite relation qui unit ces divers phénomènes nous a permis d'établir une nouvelle méthode de prévision de l'état de l'atmosphère, dans une région déterminée, telle que l'ouest de l'Europe.

Cette méthode a été appliquée avec succès par le Bureau militaire météorologique.

Elle a permis d'y faire des prévisions météorologiques très satisfaisantes, trois ou quatre jours à l'avance, qui ont grandement contribué à préciser les prévisions locales déduites des méthodes habituelles.

La nouvelle méthode semble être dès maintenant susceptible de recevoir d'utiles applications dans les observatoires météorologiques.

Les déductions que l'on peut tirer de l'étude méthodique des foyers d'activité solaire, ainsi que de celles des variations électriques et magnétiques du champ terrestre, doivent être interprétées d'une façon différente suivant les régions terrestres où elles s'appliquent.

Les actions atmosphériques dues aux centres actifs peuvent être prévues avec une précision suffisante, d'après la nature des foyers solaires, leur activité, la rapidité et l'importance de leurs transformations, leur position relative sur l'astre.

L'état relatif des centres actifs provoque toujours des effets semblables sur l'atmosphère terrestre, dans une région déterminée pendant la même saison.

L'importance des troubles électromagnétiques provoqués par certains centres actifs, tels que ceux renfermant un grand nombre de petites taches et de facules, en transformation continuelle, principalement à leur voisinage du bord ouest de l'astre, est accusée par des troubles rythmés et persistants, dans la charge électrique des couches inférieures de l'atmosphère, ainsi que par des troubles correspondants de la composante magnétique horizontale.

Les grands troubles électromagnétiques concordent toujours avec de

profondes perturbations atmosphériques, ainsi qu'avec des sismes et des éruptions volcaniques.

La formation et la disparition simultanée de taches ou de facules dans des foyers d'activité distincts, concordant avec la formation de grains d'orages, principalement pendant la durée de leur passage du bord est au méridien central, amènent un relèvement général de la température.

Lorsque ces foyers ne sont pas accompagnés d'autres centres d'activité, leur passage coïncide avec une période de beau temps, accompagnée d'un relèvement de la température.

La disparition des centres actifs amène toujours un abaissement général de la température.

Nous donnons les indications précédentes à titre d'exemples, car il existe un grand nombre d'autres déductions que l'on peut tirer de l'étude méthodique de la surface solaire, jointe à celle des actions électromagnétiques.

Les déductions que l'on peut tirer de ces observations simultanées permettent d'obtenir des prévisions précieuses sur l'état de l'atmosphère pendant les trois ou quatre jours qui les suivent.

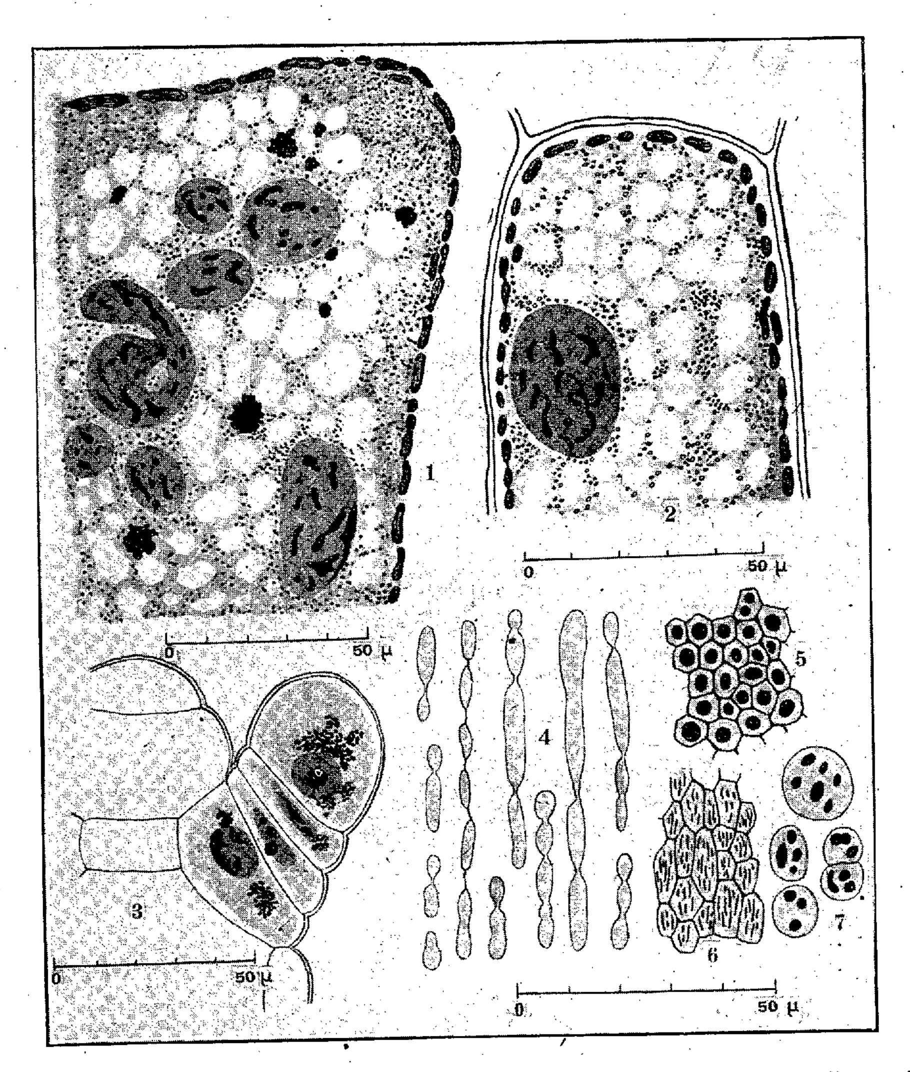
Les indications générales précédentes sont utilement complétées par celles que fournissent les observations météorologiques habituelles. L'ensemble de ces indications permet de donner une forme très précise aux prévisions à courte échéance applicables à chaque région déterminée.

Il semblerait très désirable d'organiser un service d'observations d'ensemble effectuées en même temps sur divers points du globe, permettant de centraliser ce service dans un même observatoire, où l'on pourrait tirer des déductions extrêmement utiles pour la Physique terrestre et la Météorologie.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le chondriome, les chloroplastes et les corpuscules nucléolaires du protoplasme des* Chara. Note (¹) de M. **Marcel Mirande**, présentée par M. Guignard.

Chondriome. — J'ai étudié, par le moyen des méthodes dites *mitochondriales*, la structure cytologique de quelques espèces de *Chara*, notamment du *C. fœtida* et du *C. hispida*. La méthode de Regaud, suivie de la coloration à l'hématoxyline, est celle qui convient le mieux.

(¹) Séance du 27 janvier 1919.



Chara fœtida : 1, fragment d'une jeune cellule internodale caulinaire; 2, fragment d'une cellule corticante caulinaire; 3, jeune rameau du premier verticille caulinaire; 4, chloroplastes d'une cellule internodale caulinaire; 5, couche pavimenteuse de chloroplastes avec grains d'amidon dans une foliole; 6, chloroplastes avec petits grains d'amidon dans une cellule corticante de rameau-feuille; 7, chloroplastes amylacés d'une cellule non cortiquée de la pointe d'un rameau-feuille.

Cette méthode permet de mettre en évidence un chondriome constitué par de petites mitochondries granuleuses ou sous forme de très courts bâtonnets. On les trouve dans toutes les cellules, sauf dans les cellules spermatogènes de l'anthéridie (*fig.* 1). Il n'est pas rare de trouver des mitochondries creusées d'une petite vésicule claire et qui doivent être des mitochondries en activité sécrétrice (*fig.* 2).

Chloroplastes. — On sait que dans les cellules adultes des *Chara*, le protoplasme est différencié en une couche périphérique immobile de faible épaisseur, et une couche interne, creusée d'une ou de plusieurs grandes vacuoles, et animée d'un mouvement rapide. C'est dans la couche externe immobile que sont placés les grains de chlorophylle disposés en files serrées.

L'origine des chloroplastes de ces plantes est restée jusqu'à présent inconnue. Mes observations me permettent de dire que les jeunes chloroplastes apparaissent dans les cellules initiales des points végétatifs. Dans ces cellules (*fig.* 3), on voit, autour du noyau, un amas de granulations se colorant fortement par l'hématoxyline et, d'une manière générale, par tous les colorants des nucléoles du noyau. Les plus petites de ces granulations sont de la taille des mitochondries granuleuses.

Ces granulations se différencient progressivement en même temps qu'elles émigrent vers la périphérie; dès que l'on peut discerner leurs formes, elles paraissent irrégulières, anguleuses, et dans les plus grosses on peut voir une vésicule centrale. A ce moment, on peut considérer ces corpuscules comme de jeunes chloroplastes; ceux qui sont déjà à la périphérie et même beaucoup de ceux qui n'y sont pas encore se voient, sur le vivant, colorés en jaune clair; leur vésicule est apparemment un grain d'amidon en formation, mais ne se colorant pas encore à l'iode.

Ces granulations, se colorant comme les nucléoles, ont été aperçues déjà dans certains *Chara* par Kaiser (1896), par Debski (1897, 1898), par Strasburger (1908); Debski identifie ces granulations avec les nucléoles extranucléaires de Zimmermann (1896).

Arrivés à la périphérie de la cellule, les chloroplastes verdissent, grossissent et se fragmentent avec activité, surtout dans le sens longitudinal, à mesure que la cellule s'allonge elle-même; suivant l'âge et la position de la cellule, ils se disposent en couche pavimenteuse ou en files longitudinales. Souvent des chloroplastes sont unis entre eux en chaînettes plus ou moins longues avant de se fragmenter; de bonne heure ils produisent des grains d'amidon (*fig.* 4, 5, 6, 7).

Les chloroplastes sont constitués par une substance fondamentale peu chromophile et une substance très chromophile fibrillaire (*fig.* 1, 2).

Corpuscules nucléolaires. — Dans les cellules des *Chara* se trouvent des corpuscules (*fig.* 1) se colorant comme les nucléoles et qui ont attiré l'attention minutieuse des auteurs qui ont étudié la cytologie des *Chara*. Mes observations m'amènent à l'opinion que la plupart de ces corpuscules, qui continuent à se fragmenter au sein du protoplasme cellulaire, sont réellement de nature nucléolaire et sont, en partie, expulsés par le noyau lui-même et, dans les cellules âgées, en grande partie abandonnés dans le protoplasme par des noyaux qui s'y sont fondus.

ACOUSTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Le timbre de la voix chez les sourds-muets.* Note de M. **Marage**, présentée par M. Delage.

Le timbre est la qualité qui permet de distinguer entre elles les différentes voix d'une même tessiture. Mes premières recherches sur ce sujet datent de 1898 (¹). J'ai pensé qu'il serait intéressant de les reprendre avec des procédés différents.

Il convient d'abord de bien limiter le programme de ce travail :

J'appelle *sourd-muet* un infirme qui est né complétement sourd pour tous les sons (²), ou qui l'est devenu avant l'âge de trois ans.

Tous les autres, qui sont devenus sourds plus tard, ou qui ont des restes d'audition, ne sont pas, au point de vue qui nous occupe, de véritables sourds-muets : ils ont souvent une voix se rapprochant de la normale; c'est une voix naturelle qui n'est due que pour une faible part à leurs études et aux exercices spéciaux auxquels ils ont été soumis.

Le nombre de ces faux sourds-muets, ou de ces demi-sourds, comme on les appelle parfois, est variable suivant les établissements.

Il est rare que, dans une classe de 12 élèves, il n'y en ait pas un seul; la moyenne est de 2 ou 3; il arrive qu'on en rencontre de 5 à 6, c'est-à-dire près de 50 pour 100.

Dans leur ensemble, ces différentes classes ne sont pas comparables entre elles : un professeur qui a comme élèves 50 pour 100 de demi-sourds

---

(¹) *La voix des sourds-muets* (*Bull. Acad. Méd.*).

(²) Un sourd complet est celui qui paraît incapable de distinguer les sons voyelles entre eux, et, à plus forte raison, celui qui est incapable de les reproduire.

obtiendra de plus brillants résultats, au point de vue de la parole, que celui qui n'aurait que des sourds-muets de naissance.

Ceci posé, et le programme de ce travail étant bien délimité, je vais chercher la cause du timbre de la voix des vrais sourds-muets, voix tellement spéciale que lorsqu'on l'a entendue une fois, on ne l'oublie plus.

Description. — Un sourd-muet produit une voyelle en s'appuyant sur la vieille théorie d'Helmholtz, c'est-à-dire en donnant à sa bouche une forme déterminée, et une seule, pour cette voyelle. Ceci fait, il souffle dans son résonnateur et si, en même temps, ses cordes vocales vibrent, il émet une voyelle plus ou moins bonne et plus ou moins reconnaissable.

Chez un sujet normal, il n'en est pas ainsi et l'on peut faire les cinq voyelles fondamentales avec une forme quelconque de bouche, et même en annulant complètement le résonnateur buccal.

Il n'y a donc qu'un lointain rapport entre la voix spéciale des sourds-muets et la voix naturelle, et l'on ne saurait conclure de l'une à l'autre.

Un sourd-muet fait toujours la même voyelle de la même manière : un sujet normal n'a peut-être jamais fait deux fois la même voyelle d'une façon identique.

La première cause du timbre spécial des sourds-muets est donc la forme constante et unique de la bouche pour une voyelle.

La deuxième cause est la suivante : le larynx des sourds-muets joue dans la phonation un rôle secondaire, alors que, chez le sujet normal, cet organe a un rôle prépondérant et change de forme et de position à chaque note et à chaque voyelle.

J'ai étudié ailleurs (1) l'action des muscles extra-laryngiens, je vais examiner maintenant le rôle des muscles intra-laryngiens :

Muscles extra-laryngiens. — Ils peuvent se diviser en deux groupes : le premier part du larynx; le second de l'os hyoïde.

Le *premier groupe* se compose du muscle *thyrohyoïdien*, élévateur, et de son antagoniste, le *sterno-thyroïdien*, abaisseur : si l'os hyoïde était fixe le larynx pourrait monter et descendre sous l'influence de ces deux seuls muscles, mais ces déplacements seraient assez faibles : ils sont amplifiés par les déplacements de l'os hyoïde lui-même qui se font sous l'influence d'un deuxième groupe musculaire qui part de l'os hyoïde et non du larynx.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 149, 1909, p. 936.

Le *deuxième groupe* se compose des élévateurs qui vont s'insérer à la base du crâne, à la langue et au maxillaire inférieur, tandis que leurs antagonistes, les abaisseurs, s'insèrent à la clavicule et à l'omoplate.

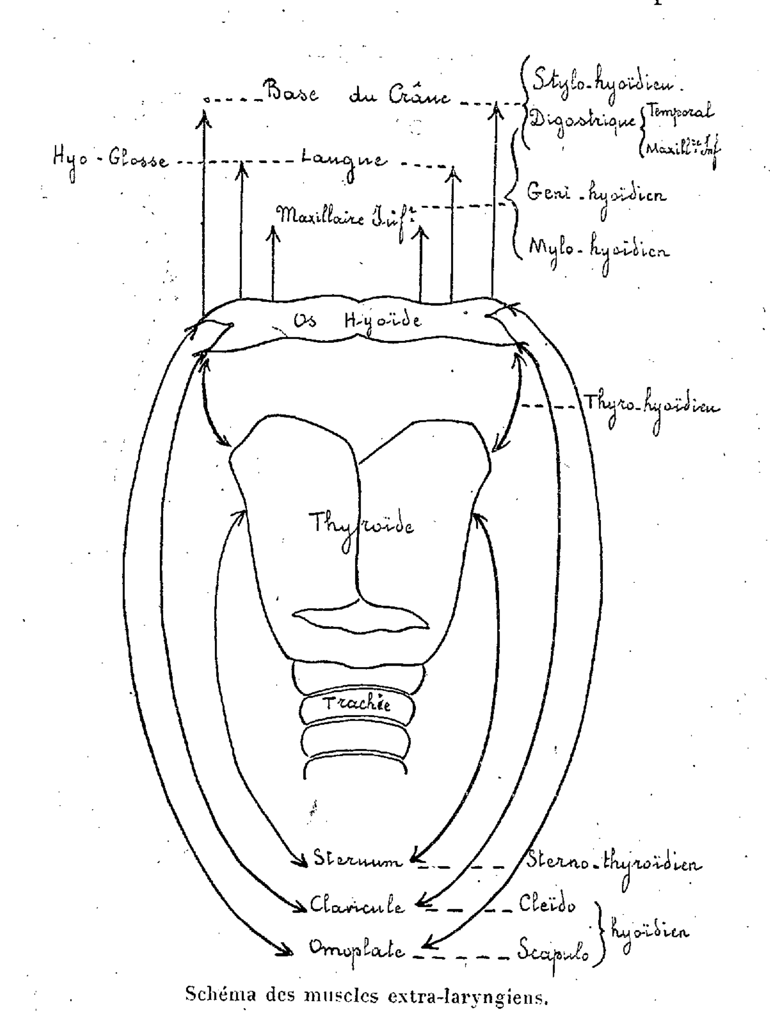


Schéma des muscles extra-laryngiens.

Tous ces points d'insertion, surtout ceux du maxillaire inférieur et de la langue, sont essentiellement mobiles : on comprend alors combien seront variées les positions que pourra prendre le larynx pendant la phonation.

La figure schématique ci-jointe montre l'ensemble de ces muscles.

Nous nous trouvons donc en présence d'un organe qui, non seulement change de forme à chaque instant sous l'influence des muscles intra-laryngiens, mais qui encore change de place sous l'influence des muscles extra-laryngiens; ces mouvements modifient complètement la forme et le volume de la colonne d'air vibrante supra-laryngienne et transforment les tracés ([1]).

Or les vrais sourds-muets ont un larynx peu mobile; ils soufflent dans leur organe comme ils souffleraient dans une trompette, et la voix qu'on leur donne est une voix tout à fait artificielle qui rappelle beaucoup plus celle d'une poupée que celle d'un être humain.

Conclusions. — Il s'ensuit que, pour modifier la voix des sourds-muets, il faut, ou bien développer leur audition ([2]) de manière à les faire passer dans la catégorie des demi-sourds, ou bien, si cela ne peut se faire, développer l'action de leurs muscles intra et extra-laryngiens. Il ne semble pas impossible d'obtenir ce résultat avec les procédés que j'ai déjà indiqués ici ([3]) et sur lesquels je crois inutile de revenir.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et quart.

É. P.

([1]) *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 155.
([2]) *Mesure et développement de l'audition.*
([3]) *Développement de l'énergie de la voix* (*Comptes rendus*, t. 145, 1907, p. 825); *Surdi-mutité de guerre* (*Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 600).

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE NOVEMBRE 1918.

La vie psychique des insectes, par L.-E. BOUVIER, membre de l'Académie des sciences. Paris, Ernest Flammarion, 1917; 1 vol. 19^{cm}.

Précis de Mécanique rationnelle, par P. APPELL, membre de l'Académie des sciences, et S. DAUTHEVILLE. Paris, Gauthier-Villars, 2e éd., 1918; 1 vol. 25^{cm}.

Cosmogonie humaine, par ÉLIE ALTA, alias G. BOUCHET. Vichy, Bouchet-Dreyfus, 1917; 1 vol. 25^{cm}.

La vie et l'œuvre de Lacépède, par LOUIS ROULE. Extrait des *Mémoires de la Société zoologique de France*, vol. XXVII, nos 1 à 4. Paris, Société zoologique de France, 1918; 1 fasc. 25^{cm}. (Présenté par M. A. Lacroix.)

École spéciale de mécaniciens et de navigation. *Cours de moteurs marins à explosion et à combustion*. Paris, École spéciale de mécaniciens et de navigation, 73, boulevard Péreire. S. d.; 1 fasc. 26^{cm}.

Instituto de Butantan. *Collectanea de Trabalhos* 1901-1917. Sao Paulo, typ. do « Diario official », 1918; 1 vol. 23^{cm}.

Comune di Milano. *Raccolta vinciana presso l'archivio storico del comune di Milano* : fasc. IX. (1913-1917). Milano, 1918; 1 vol. 20^{cm}.

Examination of men entering the Aviation Service, by CHARLES MOORE ROBERTSON. Reprinted from *The Journal of the american medical Association*, 7 septembre 1918, vol. 71, p. 813-817. Chicago, American medical Association, 1918; 1 fasc. 20^{cm}.

The potential of a lens, and allied physical problems, by G. GREENHILL. Reprinted from the *American journal of Mathematics*, vol. XXXIX, no 4, october 1917; 1 fasc. 31^{cm}. (Présenté par M. le général Sebert.)

The principal professional papers of Dr. J.-A.-L. Waddell, civil engineer, by JOHN LYLE HARRINGTON. New-York, Virgil H. Hewes, 1905; 1 vol. 24^{cm}. (Présenté par M. le général Sebert.)

De Pontibus : A pocket-book for bridge engineers, by J.-A.-L. WADDELL. New-York, John Wiley, second edition, 1908; 1 vol. 16^{cm}. (Présenté par M. le général Sebert.)

Addresses to engineering students, by WADDELL AND HARRINGTON. Kansas, Waddell

and Harrington, second edition, 1912; 1 vol. 24cm. (Présenté par M. le général Sebert.)

Bridge engineering, by J.-A.-L. Waddell; vol. 1 et 2. New-York, John Wiley, 1916; 2 vol. 23cm. (Présentés par M. le général Sebert.)

Nickel steel for bridges, by J.-A.-L. Waddell. Reprinted from *Transactions of american Society of civil engineers*, vol. LXIII, p. 101 (1909); — *The possibilities in bridge construction by the use of high-alloy steels*, by J.-A.-L. Waddell. Reprinted from *Transactions of american Society of civil engineers*, vol. LXXVIII, p. 1 (1915); 2 fasc. 23cm. (Présentés par M. le général Sebert.)

Engineering economics, by J.-A.-L. Waddell. Lawrence, University of Kansas, 1917; 1 fasc. 22cm. (Présenté par M. le général Sebert.)

The engineering profession fifty years hence, by Dr. J.-A.-L. Waddell. Reprinted from *The scientific Monthly*, vol. VI, n° 6, june 1918, and vol. VII, nos 1 and 2, july et august 1918. Lancaster, New Era printing Company, 1918; 1 fasc. 25cm. (Présenté par M. le général Sebert.)

ERRATA.

(Séance du 30 décembre 1918.)

Note de Mlle *Lucienne Dehorne*, Fausse incubation chez un Eunicien :

Page 1085 à 1088, dans toute la Note : *au lieu de* Eunicien, *lire* Néréidien; *au lieu de* Malgremi, *lire* Malgreni.

(Séance du 27 janvier 1919.)

Note de MM. *C. Delezenne* et *H. Morel*, Action catalytique des venins de serpents sur les acides nucléiques :

Page 245, ligne 8, *au lieu de* 9 pour 100, *lire* 9 pour 1000; ligne 11, *au lieu de* 1 pour 100, *lire* 1 pour 1000.

Page 246, ligne 16, *au lieu de* Borrison, *lire* Borrisow.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 FÉVRIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **PRÉSIDENT** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

J'ai le profond regret d'annoncer à l'Académie la grande perte qu'elle vient de faire dans la personne de son doyen d'âge, qui était aussi le doyen de l'Institut et de notre Section d'Économie rurale, M. **JEAN-JACQUES-THÉOPHILE SCHLŒSING**, décédé avant-hier, 8 février, à Paris.

Parmi les membres qui ont illustré notre Académie, il en est peu qui aient eu, comme lui, l'heureux privilège de conserver jusqu'à l'extrême vieillesse, la vigueur et l'activité intellectuelle de leurs jeunes années. A la veille de la guerre, qui l'a cruellement éprouvé, comme tant d'autres, sa robuste santé nous faisait encore, pour ainsi dire, oublier son grand âge, et nous admirions cette verte vieillesse qui ne connaissait pas le repos.

M. Schlœsing était né le 9 juillet 1824, à Marseille. Entré à l'Ecole polytechnique en 1841, il en sortait deux ans après dans le service des manufactures de l'État et devenait Directeur de l'École des Tabacs en 1846. Lors de la fondation de l'Institut agronomique, en 1876, il était nommé à la chaire de Chimie appliquée à l'Agriculture créée dans cet établissement. Après avoir, pendant une douzaine d'années, suppléé Boussingault au Conservatoire des Arts et Métiers, il succédait, en 1887, à l'illustre agro-

nome, dont il devait être le brillant continuateur. En 1882, il était élu à l'Académie des Sciences en remplacement de Decaisne.

Ce n'est pas le moment d'exposer ici la longue série de travaux et de découvertes qui ont valu à M. Schlœsing la notoriété et la renommée qui s'attachent à son nom. D'autres, plus qualifiés, ne manqueront pas de retracer, une à une, avec le détail nécessaire, les étapes d'une vie consacrée tout entière à la science pendant près de trois quarts de siècle. Je voudrais seulement en rappeler brièvement les grandes lignes.

Dès le début de sa carrière, M. Schlœsing comprit que l'application de la Chimie aux recherches agricoles réclamait des procédés d'investigation plus précis que ceux qu'on mettait alors en pratique pour la plupart des recherches de Chimie pure. Ces procédés ne décelaient, pour la plupart, que difficilement les matières qui, malgré leur petite quantité dans le sol, dans l'air et dans l'eau, jouent dans le monde organique un rôle prédominant.

Ce sont ces méthodes que M. Schlœsing s'est appliqué à rendre plus parfaites, de façon à pouvoir aborder quelques-uns des grands problèmes de la physique du globe, tout en ayant toujours pour principal objectif ceux qui intéressent le plus l'Agronomie.

Les procédés analytiques qu'il a imaginés pour la recherche et le dosage d'une foule de corps : potasse, ammoniaque, acides nitrique, phosphorique et chlorhydrique, acides acétique, tartrique, citrique, oxalique, malique, et tant d'autres matières, dépassent en précision et en élégance tous ceux qui étaient en usage. Toutes ces méthodes, auxquelles le nom de Schlœsing reste attaché, sont devenues classiques, tant elles sont simples et rigoureuses.

C'est du laboratoire de l'Administration Centrale des Tabacs que sont sortis la plupart des travaux de notre Confrère. Le premier date de 1846 et a trait au dosage de la nicotine dans les tabacs en feuilles et manufacturés; les résultats qu'il contient, comme ceux de plusieurs autres Mémoires sur la culture du tabac, sa composition et sa combustibilité, font encore autorité à l'heure présente.

Bientôt après, M. Schlœsing commence la série de ses belles recherches sur la terre végétale, qu'il étudie au double point de vue physique et chimique. Il arrive ainsi à des notions nouvelles sur la constitution des argiles, qui forment un élément important des terrains agricoles. Il montre, notamment, qu'une terre, lavée avec de l'eau distillée, donne un liquide trouble qui retient indéfiniment en suspension des éléments du sol d'une extrême ténuité. Ces éléments, formés par de l'argile colloïdale, peuvent être

précipités par des traces d'un sel de chaux ou de magnésie, ce qui permet d'expliquer la limpidité ou le trouble des eaux naturelles, le choix des eaux potables, la permanence de l'ameublement produit par les labours, ainsi que beaucoup d'autres faits intéressant la pratique agricole.

D'une étude spéciale relative aux conditions de solubilité du calcaire, M. Schlœsing tire ensuite des conséquences importantes et multiples concernant, non seulement l'élimination progressive de cet élément dans le sol et la nécessité de le renouveler par le chaulage et le marnage, mais aussi le transport par les eaux du carbonate de chaux, la formation des roches calcaires, la nutrition des végétaux, etc.

Il met également en évidence le rôle que remplissent, dans le développement des plantes, l'acide carbonique et l'ammoniaque qui existent dans l'air, dans le sol et dans les eaux douces ou salées. Il appelle l'attention sur ce fait, que la proportion de l'acide carbonique dans l'air est en relation directe avec la dissociation des bicarbonates contenus dans la mer. Par les échanges continuels entre l'air et l'eau, la mer concourt à maintenir la constance du taux de l'acide carbonique aérien et apparaît ainsi comme le grand régulateur de la composition de l'air atmosphérique.

La formation du nitre dans le sol est, comme on sait, un phénomène qui intéresse au plus haut point l'Agriculture. C'est surtout, en effet, à l'état de nitrates que les végétaux empruntent au sol l'azote dont ils ont besoin. La nitrification est également le fait intéressant de la purification des eaux chargées de matières organiques. On conçoit qu'une question de cette importance ne pouvait manquer d'attirer tout spécialement l'attention d'un chercheur aussi avisé que M. Schlœsing.

Après avoir établi les conditions dans lesquelles la nitrification s'effectue dans le sol aux dépens de l'ammoniaque, il fut amené, surtout par ses expériences sur l'épuration des eaux d'égout, à la découverte sensationnelle du ferment nitrique, pour l'étude duquel il s'adjoignit la collaboration de M. Müntz.

En s'inspirant des remarques faites antérieurement par Pasteur sur la propriété que possèdent beaucoup d'organismes inférieurs de transporter l'oxygène de l'air sur les matières organiques complexes, pour les transformer en corps plus simples, MM. Schlœsing et Müntz, utilisant les méthodes inaugurées par l'illustre savant dans l'étude de ces organismes, donnèrent la preuve que la nitrification est due à un ferment organisé et, par suite, à un phénomène vital. Si, plus tard, les recherches de Winogradsky ont précisé la modalité du phénomène, nos deux Confrères n'en ont pas moins eu le grand mérite de le découvrir et de le rattacher à sa véritable cause,

jusque-là méconnue. Cette découverte a permis d'expliquer la formation de ces immenses dépôts de nitrate de soude de l'Amérique du Sud, où s'est approvisionné le monde entier pour des buts, hélas ! si différents.

A tous ces travaux, il conviendrait encore d'ajouter toute une série de Mémoires consacrés à des questions diverses intéressant principalement la chimie et la physiologie des plantes. Il faudrait aussi rappeler la part importante que M. Schlœsing a prise à l'étude de plusieurs questions concernant l'Industrie proprement dite, en particulier le procédé qu'il a fait connaître avec Rolland, en 1854, pour la fabrication de la soude à l'ammoniaque, fabrication qu'il fallut abandonner par suite de circonstances défavorables et surtout à cause du monopole du sel. On sait comment, dix ans plus tard, elle est devenue florissante à l'étranger entre les mains de M. Solvay.

Mais, pour rendre plus vivante encore l'œuvre scientifique de M. Schlœsing, il faudrait en outre, suivant la remarque faite par M. Haller à l'occasion du grand prix qui a été décerné, il y a deux ans, à notre illustre Confrère par l'Académie d'Agriculture, pouvoir relater les aperçus profonds et les déductions judicieuses que toutes les données, fournies par son immense labeur, lui ont suggérés au cours de ses travaux.

Une telle œuvre assure à son auteur une place des plus éminentes parmi les savants de notre pays. Nulle part, la disparition de M. Schlœsing ne sera ressentie plus profondément que dans notre Académie, où l'on savait apprécier, tout autant que sa science, l'affabilité de son caractère, la bonté de son cœur, la droiture de son esprit et, pour tout dire en un mot, la haute valeur morale de sa personne. Il emporte l'estime, l'affection et l'admiration de tous ceux qui l'ont connu.

A son Fils, notre cher Confrère, qui a marché si brillamment sur ses traces, et qu'il a eu la joie bien méritée de voir siéger à ses côtés dans la Section d'Économie rurale, à ses autres enfants et à toute sa famille en deuil, j'adresse, au nom de l'Académie, l'expression attristée de nos regrets et le témoignage de nos profondes sympathies.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 31 janvier 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **W. Kilian**, pour occuper la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *Pierre Duhem*.

Il est donné lecture de ce Décret.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 6 février 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Pierre Viala**, pour occuper, dans la Section d'Économie rurale, la place vacante par le décès de M. *A. Müntz*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Pierre Viala** prend place parmi ses Confrères.

MINÉRALOGIE. — *Dacites et dacitoïdes, à propos des laves de la Martinique.* Note de M. **A. Lacroix**.

Dans la plupart des nomenclatures lithologiques, le terme de *dacite* est attribué aux laves dont les feldspaths dominants sont des plagioclases, accompagnés de phénocristaux de *quartz*, et c'est l'existence de ce dernier minéral qui distingue les dacites des andésites. Cependant, le calcul de la composition chimique de beaucoup de roches désignées sous cette dernière dénomination y révèle une quantité de silice libre au moins égale à celle des dacites les plus typiques; la limite entre les dacites et les andésites est donc actuellement fictive, et il n'est pas douteux que nombre de laves, regardées comme andésites, soient en réalité des types *hétéromorphes* (¹) de dacites.

La discussion de la composition chimique et minéralogique des roches volcaniques de la Martinique permet d'illustrer ces considérations. Les laves de l'éruption de la Montagne Pelée (1902-1903) sont riches en phénocristaux de plagioclases à zones inégalement basiques, et souvent très basiques, et d'hypersthène, disséminés dans un verre ou dans une pâte semi-vitreuse à microlites d'andésine, avec ou sans quartz, suivant que l'échantillon étudié a été recueilli dans l'une ou l'autre des conditions que je me suis efforcé jadis de préciser (²). D'autre part, les roches constituant les pitons du Carbet renferment non seulement des plagioclases zonés et

(¹) A. Lacroix, *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 177.

(²) *La Montagne Pelée et ses éruptions*, Paris, 1914; *La Montagne Pelée après ses éruptions*, Paris, 1908, p. 69.

de l'hypersthène, semblables à ceux des roches précédentes, mais encore de gros phénocristaux bipyramidés de quartz disséminés au milieu d'une pâte qui, suivant le point des dômes où les échantillons sont prélevés, est vitreuse, microlitique et exclusivement feldspathique ou feldspathique et quartzeuse. Toutes ces roches ont sensiblement la même composition chimique; leur teneur en silice libre oscille autour de 20 pour 100, mais par suite des conditions différentes de leur cristallisation, dans les unes cette silice libre est exprimée minéralogiquement sous forme de quartz, alors que dans les autres elle est dissimulée à l'état potentiel dans le verre. Les premières seront dénommées *dacites* par tous les lithologistes; me basant sur les idées reçues jusqu'alors, j'ai appelé autrefois les autres *andésites;* je crois nécessaire de rectifier cette nomenclature et pour la mettre en harmonie avec les principes qui me guident aujourd'hui, je propose de les désigner sous un nom spécial, celui de *dacitoïde* et en outre d'étendre ce terme à toutes les roches qui, ayant la composition chimique d'une dacite, ont leur silice libre dissimulée.

D'une façon générale, un magma dacitique pourra fournir trois types hétéromorphes d'aphanites, que je désignerai de la façon suivante : 1° une forme holocristalline, microgrenue, à quartz exprimé qui sera une *microdiorite* ou un *microgabbro* quartzique, suivant la nature de son plagioclase moyen; 2° une forme semi-cristalline, à silice libre partiellement exprimée sous forme de quartz, qui sera une *dacite*, qualifiée d'oligoclasique, d'andésitique ou de labradorique, suivant la nature de son feldspath moyen; 3° une forme semi-cristalline, à silice libre entièrement dissimulée, qui sera une *dacitoïde* oligoclasique, andésitique ou labradorique.

Ce mode de classification et de nomenclature a le grand avantage de mettre en évidence à la fois le caractère minéralogique essentiel dépendant de la composition chimique, celui qui distingue la roche des andésites et des labradorites, et le caractère structurel qui résulte des conditions de la mise en place du magma et par suite des conditions physiques de sa cristallisation. Il me semble préférable à celui proposé par M. Iddings [1], en ne tenant compte que de la composition chimique et de la composition minéralogique virtuelle qui en découle et d'après lequel ces roches sont divisées en trois groupes : *ungaïtes* (= microdiorites + dacites + dacitoïdes oligoclasiques), *shastaïtes* (= *idem,* andésitiques) et *bandaïtes* (= *idem,* labradoriques). Ce système, en effet, ne fait pas intervenir la

(1) *Igneous rocks*, t. 2, 1913, p. 106.

notion minéralogique importante de l'état de la silice libre ni celle de la structure, caractéristiques tombant sous les sens et qu'il n'est pas légitime de laisser de côté pour le diagnostic.

Je suis conduit à présenter ces considérations en reprenant l'étude chimique des laves de la Martinique. Je me suis attaché autrefois à les faire connaître, et j'ai joint à leur description minéralogique un certain nombre d'analyses (dues à un chimiste distingué). La discussion de ces analyses, qui ont été effectuées par la méthode Deville, m'a montré que cette méthode, même lorsqu'elle est appliquée avec soin, est rarement fidèle en ce qui concerne l'alumine : celle-ci est généralement dosée en trop au détriment de la chaux; des défauts moins graves, mais qui viennent augmenter encore, et dans le même sens, l'erreur faite sur l'alumine, sont à relever en ce qui concerne le titane et l'acide phosphorique; ces critiques s'adressent d'ailleurs à la plupart des analyses effectuées par la même méthode et publiées depuis 30 ans par les auteurs les plus consciencieux.

Le Tableau ci-après fournit de nouvelles analyses des divers types des roches de la Martinique effectuées par M. Raoult (R.) et des rectifications d'analyses anciennes (P′). Il est à remarquer que ces rectifications ne changent pas, dans leurs grands traits, mes conclusions antérieures basées sur des données imparfaites et ne modifient pas la place de ces différentes roches dans la classification chimico-minéralogique, mais elles font disparaître le léger excès d'alumine non feldspathisé, qui paraissait caractéristique des roches de la Martinique et que rendait suspect l'association à peu près constante de l'augite et, plus rarement, de la hornblende à l'hypersthène.

1. Dacitoïde, Morne La Croix (Montagne Pelée, lave ancienne), (R.) 'II.4.3(4).4(5);

2. Lave quartzifère de 1903, dôme de la Montagne Pelée (P′) 'II.4.3(4).4;

3. Dacitoïde à augite, hornblende, olivine, Morne Diamant (R.) II.4.'4.4;

4. Dacite, l'Alma. (P′) II.4.(3)4.4;

5. Dacitoïde à augite et hypersthène, Chateaubriand, (P′), II.4′.(3)4.4′;

6. Dacite à olivine, Pointe Burgos (R.) II(III).4.4.4′;

7. Enclave microgabbroïque dans 3. (R.) III.(4)(5).4.4′;

8. Basalte doléritique, Ilot des Ramiers (P′) III.5.4.(4.)5.

	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
SiO^2	62,58	62,90	60,28	60,12	56,38	56,48	50,10	47,36
Al^2O^3	15,73	17,20	16,47	17,02	17,25	14,25	11,77	14,49
Fe^2O^3	4,53	1,28	3,13	1,35	3,90	4,86	6,78	4,30
FeO	2,54	4,30	2,71	4,19	3,30	2,83	3,95	5,31
MgO	1,71	2,52	3,63	2,16	4,08	5,97	8,39	13,18
CaO	7,06	6,76	9,04	8,86	9,90	11,08	13,58	12,34
Na^2O	3,34	3,18	2,66	2,78	2,98	2,25	1,78	1,65
K^2O	0,83	1,32	0,79	1,14	0,87	0,64	0,65	0,30
TiO^2	0,89	0,33	0,84	0,96	1,22	0,92	0,82	1,30
P^2O^5	0,56	0,14	0,13	0,23	0,24	0,11	0,38	0,19
H^2O	{ 0,07 / 0,07 }	0,25	{ 0,14 / 0,57 }	1,80	0,37	{ 0,17 / 0,73 }	{ 0,70 / 1,11 }	0,25
	99,91	100,18	100,39	100,61	100,49	100,29	100,01	100,67
An p. 100	48	51	57	56	55	59	60	69
SiO^2 libre	25,3	19,2	19,1	17,9	11,3	15,2	5,9	

Les analyses 1 à 5 montrent que ces roches forment une série continue de dacites et de dacitoïdes dont le plagioclase moyen dépasse généralement le labrador à 50 pour 100 d'anorthite qui sert de limite aux séries andésitique et labradorique; ces analyses sont ordonnées en fonction de leur teneur décroissante en silice libre et de leur teneur croissante en minéraux ferromagnésiens. Par son pourcentage en silice libre, la roche n° 5 est à la limite des *labradorites*.

J'ai appelé autrefois la roche de la Pointe Burgos « basalte à quartz » à cause de l'association de phénocristaux d'olivine et de quartz; cette association, qui a paru paradoxale dans les roches américaines où elle a été rencontrée tout d'abord, est en réalité assez fréquente, et plus fréquente encore est l'existence de l'olivine dans beaucoup de dacitoïdes, même assez éloignées de la limite ([1]) des andésites et des labradorites. La roche 7 est une enclave homœogène de la dacite leucocrate n° 4; elle représente une forme holocristalline microgrenue de la dacite à olivine de la Pointe Burgos.

Parmi les centres volcaniques français, il se trouve des laves d'âge varié offrant une grande analogie de composition avec celles de la Martinique. Ce sont tout d'abord les dacitoïdes à hypersthène (carbonifères) très vitreuses

---

([1]) Cette limite est fournie par le rapport $\frac{\text{silice libre}}{\text{feldspaths}} = \frac{1}{7}$.

des environs de Figeac (Lot), dans lesquelles il existe deux types correspondant, au point de vue chimique, aux termes extrêmes de la série de la Martinique; le moins riche en silice contient des phénocristaux d'olivine et beaucoup plus d'hypersthène que d'augite. Il faut y rapporter en outre les laves des conglomérats miocènes des environs d'Antibes, qui sont des dacitoïdes, et enfin le célèbre « porphyre bleu de l'Esterel » (*esterellite* de Michel-Lévy) qui établit le passage des dacites aux microdiorites et peut être comparé aux dacites du Carbet.

Analyses (par M. Raoult). — 1. Dacitoïde à hypersthène. Planioles, près Figeac. 'II.4.3'.4;

2. Dacite à hornblende passant à la microdiorite (voisine du microgabbro quartzique). Boulouris (Var). (I) II.4.3'.4;

3. Dacitoïde à augite, hypersthène et hornblende. Port du Crotton, près Antibes. II.4.(3)4.4;

4. Dacitoïde à olivine et enstatite [1]. Planioles. II'.4'.'4.4.

	1.	2.	3.	4.
SiO^2	60,40	61,94	57,16	56,66
Al^2O^3	16,20	17,81	17,00	15,30
Fe^2O^3	1,00	2,06	5,71	1,85
FeO	4,50	2,26	1,80	4,50
MgO	2,30	2,30	2,08	7,63
CaO	6,50	6,62	9,16	7,20
Na^2O	3,24	3,69	2,92	2,30
K^2O	1,74	1,28	1,19	1,36
TiO^2	1,30	0,90	1,60	1,40
P^2O^5	0,08	0,18	0,19	0,09
H^2O {	0,70	0,14	0,71	0,17
	2,24	0,81	0,80	1,93
	100,20	100,22 [2]	100,32	100,39
An pour 100	48	47	56	58
SiO^2 libre	17,3	18,7	16,4	11,3

Il existe aussi dans le massif du Cantal quelques roches dacitiques, très

[1] Cette roche a été signalée autrefois par M. A. Michel-Lévy, sous le nom de *mélaphyre à enstatite*.

[2] Y compris CO^2, 0,23.

vitreuses, qui, dans cette nouvelle nomenclature, sont des dacitoïdes; mais elles sont moins calciques que celles étudiées ci-contre, elles appartiennent à la série andésitique et, par leur richesse en potasse ([1]), sont apparentées avec les dellénites.

ÉLECTRICITÉ MÉDICALE. — *De la reconstitution de muscles isolés ou de groupes musculaires par la faradisation rythmée intensive.* Note de M. **J. Bergonié**.

Les blessures de guerre et leurs suites ont causé de telles insuffisances musculaires qu'on peut affirmer qu'il n'y a pas un seul blessé chez lequel des muscles ou des groupes musculaires ne soient à reconstituer.

Pour ce faire, le meilleur moyen est, comme je l'ai indiqué ([2]), le travail utile continu, *tout le jour et tous les jours*, soit professionnel, soit mieux agricole, à la condition que les mouvements effectués, constitutifs de ce travail, mettent bien en jeu les muscles à reconstituer et cela, les actes volontaires étant insuffisants comme répétition et durée, par le moyen de centres circonscrits médullaires, siège des localisations fonctionnelles de ce travail, créés antérieurement au traumatisme.

Cela n'est pas toujours possible, soit par le fait de l'insuffisance de l'innervation locale musculaire, ou de la résistance sur les voies motrices, rarement parcourues depuis la blessure, ou encore de la fatigue nerveuse rapide, les centres fonctionnels médullaires n'existant pas. Enfin, les leviers osseux peuvent être insuffisamment consolidés, les articulations incorrectes mécaniquement ou douloureuses, la saison défavorable, etc.

Ce sont ces impossibilités ou difficultés que la faradisation rythmée intensive vient lever; elle rend possible pour les blessés un développement musculaire en un temps plus court ou comparable à celui nécessité par le plus efficace exercice volontaire. L'innervation s'harmonise ensuite anatomiquement et physiologiquement par la vie commune.

J'ai défini ce qu'est la faradisation rythmée alternée. Au point de vue électrique, elle utilise des ondes aiguës induites, à tracé oscillographique

---

([1]) J'en ai donné la description (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 406).

([2]) *De la supériorité du travail agricole médicalement prescrit et surveillé sur la thérapeutique physique des hôpitaux, dans le traitement des séquelles de blessures de guerre* (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 567).

pur, de fréquence juste tétanisante (50 à 55 par seconde), provenant soit d'une bobine à trembleur bien réglé, sans étincelle, soit d'une machine à ondes aiguës spéciale. Ces ondes, dont la pointe atteint 12 à 14 volts au maximum, forment, au nombre de 15 environ, des trains qu'un métronome distribue en les inversant et en intercalant entre chacun d'eux des silences qui égalisent les périodes alternées de repos et de travail du muscle actionné ([1]).

L'application se fait sur la plus large surface possible, au moyen d'électrodes recouvrant toute la région musculaire à reconstituer. Leur écartement et leurs positions relatives sont choisis de manière à réaliser au mieux l'excitation *longitudinale*. De cette manière, si l'on diminue le plus possible, par les procédés ordinaires, la résistance de la peau, on arrive à une haute intensité du courant excitateur, qui actionne très énergiquement le muscle, sans causer la moindre sensation désagréable.

Après une longue expérimentation, les résultats sont les suivants :

Aucune fatigue nerveuse; cette gymnastique — *ergothérapie passive* — est, la plus grande partie du temps de son application, inconsciente; pas de fatigue musculaire; augmentation considérable et rapide du volume des muscles ainsi traités; en particulier, réfection des parois abdominales; cicatrices décollées et assouplies; circulation locale considérablement activée; œdèmes résorbés; et indirectement : retour des fonctions motrices et diminution rapide ou disparition des impotences, état général très amélioré.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *Leclainche*, élu Membre de la Section.

([1]) Voir détail et graphiques de cette technique in *L'exercice électriquement provoqué ou « ergothérapie passive » dans les maladies par ralentissement de la nutrition (obésité, rhumatisme, diabète, etc.)* (*Archives d'Électricité médicale*, n° 369, 10 novembre 1913, p. 401).

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 39,

M. Jean Effront	obtient.........	38 suffrages
M. Lucien Fabre	»	1 suffrage

M. **Jean Effront**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

RÉSISTANCE DES MATÉRIAUX. — *Sur la résistance dynamique de l'acier.* Note [1] de M. **Louis Roy**, présentée par M. Boussinesq.

Une Note récente de M. Ch. Frémont [2] nous engage à présenter à l'Académie quelques résultats théoriques et expérimentaux, que nous avons récemment obtenus, sur la question encore si obscure de la résistance dynamique de l'acier.

On sait que la balle de fusil de guerre est le résultat de trois matriçages successifs effectués sur un tronçon de fil de laiton. Les machines affectées à ces opérations, dans les cartoucheries, comprennent une petite tige en acier dur trempé, appelée *poinçon*, dont une extrémité A refoule, une fois par tour, le produit dans les matrices, tandis que l'autre O s'appuie sur une pièce massive appelée *contre-poinçon*. Abstraction faite d'une translation d'ensemble, qui n'intervient pas en élasticité, on peut donc considérer la base O comme fixe et l'autre A soumise, à chaque instant t, à une certaine pression $f(t)$ dirigée parallèlement à l'axe du poinçon et périodique de période T égale à la durée d'un tour de la machine.

Si cette pression $f(t)$ était lentement variable, la pression interne P du poinçon, en tout point d'abscisse x comptée à partir de O suivant son axe, serait sensiblement uniforme et égale à $f(t)$; mais il est loin d'en être ainsi. En effet, tant que le poinçon n'est pas venu au contact du métal qu'il est chargé de refouler, on a $f(t) = 0$; mais, dès que ce contact se produit,

---

(1) Séance du 3 février 1919.

(2) Ch. Frémont, *Sur la rupture prématurée des pièces d'acier soumises à des efforts répétés* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 54).

$f(t)$ passe, pendant un temps extrêmement court, de zéro à une valeur qui reste vraisemblablement très grande pendant toute la durée τ du matriçage, pour retomber brusquement à zéro dès que ce matriçage est terminé. Comme enfin T n'est que de l'ordre de 0,7 seconde avec les vitesses actuellement employées, le poinçon est manifestement en état de mouvement vibratoire permanent; dès lors, il y a lieu de se demander quelle est la loi effective de variation de P en fonction des deux variables indépendantes x et t.

La recherche de cette loi ne présente aucune difficulté en partant des équations bien connues du mouvement longitudinal des tiges élastiques. En désignant par l la longueur du poinçon, il s'agit de déterminer P dans la région R du plan xOt des deux variables x, t définie par les inégalités $0 \leqq x \leqq l$, $t \geqq 0$. Soit a la vitesse du son le long du poinçon : si l'on mène par les points d'ordonnées $(2n+1)\frac{l}{a}$ de l'axe Ot des droites de coefficients angulaires $\pm\frac{1}{a}$, R se trouve partagée en triangles. On reconnaît alors que P a une expression analytique variable avec le triangle considéré; cela tient à ce fait qu'à l'instant initial, une onde se détache de la base A, se propage de A vers O avec la vitesse a, se réfléchit en O, puis revient en arrière se réfléchir en A et ainsi de suite. Soient 1, 2, ... les numéros d'ordre successifs des triangles comptés à partir de l'axe Ox : dans le triangle $2n^{\text{ième}}$, on trouve

$$P = (-1)^{n+1} f\left[t + \frac{x-(2n-1)l}{a}\right] + (-1)^n f\left[t + \frac{x-(2n-3)l}{a}\right] + \ldots + f\left(t + \frac{x-l}{a}\right)$$
$$+ (-1)^n f\left[t - \frac{x+(2n-3)l}{a}\right] + \ldots + f\left(t - \frac{x+l}{a}\right);$$

et, dans le triangle $2n+1^{\text{ième}}$, la même expression complétée par le terme

$$(-1)^{n+1} f\left[t - \frac{x+(2n-1)l}{a}\right].$$

Nous ne connaissons pas la fonction $f(t)$, mais seulement sa valeur moyenne ϖ pendant la durée τ du matriçage, valeur que nous avons pu déterminer expérimentalement à la Nouvelle Cartoucherie de Toulouse, dans la première opération dite de l'*ogivage;* supposons donc qu'on ait, pendant chaque période T :

$$\text{pour } 0 \leqq t \leqq \tau, \quad f(t) = \varpi; \qquad \text{pour } \tau < t < T, \quad f(t) = 0.$$

Comme, dans les machines à ogiver, la quantité $\frac{l}{a}$ vaut $1,04.10^{-5}$ secondes et que τ est de l'ordre de 0,1 T, c'est-à-dire de l'ordre de 0,07 seconde, le rapport $\tau : \frac{l}{a}$ est de l'ordre de 6700. Il en résulte qu'à partir de l'instant initial, les formules ci-dessus, où l'on fait $f(t) = \varpi$, sont valables dans les 6700 premiers triangles de la région R, ce qui correspond à 6700 réflexions successives de l'onde pendant le premier matriçage; ces formules donnent ainsi $P = \varpi$ dans le triangle $2n$ et $P = 0$ ou 2ϖ dans le triangle $2n+1$, suivant que n est pair ou impair.

A l'instant τ, une nouvelle onde se détache de la base A et conduit à tracer dans la région R un nouveau réseau de droites qui se superpose au premier. Supposons tout d'abord qu'on ait $\tau = 2p\frac{l}{a}$: si p est pair, on a $P = 0$ dans les triangles qui suivent celui de rang $2p$; si p est impair, P a pour valeurs successives dans ces mêmes triangles,

$$2\varpi, \quad 0, \quad -2\varpi, \quad 0, \quad 2\varpi, \quad 0, \quad \ldots,$$

les signes — de cette série indiquant des tensions. Ainsi, à la fin de chaque matriçage, le poinçon est alternativement tendu et comprimé. Dans le cas général où p n'est pas multiple de $\frac{l}{a}$, P prend en outre les valeurs ϖ et $-\varpi$. Au temps T, on peut admettre que l'amortissement, dont nous n'avons pas tenu compte, a éteint les oscillations, de sorte que les mêmes phénomènes recommencent.

En définitive, à la pression ϖ exercée d'une manière discontinue sur la base A du poinçon correspond une pression interne P, qui est, en chaque point, périodique par rapport au temps, de fréquence $\frac{a}{4l}$, et qui oscille entre les limites $\pm 2\varpi$.

Dans les machines à ogiver, où $\frac{a}{4l} = 24400$, nous avons trouvé expérimentalement que ϖ atteint 45^{kg} par millimètre carré en fonctionnement normal; nous en concluons que les poinçons de ces machines sont capables de résister à des pressions alternatives de fréquence 24400 et oscillant entre des limites de l'ordre de $\pm 90^{\text{kg}}$ par millimètre carré.

La charge de rupture statique par traction de ces poinçons n'a pu être déterminée; nous savons seulement qu'avant la trempe elle était de 75^{kg} par millimètre carré. Pour nous rendre compte de la fatigue éprouvée par

les poinçons à la suite d'un service prolongé, nous avons prié MM. Cellerier et Sabatié de vouloir bien déterminer, au Laboratoire d'essais du Conservatoire national des Arts et Métiers, les charges limite d'élasticité et de rupture par compression d'un certain nombre de poinçons neufs et usagés : leurs essais indiquent un léger accroissement de ces charges quand on passe des poinçons neufs aux poinçons usagés; en aucun cas, la résistance du métal ne paraît avoir été réduite par l'usage.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'oxydation du bioxyde d'azote par l'air sec.* Note (¹) de M. **André Sanfourche**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La réaction entre l'air et le bioxyde d'azote s'accomplit en deux stades de vitesses très différentes : le premier, extrêmement bref, correspond à la formation de l'anhydride azoteux N^2O^3, tandis que le second, plus long, aboutit au peroxyde N^2O^4. Dans une Note antérieure, publiée en collaboration avec M. P. Jolibois (²), nous avons étudié ces deux réactions à la température ordinaire, et établi que leur vitesse n'était pas sensiblement influencée par la variation de la proportion d'air. Le présent travail a pour but d'étudier l'influence des températures comprises entre $-50°$ et $525°$ sur cette même vitesse.

L'appareil utilisé pour cette étude diffère de celui précédemment décrit en ce que sa partie essentielle est constituée par un système de deux tubes concentriques, le bioxyde d'azote étant amené par le tube intérieur, l'air par l'espace annulaire, tous deux après passage sur une colonne de chlorure de calcium. Le tube intérieur coulisse dans son bouchon, l'espace libre dans le tube extérieur après rencontre et combinaison des deux gaz peut donc varier de 0 à 1^l, suivant que le débouché du tube intérieur confine à la sortie du système, ou en est éloigné au maximum. Le temps de contact variera dans le même sens, depuis une fraction de seconde si les gaz sont absorbés aussitôt après leur mélange, jusqu'à plusieurs minutes s'ils doivent cheminer dans toute la longueur du gros tube.

Le système peut être soit refroidi par des agents appropriés (eau, glace, mélanges réfrigérants), soit chauffé au moyen d'une résistance qui l'entoure et parcourue par un courant électrique. La température est indiquée par un thermomètre ou une pince thermo-électrique, placés dans l'axe du tube, près de la sortie.

(¹) Séance du 3 février 1919.

(²) P. Jolibois et A. Sanfourche, *Sur la constitution des vapeurs nitreuses* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 235).

Les composés nitrés formés sont absorbés par l'acide sulfurique concentré, qui est ensuite analysé suivant la méthode indiquée dans la Note citée. Un tube à permanganate placé après le tube absorbeur permettrait de se rendre compte si du bioxyde d'azote a échappé à la réaction.

Les proportions d'air et de bioxyde d'azote étaient constamment celles correspondant à la formation du peroxyde d'azote, soit 1^{vol} NO pour $2^{vol},5$ d'air; le débit était généralement de $0^{l},1$ NO et $0^{l},25$ d'air par minute, chaque expérience durant 10 minutes, de manière à porter sur 1^{l} de bioxyde d'azote; dans ce même but, lorsque pour obtenir un contact plus prolongé, le débit des gaz était réduit à la moitié ou au quart, la durée de l'expérience était augmentée dans les mêmes proportions.

Le volume total passant dans l'appareil par minute et permettant de calculer la durée de contact, subit trois corrections : 1° celle qu'exige la contraction due à la réaction, variable avec les proportions de N^2O^3 et de NO^2 formés; 2° celle due à la dissociation $N^2O^4 \rightleftharpoons 2\,NO^2$, variable avec la température, et qui devient nulle au-dessus de 150°; 3° celle provenant de la dilatation des gaz suivant la température de l'appareil, d'ordinaire beaucoup plus importante que les deux premières.

Les durées de contact supérieures à 5 minutes, étudiées entre 0° et 100° auraient été difficiles à réaliser avec l'appareil ci-dessus, qui aurait alors nécessité des vitesses de gaz trop faibles, nuisant à l'exactitude des mesures. Il était remplacé par un ballon de 1^{l}, à l'intérieur duquel les gaz étaient mélangés par affusion du bioxyde d'azote dans l'air qui le remplissait préalablement

Les Tableaux suivants indiquent, en fonction du temps, la proportion de bioxyde d'azote transformé en peroxyde; le complément à 100 donne la proportion transformée en anhydride azoteux, car nous avons constaté qu'aucune fraction de bioxyde d'azote n'échappe à l'oxydation. Pour les températures comprises entre 0° et 100°, la durée de contact a été prolongée jusqu'à la transformation totale en peroxyde.

0°.		35°.		75°.		100°.		150°.	
sec	pour 100	s	pour 100	s	pour 100	s	pour 100	s	pour 100
1	10,5	3	23,4	1	4,7	1	2,2	4,5	0
6,5	41,2	12	47,3	9	30	6	12,9	8	3,5
13	53,2	23	58,0	18	44	10	24,4	13	18,0
26	64,8	58	76,5	44	66,1	18	40,0	36	43,0
63	80,1	118	88,6	90	79,6	41	57,4	70	60,8
135	93,2	190	94,0	167	88,4	80	73,2	138	79,5
240	97,2	10^{min}	99	334	91,9	160	84,1	276	86,7
10^{min}	100	20	100	10^{min}	96,1	320	88,8	»	»
20	99,5	»	»	20	98,8	10^{min}	95,1	»	»
»	»	»	»	»	»	20	96,9	»	»
»	»	»	»	»	»	30	100	»	»

200°.		280°.		340°.		400°.		450°.	
s	pour 100	s	pour 100	s	pour 100	s	pour 100	s	pour 100
4	0	6	0	12	0	30	0	75	0
7	0	12	0	25	1,0	60	0	128	7,4
13,5	15,9	19	11,0	40	25,6	70	3,8	200	12,5
32	34,0	28	19,4	90	42,5	84	7,4	300	13,4
63	55,3	54	38,2	180	51,5	165	25,7	»	»
123	73,6	110	60,0	360	52,3	330	28,7	»	»
241	84,6	156	68,4	»	»	»	»	»	»
482	89,9	172	69,2	»	»	»	»	»	»
»	»	210	71,5	»	»	»	»	»	»
»	»	420	83,7	»	»	»	»	»	»

A 525° enfin, après 200 secondes de contact, il n'y a que 0,8 pour 100 de peroxyde d'azote formé, proportion qui n'est guère supérieure aux erreurs d'expérience; il semble donc que l'on atteigne vers cette température la limite de la formation du peroxyde d'azote.

Des essais ont été aussi effectués à basse température, d'abord à $-25°$, puis vers $-50°$. A ces deux températures, lorsque l'air est en proportion suffisante, les parois du tube se recouvrent immédiatement de cristaux blancs que l'analyse montre constitués par du peroxyde d'azote. Si le bioxyde d'azote est en excès, au contraire, c'est l'anhydride azoteux qui prend naissance sous forme d'un liquide bleu foncé, reproduisant aussitôt les cristaux de peroxyde d'azote sous l'action d'un afflux d'air supplémentaire.

Aux basses températures, la formation du peroxyde d'azote est donc très rapide.

Les chiffres ci-dessus montrent en somme que si la température ne semble pas, dans les limites examinées, avoir d'influence sur la vitesse très grande de la réaction $2NO + O^2 = 2N^2O^3$, intégrale dans une fraction de seconde, en revanche elle modifie profondément l'allure de la réaction $2N^2O^3 + O^2 = 2N^2O^4$ (ou $4NO^2$). Celle-ci également très rapide audessous de 0°, demeure complète jusque vers 200°, mais en exigeant un temps de plus en plus long; cette différence d'allure pourrait être en corrélation avec la dissociation N^2O^4.

Au delà de 200°, il tend à s'établir un équilibre :

$$2N^2O^3 + O^2 \rightleftharpoons 4NO^2$$

d'après lequel la proportion de peroxyde d'azote devient plus faible à

mesure que la température s'élève, jusqu'à ce que, vers 600°, il soit complètement dissocié.

Conclusions. — 1° A toutes les températures auxquelles nous avons opéré (— 50° à 600° environ) le bioxyde d'azote est intégralement oxydé par l'air sec avec une très grande rapidité;

2° Le premier stade de l'oxydation amène à l'anhydride azoteux, dont la durée de formation est de l'ordre d'une fraction de seconde;

3° Cette durée ne paraît pas influencée par la température entre les limites indiquées ci-dessus;

4° L'oxydation de l'anhydride azoteux en peroxyde d'azote est régie par la réaction réversible

$$2N^2O^3 + O^2 \rightleftharpoons 4NO^2 \text{ (ou } 2N^2O^4\text{)}.$$

dans laquelle le déplacement de l'équilibre a lieu dans le sens de droite à gauche à mesure que la température s'élève de 200° à 600°.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur les migrations à l'époque néogène des* Hipparion, *des Hippotraginés et des Tragélaphinés.* Note (¹) de M. L. **Joleaud**, présentée par M. Émile Haug.

J'ai montré que le genre *Hipparion* avait dû venir de la Floride, en Europe et en Afrique, par une ligne de terres émergées s'étendant des Antilles à l'Espagne et au Maroc (²). Cette migration précéda de peu le Miocène supérieur, car *Hipparion* n'apparaît, dans la vallée du Rhône, par exemple, qu'au sommet de la mollasse de Saint-Fons, c'est-à-dire dans le Tortonien le plus élevé.

Au Pontien vivaient, dans l'Ouest des États-Unis, des *Hipparion* de types assez différents de ceux de Floride. Ils ont été réunis par Osborn (³) en deux groupes qui me paraissent hétérogènes. Dans l'un, les formes les plus grandes (*H. occidentale* Leidy, *H. affine* Leidy, *H. Whitneyi* Gidley, *H. Gidleyi* Merriam) dateraient du Pontien inférieur, les formes moyennes (*H. mohavense* Merriam), du Pontien

(¹) Séance du 3 février 1919.

(²) L. Joleaud, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 177.

(³) *Mem. Amer. Mus. Nat. Hist.*, new ser., vol. 2, part 1, 1918, p. 175.

supérieur, et les plus petites (*H. molle* Merriam, *H. Saincleri* Wortman), du Pliocène. Dans l'autre, *H. gratum* Leidy, espèce pontique, est plus grande que *H. montezuma* Leidy et *H. peninsulatum* Cope, espèces pliocènes. Je verrais volontiers, avec M. Merriam (¹), dans *H. mohavense* et *H. gratum*, des espèces assez affines des types de l'Amérique orientale.

Le plus petit *Hipparion* de la Floride, *H. minor* Sellards, est en même temps celui qui présente la taille la plus faible de tout le genre. Il est peut-être un descendant assez direct de l'ancêtre des *Hipparion* de l'Amérique orientale et de l'Ancien Monde. *Ce groupe d'Équidés se serait donc différencié en Floride, puis aurait gagné l'Ancien Continent, d'une part, les Grandes Plaines et la Californie, d'autre part.*

Une migration synchronique, mais de sens inverse, s'est produite par la même voie. Une Antilope d'origine africaine, *Neotragocerus* (²), a envahi les Grandes Plaines au Pontien supérieur. Elle était apparentée aux Tragocérinés du Miocène supérieur et aux Hippotraginés, sous-famille aujourd'hui localisée en Afrique.

Je pense que *Neotragocerus* est surtout voisin des Hippotraginés. En effet, la forme droite, la section assez régulièrement elliptique et à grand axe antéro-postérieur du noyau osseux de ses cornes l'éloignent des Tragocérinés pour le rapprocher des Hippotraginés. Il confine à *Palæoryx Stützeli* Schlosser du Pontien de Samos, dont les cornes avaient les mêmes diamètres de base. Si *Palæoryx* a des cornes courbées, d'autres types de la même sans-famille, comme *Oryx beisa* Rüpp., ont des cornes droites, à section comparable à celles de *Neotragocerus*.

Tandis que les Tragocérinés sont abondamment représentés dans le Miocène supérieur de l'Europe et de toute l'Asie, les Hippotraginés font défaut en Chine et ne comptent que deux formes dans le Pontien de l'Inde.

Surtout commun en Grèce, le genre *Palæoryx* y présente deux types de faible taille, *P. parvidens* Gaudry et *P. Stützeli*. En Arabie vit aujourd'hui le plus petit *Oryx*, *O. beatrix* Gray, qui est intermédiaire entre les groupes actuels de l'*O. leucoryx* et de l'*O. beisa*. L'*Oryx* d'Arabie était probablement assez voisin du type ancestral du genre. Il semble donc que le pays d'origine de *Palæoryx* et d'*Oryx* ait été situé vers les confins de l'Europe, de l'Asie et de l'Afrique.

(¹) *Univ. Cal. Publ. Dept. Geol.*, vol. 7, nº 23, 1913, p. 436, et vol. 10, nº 8, 1916, p. 118.

(²) MATTHEW and COOK, *Bull. Amer. Mus. Nat. Hist.*, t. 26, nº 27, 1909, p. 413.

De là ce type a dû étendre de bonne heure son aire de dispersion jusqu'à l'Atlantique. Comme je l'ai montré ([1]), l'*Oryx* vit encore en Mauritanie (Rio de Oro, Saguiet el Hamra) et dans l'Extrême-Sud marocain (oued Noun); il habitait le Maroc septentrional (Taza) au Quaternaire et l'Algérie déjà au Pliocène récent.

C'est donc *par les terres émergées de l'Atlantique central que des Hippotraginés, apparentés à Palæoryx et à Oryx, paraissent avoir envahi l'Amérique au Pontien, et non par le détroit de Behring et l'Asie, comme en a émis l'hypothèse Osborn* ([2]).

Je crois qu'il en a été de même d'une autre Antilope américaine, *Ilingoceros*, découverte dans le Pliocène inférieur des Grandes Plaines.

Osborn ([3]), qui insiste sur ses analogies avec *Strepsiceros*, place *Ilingoceros* dans la sous-famille des Tragélaphinés. Les figures des cornes de cet animal données par Merriam ([4]) indiquent que la carène y décrivait seule une spire et non l'axe de la corne, comme dans *Strepsiceros*. *Ilingoceros* me paraît donc s'éloigner des Tragélaphinés africano-asiatiques (*Strepsiceros*) et se rapprocher des Tragélaphinés exclusivement africains (*Tragelaphus*, *Oreas*) et pontiens (*Palæoreas*). Je rappellerai que *Palæoreas* a été indiqué par Ph. Thomas dans le Pliocène supérieur d'Algérie et *Oreas* dans le Quaternaire de la même contrée.

Ainsi les Tragélaphinés auraient, un peu après les Hippotraginés, suivi le même chemin que les Hipparion. D'autre part, on a trouvé dans le Pliocène ancien d'Angleterre, un Procyonidé, *Paradilurus*, d'origine nord-américaine ([5]), qui a peut-être aussi emprunté la voie des terres atlantiques. *La liaison continentale*, plus ou moins discontinue et intermittente, *de l'Afrique, de l'Europe et de l'Amérique, qui s'était établie à la fin du Tortonien, semble donc avoir subsisté jusqu'au début du Pliocène.*

([1]) L. Joleaud, *Bull. Soc. Géogr. Archéol. Oran*, t. 38, 1918, p. 57 et suiv.
([2]) *The Age of Mammals*, 1910, p. 337 et fig. 156.
([3]) *Ibid.*, p. 554.
([4]) *Univ. Cal. Publ. Dept. Geol.*, t. 6, n° 11, 1911, p. 293, 300, fig. 73, 78-80.
([5]) C. Depéret, *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 1120.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les brises de terre et de mer à Bayonne.* Note de M. **Rouch.**

Les observations météorologiques très complètes faites pendant l'année 1918 au Centre d'Aviation maritime de Bayonne permettent de déterminer avec précision la rotation diurne du vent au fond du golfe de Gascogne.

Le caractère principal de cette rotation est l'alternance de la brise de terre et de la brise de mer, qui se manifeste en toutes saisons, mais qui est particulièrement marquée en été et par un beau temps.

Pour mettre le phénomène nettement en évidence, nous considérerons le vent réellement observé à une heure donnée comme la résultante de deux effets :

1° Le vent moyen de la saison; 2° un vent horaire. Connaissant le vent réellement observé à chaque heure de la journée, il est facile de calculer le vent moyen de la saison et le vent horaire, qui est la diagonale du parallélogramme construit sur le vent moyen et sur le vent observé.

Ce procédé a déjà été employé par divers auteurs pour étudier les vents saisonniers ou la variation diurne de la direction du vent.

La brise de terre et la brise de mer par beau temps à Bayonne. — Dans la série des observations de Bayonne, nous avons considéré à part tous les jours de très beau temps de l'été 1918. Par jour de très beau temps, nous entendons tous les jours où la nébulosité n'a pas dépassé la valeur 4 à aucun moment de la journée. Nous avons disposé ainsi de 31 jours d'observations horaires, comprenant la direction du vent suivant 16 directions de la rose, et la vitesse en mètres à la seconde mesurée à l'anémomètre Richard.

Les composantes horaires du vent, calculées comme il vient d'être indiqué et exprimées en degrés et en mètres à la seconde, sont données par le Tableau suivant :

1h.	2h.	3h.	4h.	5h.	6h.	7h.	8h.	9h.	10h.	11h.	12h.
S13E	S22E	S25E	S26E	S27E	S29E	S27E	S24E	S17E	S4E	N66E	N13E
1m,2	1m,7	1m,8	1m,7	1m,7	1m,9	1m,8	1m.5	1m,2	0m,7	0m,2	0m,5
13h.	14h.	15h.	16h.	17h.	18h.	19h.	20h.	21h.	22h.	23h.	24h.
N7W	N12W	N8W	N11W	N19W	N22W	N36W	S80W	S78W	S69W	S50W	S44W
1m,4	2m,3	2m,9	3m,0	2m,5	1m,9	1m,2	0m,5	0m,2	0m,4	0m,5	0m,6

La brise de terre est particulièrement nette de minuit à 10^h du matin; de 10^h à midi on a une période de transition avec une composante horaire venant de terre très faible; la brise de mer souffle de 13^h à 19^h; de 20^h à minuit, nouvelle période de transition avec une composante horaire faible venant du large.

Inclinaison des brises de terre et de mer par rapport au rivage. — Les brises de terre et de mer ne sont pas dirigées normalement au rivage. La brise de terre est dirigée du S 25 E environ, la brise de mer du N 15 W. Cette inclinaison importante est due au voisinage de la péninsule Ibérique.

Différence de force entre la brise de mer et la brise de terre. — Ainsi qu'on l'a signalé pour d'autres régions, la brise de mer est plus forte que la brise de terre : elle atteint 3^m par seconde tandis que la brise de terre ne dépasse pas $1^m,9$. Le frottement plus grand sur terre que sur mer est la cause principale de ces différences.

Influence de la marée. — Plusieurs auteurs ont signalé l'influence des heures de pleine ou de basse mer sur l'établissement des brises de terre et de mer. Nous n'avons pas pu mettre en évidence cette influence à Bayonne. Si elle existe, elle ne semble pas avoir d'importance au point de vue pratique. C'est ainsi qu'entre deux observations horaires de vent séparées par une pleine mer ou une basse mer nous avons trouvé les différences suivantes :

Pour 51 pleines mers, la direction du vent ne change pas 39 fois, elle tourne vers la droite 5 fois, vers la gauche 7 fois.

La vitesse du vent ne change pas 34 fois, elle augmente 7 fois, elle diminue 10 fois.

Pour 50 basses mers, la direction du vent ne change pas 36 fois, elle tourne vers la droite 9 fois, vers la gauche 5 fois.

La vitesse du vent ne change pas 35 fois, elle augmente 9 fois, elle diminue 6 fois.

Nous n'avons pas non plus trouvé que la brise de mer était plus forte à marée montante qu'à marée descendante.

Variations des brises de terre et de mer avec l'altitude. — Les sondages aérologiques exécutés régulièrement à Bayonne, à 6^h30^m et à 13^h, nous permettent de déterminer jusqu'à quelle hauteur les brises de terre et de mer se font sentir.

Le Tableau suivant donne la direction et la vitesse du vent moyen pour

différentes altitudes à $6^h 30^m$ et à 13^h, jusqu'à 4000^m, pendant les 31 jours de très beau temps considérés.

A $6^h 30^m$:

0^m	100^m	200^m	300^m	400^m	500^m	600^m	800^m	1000^m	1500^m	2000^m	2500^m	3000^m	3500^m	4000^m
S22E	S7E	S	S25E	S38E	S51E	S73E	S79E	S89E	N84E	N54E	N29E	N25W	N15W	N32W
0,9	1,5	1,5	1,5	2,1	2,5	3,2	3,5	3,3	2,7	2,7	1,0	1,7	1,8	3,5

A 13^h :

N31W	N39W	N34W	N25W	N7W	N27E	N70E	E	S87E	S32E	S10E	S25W	N83W	N68W	N53W
2,3	1,2	1,2	1,2	0,8	0,6	0,7	1,6	0,9	1,5	0,9	0,4	1,5	2,7	3,5

Les brises de terre et de mer se font sentir jusqu'à 400^m de hauteur sensiblement dans la même direction qu'au voisinage du sol. Plus haut, la direction du vent change très nettement : le matin, le vent tourne dans le sens inverse des aiguilles d'une montre à mesure qu'on s'élève, le soir dans le sens des aiguilles d'une montre. A 1000^m, l'alternance des deux brises a complètement disparu. Mais plus haut, la rotation du vent continue toujours en sens inverse le matin et le soir; les directions du vent sont opposées à 2500^m, puis elles se rapprochent de nouveau vers 4000^m de hauteur.

Le dépouillement des observations d'autres stations météorologiques côtières montrera s'il s'agit là d'une loi générale de rotation du vent avec l'altitude au bord de la mer.

Il résulte de l'étude actuelle une règle pratique de manœuvre pour les aérostats, qui s'applique probablement à toutes les côtes du golfe de Gascogne.

Par beau temps, un dirigeable surpris au large par une panne de moteur, a intérêt, pour se rapprocher de terre, l'après-midi à voler à basse altitude entre 0^m et 400^m où il a chance de rencontrer une brise de mer bien établie; la nuit et le matin il faut au contraire qu'il gagne des altitudes voisines de 3000^m où il a chance de trouver un courant assez fort qui le ramène vers le rivage.

MICROCHIMIE. — *Sur les réactions microchimiques et les localisations de l'alcaloïde de l'*Isopyrum thalictroides *L.* Note de M. MARCEL MIRANDE, présentée par M. Guignard.

Lors de mes recherches (¹) sur le glucoside cyanhydrique que j'ai découvert dans l'*Isopyrum thalictroides*, mon attention ne manqua pas d'être attirée par l'alcaloïde également contenu dans cette plante. Cet alcaloïde, l'*isopyrine*, a été isolé, en 1872, par Harsten. Les réactions microchimiques de cet alcaloïde et ses localisations dans la plante n'ont pas encore été étudiées et font l'objet de la présente Note. Vanderlinden, dans ses recherches microchimiques sur les alcaloïdes des Renonculacées (²), a été obligé, faute de matériaux frais, de laisser de côté le genre *Isopyrum*.

En 1896, Mac Dougal a constaté la présence, microchimiquement, dans une espèce américaine, l'*I. biternatum*, d'une substance qu'il ne qualifie pas, qui lui parut intéressante et que, sur son conseil, Frankforter, en 1903, étudia au point de vue chimique; cet auteur retira de la plante un alcaloïde différent de celui de Harsten.

On ne connaît, au point de vue microchimique, sur les alcaloïdes des *Isopyrum*, que les deux réactions employées par Mac Dougal sur l'*I. biternatum* et rappelées par Goris, dans son récent traité de 1914 (³).

Il m'a paru intéressant d'étudier l'*Isopyrum thalictroides*, la seule espèce du genre en Europe, espèce assez rare, et dont j'ai découvert plusieurs stations nouvelles dans le Dauphiné.

I. *Principales réactions microchimiques. Iodure de potassium iodé.* — Précipité brun granuleux remplissant complètement les cellules. Par l'action ménagée et alternative de l'eau, de l'alcool et du réactif iodé, le précipité peut se transformer en amas de cristaux bruns en houppes aiguillées ou sous forme de filaments. Le précipité est soluble dans l'hyposulfite de sodium.

Acide picrique. — Précipité instantané, très dense, de granulations jaunes.

Bichlorure de mercure. — Précipité blanc, instantané, dense.

Chlorure d'or, *Chlorure de platine.* — Précipité dense, jaune.

(¹) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 717.
(²) *Rec. de l'Inst. Bot. de Bruxelles*, t. 5, 1902.
(³) *Localisation et rôle des Alcaloïdes et des Glucosides chez les végétaux*, p. 73.

Acide sulfurique moyennement dilué. — Accumulation instantanée de gouttelettes d'aspect huileux qui bientôt se réunissent, dans la cellule, en une ou plusieurs grosses masses. Ces masses se transforment rapidement, à partir de leur centre, en cristaux grisâtres disposés en paquets et qui ont la forme de fines mâcles, d'éventails, etc. Ces cristaux ne tardent pas à se dissoudre en même temps qu'apparaissent de nouveaux cristaux aiguillés, réfringents, qui eux sont des cristaux de sulfate de calcium. Ces derniers cristaux proviennent évidemment de l'action de l'acide sur un sel soluble de calcium contenu dans les cellules à alcaloïde.

Ammoniaque. — Précipité dense, granuleux, jaune clair, insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool.

Solutions de potasse, de bichromate de potassium, de molybdate de sodium. — Précipités jaunâtres finement granuleux.

II. *Localisations.* — L'alcaloïde est contenu, principalement dans les organes souterrains (rhizomes et racines) et, en moins grande quantité, dans les organes verts aériens.

Racine. — Toutes les régions de l'organe en contiennent; la plus grande quantité se trouve dans l'écorce et, dans cette région, l'assise périphérique et l'endoderme. Dans le cylindre central, l'alcaloïde est contenu surtout dans le péricycle composé, dans la moelle, autour des faisceaux ligneux et dans le liber. Dans la racine jeune, l'assise pilifère en contient abondamment : parfois en totalité, parfois dans des cellules isolées ou groupées en îlots.

Rhizome. — A partir d'un certain âge le rhizome exfolie son écorce jusqu'à l'endoderme qui se subérise légèrement; cette exfoliation coïncide avec l'activité des formations secondaires dans le cylindre central. Avant l'exfoliation de l'écorce, l'alcaloïde est répandu dans tout l'organe avec maximum dans l'épiderme et l'assise sous-épidermique, dans le liber, dans les cellules bordant les pôles vasculaires et dans les cellules médullaires bordant les faisceaux ligneux. Après la décortication, on retrouve encore l'alcaloïde dans le cylindre central, mais en quantité moins grande que précédemment.

Tige. — L'alcaloïde est localisé principalement dans les longues cellules épidermiques en quantité assez grande. Il y en a aussi à la pointe des faisceaux. Peu ou pas dans les autres régions de l'organe.

Pétiole, limbe foliaire. — Mêmes localisations que dans la tige.

La *fleur* semble être dépourvue d'alcaloïde.

L'*Isopyrum thalictroides* est une plante printanière dont les organes aériens disparaissent après la floraison. Les organes souterrains, vivaces, continuent leur végétation pendant toute l'année et se montrent, en toute saison, très riches en alcaloïde.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Rôle du calcium dans la minéralisation du noyau des cellules excrétrices chez les Phasmides*. Note de M. **J. Pantel**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Phosphate de calcium dans le noyau des cellules malpighiennes. — Chez les *Donusa* un peu âgés, les tubes de Malpighi sont souvent violacés, la teinte ne tenant, ainsi qu'on s'en assure au microscope, ni au contenu de la lumière, ni aux corps cellulaires, mais à des essaims de petits corps, variables de forme et de grandeur, sombres aux faibles grossissements quoique translucides, qui marquent la place des noyaux. L'étude de diverses circonstances et, notamment, l'observation de noyaux rendus libres dans un phénomène de cytolyse aisé à provoquer par l'acide acétique, oblige à reconnaître qu'il s'agit de corps intranucléaires.

Dans l'acide sulfurique étendu, la teinte violette disparaît; il y a dissolution partielle avec diminution de volume et de réfringence; la solution sulfurique abandonne par évaporation spontanée des cristaux de gypse et précipite le molybdate ammonique. Les corpuscules se révèlent ainsi comme des complexes formés d'un stroma, dont la nature organique est d'ailleurs manifeste, et de phosphate de calcium.

Ce phosphate est amorphe (homogène et monoréfringent) et insoluble dans l'eau bouillante. Contrairement à celui des sphérules du lumen, il doit être tenu pour du phosphate tricalcique.

Le stroma prend les colorants nucléaires. Dans le traitement à frais par le vert de méthyle acétique, on ne distingue les corpuscules à phosphate des caryosomes normaux, qui deviennent alors visibles, que par leurs dimensions plus variables et leur polymorphisme plus accentué. Les préparations définitives obtenues par les procédés les plus divers donnent lieu à la même remarque. Pour le moment, il paraît difficile d'éviter cette conclusion, un peu surprenante il est vrai, que les corpuscules dont il s'agit dérivent du corps chromatique et en représentent des parties tuméfiées par le phosphate de calcium.

Manifestement pathologique, comme l'indique déjà la visibilité des corpuscules sur le vivant, cette modification peut être envisagée comme un cas de *caryopathologie* assurément remarquable. Son apparition n'est pourtant pas incompatible avec la vie et le fonctionnement de la cellule. On ne la rencontre ni chez les jeunes larves, ni dans les parties distales des tubes, de formation tardive. Chez les larves un peu avancées, on a fréquemment

l'occasion d'observer les premières phases du phénomène, caractérisées par la présence d'un nombre très réduit de corpuscules par noyau, et chez les adultes âgés c'est souvent presque tout le corps chromatique qui est minéralisé. Le phénomène se retrouve à des degrés divers, quoique moins prononcé que chez les *Donusa*, dans toutes les espèces explorées : *Phobœticus Sinetyi, Carausius furcillatus* et *morosus*, *Bacillus Rossii*.

Dès lors qu'il se montre dans des cellules ayant pour fonction d'éliminer du calcium, sous la forme à peine différente de phosphate dicalcique, l'idée d'une déviation fonctionnelle, amenée peut-être par le surmenage, se présente en quelque sorte d'elle-même. L'implication du noyau dans l'état pathologique de la cellule pourrait ainsi se rattacher à sa participation directe à un travail normal, participation que semblent déjà indiquer les réactions chromatiques du stroma dans les sphérules phosphatées.

Phosphate de calcium dans le noyau des cellules péricardiales. — Les faits observés dans les cellules malpighiennes permettent d'en interpréter d'autres, un peu moins nets au premier aspect, mais indubitablement de même nature, qui se présentent dans une deuxième catégorie d'éléments excréteurs, les néphrocytes péricardiaux. Là aussi, lorsque la minéralisation est un peu accentuée dans les tubes de Malpighi, la place des noyaux est marquée sur le vivant par des groupes de corpuscules sombres, bien arrêtés dans leurs contours, qu'on ne saurait confondre avec des caryosomes normaux. L'observation en est rendue malaisée par l'état du cytoplasme, assez obscur et encombré d'inclusions ; mais en frappant de petits coups d'aiguille sur un amas de cellules, on libère un grand nombre de noyaux, qui conservent assez longtemps leur forme dans l'eau salée, et permettent de reconnaître le caractère intranucléaire des corpuscules. Lorsqu'il existe un nucléole (*Phobœticus*), il ressort vivement parmi les caryosomes minéralisés. La résistance à l'eau bouillante, la disparition partielle dans l'acide sulfurique avec cristallisation subséquente de sulfate calcique se vérifient aisément.

L'analogie des aptitudes excrétrices dans les deux principales sortes de reins des Insectes est peut-être assez étroite. Si, dans le cas des tubes de Malpighi, on accepte comme non dépourvue de fondement l'idée que l'arrêt du phosphate de calcium dans le noyau se rattache à l'élaboration normale de ce produit, l'apparition du même phénomène dans le cas des néphrocytes péricardiaux rend vraisemblable une dérivation analogue. On se trouverait ainsi amené à supposer que ces néphrocytes déversent du phosphate de

calcium (ou peut-être un autre sel de ce métal?) dans le milieu intérieur, comme les cellules malpighiennes en éliminent dans le milieu extérieur. On entrevoit une autre analogie dans l'action sur les pigments. Les sphérules à phosphate éliminées durant la vie embryonnaire par les tubes de Malpighi ont la couleur du vitellus, et celle-ci dépend pour une grande part des pigments alimentaires (*Donusa*). Or les cellules péricardiales, vertes généralement chez les Phasmides nourris de feuilles vertes, sont fréquemment d'un brun violacé chez les individus qui ont reçu des feuilles pourpres, ce qui semble indiquer dans ces cellules une localisation, donc une forme d'élimination des mêmes pigments.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Formation, par oxydation, des substances organiques, d'un terme intermédiaire produisant spontanément l'urée.* Note de M. **R. Fosse**, présentée par M. E. Roux.

Comment l'urée se forme-t-elle dans l'organisme?

a. Par isomérisation du cyanate d'ammonium, comme dans la synthèse de Wöhler, d'après Dumas et Cahours (1842) [1]. Cette hypothèse, sans appui expérimental, tombée aussitôt dans l'oubli, fut proposée à nouveau (Salkowski et Hoppe Seyler) lorsqu'on eut constaté que l'ingestion de substances aminées provoque l'excrétion des urées correspondantes (Schutzen et Nencki). Cependant, toutes les tentatives pour caractériser l'acide cyanique dans l'économie ou réaliser sa formation par oxydation des substances organiques ayant échoué, la théorie organique fut rejetée. Abderhalden estime qu'elle est la moins fondée des trois hypothèses émises sur l'uréogenèse.

b. Hofmeister [2], n'ayant pu déceler la moindre trace d'acide cyanique dans le foie, fut conduit à supposer que l'oxydation de l'albumine, des acides aminés et d'autres substances, produirait le groupement $CO\,NH^2$, qui, aussitôt né, disparaîtrait en s'unissant au radical non moins instable NH^2, résultant de l'oxydation de l'ammoniac.

c. D'après la doctrine universellement acceptée, l'urée aurait pour

(1) Dumas et Cahours, *Compes rendus*, t. 15, 1842, p. 976.

(2) Hofmeister, *Archiv f. exp. Pathol. u. Pharmac.*, t. 37, 1896, p. 426.

origine l'acide carbonique et l'ammoniac. Une diastase exercerait sur leur combinaison [carbonate (Schmiedeberg) ou carbamate (Drechsel) d'ammonium], avec des rendements extrêmement élevés, à 40° au maximum et en milieu aqueux, une déshydratation, qui n'a pu être réalisée *in vitro* que de manière très limitée, sous des pressions considérables, à 130°-140°, et en partant du carbonate d'ammonium solide.

Avant d'interroger la matière vivante sur le mécanisme de l'uréogenèse, il nous a paru plus logique et plus simple de chercher d'abord à connaître le processus que suivent les matières organiques pour se convertir en urée par oxydation. La méthode de dosage de l'urée par le xanthydrol nous a valu la découverte de faits importants que, *depuis* 60 *ans*, nombre d'auteurs ont eu sous les yeux sans les voir, par suite de l'imperfection des procédés analytiques en usage.

1. *Un corps intermédiaire, produisant spontanément l'urée, prend naissance par oxydation des matières protéiques et des acides aminés.*

Protéiques. — Ces substances, transformées pour la première fois en urée par Béchamp (1856 et 1870), oxydées par le procédé Béchamp, produisent très nettement une matière génératrice de l'urée.

Après avoir subi l'oxydation par MnO^4K, une solution de caséine contient $2^g,7$ d'urée pour 100. Le chauffage de la liqueur, en présence de NH^4Cl, élève le rendement à $4^g,23$ de protéique.

Dans les mêmes conditions, on trouve : urée pour 100 de fibrine après oxydation, 3^g; urée pour 100 de fibrine après oxydation et chauffage de la liqueur avec NH^4Cl, $4^g,28$.

Acides aminés. — Il est facile de démontrer que la formation de l'urée par oxydation ammoniacale des acides aminés, découverte par Hofmeister (1896), est précédée et résulte de la formation d'un terme intermédiaire uréogène.

Une solution d'asparagine qui, après oxydation, ne renferme que des traces d'urée, en contient, après chauffage avec NH^4Cl, $10^g,9$ pour 100 d'amino-acide oxydé.

Une solution résultant de l'oxydation ammoniacale du glycocolle contient $0^g,57$ d'urée pour 100. Après chauffage avec NH^4Cl, le rendement s'élève à $17^g,57$ de glycocolle.

Description de cette dernière expérience. — Proportion des réactifs : glycocolle, 1^g; eau, 10^{cm^3}; ammoniaque à 2°,2, 10^{cm^3}; MnO^4K pulv., 7^g. Durée de l'oxydation : 1^h45^m. Température maxima : 55°. Volume du filtrat et des eaux de lavage : 100^{cm^3}. *Dosage*

de l'urée dans la liqueur après l'oxydation : 10^{cm^3} de liqueur $+ 20^{cm^3}$ d'acide acétique $+ 1^{cm^3},5$ de xanthydrol méthylique à $\frac{1}{10}$ donnent

$$CO\left[NH - CH\left\langle{C^6H^4 \atop C^6H^4}\right\rangle O\right]^2 = 0^g,004.$$

D'où urée pour 100 de glycocolle : $\frac{0,004 \times 10 \times 100}{7} = 0^g,57$. En traitant de la même manière 10^{cm^3} de liqueur, préalablement chauffée 1 heure vers 95°, en présence de NH^4Cl, on obtient : urée xanthylée, $0^g,123$. D'où urée pour 100 de glycocolle après chauffage : $17^g,57$.

II. *Nous avons précédemment fait connaître que l'urée prend naissance par oxydation, en présence de l'ammoniaque, des autres principes carbonés contenus chez les êtres vivants : la glycérine, constituant des corps gras ; les hydrates de carbone : glucose, lévulose, saccharose, dextrine, inuline, amidon, ainsi que leur générateur chez les végétaux, l'aldéhyde formique* (1). *Ici encore l'expérience démontre qu'une matière uréogène précède l'apparition de l'urée.*

Le rendement en urée, produit par l'action de MnO^4K sur la *glycérine* et l'ammoniaque, voisin de zéro dans la liqueur non chauffée, s'élève à $12^g,57$ pour 100 de glycérine après chauffage en présence de NH^4Cl.

Dans l'oxydation ammoniacale du *glucose* on trouve : urée pour 100 de glucose après l'oxydation, $0^g,64$; urée pour 100 de glucose après l'oxydation et le chauffage avec NH^4Cl, $13^g,5$.

La transformation de la matière uréogène en urée ne nécessite pas forcément le concours de la chaleur; elle a lieu, même à froid, mais plus lentement. Une solution ammoniacale de *formaldéhyde*, oxydée par le permanganate d'ammonium, produit spontanément l'urée à la température ordinaire.

Age d'une solution de formaldéhyde compté à partir de la fin de l'oxydation.	Urée pour 100^g de CH^2O.
5^h	$5^g,16$
24	7,01
48	7,79
144	11,49

III. *Quel est ce corps qui engendre ainsi l'urée ?* L'acide cyanique.

(1) R. Fosse, *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1448.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Synthèse biochimique, à l'aide de l'émulsine, du glucoside β de l'alcool naphtylique α.* Note de MM. **Em. Bourquelot** et **M. Bridel**, présentée par M. Moureu.

L'alcool naphtylique α (naphtylcarbinol α), $C^{10}H^7.CH^2OH$, dont nous nous sommes servis a été obtenu en utilisant la réaction de Grignard [1].

On est parti du naphtalène monobromé α, $C^{10}H^7Br$, avec lequel on a préparé le naphtylbromure de magnésium α, $C^{10}H^7MgBr$, qui, chauffé en solution éthérée avec du trioxyméthylène, a fourni le produit $C^{10}H^7.CH^2O.MgBr$. Celui-ci, traité en solution éthérée, par de l'eau glacée additionnée de 2 pour 100 de HCl, s'est décomposé en donnant l'alcool naphtylique α que l'on a purifié par distillation et recristallisation dans l'alcool.

L'alcool naphtylique α étant presque insoluble dans l'eau, on a dû opérer en solution acétonique, comme on l'avait fait pour effectuer la synthèse biochimique des glucosides saligénique, cinnamylique, *o*-méthoxybenzylique, etc.

On a préparé une solution de glucose à 2^g pour 100^{cm^3} dans de l'acétone à 80 pour 100 en poids; puis on a fait dissoudre 40^g d'alcool naphtylique α dans une quantité suffisante de cette solution pour faire 100^{cm^3}. On a laissé reposer pendant 24 heures, ce qui a amené le dépôt au fond du flacon d'une partie du glucose sous forme de 3^{cm^3} à 4^{cm^3} de solution aqueuse que l'on a séparée.

La solution acétone-glucose-alcool naphtylique accusait, pour $l = 2$, une rotation de $+52'$, ce qui correspond à $0^g,80$ de glucose pour 100^{cm^3}. On l'a additionnée de $0^g,30$ d'émulsine.

Abandonnée à la température du laboratoire, cette solution accusait, 22 jours plus tard, une rotation de $+26'$ et 43 jours après $+18'$.

A partir de ce moment l'expérience dut être interrompue; le flacon bien bouché fut laissé de côté pendant plus de cinq années. Examinée alors au polarimètre, la solution était devenue lévogyre et accusait une rotation de $-40'$. Il y avait donc eu un déplacement de $1°32'$.

Extraction du glucoside. — Après avoir enlevé l'acétone par distillation au bain-marie, on a traité le résidu à sept reprises différentes par de l'eau chaude (en tout 500^{cm^3}) et dissous ainsi le glucose en excès et le glucoside formé. On a agité la solution avec de l'éther pour enlever les traces d'alcool

---

(1) On a suivi exactement les indications données pour cette préparation par M. V. Volmar (*Thèse Doct. ès sciences*, Paris, 1913, p. 15 et 68).

naphtylique entraînées au cours des traitements. On a évaporé à sec sous pression réduite et repris le résidu par l'eau.

A la solution aqueuse, on a ajouté de la levure haute et détruit le glucose par fermentation. On a filtré, puis concentré à un petit volume le liquide filtré. Par refroidissement se sont formés des cristaux en aiguilles que l'on a recueillis, lavés avec un peu d'eau et fait cristalliser de nouveau dans l'eau bouillante.

Propriétés du glucoside β de l'alcool naphtylique α. — Ce glucoside se présente sous forme de longues aiguilles à saveur amère, fondant à

$$+156°\text{-}157° \text{ (corr.)}.$$

Il est peu soluble dans l'eau froide, plus soluble dans l'eau chaude. Il est lévogyre, avec un pouvoir rotatoire $\alpha_D = -71°,02$:

$$p = 0,0176; \quad v = 10; \quad l = 2; \quad \alpha = 0°,25.$$

Sa solution aqueuse ne réduit pas la liqueur cuivrique. Mais si on l'additionne de 3 pour 100 d'acide sulfurique et si l'on fait bouillir pendant quelques instants, elle devient fortement réductrice.

Ce glucoside est également hydrolysé par l'émulsine.

A une solution aqueuse, renfermant $0^g,408$ de glucoside pour 100^{cm^3}, on a ajouté un volume égal de solution d'émulsine à 1^g pour 100^{cm^3}, et l'on a porté le mélange dans une étuve réglée à +30°. Après 48 heures, on a dosé la proportion du glucose qui s'était formée. On a trouvé $0^g,2242$. Théorie pour la formule $C^{11}H^9.O.C^6H^{11}O^5$: $0^g,2295$.

On a donc bien obtenu le glucoside de l'alcool naphtylique α, dont 98 pour 100 environ ont été hydrolysés par l'émulsine.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur les causes de la mort chez les chevaux immunisés avec les bactéries tuées ou les extraits bactériens.* Note de MM. **E. Debains** et **E. Nicolas**, présentée par M. Roux.

Nous avons immunisé un grand nombre de chevaux dans le but d'obtenir des sérums antimicrobiens ou à la fois antimicrobiens et antitoxiques. Ces recherches, dont le détail sera publié ultérieurement, ont été entreprises avec MM. M. Nicolle, Frasey, Truche et Jouan. Elles ont porté sur les

germes suivants : bacille typhique, bacilles paratyphiques A et B, méningocoques, pneumocoques, gonocoques, vibrion cholérique, *micrococcus melitensis*, staphylocoques, streptocoques, bacille de Flexner, bacille de Shiga.

On employait tantôt les microbes tués par le mélange alcool-éther, tantôt les extraits microbiens de germes traités par le sulfate de soude anhydre. Plusieurs méthodes d'immunisation ont été mises en œuvre; au cours de l'immunisation, nous avons observé des accidents mortels; ces accidents ont succédé, sauf une seule fois, à l'introduction de l'antigène par la voie intraveineuse, qui représente la voie d'élection pour l'obtention de sérums actifs. La virulence ne saurait intervenir puisque nous n'avons administré que des « antigènes morts ».

Nous avons distingué trois types de mort : mort accidentelle, mort en quelques minutes, mort en quelques heures.

Nous n'envisagerons ici que la mort en quelques minutes.

Mort en quelques minutes. — Elle survient chez les chevaux en cours d'immunisation avec un cortège symptomatique, toujours le même, quel qu'ait été l'antigène injecté. Observée une seule fois, à la suite d'une injection sous-cutanée d'extrait méningococcique, elle a succédé, dans tous les autres cas, à l'introduction dans les veines, soit de microbes tués par l'alcool-éther, soit d'extraits microbiens. Lorsque les chevaux neufs, qui ont reçu la même dose d'antigène, ont succombé, ils ne l'ont fait que dans un laps de temps allant de plusieurs heures à un jour et même davantage.

La mort quasi foudroyante des animaux en voie d'immunisation constitue donc un phénomène d'hypersensibilité dont nous allons discuter la nature.

Causes de la mort en quelques minutes. — Puisqu'il s'agit incontestablement de phénomènes d'hypersensibilité (appelés, par certains auteurs, *anaphylactiques*), il faut se demander si l'on a affaire à l'hypersensibilité vis-à-vis des protéines bactériennes, ou vis-à-vis des toxines microbiennes. L'hypersensibilité aux protéines bactériennes, contestée par certains, a été établie par divers travaux, notamment ceux de MM. Nicolle, Loiseau et Forgeot; ces auteurs l'ont obtenue en injectant dans la veine des cobayes des doses *élevées* de germes frais ou chauffés à 55°.

L'hypersensibilité aux toxines microbiennes a été établie par les travaux de Behring et de L. Martin, puis par ceux de MM. Nicolle et Pozerski.

Examinons, *sans parti pris*, les raisons d'admettre soit l'une, soit l'autre de ces explications.

En faveur de l'hypersensibilité aux protéines microbiennes, on peut faire valoir ce fait que le sérum des chevaux en question est bactériolytique, mais la bactériolyse est-elle assez rapide et assez violente pour déterminer le callapsus caractéristique? Nous ne le pensons pas pour les raisons suivantes :

1° Le cheval ne devient pas facilement hypersensible aux albumines *cellulaires* atoxiques; en opérant avec les mêmes méthodes d'immunisation, nous avons pu injecter des doses *énormes* et *répétées* d'hématies (humaines et ovines) ou d'extrait de levure sans constater la moindre réaction.

2° Les extraits bactériens, si toxiques, contiennent une quantité minime de protéines, et les microbes fixés par l'alcool-éther renferment des matières protéiques énergiquement coagulées, dont on n'injecte d'ailleurs que de faibles masses.

En faveur de l'hypersensibilité aux toxines microbiennes, on peut faire valoir un certain nombre de raisons.

a. Les antigènes toxiques dont nous nous servons ne tuent jamais, avons-nous dit, les sujets neufs en quelques minutes, quand on les injecte aux mêmes doses (1).

b. La mort peut survenir à la suite d'injection sous-cutanée (comparer notre expérience sur l'extrait méningococcique, avec celles de Behring sur la toxine tétanique et celles de L. Martin sur la toxine diphétique); ce qui n'arrive *jamais*, avec les albumines atoxiques, chez les sujets hypersensibles.

c. La neutralisation *spécifique* de la toxine empêche les accidents; preuve directe fournie par Behring avec la toxine tétanique et confirmée par l'expérience suivante :

Nous avons injecté, dans les veines de plusieurs chevaux, à 8 jours d'intervalle et successivement, 1^{cm^3}, 3^{cm^3}, 6^{cm^3} d'extrait de bacille de Shiga; nous avons presque constamment vu l'injection de 6^{cm^3} déterminer des accidents immédiats très graves; or, cette dose de 6^{cm^3} se trouve représenter exactement une dose limite qui ne tue pas le cheval neuf ou ne le tue qu'en 2 jours et demi à 3 jours.

A un cheval qui avait présenté des accidents alarmants lors de l'injection de 6^{cm^3}

(1) Une exception doit être signalée pour le pneumocoque.

d'extrait, nous avons injecté, 8 jours après, la même dose d'extrait préalablement mélangée avec 2^{cm^3} de notre sérum antitoxique (le mélange fait une demi-heure avant l'injection reste limpide et exempt de précipité), l'animal n'a présenté *aucun symptôme anormal*; le même animal, injecté 8 jours après avec 12^{cm^3} d'extrait, a présenté des manifestations très graves d'hypersensibilité.

L'antitoxine n'ayant d'effet que sur la toxine et non sur les protéines bactériennes (dont la quantité d'ailleurs est infime), il est évident que c'est à la première et non aux secondes que le cheval est devenu hypersensible.

Il est intéressant de constater que l'*hypersensibilité* aux extraits du bacille de Shiga *est transmissible* par le sérum (*hypersensibilité passive*). Ce fait ne fournit d'ailleurs par lui-même aucune indication sur la nature de cette hypersensibilité.

A un cheval neuf, on a injecté 6^{cm^3} d'extrait, mélangé à 500^{cm^3} de sérum d'un cheval qui avait failli mourir d'hypersensibilité 8 jours auparavant. Le cheval neuf a présenté *immédiatement* des accidents *très graves* d'hypersensibilité.

A un autre cheval neuf, on a injecté 6^{cm^3} du même extrait mélangé à 500^{cm^3} de sérum équin normal. On n'a observé *aucune réaction immédiate*.

Des faits et des expériences que nous venons d'exposer il résulte, abstraction faite de toute théorie, que les accidents immédiatement mortels sont manifestement dus à l'hypersensibilité aux toxines microbiennes.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 FÉVRIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. H. **Deslandres** lit la Notice suivante sur M. *E. Pickering* :

Le professeur **Edward Pickering**, dont la mort nous est annoncée aujourd'hui, est un des astronomes les plus éminents de notre époque et même de tous les temps. Il était directeur de l'Observatoire d'Harvard College, à Boston (États-Unis), membre de l'Académie nationale des États-Unis et correspondant de nombreuses Académies étrangères.

Son œuvre est considérable : il a fait de grandes découvertes, il a transformé, rénové les méthodes d'observation, de manière à augmenter beaucoup le rendement des appareils. De tous les astronomes connus, il est peut-être celui qui a reconnu le plus de faits nouveaux et publié le plus de mesures précises. A ce point de vue, il est à rapprocher du grand Herschel.

Il a réalisé en effet l'enregistrement automatique continu du ciel entier, des étoiles et de leurs spectres. L'un des premiers, il a fait un large usage de la plaque photographique et des objectifs à grand champ qui donnent en une seule pose une portion notable du ciel. Ses appareils photographiques, simples et robustes, sont entraînés automatiquement et pendant la nuit entière. Le progrès obtenu dans cette voie nouvelle est comparable à celui qui, dans l'industrie moderne, est dû aux machines-outils et aux moteurs.

Comme on ne voit à Boston qu'une partie du ciel austral, il a édifié un observatoire annexe dans un autre hémisphère, au Pérou, à Arequipa, station de haute montagne ou l'atmosphère est très pure et très calme. Là il a installé des équatoriaux photographiques d'une grande puissance.

Il a pu ainsi relever plusieurs fois par la photographie le ciel entier; en même temps il a mesuré l'éclat des étoiles, et surtout il a reconnu avec soin leurs spectres publiés dans trois catalogues successifs de valeur croissante; et il est conduit à les classer en familles naturelles, disposées dans l'ordre des températures.

Parmi ses découvertes principales, on peut citer :

Un grand nombre d'étoiles variables, et en particulier des Novæ, qui, étant de faible éclat, ont échappé à l'observation ordinaire et sont ensuite décelées sur la plaque par leur spectre spécial.

Un grand nombre de nébuleuses nouvelles.

Une série de radiations nouvelles de l'hydrogène ou de l'hélium, qui annonce une température élevée de l'astre.

La première étoile double spectroscopique, β Cocher; l'étoile, vue simple avec les plus grandes lunettes, est en réalité formée de deux composantes très rapprochées, décelées par le spectre; ce qui a ouvert, comme on sait, une voie nouvelle très féconde.

La reconnaissance à Arequipa de deux satellites nouveaux de Saturne et, dans les amas d'étoiles, de nombreuses étoiles variables, à période très courte, qui sont un caractère de ces objets extraordinaires.

Dans les dernières années, Pickering était peu sorti de son observatoire; il s'occupait activement à réunir, classer et préserver de toute atteinte les documents extrêmement nombreux de son enregistrement photographique. Il laisse à ses successeurs un monument de première valeur, qui est l'état exact du ciel à notre époque, aussi complet que le permettent nos moyens actuels. Aussi les Américains, en parlant de lui, disaient souvent : « He is a strong man (il est un homme fort, un surhomme) »; et ce jugement sera ratifié par la postérité.

L'Académie s'associe pleinement au deuil de la science américaine et exprime sa vive admiration pour un homme de tout premier ordre qui a contribué largement au progrès de nos connaissances.

MÉCANIQUE. — *Sur l'écoulement des gaz à très fortes pressions.* Note de M. A. Rateau.

Les formules classiques de l'écoulement des gaz par des tuyères reposent sur l'hypothèse qu'ils sont parfaits, c'est-à-dire que la pression, le volume spécifique et la température absolue satisfont toujours à la relation $pu = RT$,

où R est une constante. Elles ne sont plus correctes lorsque la pression initiale p_0 est très forte, de plusieurs centaines d'atmosphères, comme cela a lieu dans le cas des pièces d'artillerie. Il faut alors, pour serrer davantage la réalité, tenir compte du *covolume*. La présente Note a pour objet de montrer quelles sont les modifications qu'il faut faire subir à ces formules pour les rendre plus exactes.

Je partirai de la relation caractéristique

$$(1) \qquad p(u-\alpha) = RT,$$

où α et R sont des constantes.

Pour les gaz des canons (p étant exprimé en kilogrammes par centimètre carré, u en décimètres cubes par kilogramme) le covolume α est voisin de l'unité (on adopte généralement 0,95), et R est voisin de 3,16.

En posant

$$\frac{\alpha}{u-\alpha} = \varepsilon$$

(qu'on peut appeler le *covolume relatif*) ; d'où

$$\alpha = \frac{u\varepsilon}{1+\varepsilon} \quad \text{et} \quad u-\alpha = \frac{u}{1+\varepsilon},$$

la relation caractéristique s'écrit :

$$(1)' \qquad pu = (1+\varepsilon)RT.$$

On démontre facilement que, dans une transformation adiabatique, la pression et le volume spécifique restent liés par la relation

$$(2) \qquad p(u-\alpha)^{\gamma} = \text{const.},$$

γ étant le rapport des chaleurs spécifiques du gaz (ou mélange gazeux) à pression et à volume constants. Pour les gaz des canons, dont la température est de l'ordre de 1600°, γ est voisin de 1,25, d'après les chiffres de Mallard et Le Chatelier, et, par conséquent, $k = \frac{\gamma-1}{\gamma}$ est voisin de $\frac{1}{5}$.

Supposons que le gaz s'écoule d'un réservoir, où les données initiales sont p_0, u_0, ε_0, T_0, par une tuyère convergente (ou convergente divergente) dont la section la plus petite, col, est S_c, et cherchons : 1° le débit en poids I, en régime permanent, et 2° la vitesse d'écoulement w dans une section quelconque S de la tuyère, où la pression est tombée à p.

La vitesse d'écoulement s'obtient par la formule générale suivante, où g représente la constante de la gravité,

$$(3) \qquad \frac{w^2}{2g} = \int_p^{p_0} u\,dp,$$

qui, en tirant u, en fonction de p, de (2), et posant $\frac{p}{p_0} = x$, donne

$$(4) \qquad \frac{w^2}{2g} = \frac{p_0(u_0 - \alpha)}{k}[1 - x^k + \varepsilon_0 k(1 - x)].$$

Débit I *de la tuyère et vitesse* w_c *au col.* — Nous distinguerons par l'indice c les valeurs particulières des quantités p, u, ε, T et w au col de la tuyère.

Dans une section quelconque S de la tuyère, le débit en poids, par unité de section, est

$$(5) \qquad \frac{\mathrm{I}}{\mathrm{S}} = \frac{w}{u}.$$

Élevons au carré, remplaçons w^2 par sa valeur (4) et u^2 par sa valeur tirée de (2), nous avons

$$(6) \qquad \left(\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{S}}\right)^2 = \frac{2gp_0}{k(u_0 - \alpha)} \frac{x^{2(1-k)}[1 - x^k + \varepsilon_0 k(1 - x)]}{(1 + \varepsilon_0 x^{1-k})^2}.$$

Le premier terme du second membre ne dépend que des conditions initiales dans le réservoir; c'est le deuxième qui varie avec x, c'est-à-dire avec la pression dans la section considérée de la tuyère. Au col, le débit par unité de section est maximum. Pour avoir la valeur de la pression au col, il faut donc annuler la dérivée de ce deuxième terme par rapport à x. En prenant la dérivée du logarithme, nous obtenons pour équation déterminant x_c :

$$(7) \qquad x_c^k = \frac{2(1-k)}{2-k} - 2\varepsilon_0 k\left(x_c - \frac{1-k}{2-k}\right) - \varepsilon_0^2 \frac{k}{2-k} x_c^{2-k}.$$

Jusqu'ici les calculs sont rigoureux; mais maintenant, pour aller plus loin, nous devrons nous borner à des approximations, et préciser la valeur de k.

En négligeant ε_0, on a pour première approximation :

$$x_c'^k = \frac{2 - 2k}{2 - k} = \frac{2}{\gamma + 1},$$

qui, pour $\gamma = 1,25$, donne $x_{c_1}^{\prime k} = \frac{8}{9}$ et $x_c = 0,555$. C'est la solution dans le cas des gaz parfaits, sauf qu'ici $\gamma = 1,25$, au lieu de $1,40$.

Faisons $k = 0,2$ dans l'équation pour trouver les premiers termes du développement en série de la racine x_c^k par rapport à ε_0; elle s'écrit:

(8) $$x_c^{0,2} = \frac{8}{9}\left[1 - (0,45\,x_c - 0,2)\,\varepsilon_0 - \frac{1}{8}x_c^{1,8}\,\varepsilon_0^2\right].$$

Portons d'abord dans le second membre $x'_c = 0,555$, il vient pour deuxième approximation :

(9) $$(x''_c)^k = \frac{8}{9}(1 - 0,0497\,\varepsilon_0).$$

Puis, en nous servant de cette valeur, pour troisième approximation :

$$(x'''_c)^k = \frac{8}{9}(1 - 0,0497\,\varepsilon_0 + 0,0184\,\varepsilon_0^2).$$

La quatrième approximation donne

$$(x_c^{\text{IV}})^k = \frac{8}{9}(1 - 0,0497\,\varepsilon_0 + 0,0184\,\varepsilon_0^2 - 0,01\,\varepsilon_0^3),$$

qui, avec une erreur relative inférieure à $\frac{1}{100\,000}$ pour des ε_0 plus petits que $\frac{1}{10}$, peut être remplacé par

(10) $$x_c^k = \frac{8}{9}(1 - 0,05\,\varepsilon_0 + 0,02\,\varepsilon_0^2),$$

d'où

(10)' $$x_c = 0,555\left(1 - \frac{\varepsilon_0}{4} + \frac{\varepsilon_0^2}{8}\right).$$

Avec $k = 0,285$, qui convient pour les gaz aux températures ordinaires, nous trouverions

$$x_c = 0,528\left(1 - \frac{\varepsilon_0}{3,76} + \frac{\varepsilon_0^2}{8}\right).$$

Et nous voyons à présent que le covolume a pour effet de réduire un peu la pression dans le col, d'environ $\frac{\varepsilon_0}{4}$ en valeur relative. Mais, pour le calcul du maximum de $\frac{I}{S}$, cette réduction est négligeable. Dans (6) remplaçons

cependant x_c par la valeur (10); nous obtenons, comme premiers termes du développement en série :

$$\frac{1}{S_c} = 0,658 \sqrt{\frac{g p_0}{u_0}} [1 + 0,276 \varepsilon_0 - 0,134 \varepsilon_0^2]. \tag{11}$$

Cette formule n'est applicable, bien entendu, que si la pression d'aval est inférieure à $x_c p_0$, soit, à peu près, à 0,555 p_0.

La température T_c, au col, est donnée par

$$\frac{T_c}{T_0} = \left(\frac{p_c}{p_0}\right)^k = x_c^k, \tag{12}$$

comme dans le cas des gaz parfaits.

Et la vitesse w_c au col, d'après (4), par

$$w_c = \sqrt{2g \frac{\gamma}{\gamma+1} p_0 u_0} [1 + 0,1 \varepsilon_0 - 0,057 \varepsilon_0^2]. \tag{13}$$

Exprimons cette vitesse en fonction de p_c et u_c dans le col, et remplaçons ε_0 initial par ε_c (dans le col), qui est égal à $\varepsilon_0 x_0^{1-k}$; nous trouvons :

$$w_c = \sqrt{g \gamma p_c u_c} \cdot \left(1 + \frac{\varepsilon_c}{2} - \frac{\varepsilon_c^2}{8}\right). \tag{14}$$

Remarque. — Cette vitesse est égale à celle du son dans le gaz à l'état où il est dans le col, et c'est là une égalité générale, quelle que soit la loi de détente adiabatique du gaz [1].

En effet, soit ρ la densité du gaz (masse de l'unité de volume). u est lié à ρ par $u = \frac{1}{g\rho}$.

Le débit par unité de section de la tuyère s'écrit $g\rho w$.

Au col, ce débit par unité de section est maximum; on a donc

$$w d\rho + \rho dw = 0.$$

Mais, d'autre part, d'après (3),

$$w dw = -\frac{dp}{\rho}.$$

---

[1] Cf. Hugoniot, *Comptes rendus*, t. **103**, 1886, p. 1178.

Des deux relations ci-dessus on tire :

$$(15) \qquad w_c^2 = \frac{dp}{d\rho},$$

qui est précisément la relation qui donne la vitesse du son, à la condition toutefois que, pour le même dp, on ait, dans les deux cas, le même $d\rho$. Il ne peut en être autrement; ces phénomènes sont si rapides qu'aucune transmission sensible de chaleur n'est possible, et les détentes sont, dans l'un et dans l'autre cas, adiabatiques.

En appliquant la formule (15) à l'équation caractéristique de détente que nous avons admise,

$$p\left(\frac{1}{g\rho} - \alpha\right)^\gamma = \text{constante},$$

on trouve

$$w_c^2 = g\gamma p_c u_c(1 + \varepsilon_c),$$

qui n'est autre que la relation (14) déjà obtenue, volontairement arrêtée au terme du second ordre. Nous avons ainsi une bonne vérification de l'ensemble de nos calculs.

M. Paul Marchal s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie le Tome V des *Annales du Service des Epiphyties du Ministère de l'Agriculture*.

Il contient les Mémoires et Rapports présentés au Comité des Epiphyties en 1916 et 1917.

On y trouvera, entre autres, une série d'études sur l'emploi des traitements arsenicaux qui ont permis aux Etats-Unis et au Canada d'augmenter dans une très large mesure la production fruitière, et en particulier celle des pommiers. Les expériences qui ont été entreprises par le Service des Epiphyties et qui ont été conduites notamment par MM. Feytaud, Rabaté, Lécaillon, Massonnat et Péneau ont montré qu'en appliquant en France les même traitements, il serait possible d'intensifier la récolte et souvent même de la doubler ou de la tripler.

Le Tome V des *Annales* renferme aussi un Mémoire de M. Miège, sur la désinfection du sol, qui est une mise au point de la question et qui comporte de plus une série d'expériences personnelles : ces dernières ont été entreprises à Rennes depuis 1910 et à Paramé depuis 1912; les unes ont été faites en grande culture, les autres dans des forceries en serres. Leurs premiers

résultats ont été publiés dès l'année 1914 et dans les *Comptes rendus* en 1917 [1].

Ces expériences confirment celles qui ont été faites depuis quelques années à l'étranger, notamment par Russell et Hutchinson en Angleterre, et elles démontrent l'influence très favorable de la stérilisation partielle des terres par l'emploi de certaines substances telles que le toluène, le soufre, le sulfure de carbone, l'hypochlorite de chaux, le formol, le charbon de bois, etc. Dernièrement d'ailleurs, l'attention a encore été attirée sur cette importante question par les expériences de G. Truffaut [2] dans les pépinières nationales de Versailles.

Je mentionnerai aussi, parmi les travaux qui ont été publiés dans ce Volume, les recherches de M. Capus, sur les traitements de la vigne contre le mildiou; celles de M. Paris, sur la bionomie des oiseaux du vignoble; celles de MM. Blanchard et Perret, sur la maladie de l'enroulement de la pomme de terre; enfin les résultats de mes propres observations sur la lutte hivernale contre la Pyrale de la Vigne.

M. **Costantin** présente à l'Académie la cinquième édition des *Éléments de Botanique* de **Van Tieghem**, qui vient de paraître. Cette nouvelle édition a été revue et mise à jour par M. Costantin. Parmi les Chapitres qui ont été modifiés, on peut citer notamment ceux qui se rapportent à la transpiration, à la nutrition, à l'osmose, à la germination (cas des plantes à mycorhizes), etc.

Dans le deuxième Volume, les changements ont porté notamment sur les Algues. Un Tableau d'ensemble résume la classification et permet d'établir une comparaison utile des conceptions systématiques si originales de Van Tieghem avec les classifications classiques.

Le Prince **Bonaparte** fait hommage à l'Académie du fascicule V de ses *Notes ptéridologiques*, qu'il vient de publier. Dans ce travail, l'auteur donne les déterminations faites par lui, d'environ 450 spécimens de Fougères et décrit 21 espèces et 17 variétés nouvelles provenant en grande partie des récoltes faites à Madagascar par M. H. Perrier de La Bâthie.

---

(1) Em. Miège, *C. R. Soc. nat. Agr. France*, *avril* 1914; *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 362.

(2) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 433.

M. G. **Kœnigs** présente, au nom de M. **Lemonnier**, un exemplaire d'une Communication faite à la Commission du Vieux Paris *Sur les premières machines à vapeur à Paris en 1726*.

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de six de ses Membres qui, sous la présidence de M. le Président, formeront la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place d'Associé étranger vacante par la radiation de M. *von Baeyer*.

MM. **Émile Picard**, **Deslandres**, **Hamy**, pour la Division des Sciences mathématiques; MM. **Haller**, **A. Lacroix**, **Douvillé**, pour la Division des Sciences physiques, réunissent la majorité des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *On Growth and Form*, by d'Arcy Wentworth Thompson. (Présénté par M. Ch. Richet.)

2° Observatoire de Zikawei. *La température en Chine et à quelques stations voisines d'après des observations quotidiennes compilées* par H. Gauthier. (Présenté par M. G. Bigourdan.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration par quadratures de l'équation* $\frac{d^2y}{dx^2} = [\varphi(x) + h]y$. Note de M. **Jules Drach**.

Nous avons indiqué récemment [1] quels sont les cas généraux de réduction du *groupe de rationalité* de l'équation

$$\text{(H)} \qquad \frac{d^2y}{dx^2} = [\varphi(x) + h]y,$$

[1] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 47.

où h est *un paramètre arbitraire*. Les plus intéressants d'entre eux sont ceux où l'équation de Riccati

$$\rho' + \rho^2 = \varphi + h$$

[et par suite aussi l'équation (H)] s'intègre par *quadratures;* nous allons montrer comment on détermine la fonction φ dans tous ces cas.

1. L'équation de Riccati admet ici deux solutions $\frac{R' \pm \sqrt{\Omega}}{2R}$, où R est un polynome en h, de degré n

$$R = h^n + R_1 h^{n-1} + \dots$$

et Ω un polynome en h de degré $(2n+1)$ *à coefficients constants.*

La fonction R satisfait à l'équation du troisième ordre

$$\text{(A)} \qquad R''' - 4R'(\varphi + h) - 2R\varphi' = 0,$$

ce qui donne, pour déterminer φ, une équation d'ordre $(2n+1)$, E_{2n+1}, dépendant de n constantes arbitraires $c_2, \dots, c_n$. C'est cette équation que nous avons réussi à intégrer.

En observant que (A) est équivalente à son adjointe, on en conclut l'intégrale première quadratique

$$\text{(B)} \qquad R'^2 - 2RR'' + 4R^2(\varphi + h) = \Omega.$$

Les n premiers coefficients de Ω sont des fonctions de $c_1, \dots, c_n$; les $(n+1)$ derniers $d_1, \dots, d_{n+1}$ sont arbitraires et représentent autant d'intégrales de E_{2n+1}, *entières* en $\varphi, \varphi', \dots, \varphi^{(2n+1)}$. Il reste donc à intégrer une équation d'ordre n, avec $(2n+1)$ constantes.

2. Posons

$$R = h^n + R_1 h^{n-1} + \dots = (h - \omega_1)(h - \omega_2)\dots(h - \omega_n);$$

les ω_i sont des fonctions algébriques de $\varphi, \varphi', \dots, \varphi^{(2n-2)}$ et l'on aura

$$-\frac{R'}{R} = \frac{\omega'_1}{h - \omega_1} + \dots + \frac{\omega'_n}{h - \omega_n}.$$

En observant que les racines $h = \omega_i$ annulent $R'^2 - \Omega$ d'après (B), c'est-à-dire l'un des facteurs $R' + \sqrt{\Omega}$, $R' - \sqrt{\Omega}$, on pourra écrire les n équations

$$\frac{\varepsilon_i \omega'_i}{\sqrt{\Omega_i}} = \frac{1}{(\omega_i - \omega_1)\dots(\omega_i - \omega_n)} \qquad (i = 1, \dots, n),$$

où $\Omega_i = \Omega(\omega_i)$, $\varepsilon_i = \pm 1$.

On déduit de là les n intégrales cherchées u_i sous la forme

$$\int_{\alpha_1}^{\omega_1} \frac{\omega_1^\lambda\, d\omega_1}{\sqrt{\Omega_1}} + \ldots + \int_{\alpha_n}^{\omega_n} \frac{\omega_n^\lambda\, d\omega_n}{\sqrt{\Omega_n}} = u_\lambda \qquad (\lambda = 0, 1, \ldots, n-2),$$

$$\int_{\alpha_1}^{\omega_1} \frac{\omega_1^{n-1}\, d\omega_1}{\sqrt{\Omega_1}} + \ldots + \int_{\alpha_n}^{\omega_n} \frac{\omega_n^{n-1}\, d\omega_n}{\sqrt{\Omega_n}} = x + u_{n-1},$$

à condition de fixer les chemins suivis dans l'intégration lorsque $\varepsilon_i = -1$ de manière à remplacer l'intégrale I rectiligne par $2A - I$, A désignant une constante convenable; ce qui donne $\binom{n}{2}$ systèmes, différents de forme.

3. La fonction φ, qui est donnée par

$$\omega_1 + \omega_2 + \ldots + \omega_n = -R_1 = -C_1 + \frac{1}{2}\varphi,$$

et les fonctions symétriques élémentaires des ω [de même que celles des $\sqrt{\Omega_i}$] sont donc des *fonctions abéliennes* (hyperelliptiques) des arguments $u_0, \ldots, u_{n-1} + x$, c'est-à-dire des fonctions *uniformes*, *méromorphes*, de ces éléments possédant $2n$ systèmes de périodes (¹). La fonction φ de la variable x n'est pas en général périodique, mais elle reprend sa valeur quand on ajoute simultanément à $x, u_0, \ldots, u_{n-2}$ des périodes correspondantes : ceci définit le *groupe de monodromie* des intégrales u_i. Le cas $n = 1$ donne pour φ la fonction inverse de l'intégrale elliptique de première espèce.

Un raisonnement analogue, mais portant sur les autres racines $\xi_1, \ldots, \xi_{n+1}$ de l'équation $R'^2 - \Omega = 0$ donnerait $(n+1)$ intégrales transcendantes de E_{2n+1}; le théorème d'Abel montre aisément que ces intégrales s'expriment avec les précédentes et les intégrales algébriques $d_1, \ldots, d_{n+1}$.

Les intégrales fondamentales de l'équation (H) sont $\sqrt{R}\, e^{\frac{1}{2}\sqrt{\Omega}\int\frac{dx}{R}}$; on observera que l'on a

$$\sqrt{\Omega}\int \frac{dx}{R} = \sum \int_{\alpha_i}^{\omega_i} \frac{\sqrt{\Omega(h)}}{(h-\omega_i)} \frac{d\omega_i}{\sqrt{\Omega(\omega_i)}}.$$

Cette somme d'intégrales de troisième espèce est la somme d'un logarithme de fonction abélienne et d'une fonction abélienne. Les transformations subies par les intégrales de (H) se déduisent de là.

(¹) WEIERSTRASS, *Journal de Crelle*, t. 47 et 52.

Ajoutons que l'équation (H) admet *en elle-même* la transformation

$$Y = [\theta(h) - R']y + 2Ry',$$

où $\theta(h)$ est un polynome en h à coefficients constants.

4. L'étude des équations (H) qui s'intègrent par quadratures n'est donc rien moins que celles de *fonctions abéliennes*, et de leurs *dégénérescences* lorsque Ω a des facteurs multiples (étude faite en détail par MM. Émile Picard et Painlevé, pour $n = 2$).

La transformation de Darboux qui remplace φ par $2(\rho_0^2 - h_0) - \varphi$ où $\rho'_0 + \rho_0^2 = \varphi + h_0$, et R par un polynome de degré $(n+1)$ en h, ne conduit pas à des transcendantes *propres* à l'indice $(n+1)$; elle multiplie Ω par $(h - h_0)^2$, ce qui ne modifie pas le *genre*. Inversement si Ω contient le facteur $(h - h_0)^2$, la transformation de Darboux relative à h_0 et à $\frac{R'(h_0)}{2R(h_0)}$ abaisse d'une unité l'indice n. Les fonctions φ, *impropres* à l'indice n, s'obtiennent par quadratures superposées à partir de fonctions *propres* à un indice inférieur; elles sont uniformes mais *non méromorphes*.

Enfin pour les valeurs $h = h_i$ qui annulent Ω, on a des équations $y'' = (\varphi + h_i)y$ qui admettent une solution $\sqrt{R(h_i)}$ *abélienne*, donc uniforme en $u_0, \ldots, u_{n-1} + x$.

On reconnaît ici l'extension naturelle des recherches mémorables d'Hermite et de M. Émile Picard sur l'équation de Lamé (¹), pour laquelle $\varphi = n(n+1)k^2 sn^2 x$; et des travaux ultérieurs de Brioschi, Elliot, Fuchs, Darboux sur des équations analogues. Remarquons que, lorsqu'on choisit φ pour variable indépendante, $\frac{d\varphi}{dx}$ est bien *uniforme* en x, mais *transcendante* en φ, sauf dans le cas de fonctions φ dérivées des fonctions elliptiques, considéré seul jusqu'à présent.

OPTIQUE. — *Sur la diffusion de la lumière par les molécules de l'air.* Note de M. J. **Cabannes**, présentée par M. Villard.

J'avais entrepris en 1914 l'étude expérimentale de la diffusion de la lumière par les molécules des gaz, et indiqué dans une première Note (²)

(¹) *Comptes rendus*, t. 85, 1877, p. 689, et t. 89, 21 juillet 1879.

(²) J. Cabannes, *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 62.

qu'il était possible d'observer la lumière diffusée par quelques centimètres cubes d'air privé de poussières, dans les conditions normales de température et de pression. Ces recherches ont été interrompues par la guerre. L'an dernier, R. J. Strutt (1) abordait le même sujet et arrivait aux mêmes conclusions.

Mais dans une Note récente (2) Wood met en doute les résultats obtenus jusqu'ici et se demande si la diffusion observée ne serait pas due au brouillard que peuvent produire dans l'air des radiations ultraviolettes.

Je crois donc nécessaire d'indiquer les précautions à prendre pour écarter les phénomènes parasites.

1. La proportionnalité prévue par la théorie de lord Rayleigh, entre l'intensité lumineuse diffusée latéralement par un gaz transparent et le nombre des molécules qui occupent le volume éclairé, a été vérifiée avec précision par une méthode de photométrie photographique (3) applicable ici en lumière complexe.

Dispositif expérimental. — La couche d'air à étudier est parcourue par un intense faisceau de lumière issu d'une lampe en quartz à vapeur de mercure. Une cuve d'eau à faces de verre arrête les radiations infra-rouges et ultraviolettes. Un objectif en quartz, de 5^{cm} de distance focale et de 3^{cm} de diamètre, projette sur une plaque sensible l'image du faisceau.

Étalonnage des clichés. — Un jeu de diaphragmes rectangulaires permet de faire varier la profondeur L (4) de la couche d'air diffusante. Admettons qu'à pression constante l'éclat latéral du faisceau incident varie proportionnellement à L : les photographies relatives aux différentes valeurs de L (5) permettront d'étalonner la plaque sensible avec un microphotomètre, c'est-à-dire de définir l'éclat du faisceau en fonction de l'opacité du cliché.

Il ne reste plus qu'à faire, toujours sur la même plaque et dans le même temps (20 secondes), un certain nombre d'autres poses avec des pressions variables et une couche d'air L_0 bien déterminée (6). On mesure au microphotomètre les opacités

---

(1) R. J. Strutt, *Proceedings of the Royal Society*, vol. 94, juin 1918.

(2) R. W. Wood, *Philosophical Magazine*, vol. 36, septembre 1918, p. 272.

(3) Cette méthode a été donnée par MM. Fabry et Buisson (*Journal de Physique*, t. 3, mars 1913, p. 197).

(4) On a donné à L les valeurs successives : $25^{mm},10$; $14^{mm},85$; $10^{mm},05$; $5^{mm},25$.

(5) On a pris, pour les clichés d'étalonnage, une pression de $679^{mm},5$.

(6) $L = 14^{mm},85$.

obtenues, et l'on en déduit, pour chaque pression, à l'aide de la courbe d'étalonnage, l'éclat en valeur relative de la couche d'air éclairée.

Résultats. — Les résultats sont contenus dans le Tableau suivant (température T = 17°) :

Pression (P).	Éclat latéral (E) du faisceau incident (en unités arbitraires).	Valeur du rapport $\frac{10000\,E}{P}$.
mm		
770	16,7	218
679,5	14,85	218,5
539	11,9	221
421,5	9,2	219
<1	inappréciable	»

II. Le phénomène simple, décrit dans la première partie de cette Note, se complique si l'on admet dans le récipient à gaz, pendant un temps assez long, les radiations de fréquence élevée.

1° Sous la pression atmosphérique, l'intensité de la lumière diffusée augmente avec le temps jusqu'à environ deux fois l'intensité primitive (pour $\lambda = 0^{\mu},436$). Cette limite n'est atteinte qu'au bout de 2 heures avec le récipient à gaz de 11^{l} que j'ai employé. Le même phénomène se reproduit à plus basse pression; la valeur limite est proportionnelle à la pression.

On doit attribuer cette diffusion supplémentaire à des particules créées par des radiations de longueur d'onde inférieure à $0^{\mu},3$. L'interposition d'une lame de verre de 1^{mm} ou d'une lame de mica de $0^{mm},1$ sur le faisceau lumineux incident supprime la production des particules, et l'intensité de la lumière diffusée diminue lentement jusqu'à sa valeur primitive.

2° D'autre part, aux basses pressions, l'analyse de la lumière diffusée révèle l'existence d'une vapeur fluorescente excitée par la forte raie $0^{\mu},254$. La bande de fluorescence a son maximum dans la région $\lambda = 0^{\mu},343$. L'intensité de la lumière ainsi émise diminue très rapidement lorsque la pression de l'air augmente; elle s'annule pour une pression de 45^{cm} de mercure. Il y a, semble-t-il, décomposition, par les radiations de fréquence élevée, de la matière colorante du velours noir qui tapisse intérieurement le récipient, et production d'une vapeur organique fluorescente.

Conclusion. — On voit les complications que peuvent introduire certaines radiations ultraviolettes dans l'étude de la lumière diffusée par les gaz. Il

est donc prudent, pour vérifier expérimentalement la théorie de lord Rayleigh, de supprimer les radiations de longueur d'onde inférieure à $0^{\mu},3$.

J'ai pu cependant étudier par la photographie la diffusion des radiations de fréquence élevée par les molécules de l'air. Il faut n'éclairer qu'une faible partie de la masse gazeuse contenue dans le vase clos, et cela pendant des temps très courts (de 10 à 30 secondes) séparés par d'assez longs intervalles (de 10 à 30 minutes). Chaque cliché s'obtient ainsi par une série de poses courtes. Les particules produites pendant la durée d'une pose n'ont pas d'effet appréciable et disparaissent dans l'intervalle de temps qui sépare deux poses.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la silice amorphe précipitée.* Note de **M. P. Braesco**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Les chimistes désignent habituellement, sous le nom de *silice amorphe*, la silice précipitée et calcinée. La seule raison de considérer cette silice comme amorphe est que l'on ne peut y distinguer, ni à la vue simple, ni au microscope, de cristaux de forme déterminée. Or, on sait que beaucoup de précipités semblables, comme le sulfate de baryte dit *amorphe*, sont en réalité parfaitement cristallisés. Ils possèdent toutes les propriétés physiques, densité, etc. des cristaux de barytine. Il était intéressant de chercher à préciser l'état réel de la silice, dite *amorphe*, par la mesure de quelques-unes de ses propriétés physiques. Nous avons pensé à utiliser les mesures de dilatation parce que les différentes variétés de silice cristallisée : quartz, cristobalite, tridymite, présentent des anomalies importantes de dilatation, tout à fait caractéristiques de chacune de ces variétés.

Pour mesurer la dilatation d'une manière pulvérulente, il faut commencer par l'agglomérer en baguettes. Nous avons obtenu ce résultat par l'addition d'une proportion de silicate de soude égale au vingtième environ du poids de la matière. La pâte était comprimée dans des moules de 50^{mm} de longueur sur une section de $6^{mm} \times 8^{mm}$, puis calcinée au rouge naissant, c'est-à-dire vers 600°, pour provoquer l'agglomération.

Les mesures de dilatation ont été effectuées avec l'appareil de M. Chévenard [1]. Cet appareil donne une courbe dont les ordonnées représentent la différence entre la dilatation de l'échantillon et celle d'un barreau étalon de l'alliage nickel-chrome à 10 pour 100 de Cr (Baros). La grandeur de

[1] *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 916.

cette dilatation est amplifiée sur la plaque photographique dans le rapport de 1 à 300. Les abscisses de la même courbe donnent la dilatation du barreau étalon, d'où l'on déduit la température correspondant à chaque point de la courbe.

Toutes les mesures ont été faites sur des échantillons de 50^{mm} de longueur pour lesquels l'appareil est construit. Nous avons dans tous les cas doublé les nombres mesurés pour les rapporter uniformément à une longueur de 100^{mm}. Si l'on admet que les mesures de clichés photographiques peuvent être faites à $0^{mm},5$ près, l'incertitude sur la dilatation d'échantillons de 100^{mm} sera de $0^{mm},003$.

Dans un premier Tableau, nous donnons la dilatation du Baros calculée d'après les mesures de M. Guillaume, et celle de silicate de soude fondu, résultant de nos mesures :

Température.	Baros.	Silicate de soude.
°	mm	mm
100	0,134	0,114
200	0,277	0,234
300	0,429	0,366
400	0,589	0,514

On ne peut pas pousser les mesures au delà de 400° parce que le silicate de soude commence à se ramollir et se contracte sur lui-même à partir de 500°. La valeur du coefficient moyen de dilatation du silicate de soude employé, entre 0° et 400°, est de $12,6 \times 10^{-6}$.

Si dans un mélange les dilatations s'ajoutaient, ce qui n'est pas exact, l'accroissement de dilatation dû au silicate de soude employé dans la proportion de 5 pour 100 serait de $0,6 \times 10^{-6}$. En réalité, l'influence, comme nous allons le montrer, est bien moindre.

Pour étudier cette influence, on a pris un tube de silice fondue dont on a mesuré directement la dilatation, puis on l'a pulvérisé, aggloméré avec du silicate et l'on a refait la mesure sur cet aggloméré.

Voici les résultats : dans une première colonne on donne la dilatation de la silice vitreuse, telle qu'elle résulte de mesures antérieurement faites par différents savants; le coefficient moyen de dilatation généralement admis est de $0,54.10^{-6}$.

Température.	$0,54.10^{-6}$.	Baguette.	Baguette pulvérisée et agglomérée.
200°	0,0099	0,010	0,011
440°	0,0230	0,023	0,020

La présence du silicate de soude n'apporte donc pas de modifications sensibles du coefficient de dilatation, ou du moins les différences, si elles existent, sont inférieures aux erreurs expérimentales.

Pour les expériences sur la silice précipitée, on est parti soit de silice provenant de la décomposition du silicate de soude par l'acide chlorhydrique, soit de silice provenant de la décomposition du fluorure de silicium par l'eau. Dans les deux cas, les résultats obtenus ont été les mêmes. Cette silice a été déshydratée au rouge sombre vers 600° et employée après calcination préalable vers 600°, 1100°, 1400° ou 1600°, agglomérée avec du silicate de soude, puis cuite vers 600° pour assurer l'agglomération. Voici le résultat des mesures :

	Température de calcination.			
Température.	600°.	1100°.	1400°.	1600°.
°		mm	mm	mm
160	0,007	0,256	0,249	0,250
220	»	0,560	0,487	0,560
240	0,014	1,21	1,18	1,32
300	»	1,25	1,23	1,45
400	0,025	1,41	1,37	1,62

D'après ces chiffres, la silice précipitée, déshydratée et chauffée seulement à 600° se comporte exactement comme la silice vitreuse, dont elle a le faible coefficient de dilatation. Cela est donc bien de la silice amorphe, mais dès qu'elle a été calcinée à 1000° ou au delà, elle présente un changement brusque de dilatation entre 220° et 240°, propriété tout à fait caractéristique de la cristobalite qui, d'après les anciennes expériences de M. H. Le Chatelier, présente à 235° un changement allotropique, accompagné d'une dilatation brusque de 0,98 pour 100.

Ici la dilatation observée est, pour la silice calcinée à 1100° et 1400°, de 0,80 pour 100, et pour la silice calcinée à 1600°, de 0,90 pour 100.

On peut donc affirmer que la silice précipitée, calcinée à une température supérieure à 1000°, n'est plus de la silice amorphe, mais bien de la silice cristallisée dans la variété cristobalite.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de divers facteurs sur la vitesse critique de trempe des aciers au carbone*. Note de M. **Portevin**, présentée par M. H. Le Chatelier.

Dans deux Notes antérieures [1] nous avons décrit le dispositif expérimental adopté pour l'étude du refroidissement rapide, par immersion dans l'eau, de cylindres métalliques et nous avons exposé les conclusions qui nous paraissaient se dégager de cette étude quant aux lois expérimentales du refroidissement, ainsi que diverses conséquences relatives à la trempe des aciers au carbone. L'examen complet des courbes de refroidissement enregistrées à cette époque, dont le nombre dépassait 250, n'était pas entièrement terminé et il a permis depuis de tirer diverses autres conclusions et de compléter celles déjà formulées; la rédaction définitive et l'exposé complet des expériences feront l'objet ultérieurement d'un Mémoire détaillé.

1° Nous avons déjà signalé que, pour un même acier et pour des conditions initiales de trempe constantes, si l'on fait croître la rapidité du refroidissement, ou plus exactement la vitesse moyenne de refroidissement avec des lois de refroidissement semblables, l'abaissement du point de transformation ne se fait pas régulièrement; il y a discontinuité, ou tout au moins variation non graduelle de la position, dans l'échelle des températures, du point de transformation au refroidissement, lequel est marqué par une perturbation sur les courbes enregistrées. Après s'être abaissée progressivement, l'anomalie au refroidissement passe d'une position Ar' à une position Ar'', d'où la notion de *vitesses critiques de refroidissement*. Ceci est également signalé, comme il a été déjà dit, par l'examen de la microstructure, mais on peut aussi le mettre en évidence par :

a. L'étude de la durée de trempe en fonction du diamètre des cylindres homothétiques;

---

[1] *Étude expérimentale de refroidissement de divers métaux par immersion dans l'eau* (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 783).

Influence de la vitesse de refroidissement sur la température de transformation et la structure des aciers au carbone (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 885).

b. L'étude de la dureté Δ en fonction du diamètre desdits cylindres ou de la durée de trempe.

Pour caractériser la durée de trempe nous avons adopté le temps τ en secondes nécessaire pour franchir l'intervalle 700°-200°.

C'est ainsi que, si l'on étudie ce qui se passe au centre de cylindres homothétiques [1] en un acier à 1,07 C et 0,08 Mn et que l'on représente graphiquement la variation de τ en fonction du diamètre, on constate que les points représentatifs s'alignent sur deux droites différentes suivant que le diamètre des cylindres est plus grand que 14^{mm} ou plus petit que 13^{mm}; en même temps la dureté subit une variation considérable d'environ 200 unités Brinell. Ces deux phénomènes sont la conséquence de l'abaissement brusque de la température de transformation au refroidissement et du changement de microstructure qui passe de troostite à martensite.

Pour d'autres aciers on observe les mêmes groupements de phénomènes autour d'autres valeurs des diamètres et par suite des vitesses de refroidissement au centre.

La vitesse critique de trempe, ou plus exactement la région des vitesses de trempe dans laquelle s'opère cette modification brusque des phénomènes accompagnant le refroidissement de l'acier, apparaît comme la donnée la plus caractéristique de l'acier en ce qui concerne la trempe. Elle est commodément définie par sa durée de refroidissement τ correspondante.

Nous avons déjà signalé que la vitesse critique de trempe paraît présenter un minimum vers la teneur eutectique pour les aciers au carbone trempés à partir d'une même température, mais elle est également influencée notablement par la teneur en manganèse et elle décroît avec cette dernière.

C'est ainsi que la durée de trempe correspondant à la vitesse critique pour un acier à 0,8 pour 100 C et 0,2 pour 100 Mn dépasse de plus du double celle d'un acier à 1 pour 100 C et 0,8 pour 100 Mn pour des températures initiales de trempe à 750°.

L'étude de l'influence de la température initiale de trempe a montré, en outre, que la règle, souvent énoncée par certains auteurs, « la température de trempe ne doit pas dépasser de plus de 50° le point de transformation », est, sous cette forme succincte et absolue, incorrecte, ce qui est d'accord avec la pratique industrielle. La température minimum de trempe

(1) On avait choisi des cylindres de hauteur égale à trois fois le diamètre.

dure est fonction de la vitesse de refroidissement et est d'autant plus basse que cette vitesse est plus élevée.

Ces trois facteurs, teneurs en carbone et en manganèse, température initiale de trempe, ne sont pas les seuls qui agissent sur la vitesse critique de trempe; l'état initial au début du refroidissement, la présence d'inclusions, etc. peuvent agir notablement. L'intervention de ces différents facteurs permet de trouver les raisons des différences que l'on constate dans la manière dont se comportent les aciers vis-à-vis de la trempe ainsi que de comprendre le rôle joué par les traitements thermiques qui précèdent la trempe.

2° D'après les résultats annoncés par M. Chevenard [1] sur un acier à 0,86 pour 100 C et 0,15 pour 100 Mn en fils de $0^{mm},32$ de diamètre, on voit que la vitesse critique de trempe est supérieure à 700 degrés/secondes lorsque la température initiale de trempe est voisine de 750°. Si nous nous reportons d'autre part aux courbes expérimentales trouvées pour un acier à 0,8 pour 100 C et 0,2 pour 100 Mn en cylindres de 20^{mm} de diamètre, nous voyons que la vitesse critique de trempe pour le centre du cylindre est inférieure, dans ces conditions, à 100 degrés/secondes à 750°.

L'écart est trop considérable pour qu'il puisse être imputable à des différences de comparabilité résultant des modes opératoires adoptés dans ces deux cas et l'on est ainsi conduit à attribuer à la pression un rôle effectif dans la formation de la troostite : assertion souvent exprimée mais sans aucune preuve expérimentale à l'appui.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur le dosage du zirconium.* Note de MM. **Paul Nicolardot** et **Antoine Reglade**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Parmi les différentes réactions indiquées pour la précipitation du zirconium, la formation d'un phosphate en milieu acide utilisée par Hillebrand [2] pour l'analyse des zircons a retenu notre attention. Il nous a paru intéressant de savoir si la précipitation du zirconium était vraiment complète en présence du fer, du chrome et de l'aluminium. Cette réaction serait caractéristique

---

(1) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 59.

(2) Treadwell, *Analyse quantitative* (traduction Duringer), p. 471.

du zirconium, puisque le bismuth qui lui est très rarement associé est le seul élément qui puisse être dosé dans ces conditions.

Mais les indications publiées à ce sujet ne sont pas concordantes. M. Treadwell affirme que la précipitation du phosphate de zirconium est quantitative en milieu sulfurique à 1 pour 100 d'acidité, alors que d'autres auteurs ne l'indiquent comme possible qu'en milieu neutre.

Nous avons effectué plusieurs séries d'essais, afin de mettre en évidence l'action de l'acidité des solutions de sels étrangers et du temps de contact des réactifs avant la filtration. Le sel utilisé était de l'azotate de zirconium pur qui, après dessiccation (5,40 pour 100 d'humidité), laissait par calcination 47,80 pour 100 de son poids en ZrO^2. En précipitant la zircone par les procédés ordinaires (hyposulfite, ammoniaque, etc.), on retrouvait toujours le poids théorique d'oxyde (48^{mg} au lieu de $47^{mg},8$) pour 50^{cm^3} d'une solution d'azotate à 2^g par litre.

En milieu neutre, ces 50^{cm^3} fournissent avec un excès de phosphate d'ammoniaque (10^{cm^3} à 10 pour 100, soit 1^g) et après 2 heures un précipité très gélatineux qui filtre lentement. Il faut le laver très longtemps pour éliminer l'excès de réactif. Le liquide filtré ne laisse déposer aucune trace de zircone, soit au bout d'un temps fort long, soit après addition de sulfhydrate d'ammoniaque. La réaction est donc bien quantitative dans ces conditions. Après calcination (à effectuer en creuset fermé au début, à cause des décrépitations) le pyrophosphate est grisâtre et arrive rapidement à poids constant, 98^{mg}.

Le coefficient à employer pour ZrO^2, qui serait théoriquement 0,462, est donc ici pratiquement 0,487 (M. Treadwell indique 0,50). Pour Zr, ce coefficient est 0,36.

Influence de l'acidité. — La teneur en acide sulfurique du milieu a été augmentée progressivement et les précipités calcinés pesaient :

En milieu neutre		98 mg
Avec 1 pour 100 SO^4H^2		97,5
» 3	»	97,5
» 5	»	98
» 10	»	97
» 20	»	97
» 35	»	95
» 50	»	90

Précipitation en solution tiède et filtration après 2 heures de repos.
Calcination en creusets fermés, puis ouverts.

Jusqu'à 20 pour 100 d'acide, on peut donc admettre que la précipitation est complète. En milieu plus acide, elle est encore presque totale ; mais de telles acidités sont inadmissibles. Pour les acidités les plus fortes, nous avons dû laisser déposer le précipité et le décanter pour le laver, afin de ne pas percer les papiers filtres. Au fur et à mesure que l'acidité augmente, le précipité devient moins gélatineux et plus grenu. Avec le phosphate de soude, les résultats sont sensiblement les mêmes. Nous préférons cependant utiliser le phosphate d'ammoniaque, qui n'apporte pas de surcharge en alcali fixe.

Pour être sûrs de ne pas être en présence d'un complexe de zirconium dont les réactions auraient été très différentes de celles des sels normaux, obtenus au cours du dosage, nous avons effectué les mêmes essais avec le sel de zirconium évaporé en présence d'acide sulfurique. Les résultats obtenus ont été identiques à ceux fournis par l'azotate de zirconium.

Séparation du fer, de l'aluminium et du chrome. — Les mêmes essais ont été répétés en présence de sels de fer, de chrome et d'aluminium, ajoutés sous la forme de sulfate ferrique, d'alun de chrome ou d'azotate d'aluminium et en quantité telle qu'il y eût en solution 88^{mg} de fer ou 100^{mg} de chrome ou d'aluminium. La filtration avait lieu au bout de 2 heures de repos.

	Poids du précipité avec		
	Fer.	Chrome.	Aluminium.
Milieu neutre..........	170	»	»
1 pour 100 SO^4H^2......	136	104	110
5 »	114	104	99
10 »	106	»	98
15 »	103	»	98
20 »	98	98	97,5

Avec le fer et le chrome, les précipités calcinés sont de moins en moins colorés à mesure que l'acidité augmente. A 20 pour 100, ils sont blancs, à peine teintés. La séparation du zirconium et de l'aluminium est facile. Il suffit d'une acidité de 10 pour 100.

Nous avons cherché à préciser pour quelle acidité minimum avait lieu la séparation du fer et du zirconium et nous avons exécuté des essais avec des acidités comprises entre 15 et 20 pour 100 :

SO^4H^2.	mg
16 pour 100..................................	103
17 »	103
18 »	102
19 »	100

Le phosphate de zirconium précipite, sans entraîner de fer, quand l'acidité est de 20 pour 100 au moins. A cause de l'intérêt qu'il y aurait à pouvoir titrer ensuite le fer, après précipitation du zirconium, quelques essais ont été effectués pour savoir si le phosphate d'ammoniaque n'influait pas sur le dosage au permanganate. Nous avons toujours retrouvé par titrage les 88^{mg} de fer titrés dans un essai à blanc. Le réactif ne gêne donc pas.

Influence du temps. — Dans tous ces essais, le précipité étant filtré au bout de 2 heures, il nous a paru utile de voir si, avec le temps, la séparation du zirconium du fer, de l'aluminium, du chrome ne se produisait pas complètement, même en milieu peu acide, comme l'indique M. Treadwell. Nous avons laissé déposer le phosphate de zirconium en milieu peu acide (1 pour 100 SO^4H^2) pendant 24 heures et nous avons filtré au bout de ce temps. Le fer et l'aluminium sont encore entraînés (150^{mg} pesés au lieu de 98^{mg}). Il en est de même après 3 jours de repos.

En résumé, le phosphate d'ammoniaque en milieu acide (20 pour 100 au moins d'acide sulfurique) est un réactif caractéristique du zirconium en présence du fer, du chrome et de l'aluminium, puisque le bismuth, qui seul précipite dans de telles conditions, lui est très rarement associé. Nous nous proposons d'appliquer ce procédé de dosage du zirconium à l'analyse des minerais, des alliages et des aciers qui en renferment.

GÉOLOGIE. — *Le calcaire carbonifère dans la région de Lille.* Note de M. G. **Delépine**, présentée par M. Ch. Barrois.

Ayant repris l'étude d'échantillons de calcaire carbonifère prélevés dans la région de Lille au cours de sondages déjà anciens et utilisés par J. Gosselet [1], j'ai pu faire les observations suivantes :

1. Le calcaire carbonifère que la sonde rencontre à Lille même, ou dans le voisinage au sud et à l'est, est constitué par une roche de couleur noire; ce calcaire contient une forte proportion d'argile; les débris d'encrines qui s'y trouvent forment des traînées dont la présence facilite la division des blocs en plaquettes minces; des fragments de phtanites sont souvent ramenés avec le calcaire. Ces caractères sont les mêmes que ceux des calcschistes et

---

[1] *Les assises crétacées et tertiaires dans les fosses et sondages du nord de la France* (*Mém. Minist. Trav. pub.*, Paris, 1905).

calcaires à chaux hydraulique de Tournai. L'examen de la faune complète ce rapprochement. Dans un échantillon j'ai déterminé : *Spirifer tornacensis* de Kon., *Spirifer Rœmerianus* de Kon., *Spiriferina laminosa* Mc Coy, *Dielasma*, *Poteriocrinus*, *Platycrinus*, *Zaphrentis Omaliusi* M. E. et H. — Dans un fragment provenant de Genech (sud de Lille), M. Ch. Barrois avait signalé *Cyathaxonia cornu* Mich., et *Murchisonia*. Un calcaire noir d'Emmerin (sud de Lille) renferme *Spirifer cinctus* de Kon. : l'exemplaire qui m'a été signalé par M. Pruvôt appartient à la variété de petite taille que l'on rencontre dans les calcaires noirs de Tournay.

2. Au nord et au nord-est de Lille, à partir de Croix et surtout à Roubaix, Tourcoing et Halluin, les sondages ramènent du calcaire crinoïdique et surtout des dolomies brunes soit crinoïdiques, soit simplement grenues. Par ce trait, le calcaire carbonifère de la région de Roubaix à Tourcoing se rattache à celui de la vallée de la Dendre ; J. Gosselet avait établi déjà cette relation (1).

3. Enfin à Armentières, au nord-ouest de Lille, on a ramené des fragments d'un calcaire gris subcompact, à structure grenue et finement oolithique, qui appartient à un niveau plus élevé du calcaire carbonifère, au sous-étage viséen.

Ces faits sont à rapprocher de ceux qu'on observe dans le calcaire carbonifère du Hainaut belge. J'ai montré ailleurs (2) que les facies tournaisiens de la bordure septentrionale du bassin de Namur (calcaires crinoïdiques et dolomies), au lieu de garder leur direction moyenne Est-Ouest, subissent à partir de la vallée de la Dendre une déviation vers le Nord-Ouest ; les facies de la partie centrale du bassin de Dinant (où les calcaires noirs prédominent) suivent la même direction et par Landelies se prolongent vers le Nord-Ouest, à travers le bassin de Namur, jusqu'à Tournai.

Or, d'après les données fournies par les sondages et résumées ci-dessus, les facies de Tournai se retrouvent à Lille même et au sud de Lille, et ceux de la Dendre remontent vers le Nord jusqu'à Tourcoing et Halluin, exactement à l'ouest des derniers points où affleurent en Belgique les schistes siluriens du Brabant.

---

(1) *Ann. Soc. géol. du Nord*, t. 35, 1906, p. 178.

(2) *Recherches sur le calcaire carbonifère de la Belgique*. Paris, Ch. Béranger, 1911 (voir notamment p. 60 et 346).

Les facies du calcaire carbonifère se succèdent et s'orientent dans la région de Lille comme s'ils tendaient à déborder et à contourner le massif silurien du Brabant par le Nord-Ouest, dans l'espace compris entre la région de Renaix et le bombement du Boulonnais.

Cette allure du calcaire carbonifère paraît indiquer que l'axe du massif du Brabant subirait un affaissement à l'ouest de Renaix et qu'il existerait dans l'espace compris entre Halluin et Hazebrouck non seulement un golfe comme l'avait indiqué Gosselet ([1]), mais plutôt une large cuvette transversale, comme l'avait pensé Marcel Bertrand ([2]). Cette hypothèse est renforcée par la présence du Viséen à Armentières, et aussi par le fait très important, récemment signalé par M. P. Pruvôt ([3]), de l'existence à Merville du Houiller inférieur. Ces lambeaux de Carbonifère se trouvent précisément l'un et l'autre sur les bords de cette dépression transversale par rapport à la direction du Brabant, dans l'espace qui s'ouvre entre le Boulonnais et les collines de Renaix.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur un tracé ancien de la vallée de la Rance.* Note de M. **A. Vacher**, présentée par M. Ch. Barrois.

On a signalé (1893) que les eaux de la Rance débouchaient autrefois non pas dans la rade de Saint-Malo, mais, plus à l'Est, dans la région appelée *marais de Dol* ([4]). On a précisé postérieurement (1905) que la Rance allait se jeter *par Châteauneuf* dans la baie du Mont Saint-Michel ([5]). En se fondant sur ces indications, on peut proposer de distinguer : la *rivière de Saint-Malo*, qui est la basse Rance d'aujourd'hui; la *rivière de Châteauneuf*, qui est la basse Rance d'autrefois, et la *rivière de Dinan* qui a eu successivement pour prolongement d'abord la rivière de Châteauneuf, puis la rivière de Saint-Malo. Il reste à préciser le tracé de la rivière de Châteauneuf. Il faut, pour le faire, combiner des détails de topographie, obser-

---

(1) *Esquisse géol. du nord de la France*, pl. VI, A, 1880.

(2) *Ann. des Mines*, 9e série, t. 3, 1893, p. 71.

(3) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 94.

(4) Ch. Barrois, Feuille n° 60 (*Dinan*) de la Carte géologique de la France à 1 : 80000e. Notice explicative, 1re colonne.

(5) Commandant O. Barré, *Les origines tectoniques du golfe de Saint-Malo* (*Ann. de Géographie*, t. 14, 1905, p. 30-33).

vables sur le terrain ou sur des cartes à grande échelle, et des observations géologiques.

I. *Preuves topographiques.* — 1° En amont du village de Saint-Suliac la vallée de la Rance présente un rétrécissement très sensible, avec un hameau sur chaque rive : Port Saint-Hubert sur la rive occidentale et Port Saint-Jean sur la rive orientale; l'orientation de la vallée change à partir de cet étroit, elle passe du Nord-Est au Nord-Ouest.

2° Le dessin d'un méandre, décrit par la rivière en amont de l'étroit, se poursuit à l'Est, en dehors de la vallée actuelle : la rive concave du méandre est prolongée par le tracé du versant nord d'une vallée latérale, drainée actuellement par un ruisseau sans importance; les eaux de tête de ce ruisseau apparaissent au voisinage du hameau de la Ville-Boutier.

3° Plus à l'Est, entre ce vallon et la zone déprimée du marais de Dol, existe un seuil d'environ 20^{m} d'altitude, encadré, au Nord-Ouest et au Sud-Est, par des régions un peu plus élevées, qui sont à l'altitude de 30^{m} à 35^{m}. Les courbes de niveau des minutes au 1 : 40000e de la Carte de l'État-Major permettent de retrouver, au nord-est de ce seuil, dans la topographie actuelle, les traces d'un ancien lobe de méandre encaissé.

L'étroit du Port Saint-Jean et du Port Saint-Hubert est une brèche faite dans le versant septentrional de l'ancienne rivière de Châteauneuf par les eaux de tête de la rivière de Saint-Malo : c'est par cette brèche qu'ont été soutirées les eaux de la rivière de Dinan. Au moment de la capture, la rivière de Châteauneuf décrivait à l'est du point de capture deux méandres encaissés : le plus occidental subsiste, en partie noyé par la montée récente des eaux marines; le méandre oriental, abandonné par les eaux courantes, se distingue difficilement dans la topographie.

4° Entre Châteauneuf et la pointe du Château-Richeux, la vallée de l'ancienne rivière de Châteauneuf est enfouie sous les dépôts marins récents du marais de Dol. Les lambeaux du versant occidental se distinguent seuls sur les minutes en courbes au 1 : 40 000e : ils sont représentés par une suite de buttes-témoins, circonscrites chacune sur la carte par la courbe de 50^{m} et alignées de l'ancien moulin de Saint-Suliac au Sud-Ouest jusqu'à Cancale au Nord-Est; ces buttes se rapprochent de plus en plus de la falaise morte du marais de Dol et de la ligne de falaises vivantes qui continue la falaise morte au nord de la pointe du Château-Richeux.

5° La Carte hydrographique des côtes de France n° 844 indique, au large de Cancale, dans la région dite *grande rade de Cancale*, une fosse allongée

du Sud au Nord, dont les profondeurs sont au moins de 10^{m} et atteignent 12^{m} et 14^{m}. Cette fosse correspond à l'extrémité aval de l'ancienne rivière de Châteauneuf.

II. *Preuves géologiques.* — Dans la région comprise entre l'étroit de la vallée actuelle de la Rance au Sud-Ouest et la pointe du Château-Richeux au Nord-Est, il existe des lambeaux de terrasses qui permettent de restituer les stades de creusement de la rivière de Châteauneuf. Ces lambeaux sont constitués par des sables argileux jaunâtres, qui contiennent des éléments quartzeux de grandes dimensions et d'ordinaire grossièrement roulés. Ces dépôts alluvionnaires ont été observés :

1° Au sud-est de Châteauneuf (altitude 28^{m}-20^{m}) de part et d'autre de la route de Châteauneuf à Miniac, sur le seuil d'environ 20^{m} signalé plus haut entre la vallée actuelle de la Rance et le marais de Dol;

2° Au sud-est du village de la Ville-ès-Nonais et au nord-ouest du gisement précédent, en deux lambeaux superposés, aux altitudes respectives de 35^{m}-25^{m} et de 50^{m}-45^{m};

3° Au voisinage immédiat du village de Saint-Guinoux, sur la route de Saint-Guinoux à Châteauneuf (altitude 25^{m}-20^{m}) ;

4° Au sud-est de Saint-Méloir-des-Ondes (altitude 45^{m}-35^{m}); un lambeau alluvial qui se rencontre au nord du village de Saint-Père-Mare-en Poulet et qui est symétriquement placé par rapport au précédent, à la même altitude, paraît constituer avec lui un ensemble.

Les deux lambeaux de terrasses de 50^{m}-45^{m} et de 35^{m}-25^{m}, au voisinage de la Ville-ès-Nonais, représentent les deux plus anciens stades de creusement de la vallée; le lambeau situé au sud-est de Châteauneuf (28^{m}-20^{m}) et celui de Saint-Guinoux (25-20^{m}) représentent un troisième stade, qui est immédiatement antérieur au phénomène de capture de la rivière de Dinan par celle de Saint-Malo. Les deux lambeaux voisins de Saint-Méloir et de Saint-Père représentent la terrasse d'un affluent de gauche de la rivière de Châteauneuf et correspondent vraisemblablement au stade de creusement le plus ancien.

La rivière de Saint-Malo a soutiré à la rivière de Châteauneuf les eaux de la rivière de Dinan par l'étroit du Port Saint-Hubert et du Port Saint-Jean. La rivière de Châteauneuf, avant cet appauvrissement, avait laissé les traces de trois stades de creusement sur le versant occidental de sa vallée. De son versant oriental il ne reste plus qu'une butte témoin, la butte de Lillemer : ce versant oriental et le plafond de la vallée ont disparu sous les alluvions marines qui constituent le sol du marais de Dol.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur une règle de prévision des variations barométriques et son coefficient de certitude.* Note de MM. **G. Reboul** et **L. Dunoyer.**

L'un de nous a antérieurement énoncé (¹) certaines règles qui permettent de prévoir les variations barométriques en faisant intervenir la *tendance* barométrique (variation pendant les dernières heures) et l'intensité des vents de surface : les régions les plus menacées par la baisse sont celles où le rapport $\frac{V}{T}$, de la vitesse du vent à la tendance, sont négatifs et de plus faible valeur absolue; les régions où la hausse va se produire et se stabiliser sont celles où ces quotients sont les plus faibles et positifs.

Il est utile de compléter ces règles par l'examen de leur *coefficient de certitude*. Nous avons en effet constaté l'intérêt pratique de cette notion pour toutes les règles de prévision du temps que nous avons adoptées et dont l'emploi méthodique nous a permis de suppléer avantageusement, dès le printemps 1916, au flair ou à l'habileté que donne seule, dit-on, une longue pratique de la prévision. Quoique ces règles soient susceptibles d'interprétations théoriques et puissent être le point de départ des recherches expérimentales sur lesquelles nous nous réservons de revenir, nous ne les considérerons actuellement que comme *faits d'observation*. Ces faits ont pour base les données recueillies par nous à la Station météorologique de Malzéville.

Pour contrôler nos règles avec netteté et les discuter avec fruit, nous nous sommes efforcés de les énoncer avec le plus de précision possible. Ainsi énoncées, elles présentent un certain nombre d'exceptions : sur N cas d'application d'une règle, on trouve, par exemple, que le résultat est favorable dans F cas seulement. Nous appelons *coefficient de certitude* de la règle le rapport $\frac{F}{N}$.

Une prévision faite avec une règle dont le coefficient est égal à $\frac{F}{N}$ présente donc F chances sur N d'être exacte. Si d'ailleurs, pour faire une prévision, nous employons non une seule règle, mais, comme c'est le cas le plus fréquent, plusieurs règles portant sur des éléments météorologiques différents et intervenant chacune avec leur coefficient de certitude, il est clair que

(¹) *Comptes rendus*, t. **166**, 1918, p. 423.

nous augmentons la chance de voir notre précision confirmée. Cette chance pourrait être évaluée numériquement si l'on connaissait le coefficient de certitude relatif à un groupe de règles simultanément appliquées. Mais la détermination statistique de ce coefficient ne laisse pas d'être délicate en raison de la difficulté de grouper les situations météorologiques véritablement semblables. Toujours est-il que la connaissance des coefficients de certitude de chacune des règles appliquées permet de se faire une idée de degré de probabilité qu'il est permis d'attribuer à la prévision faite.

En ce qui concerne les règles relatives aux valeurs du rapport $\frac{V}{T}$, la discussion de nos observations montre que le coefficient de certitude de ces règles varie avec les saisons. Sa valeur moyenne, déduite des applications faites pendant l'année 1917, est environ 0,70; mais sa valeur réelle varie d'un mois à l'autre d'une manière à peu près continue, comme l'indique le Tableau suivant :

Mois	Coefficient de certitude des règles $\frac{V}{T}$ pour les basses pressions.	pour les hautes pressions.
Janvier	0,76	0,72
Février	0,84	0,80
Mars	0,78	0,72
Avril	0,65	0,82
Mai	0,61	0,90
Juin	0,66	0,81
Juillet	0,65	0,82
Août	0,70	0,75
Septembre	0,64	0,71
Octobre	0,75	0,60
Novembre	0,68	0,53
Décembre	0,72	0,60
Semestre d'été	0,65	0,80
Semestre d'hiver	0,75	0,66

Pendant le semestre d'été, l'application des règles $\frac{V}{T}$ est plus avantageuse pour les hautes pressions que pour les basses pressions; c'est le contraire pour les mois d'hiver. La discussion d'autres règles nous amènerait à la même conclusion, qui est liée à la stabilité de certains régimes météorologiques, plus grande pendant l'une que pendant l'autre de ces deux saisons.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Esquisse d'une théorie de la pluie. Influence de l'altitude.* Note de M. E. Mathias, présentée par M. E. Bouty.

1. La pluie ne dépend, à l'origine, que des nuages et de la température de l'air aux altitudes où existent les nuages à gouttelettes liquides.

Considérons une sphère S, concentrique à la Terre supposée sphérique, et d'un rayon légèrement inférieur au rayon terrestre augmenté de l'altitude moyenne des nuages de pluie. Au-dessus d'un département français, qui n'occupe en somme qu'une fraction infime de la surface de la Terre, une calotte sphérique de surface constante et égale à 1^{km^2} par exemple, est traversée en moyenne, dans le cours d'un nombre constant d'années assez grand (20, je suppose), par une quantité de pluie toujours la même quel que soit l'emplacement de la calotte au-dessus du département considéré.

En d'autres termes, l'origine de la pluie est extérieure à la Terre, et son *flux* moyen annuel, pendant le cours de 20 années, par unité de surface de la sphère S, doit être considéré comme constant au-dessus d'un département français.

Cela étant, supposons une région d'un département français où l'altitude des points de la surface varie d'une façon continue, la pente étant toujours faible et sans ressaut vertical appréciable.

Considérons deux points M et N de la surface du sol et la sphère, concentrique à la Terre et à S, qui passe par le point N. En une année moyenne, la hauteur de pluie qui tombe en M ne différera de celle qui tombe en N que *parce que cette pluie, qui était la même par unité de surface de la sphère* S, *a parcouru ensuite dans l'air des chemins inégaux, dont la différence est égale à l'altitude relative* A *de* N *par rapport à* M.

En quittant l'atmosphère saturée du nuage générateur, la pluie rencontre des espaces qui ne sont pas saturés où elle s'*évapore*, sous la double influence de sa vitesse et de la différence $F - f$ entre la tension de saturation à la température de la goutte et la tension actuelle de la vapeur d'eau à la température de l'espace traversé.

A mesure que la pluie se rapproche de la Terre, la température s'élève de 6° par kilomètre; sous l'influence de ce réchauffement rapide, auquel s'ajoute le rayonnement de la Terre résultant surtout de son échauffement par le Soleil et parfois le rayonnement direct du Soleil, la pluie continue de

se *vaporiser* [1]. Il peut arriver qu'elle se vaporise complètement avant d'arriver au sol. Soient h et h_0 les hauteurs d'eau annuelles moyennes tombant en N et M. La différence $h - h_0$ tient à ce que, pour aller de S en M, la pluie parcourt l'espace qui va de S en N augmenté de la hauteur A tout le long de laquelle elle subit la double action (évaporation et vaporisation) dont il a été parlé.

Pour de petites différences de niveau, l'influence perturbatrice étant faible parce qu'elle s'exerce pendant un temps très court à cause de la grande vitesse de chute [2], nous aurons le droit d'écrire que l'*effet*, savoir la différence $h - h_0$, est proportionnel à la *cause*, qui est la différence d'altitude A. On a donc, k étant un coefficient convenable,

$$h - h_0 = kA$$

ou

$$h = h_0 + kA. \tag{1}$$

Si M est au niveau de la mer, A est l'altitude de N rapportée au niveau de la mer; k est ce que nous appellerons le *coefficient d'altitude*.

2. L'action réchauffante de la Terre sur l'atmosphère, et par suite sur la pluie qui la sillonne, a deux causes : le *feu central* et *l'échauffement superficiel produit par l'action solaire*. Pour une variation d'altitude allant jusqu'à 2^{km}, l'éloignement du centre de la Terre, à cause de la grandeur du rayon terrestre (6370^{km}), ne modifie pas d'une façon appréciable le rayonnement purement terrestre venant du feu central.

Pour que le rayonnement total demeure le même, dans l'unité de temps, il faut et il suffit que l'échauffement moyen produit par l'action solaire

---

(1) J'emploie, à dessein, deux mots différents : 1° le mot *évaporer*, pour caractériser le phénomène produit à chaque instant par la double influence de la vitesse et de $F - f$ et pendant lequel chaque goutte d'eau se prend à elle-même la chaleur de vaporisation dont elle à besoin; 2° le mot *vaporiser*, pour caractériser le second phénomène produit par le réchauffement de la goutte sous des influences multiples, et pendant lequel la goutte prend de la chaleur au milieu extérieur.

(2) La vitesse de la chute est (ou tend vers) une *vitesse limite* constante provenant de ce que l'accélération du mouvement est détruite par la résistance, proportionnelle au carré de la vitesse, que l'air lui oppose et qui transforme le mouvement uniformément varié en un mouvement uniforme.

demeure le même, c'est-à-dire qu'on reste sur un même parallèle géographique. On en conclut donc que :

Toutes choses égales d'ailleurs, k doit être constant le long d'un parallèle géographique.

On peut aller un peu plus loin. Dans le rayonnement total de la Terre, l'échauffement superficiel solaire est, en somme, prépondérant, la Terre transformant en rayons obscurs de très grandes longueurs d'onde le rayonnement lumineux du Soleil. A cause de cela, le pouvoir émissif de la Terre, qui est proportionnel à $1 - k$, est grossièrement indépendant de l'état de la surface terrestre [1]. Il s'ensuit donc que :

Dans d'assez larges limites (à la surface de la France, par exemple), le coefficient d'altitude k restera constant le long d'un parallèle géographique malgré les variations de la surface du sol.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Production d'acide citrique par le* Sterigmatocystis nigra. Note [2] de M. **Marin Molliard**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Wehmer (1893) a fait connaître des Mucédinées, pour lesquelles il a créé le genre *Citromyces*, qui sont capables de transformer en acide citrique une partie du sucre mis à leur disposition ; on admet généralement qu'il s'agit d'une oxydation incomplète et l'acide citrique est considéré comme ayant la même signification que l'acide oxalique fabriqué par des organismes voisins, *Penicillium*, *Aspergillus*, *Sterigmatocystis*, en d'autres termes la nature de l'acide serait liée à la spécificité des Champignons considérés.

Or l'étude des modifications que subit l'acidité des cultures de *Sterigmatocystis nigra*, dans certaines conditions, m'a amené à établir que cette moisissure est capable de fabriquer de l'acide citrique aussi bien que de l'acide oxalique; tantôt les deux acides sont concomittants, tantôt un seul apparaît, à l'exclusion de l'autre.

---

(1) Toutes les roches terrestres superficielles s'étant à la longue recouvertes d'une *patine végétale* (mousses, etc.), leur pouvoir émissif, pour de très grandes longueurs d'onde, ne peut être que très uniforme et largement indépendant de la nature même de la roche.

(2) Séance du 10 février 1919.

Nous ne considérerons ici que le cas de cultures effectuées sur le milieu suivant :

Eau (q. s.)	1000^{cm^3}
Saccharose	$46^g,6$
Azotate d'ammonium	0 ,356
Phosphate monopotassique	0 ,080
Sulfate de magnésium	0 ,080
Sulfate ferreux	0 ,0046
Sulfate de zinc	0 ,0046

c'est-à-dire sur une solution ne contenant que le dixième des quantités de nitrate d'ammonium et de sels minéraux correspondant au meilleur rendement. Ces cultures étaient faites à la température de 36° dans des fioles coniques de 1^l contenant 150^{cm^3} de la solution nutritive et à partir de spores dont j'ai vérifié avec soin la pureté. Si l'on en prélève une au bout de 10 jours, on constate que l'acidité est devenue considérable, environ celle de 17^{cm^3} de solution normale; il n'y a plus trace, à ce moment, d'acide nitrique dans le liquide, mais on y peut déceler la présence d'acide oxalique, en quantité d'ailleurs très insuffisante (72^{mg}) pour expliquer, même s'il était entièrement à l'état libre, la forte acidité de la culture.

D'autre part, le liquide présente la réaction de Berg, caractéristique des acides-alcools, et celle de Denigès, spécifique de l'acide citrique; traité par l'acétate de plomb, après précipitation de l'acide oxalique, il donne un abondant précipité à partir duquel, après décomposition du sel de plomb par l'hydrogène sulfuré, on peut obtenir un produit entièrement cristallisé, qu'il est facile d'assimiler à l'acide citrique; il en a la forme cristalline, la saveur, le point de fusion; enfin le rapport existant entre le poids du corps ainsi obtenu et l'acidité qu'il détermine est exactement celui qui correspond à l'acide citrique.

On peut évaluer la quantité d'acide citrique produit par le procédé ordinairement employé, qui consiste à former le sel tricalcique, mais les nombres ainsi fournis sont toujours, surtout pour de faibles quantités, très inférieurs à la réalité et, dans le cas où nous nous trouvons, on est beaucoup plus près de la vérité, sachant qu'il n'y a pas d'autre acide-alcool formé et qu'il ne peut exister que des traces d'acides minéraux, en évaluant l'acide citrique d'après l'acidité totale du milieu diminuée de celle qui revient à l'acide oxalique supposé libre. On trouve ainsi qu'au dixième jour il existe dans le liquide de culture environ $1^g,1$ d'acide citrique, alors qu'il reste encore près de $2^g,5$ de sucre réducteur sur les $7^g,2$ existant au début; entre le

moment (2 jours $\frac{2}{3}$) où le poids du mycélium sec a atteint la valeur qu'il garde jusqu'au dixième jour et cette dernière date, il disparaît environ $2^g,3$ de sucre; le rendement est donc, dans la période considérée, égal à 0,48, c'est-à-dire de l'ordre de celui qui a été signalé pour les *Citromyces*.

Du reste, le Tableau suivant renseignera sur les variations du poids sec de mycélium, de l'acidité totale, de l'acide oxalique et de l'acide citrique, au cours d'une culture de *Sterigmatocystis nigra*, effectuée dans les conditions que nous avons définies, c'est-à-dire en présence de quantités insuffisantes d'azote et de sels minéraux pour la dose de sucre fournie; ces conditions sont d'ailleurs celles que Mazé et Perrier (1904) ont montré être également favorables à la production d'acide citrique par les *Citromyces*.

Durée (jours).	Poids de la substance sèche (mg).	Sucre consommé (mg).	Acidité totale (cm³ de solution normale).	Acides	
				oxalique (mg).	citrique (mg).
1 $\frac{1}{3}$	334	900	0,96	0	+
1 $\frac{2}{3}$	570	1891	2,56	40	+
2	698	2108	4,48	52	+
2 $\frac{1}{3}$	754	2410	5,44	48	327
2 $\frac{2}{3}$	789	2614	6,56	52	402
3	778	2730	5,60	50	308
4	781	2760	4,64	52	266
6	801	2786	5,28	62	300
8	807	2975	6,88	72	402
10	896	4713	16,96	72	1107
12	980	5132	17,12	82	1106
15	1281	6010	18,20	96	1169

L'acidité croît tout d'abord régulièrement par suite de la mise en liberté de l'acide nitrique; mais celui-ci n'existe plus à partir de 2 jours $\frac{1}{3}$ et les réactions de Berg et de Denigès sont déjà positives pour les cultures de 1 jour $\frac{1}{3}$; l'acidité décroît ensuite légèrement, les acides formés étant probablement en partie neutralisés par des bases qui proviennent de l'autolyse du mycélium, puis elle se relève et subit une augmentation considérable vers le dixième jour, ce qui correspond à une importante production d'acide citrique. Il est à remarquer que cet acide se constitue dès le début de la culture, l'acide oxalique ne faisant son apparition qu'au bout de 1 jour $\frac{2}{3}$, c'est-à-dire au moment où les conidies commencent à se constituer; à partir de cette époque, l'acide oxalique n'augmente que très lente-

ment et son poids n'est nullement dans un rapport constant avec celui de l'acide citrique; les deux acides paraissent donc correspondre à deux modes de formation indépendants l'un de l'autre; ce point reste à préciser plus tard.

L'acide citrique se produit d'ailleurs dans d'autres conditions défavorables pour le développement du mycélium, et nous nous contenterons d'insister sur le fait que sa formation n'est pas limitée au genre *Citromyces;* d'ailleurs Wehmer a montré qu'il se produit dans des cultures de *Mucor pyriformis* et de *Penicillium luteum;* cela montre une fois de plus qu'il convient de ne pas combiner, comme on le fait si souvent en bactériologie, les caractères physiologiques et les caractères morphologiques pour la dénomination et la systématique des espèces; les *Citromyces* paraissent n'être que des *Penicillium* et leur appellation générique a le tort de faire appel à un caractère qui n'est nullement différentiel.

BIOLOGIE. — *Les lois de la cicatrisation des plaies sont-elles réductibles aux lois générales de croissance des organismes?* Note de MM. **E. Fauré-Frémiet** et **F. Vlès**, présentée par M. Y. Delage.

On peut se demander si les lois des phénomènes de cicatrisation ne doivent pas être ramenées à celles plus générales de la croissance des organismes et des organes. Quelques expressions mathématiques acceptables de celles-ci ont déjà été données; en particulier Robertson (1908-1913) a essayé de représenter la croissance d'un organisme total ou celle d'un organe en fonction de l'organisme auquel il appartient, en partant d'une équation différentielle du type de celles des réactions monomoléculaires autocatalytiques.

On peut établir une théorie mathématique de la cicatrisation des plaies en partant de considérations équivalentes à celles qui ont servi de base aux équations de Robertson. Dans le parallèle avec la réaction monomoléculaire, le « corps réagissant » qui produit le phénomène de cicatrisation est nécessairement la surface libre de la plaie, le « corps produit par la réaction » est la surface couverte; ces deux variables ont d'ailleurs pu agir d'une façon différente, la première par un facteur inhibitif diminuant avec elle, la seconde par un facteur accélérateur croissant avec elle; l'expérience montre en effet que la vitesse de cicatrisation décroît moins vite que la surface libre

(Carrel, Hartmann). Les deux possibilités aboutissent d'ailleurs aux mêmes formes de calcul :

Si S est la surface libre actuelle, S_0 une surface initiale de base, on peut poser

$$\frac{dS}{dt} = KS(S_0 - S) \quad \text{ou} \quad \frac{dS}{S(S_0 - S)} = K\,dt,$$

qui intégrée donne

$$\text{Log}\frac{S}{S_0 - S} = KS_0 t + \text{const.}$$

La constante d'intégration peut être déterminée par $\text{Log}\frac{S}{S_0 - S} = 0$, d'où

$$S = \frac{S_0}{2} \quad \text{et} \quad \text{const.} = -KS_0 t_{\frac{1}{2}}$$

$\left(t_{\frac{1}{2}}\right.$ étant le temps auquel la surface de la plaie est $\left.\frac{S_0}{2}\right)$, d'où finalement

$$\frac{S}{S_0 - S} = e^{KS_0\left(T - t_{\frac{1}{2}}\right)}.$$

Cette équation impose comme condition que la vitesse soit maxima au moment $t_{\frac{1}{2}}$ où $S = \frac{S_0}{2}$. Nous devons donc avoir, en partant de l'origine absolue de la blessure, une croissance de la vitesse de cicatrisation, puis une décroissance de celle-ci, *la courbe des surfaces devant passer par un point d'inflexion;* bien que les schémas généraux de l'évolution d'une plaie concordent avec cette allure, il est à remarquer que les formules par lesquelles on a tenté jusqu'ici de représenter le cicatrisation (Lecomte de Noüy, Jaubert de Beaujeu, Lumière, etc.) ne concernent jamais que la portion de l'évolution à vitesse décroissante.

Les courbes ci-contre montrent deux essais d'application de la formule précédente à des valeurs numériques empruntées aux recherches de Lecomte de Noüy, Carrel et Hartmann; l'une des séries renferme précisément le point d'inflexion. L'équation pour cette vérification avait été mise sous la forme

$$t = \frac{1}{KS_0}\text{Log}\frac{S}{S_0 - S} - \left(t_0 - t_{\frac{1}{2}}\right), \tag{1}$$

t étant le temps depuis l'origine des observations, t_0 le temps compris entre le zéro vrai (temps correspondant à S_0) et l'origine des observations,

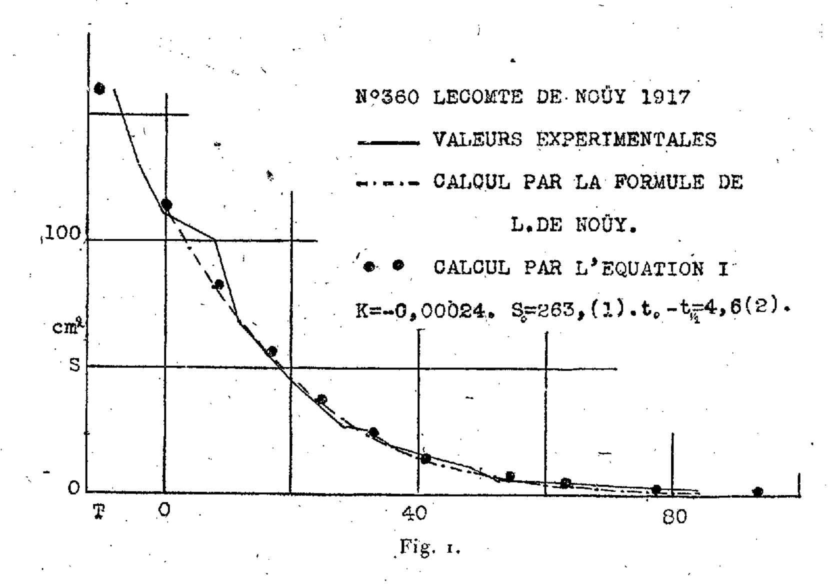

N°360 LECOMTE DE NOÜY 1917
VALEURS EXPERIMENTALES
CALCUL PAR LA FORMULE DE L.DE NOÜY.
CALCUL PAR L'EQUATION I
K=-0,00024. S=263,(1).t₀-t½=4,6(2).
100
cm²
S
0
T
0
40
80

Fig. 1.

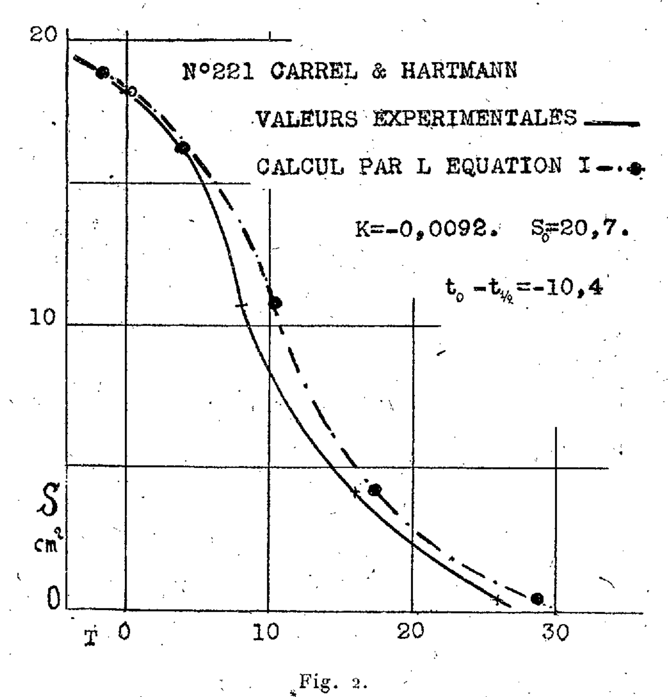

N°221 CARREL & HARTMANN
VALEURS EXPERIMENTALES
CALCUL PAR L EQUATION I
K=-0,0092. S=20,7.
t₀ -t½=-10,4
20
10
S
cm²
0
T
0
10
20
30

Fig. 2.

$t_{\frac{1}{2}}$ le temps correspondant à $\frac{S_0}{2}$. Comme on le verra, l'accord entre le calcul par l'équation (1), la formule de L. de Noüy et l'expérience est loin d'être mauvais.

D'après les valeurs numériques que nous avons eues, il nous est difficile d'interpréter correctement le paramètre S_0. Correspond-il réellement à la surface de section originelle de la plaie, ou l'équation nécessite-t-elle une limite inférieure d'intégration qui donnerait à cette base une autre signification, par exemple celle de surface totale de peau intervenant dans la réaction à la blessure : c'est ce que l'absence de notions expérimentales sur le début de l'évolution des plaies ne nous permet pas encore de préciser. Il n'en subsiste pas moins qu'il semble résulter des calculs précédents, qu'en première approximation les lois de la cicatrisation des plaies puissent être ramenées aux lois plus générales de la croissance des organismes. Quant à l'interprétation des unes et des autres comme réactions monomoléculaires autocatalytiques, il est évident que la réserve s'impose pour le moment : nous savons d'ailleurs, depuis les travaux de Curie, Voigt, etc., qu'il existe une mécanique générale des phénomènes, indépendante des qualités spécifiques de ceux-ci et régie simplement par les caractéristiques de symétrie de leurs champs directeurs.

EMBRYOGÉNIE. — *Sur la reproduction et le développement des Bivoltins accidentels et de la première génération qui en dérive, chez le Bombyx du Mûrier.* Note de M. **A. Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

J'ai montré précédemment [1] que, chez le Bombyx du Mûrier, les Bivoltins accidentels qui apparaissent dans les races univoltines dérivent d'œufs qui ont subi, pendant leur formation à l'intérieur de l'ovaire, des modifications se traduisant extérieurement par un changement de couleur (ils sont blancs au lieu d'être jaunes). Dans ces conditions, l'embryon se développe en un temps beaucoup plus court (10 jours au lieu de 10 mois). Il m'a paru intéressant de rechercher quelles particularités présenteraient la reproduction et le développement de ces Bivoltins eux-mêmes et de leurs descendants directs. Les résultats de ces observations sont exposés ci-après :

---

(1) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 603 et 683.

Cinq couples de Papillons bivoltins accidentels furent pris comme sujets d'étude. Nés du 16 au 29 août 1917, ils produisirent des œufs d'où les larves ne sortirent qu'au printemps de 1918. Tous ces œufs ressemblèrent à ceux des Univoltins typiques; ils étaient colorés comme eux et ils subirent, pendant la période du développement embryonnaire, les mêmes changements de teinte que ces derniers éprouvent dans les mêmes circonstances. Il résulte de ces faits que les modifications survenues dans les œufs qui donnent naissance aux Bivoltins accidentels sont effacées, au moins en apparence, dans les œufs pondus par les Papillons bivoltins eux-mêmes.

Dès le 5 avril 1918 et les jours suivants, les œufs dont il vient d'être question donnèrent naissance à des chenilles. Ces éclosions ne présentèrent aucun retard par rapport à celles des œufs univoltins normaux, pondus en juin 1917 et ayant par conséquent deux mois de plus qu'eux.

Les chenilles provenant des œufs pondus par les Papillons bivoltins accidentels produisirent à leur tour des Papillons dont la descendance immédiate présenta des caractères très particuliers méritant d'être mentionnés. Tous les sujets étudiés parmi les descendants du premier des cinq couples mentionnés plus haut pondirent des œufs jaunes qui n'écloront qu'au printemps de 1919.

Les descendants du deuxième couple différèrent beaucoup les uns des autres; tous les œufs que produisit une première femelle ne donnèrent que des Bivoltins, alors que ceux d'une deuxième femelle, bien qu'ayant tous primitivement une couleur blanche, fournirent seulement quelques chenilles bivoltines, tous les autres œufs s'étant arrêtés, dans leur évolution, à un stade peu avancé, et conservant encore actuellement (février 1919) une coloration rose. Parmi ces descendants du deuxième couple, la ponte d'une troisième femelle fut composée d'un mélange d'œufs univoltins et d'œufs bivoltins (quelques larves naquirent de ces derniers). Parmi les descendants du troisième couple, certaines pontes produisirent des univoltins et d'autres des bivoltins. Dans les descendants des quatrième et cinquième couples, les femelles observées ne pondirent aucun œuf bivoltin.

Il y a lieu d'ajouter encore, aux faits qui viennent d'être énumérés, que tous les Papillons bivoltins obtenus en 1918 pondirent, en août, des œufs jaunes qui n'écloront qu'au printemps 1919.

Les conséquences principales qui découlent des observations ci-dessus résumées sont les suivantes :

1° Tandis que dans les races univoltines typiques n'existe qu'une seule catégorie d'œufs, il en existe deux catégories chez les Bombyx ayant deux

générations dans l'année. Les œufs diffèrent les uns des autres (coloration, particularités observables pendant le développement embryonnaire) suivant qu'ils appartiennent à l'une ou à l'autre des deux catégories. On peut appeler les uns *œufs d'hiver* et les autres *œufs d'été*, puisque les uns passent par une période d'hibernation et n'éclosent qu'au printemps, tandis que les autres éclosent pendant l'été, une dizaine de jours après avoir été pondus.

2°. Quand des œufs d'été apparaissent dans une race univoltine, les Bivoltins accidentels qui en naissent ne transmettent pas intégralement et immédiatement, à tous leurs descendants, l'aptitude à produire alternativement des œufs d'hiver et des œufs d'été; l'aptitude en question n'est transmise qu'à un certain nombre d'entre eux. A ce point de vue, on peut dire que les caractères nouveaux qui apparaissent dans l'œuf bivoltin accidentel ne représentent par une « mutation » prise dans le sens que de Vries donne à ce mot.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Physique, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *E.-H. Amagat* :

En première ligne	M. MARCEL BRILLOUIN
En seconde ligne, ex æquo et par ordre alphabétique	MM. HENRI ABRAHAM DANIEL BERTHELOT AIMÉ COTTON ANATOLE LEDUC JEAN PERRIN

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures trois quarts.

É. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 FÉVRIER 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le SECRÉTAIRE PERPÉTUEL annonce à l'Académie que le Tome 164 des *Comptes rendus* (janvier-juin 1917) est en distribution au Secrétariat.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Des phénomènes hématiques dans l'anaphylaxie et l'antianaphylaxie* (*crise hémo-anaphylactique*). Note (¹) de MM. CHARLES RICHET, P. BRODIN et FR. SAINT-GIRONS.

Dès ses premiers travaux sur l'anaphylaxie, l'un de nous a montré que, parallèlement aux manifestations nerveuses, et notamment à l'abaissement de la pression artérielle, existaient des variations du nombre des leucocytes. Ces modifications sanguines, reprises et précisées par de nombreux auteurs, ont été réunies par MM. F. Widal, Abrami et Brissaud sous le nom de *crise hémoclasique*.

En reprenant ces recherches sur l'animal, nous avons mis en évidence quelques faits nouveaux.

Technique. — Toutes nos recherches ont été faites chez le chien, et les prélèvements sanguins toujours effectués sans anesthésie, au niveau de la carotide. Les numérations ont été pratiquées sur $0^{cm^3},5$ de sang dilué dans $99^{cm^3},5$ de liquide de Marcano, de manière à réduire au minimum les erreurs de mesure; globules blancs et rouges ont été comptés en même temps, à l'aide d'un hématimètre de Malassez. Nous

(¹) Séance du 17 février 1919.

avons numéré les hématies nucléées par rapport aux globules blancs et évalué ensuite leur nombre par millimètre cube, grâce à la connaissance que nous avions du nombre de globules blancs par millimètre cube. Nous avons toujours fait une prise de sang avant l'injection déchaînante; une deuxième, cinq minutes après l'injection, et les autres de quart d'heure en quart d'heure. Toutes nos injections, préparantes et déchaînantes, ont été faites par voie intraveineuse avec du plasma de cheval contenant 4 pour 1000 de citrate de sodium. La quantité employée a été en moyenne de 100^{cm^3}.

Nos expériences ont porté sur 18 chiens et se partagent en 3 groupes :

1° Injection première intraveineuse de plasma de cheval;

2° Injection déchaînante à des chiens sensibilisés;

3° Injection déchaînante à des chiens sensibilisés, mais ensuite antianaphylactisés par injection d'une petite quantité de plasma de cheval dilué dans 9 fois son volume de chlorure de sodium à 7 pour 1000.

1° *Effets d'une injection première de plasma de cheval.* — Chez les quatre chiens de ce premier groupe nous avons constamment observé, à la suite d'une injection première de plasma de cheval citraté, les troubles suivants :

A. Dès l'injection, la pression a fortement baissé pour se relever ensuite.

B. Le nombre des hématies par millimètre cube a diminué dans d'assez fortes proportions, sans doute par suite de la dilution sanguine provoquée par l'injection de 100^{cm^3} de plasma, puis s'est relevé pour revenir presque au point de départ, 1 heure environ après l'injection.

C. La leucopénie a été très marquée et persistante; mais il n'y eut pas de modification importante de la formule leucocytaire.

D. Le temps de coagulation sanguine, diminué au début, a fait place rapidement à une hypercoagulabilité très marquée.

2° *Effets de l'injection déchaînante* (*du même plasma*) *chez les animaux sensibilisés :*

α. *Anaphylaxie aiguë.* — Des sept chiens de ce groupe, quatre ont présenté les accidents typiques de l'anaphylaxie : cris aigus et agitation pendant l'injection déchaînante, ténesme immédiat et émission de matières, nausées et vomissements, dilatation pupillaire, tous phénomènes bientôt suivis d'un état d'hébétude avec titubation, selles nombreuses et sanglantes, vomissements bilieux, ayant abouti à la mort en quelques heures pour trois d'entre eux.

Les trois autres ont présenté des accidents (légers pour deux d'entre eux, nuls pour un autre), mais chez eux comme chez les quatre précédents, nous avons constaté des modifications sanguines qui, pour être atténuées, n'en sont pas moins typiques. Ces modifications sont :

A, une baisse intense de la pression; B, une augmentation très marquée du nombre des hématies par millimètre cube; C, une leucopénie intense

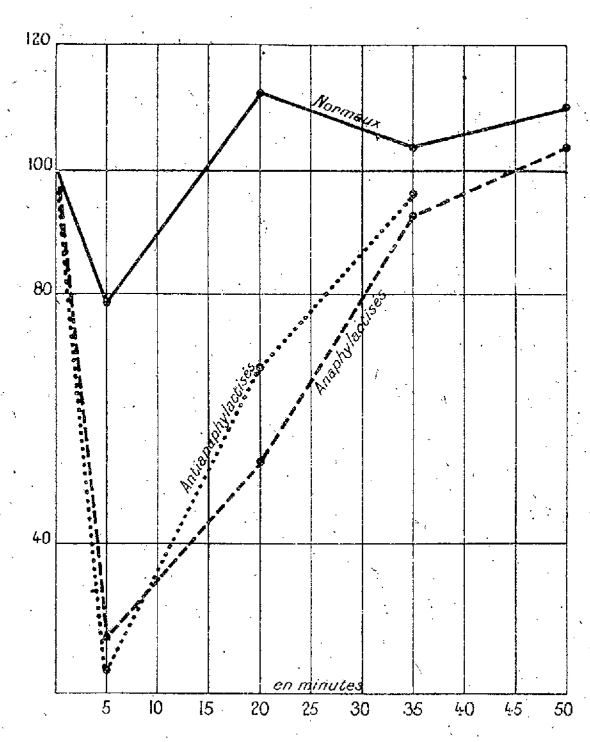


Fig. 1. — Variations de la concentration du sang. Aux ordonnées, les temps en minutes. Aux abscisses, la concentration du sang après injection (mesurée par la proportion des hématies). La concentration du sang avant l'injection étant faite égale à 100.

et persistante avec disparition presque complète des polynucléaires; D, une diminution considérable du pouvoir coagulant du sang; E, l'apparition d'un grand nombre d'hématies nucléées.

L'augmentation du nombre des hématies se manifeste immédiatement, dès les cinq premières minutes qui suivent l'injection, et augmente ensuite progressivement; jusqu'à la mort dans les cas graves, jusqu'à l'acmé des

accidents observés dans les cas terminés par guérison. Elle ne peut guère être due qu'à la concentration des liquides du sang due à l'issue hors des vaisseaux, de la partie liquide du sang circulant.

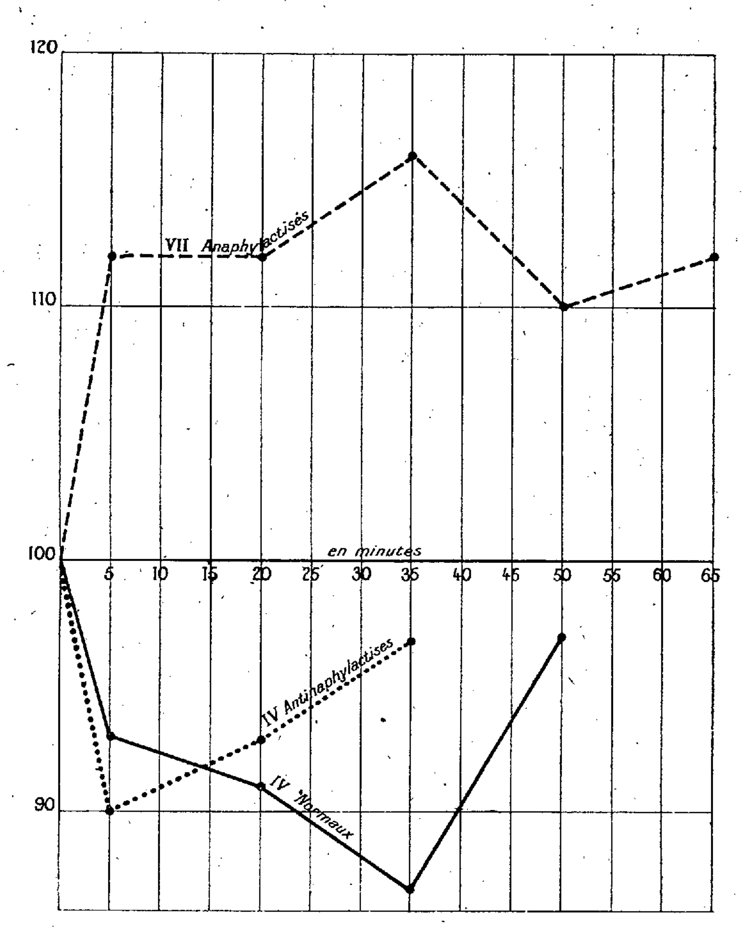


Fig. 2. — Variations de la formule leucocytaire dans l'anaphylaxie; on voit que chez les chiens anaphylactisés et antianaphylactisés, la proportion des polynucléaires a énormément diminué.

La leucopénie (plus intense et beaucoup plus persistante que lors d'une première injection) s'accompagne en outre d'une disparition presque complète des polynucléaires; cette disparition est passagère, ne dure que quelques minutes, et, très rapidement, au bout d'une demi-heure environ,

la formule leucocytaire est redevenue ce qu'elle était avant l'injection déchaînante.

La coagulation est profondément troublée. Alors qu'après une première injection il y a diminution passagère du pouvoir coagulant, bientôt suivie d'une augmentation très nette de ce pouvoir, dans le choc anaphylactique typique nous avons toujours constaté une diminution considérable et persistante de ce pouvoir coagulant.

Normalement le sang du chien ne renferme pas d'hématies nucléées ou n'en renferme qu'un nombre infime. *Chez tous les chiens anaphylactisés nous en avons vu apparaître un très grand nombre.* Cette réaction, qui avait jusqu'alors passé inaperçue, est très précoce; ébauchée dès les premières minutes, elle est nette au bout d'un quart d'heure et va ensuite en augmentant progressivement pour persister pendant plusieurs heures. Toujours très marquée, elle peut être intense, atteignant parfois le chiffre de 46 hématies nucléées pour 100 leucocytes et de plus de 3000 par millimètre cube (voir le graphique).

Ce sont généralement des hématies nucléées de même volume que l'hématie normale et à protoplasme éosinophile, chargé d'hémoglobine (normoblastes), plus rarement nous avons observé des mégaloblastes et des hématies nucléées à protoplasme plus ou moins basophile. Assez souvent le noyau était pycnotique, en voie d'expulsion.

Il y a mise en liberté d'hématies nucléées; mais il ne semble pas y avoir mise en liberté de myélocytes.

β. *Anaphylaxie suraiguë.* — Chez les trois chiens de ce groupe (P..., B..., H...), la mort est survenue, en 3 heures pour le premier, en 35 minutes pour le second, en 10 minutes pour le troisième.

L'augmentation du nombre des hématies a été particulièrement intense chez celui dont la survie a été la plus longue ; par contre, les modifications leucocytaires ont été moins nettes et l'apparition d'hématies nucléées, nulle chez l'un, a été à peine ébauchée chez les deux autres. Tout s'est passé comme si l'intensité des accidents avait empêché les réactions sanguines de se produire avec la même intensité que dans les cas moins graves.

3° *Chiens antianaphylactisés.* — Les quatre chiens de ce groupe, antianaphylactisés plusieurs jours auparavant par une injection de 10^{cm^3} de plasma dilués dans 90^{cm^3} de NaCl, n'ont présenté, après une injection déchaînante intraveineuse de 100^{cm^3} de plasma, que des accidents, extrêmement légers chez l'un d'eux, nuls chez les autres.

L'étude de leur sang nous a montré une dissociation extrêmement nette des troubles observés chez les chiens anaphylactisés.

L'hypotension a été à peine marquée, la coagulation moins troublée et surtout l'augmentation du nombre des hématies a fait complètement

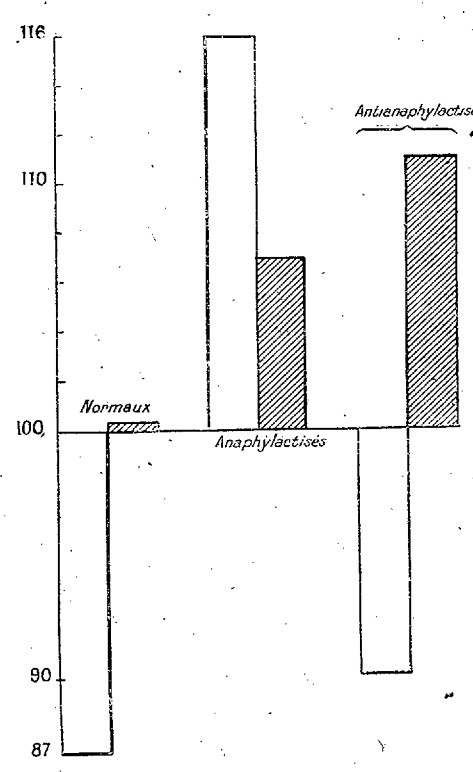


Fig. 3. — Concentration du sang et proportion d'hématies nucléées au bout d'une demi-heure.

Dans les colonnes noires, la concentration du sang. Au bout de 30 minutes le sang s'est dilué chez les chiens normaux et antianaphylactisés. Au contraire, il s'est concentré chez les chiens anaphylactisés.

Dans les colonnes à hachures, proportion des hématies nucléées. Il n'y en a pas (ou à peine) chez les chiens normaux. Il y en a une proportion considérable chez les chiens ana- et antianaphylactisés.

défaut. A ce point de vue ces chiens se sont même comportés exactement comme les chiens recevant une première injection : au lieu d'une concentration, ils ont présenté une dilution marquée de leur sang. Au contraire, le changement de la formule leucocytaire et l'apparition d'hématies nucléées ont été particulièrement intenses, comme chez les chiens anaphylactisés.

Conclusions. — Trois faits nouveaux résultent de nos expériences :

1° Le sang se modifie profondément dans l'anaphylaxie, par *l'apparition des hématies nucléées.*

Nous nous sommes demandé, encore que le fait fût bien improbable, si celles-ci ne prenaient pas naissance directement (par une action humorale simple), dans le sang des animaux anaphylactisés. Nous avons donc mélangé *in vitro* du sang de chien sensibilisé et du plasma de cheval : le résultat a été entièrement négatif.

Par conséquent, il est vraisemblable, comme on l'admet en général, que les hématies nucléées, qui apparaissent dans le sang des animaux anaphylactisés, proviennent des organes hématopoïétiques, altérés ou stimulés.

Même chez les animaux assez bien antianaphylactisés pour ne présenter que quelques phénomènes réactionnels fugaces et légers, à peine appréciables, il se produit tout de même des hématies nucléées. Il est donc permis de supposer que la présence de ces hématies à noyaux, au moins dans l'anaphylaxie du chien, est un phénomène caractéristique de l'anaphylaxie, ne faisant pas défaut, alors que les autres symptômes sont absents.

2° La *concentration* du sang augmente.

Si le sang se concentre dans l'anaphylaxie, c'est qu'une certaine quantité du plasma sanguin passe dans les tissus. Nos expériences précédentes sur l'hémorragie avaient déjà montré avec quelle facilité varie en quelques minutes le volume du sang. Dans l'anaphylaxie aiguë, ce changement est très rapide; et même il nous a paru que, plus la concentration sanguine est intense et soudaine, plus les accidents anaphylactiques sont marqués.

Chez les chiens antianaphylactisés, cette concentration du sang fait absolument défaut. On peut donc supposer qu'il y a une relation entre les phénomènes nerveux de l'anaphylaxie et la pénétration dans les tissus d'une quantité importante des éléments constituants du plasma sanguin.

3° *La formule leucocytaire varie*, c'est-à-dire que les polynucléaires, pendant un temps relativement long, disparaissent.

Là encore, les chiens antianaphylactisés se comportent comme les chiens anaphylactisés, soumis à une injection déchaînante.

Ces trois phénomènes, concentration du sang, apparition d'hématies nucléées, variation de la formule leucocytaire, montrent bien quels change-

ments profonds l'injection anaphylactisante (déchaînante), provoque dans la constitution du sang ([1]).

ÉLECTRO-MÉCANIQUE. — *Application de la théorie des deux réactions au calcul des oscillations forcées des alternateurs accouplés fonctionnant en marche synchronique.* Note ([2]) de M. **André Blondel**.

On connaît l'équation différentielle ordinaire des oscillations des alternateurs accouplés sur un réseau autour de leur vitesse moyenne ([3])

$$\text{(1)} \qquad \frac{\omega}{p^2}\mathrm{K}\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{\omega}{p}\left(a\frac{d\theta}{dt}+\mathrm{C}\theta\right)=\frac{\omega}{p}\Gamma_n\sin(n\Omega t-\eta_n)$$

dans laquelle K est le moment d'inertie, ω la vitesse de pulsation moyenne des courants alternatifs produits, p le nombre de paires de pôles, C et a les couples synchronisant et d'amortissement, Γ_n l'amplitude de l'harmonique n de l'irrégularité du couple moteur, $\varepsilon = n\Omega$ sa vitesse de pulsation, θ l'angle d'oscillation de l'écart angulaire de *phase* correspondant $\left(\text{l'angle d'oscillation matériel est } \frac{\theta}{p}\right)$ supposé extrêmement petit et mesuré par rapport à la phase de la tension U du réseau ([4]). Généralement on a $\Omega = \frac{\omega}{p}$ et $n = 1$; pour les moteurs à explosion on peut avoir $\Omega = \frac{\omega}{2p}$.

La solution particulière de l'équation (1) s'écrit en notations symbo-

---

([1]) Peut-être même, comme certains indices nous le font présumer, cette crise hémo-anaphylactique (dissociée par l'antianaphylaxie) serait-elle capable d'exercer dans certains cas une action thérapeutique favorable.

([2]) Reçue dans la séance du 3 février 1919.

([3]) Cf. A. Blondel, *Couplage et synchronisation des alternateurs accouplés* (*La Lumière électrique*, t. 45, 1892, p. 362).

([4]) La théorie présente s'appliquera aussi bien à un moteur qu'à un générateur en remarquant qu'intensité, puissance et couple changent de signe en passant d'un cas à l'autre. Les équations s'appliquent également à deux alternateurs accouplés en parallèle en désignant par θ l'angle d'oscillation de chacun par rapport à la position moyenne de l'ensemble.

liques, en désignant l'amplitude vectorielle [1] de θ par $\overline{\theta}_{max}$ et $\sqrt{-1}$ par j

$$(2) \qquad \overline{\theta}_{max} = \frac{\omega}{p} \frac{\Gamma_n}{\frac{\omega}{p}(C + j\varepsilon a) - \varepsilon^2 \frac{\omega}{p^2} K}.$$

J'introduis maintenant un couple complexe $\overline{C}$ défini par la relation (3) et qui englobe en un seul terme les couples synchronisant et amortissant

$$(3) \qquad \overline{C} = C + j\varepsilon a, \quad \text{d'où} \quad \overline{\theta}_{max} = \frac{\omega}{p}\Gamma_n \frac{1}{\frac{\omega}{p}\overline{C} - \varepsilon^2 \frac{\omega}{p^2} K} = \frac{\omega}{p}\Gamma_n \frac{1}{\overline{\Delta}}.$$

La puissance électrique interne P de l'alternateur est pour chaque phase

$$(4) \qquad \frac{P}{q} = E_t I_t + E_d I_d + \frac{1}{q} H = (U_t + r I_t) I_t + (U_d + r I_d) I_d + \frac{1}{q} H,$$

en appelant E_d et E_t les composantes *directe* et *transversale* de la force électromotrice interne E [soit les composantes suivant l'axe des pôles et suivant une direction perpendiculaire pour un alternateur bipolaire idéal d'après ma théorie des deux réactions [2]], I_t et I_d les composantes transversale et directe du courant pour une phase, U_t et U_d les composantes $U\cos\zeta$ et $U\sin\zeta$ de la tension U aux bornes du réseau, ζ le décalage de U en arrière de la force électromotrice induite en circuit ouvert, r la résistance d'une phase de l'induit, q le nombre de phases, H un terme tenant compte des effets d'hystérésis et des courants de Foucault.

Le couple vectoriel $\overline{C}$ s'écrit en fonction de P

$$(5) \qquad \frac{\omega}{p}\overline{C} = \frac{\partial P}{\partial \zeta} + j\varepsilon \frac{\partial P}{\partial \omega} = \overline{\varpi}(P), \quad \text{avec} \quad \overline{\varpi} = \frac{\partial}{\partial \zeta} + j\varepsilon \frac{\partial}{\partial \omega}.$$

Soient des courants $\overline{J}_t$ et $\overline{J}_d$ définis de même par

$$(6) \qquad \overline{J}_t = \overline{\varpi} I_t = \frac{\partial I_t}{\partial \zeta} + j\varepsilon \frac{\partial I_t}{\partial \varepsilon}, \qquad \overline{J}_d = \overline{\varpi} I_d = \frac{\partial I_d}{\partial \zeta} + j\varepsilon \frac{\partial I_d}{\partial \varepsilon}.$$

---

[1] Les vecteurs seront distingués par un trait horizontal au-dessus de la lettre.

[2] Cf. A. Blondel, *Comptes rendus*, t. 129, 1899, p. 586; *Ibid.*, t. 159, 1914, p. 570. Pour la définition des coefficients moyens de self-induction directe et transversale applicables aux environs d'un régime connu. Cf. *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 323.

En effectuant les dérivations dans (4), $\overline{C}$ prend la forme vectorielle [1]

$$(7)\qquad \frac{\omega}{pq}\overline{C} = (U_t + 2rI_t)\overline{J}_t + (U_d + 2rI_d)\overline{J}_d + \Pi + \frac{1}{q}\overline{H}.$$

Π est la puissance réactive pour une phase $(U_t I_d - U_d I_t)$. J'admets la relation *scalaire* approchée (h et f étant des coefficients convenables),

$$(8)\qquad H = \left(\frac{h}{\omega} + f\right)E^2 = \nu E^2; \quad \text{d'où} \quad \overline{H} = \frac{\partial H}{\partial \zeta} + j\varepsilon\frac{\partial H}{\partial \varepsilon} = 2\nu E\frac{\partial E}{\partial \zeta} - j\varepsilon\frac{h}{\omega^2}E^2.$$

On détermine les valeurs $\overline{J}_t$ et $\overline{J}_d$, en appliquant $\textcircled{D}$ aux relations des projections des forces électromotrices; d'où (9) et (10) :

$$(9)\qquad r\overline{J}_t + \omega L_d\overline{J}_d + \omega M_d\overline{J}_{md} = -\overline{\textcircled{D}}(U_t) + j\frac{\varepsilon}{\omega}E_t = U_d + j\frac{\varepsilon}{\omega}(U_t + rI_t),$$

$$(10)\qquad -r\overline{J}_d + \omega L_t\overline{J}_t + \omega M_t\overline{J}_{mt} = \overline{\textcircled{D}}(U_d) - j\frac{\varepsilon}{\omega}E_d = U_t - j\frac{\varepsilon}{\omega}(U_d + rI_d),$$

dans lesquelles M_d, M_t sont les coefficients d'induction mutuelle directe et transversale des circuits inducteurs par rapport aux circuits induits (en supposant l'inducteur muni de deux bobinages correspondants); $\overline{J}_{mt}$ et $\overline{J}_{md}$ les deux composantes des courants (magnétisants) des inducteurs supposés complexes, afin de pouvoir traiter immédiatement le cas ou l'excitation de l'alternateur est compoundée. Supposons même que l'inducteur porte deux circuits excitateurs recevant le courant de deux excitatrices compoundeuses compensant respectivement la réaction $\omega L_d I_d$ et la réaction $\omega L_t I_t$. Appelons respectivement $\overline{Z}_{md}$, $\overline{Z}_{mt}$ les impédances vectorielles de ces circuits

$$\overline{Z}_{md} = R_{md} + j\varepsilon L_{md}; \quad \overline{Z}_{mt} = R_{mt} + j\varepsilon L_{mt},$$

B_d et B_t les effets des excitatrices compoundeuses; $j\varepsilon M_d$ et $j\varepsilon M_t$ les effets d'induction produits par les oscillations de l'induit. On pourra alors poser :

$$(11)\qquad \overline{Z}_{md}\overline{J}_{md} = -(B_d + j\varepsilon M_d)\overline{J}_d,$$

$$(12)\qquad \overline{Z}_{mt}\overline{J}_{mt} = -(B_t + j\varepsilon M_t)\overline{J}_t.$$

---

[1] L'équation a été écrite en divisant les deux membres par q, afin de ne pas traîner ce facteur dans les différentes expressions qu'on va donner de la puissance.

Les composantes et vecteurs de courants et de forces électromotrices sont tous exprimés en valeurs efficaces, ampères et volts, K en joules.

La compensation parfaite par le compoundage dans le cas où il n'y a pas d'oscillations, entraîne les deux conditions

$$(13)\qquad \frac{\omega M_d B_d}{R_{md}} = \omega L_d \quad \text{et} \quad \frac{\omega M_t B_t}{R_{mt}} = \omega L_t;$$

d'où, en éliminant B_d et B_t avec (11) et (12),

$$(11')\qquad \overline{Z}_{md}\,\omega L_d \overline{J}_{md} = -(\omega L_d R_{md} + j\varepsilon\omega M_d^2)\overline{J}_d,$$

$$(12')\qquad \overline{Z}_{mt}\,\omega L_t \overline{J}_{mt} = -(\omega L_t R_{mt} + j\varepsilon\omega M_t^2)\overline{J}_t.$$

La résolution des équations (9), (10), (11′) et (12′) donne par une élimination facile $\overline{J}_d$ et $\overline{J}_t$; telle est la solution générale dans le cas où il y a compoundage et amortissement. En négligeant $r\overline{J}_t$ dans (9) et $-r\overline{J}_d$ dans (10), on a une première approximation généralement suffisante [1] :

$$(14)\qquad \overline{J}_d = \frac{U_d}{\omega L_d}\overline{D}_d \overline{S}_d; \qquad \overline{J}_t = \frac{U_t}{\omega L_t}\overline{D}_t \overline{S}_t,$$

les facteurs A, $\overline{S}$ et $\overline{D}$ étant définis par

$$(15)\qquad \left\{\begin{aligned}
&\overline{D}_d = 1 + j\frac{\varepsilon}{\omega}\frac{U_t}{U_d}\left(1 + r\frac{I_t}{U_t}\right) \approx 1 + j\frac{\varepsilon}{\omega}\frac{U_t}{U_d},\\
&\overline{D}_t = 1 - j\frac{\varepsilon}{\omega}\frac{U_d}{U_t}\left(1 + r\frac{I_d}{U_d}\right) \approx 1 + j\frac{\varepsilon}{\omega}\frac{U_d}{U_t};\\
&\overline{S}_d = \frac{1}{\sigma}\left(1 - j\frac{R_{md}}{\varepsilon L_{md}}\right), \qquad \overline{S}_t = \frac{1}{\sigma}\left(1 - j\frac{R_{md}}{\varepsilon L_{md}}\right),\\
&A_t = 1 + 2r\left(\frac{I_t}{U_t} + \frac{\nu}{q}\right); \qquad A_d = 1 + 2r\left(\frac{I_d}{U_d} + \frac{\nu}{q}\right)\\
&\qquad \text{avec } M_d^2 = (1-\sigma)L_d L_{md}.
\end{aligned}\right.$$

Le dénominateur cherché $\overline{\Delta}$ prend la valeur

$$(16)\qquad \overline{\Delta} = \frac{\omega}{p}\overline{C} - \varepsilon^2\frac{\omega}{p^2}K = q\left[\frac{U_t^2}{\omega L_t}A_t\overline{D}_t\overline{S}_t + \frac{U_d^2}{\omega L_d}A_d\overline{D}_d\overline{S}_d + \Pi\right] - j\varepsilon\frac{h}{\omega^2}E^2 - \varepsilon^2\frac{\omega}{p^2}K.$$

S'il n'y a pas de compoundage, mais deux circuits amortisseurs de

---

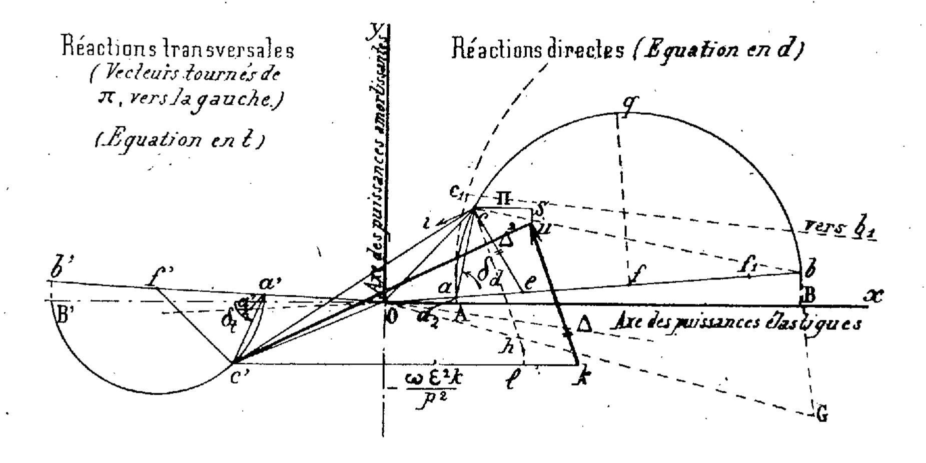
[1] On obtient une deuxième approximation en ajoutant ensuite un petit vecteur rJ_d et $-r\overline{J}_t$ respectivement aux expressions de $\frac{U_d}{\omega L_d}A_d D_d$ et de $\frac{U_t}{\omega L_t}A_t D_t$.

constantes différentes, dont l'un est constitué pratiquement par le circuit d'excitation des inducteurs (¹), la solution est aussi de la forme (16), mais en posant :

$$(17)\qquad \overline{S}_t = 1 + \frac{1-\sigma}{\sigma}\cos^2\delta_t + j\,\frac{1-\sigma}{\sigma}\sin\delta_t\cos\delta_t,\qquad \operatorname{tang}\delta_t = \frac{R_{mt}}{\varepsilon(\sigma L_{mt})}.$$

Le vecteur $\overline{S}_t$ est le même que dans un moteur polyphasé asynchrone ayant pour glissement $\frac{\varepsilon}{\omega}$ (diagramme du cercle).

$\overline{S}_d$ est symétrique; A_t, A_d, $\overline{D}_t$ et $\overline{D}_d$ sont définies par (15). La figure



représente graphiquement cette équation vectorielle (16) :

$$Oc = q\,\frac{U_d^2}{\omega L_d}\,A_d\overline{D}_d\overline{S}_d.$$

Le vecteur $\frac{U_t^2}{\omega L_t}A_t\overline{D}_t\overline{S}_t = Oc'$ est porté en sens inverse (origine des phases, direction ox'); cc' donne alors immédiatement la résultante des deux premiers termes de (16) en U_t et U_d (aa_2 et $a'a'_2$ sont les corrections de r

(¹) Les divers types de circuits amortisseurs ont été inventés par M. Maurice Leblanc (Cf. *La Lumière électrique*, t. 46, 1892, p. 602, et *L'Éclairage électrique*, t. 18, p. 124).

sur Oa et Oa'); on ajoute $cs = \Pi$ et $su = -\frac{\varepsilon}{\omega^2} h E^2$; il revient au même de retrancher de $c'k$ les deux mêmes segments kl et lh.

Le diagramme permet une discussion facile des conditions les plus favorables pour la bonne marche des alternateurs accouplés. Dans le cas le plus ordinaire où il n'y a pas de compoundage, et si les termes d'amortissement $\overline{\mathrm{D}}$ se réduisent à l'unité, les lignes $\mathrm{O}b$ et $\mathrm{O}b'$ se confondent avec l'axe horizontal; on peut discuter les effets amortissants produits soit par le circuit inducteur, soit par le circuit amortisseur transversal.

Prenons par exemple le cas du premier : le point h, défini plus haut, vient en e sur l'axe horizontal, et ec représente le vecteur $\overline{\Delta}$. Supposons d'abord le coefficient de fuite σ donné et soit $\mathrm{O}f$ la distance du centre du cercle; on a

$$(18)\qquad \mathrm{O}e = \frac{\omega \varepsilon^2 \mathrm{K}}{p^2} - q\Pi,$$

$$(19)\qquad \mathrm{O}f = \frac{\mathrm{U}_d^2}{\omega \mathrm{L}_d}\left(1 + \frac{1-\sigma}{2\sigma}\right) = \frac{\mathrm{U}^2}{\omega \mathrm{L}_d}\,\frac{1-\sigma}{2\sigma};$$

Π dépend du débit déwatté sur le circuit extérieur; ω, ε, p, L_d sont des données de construction; suivant les valeurs relatives que l'on aura données à l'inertie K et au coefficient de dispersion σ, $\mathrm{O}e$ sera plus grand ou plus petit que $\mathrm{O}f$.

Dans le premier cas, on voit immédiatement que $\overline{\Delta} = ec$ croît avec δ; il y a donc avantage à augmenter la résistance du circuit inducteur R_{md} (par exemple par l'addition d'un rhéostat) par rapport à L_{md} (qui comprend la self-induction des pôles inducteurs et de la machine excitatrice).

Dans le second cas ($\mathrm{O}e < \mathrm{O}f$), $\overline{\Delta}$ croît quand on diminue δ; c'est-à-dire qu'il y a avantage à diminuer la résistance en mettant plus de cuivre sur les inducteurs, ou augmenter la self-induction par l'addition d'une self-induction extérieure si cela est nécessaire.

Pour $\mathrm{O}e = \mathrm{O}f$, Δ est maximum quand on fait la résistance égale à une réactance $\mathrm{R}_{md} = \sigma \varepsilon \mathrm{L}_{md}$.

On peut, au moment de la construction de l'alternateur, modifier plus ou moins le coefficient de dispersion σ; on le diminue en réduisant l'entrefer; on l'augmente en augmentant l'entrefer ou en ajoutant des self-inductions sur le circuit induit entre l'alternateur et le réseau ou sur le circuit inducteur entre les bornes des inducteurs et l'excitatrice. La

variation de σ se traduit sur l'épure par une variation inversement proportionnelle de $Ob = \frac{Oa}{\sigma}\frac{qU_d^2}{\omega L_d}A_d\overline{D}_d$.

En remarquant que $Oa = 1$, on voit que le diamètre ab du cercle passant par le point fixe a, augmente très vite quand σ diminue; quand le centre est f, c vient en c_1. La réduction des fuites au minimum peut accroître $\overline{\Delta}$ (le point e restant fixe). Mais la puissance dépensée en pure perte par les courants oscillatoires dans le circuit d'inducteur est proportionnelle à la projection verticale de $\overline{\Delta}'$. Elle s'accroît par la diminution de σ aussi bien que par la diminution de R_{md} (tant que $\sigma\varepsilon L_{md}$ est $< R_{md}$).

Pour éviter d'exagérer cette dépense d'énergie inutile, le plus pratique est de se fixer la valeur minimum jugée nécessaire pour le dénominateur $\overline{\Delta}$ (ce minimum doit être au plus égal à Od représentant la valeur que prendrait le dénominateur s'il n'y avait pas de couple élastique), et de tracer du point e comme centre un cercle de rayon égal à cette valeur; le point de rencontre c de ce cercle avec le demi-cercle acb déterminé par la valeur choisie de σ permet de tracer ac et de connaître par conséquent l'angle caractéristique δ_d qui détermine le rapport désirable de la résistance à la réactance.

Si $\overline{\Delta}_0$ minimum est $< ae$, c'est-à-dire :

$$\Delta_0 < \frac{\omega\varepsilon^2 K}{p^2} - q\Pi - q\frac{U_d^2}{\omega L_d},$$

on pourra admettre une valeur aussi grande que l'on voudra de σ, donc un très grand entrefer; dans le cas contraire, on devra diminuer les fuites jusqu'à ce que le second membre d'inégalité ne dépasse pas $\overline{\Delta}$ et il n'y a pas d'intérêt à aller plus loin pour la limitation des oscillations entretenues; la dépense d'énergie dans les amortisseurs ne présente alors d'intérêt que pour éteindre les oscillations accidentelles, comme je l'expliquerai ([1]).

Tout ce qu'on vient de dire pour le circuit des inducteurs (équations en d) peut être répété aussi facilement pour le circuit transversal (équa-

---

([1]) Le compoundage parfait substitue au diagramme du cercle une simple ligne droite formant l'hypoténuse d'un triangle construit sur la même base OG, et l'angle χ $\left(\operatorname{tang}\chi = \frac{R_{md}}{\varepsilon L_{md}}\right)$ formé par cette droite avec la base est d'autant plus grand que la résistance du circuit inducteur est plus petite. Le régime est instable.

tions en t) quand il est muni d'amortisseurs, mais avec cette différence que le coefficient de dispersion σ est généralement notablement plus grand (surtout si les barres d'amortisseur n'occupent pas tout l'espace interpolaire), et que le circuit amortisseur contient beaucoup moins de cuivre. En outre, le rapport $\frac{R_{md}}{\varepsilon L_{md}}$ est beaucoup plus petit, puisque les amortisseurs comprennent moins de cuivre que le circuit excitateur et L_t est $< L_d$.

HYGIÈNE ALIMENTAIRE. — *Sur les soupes et potages militaires.* Note de M. **Balland**.

Les soupes extemporanées sont connues depuis longtemps aux armées. Une soupe au blé et au lard « inventée par M. de Vauban en faveur de ses vieux amis, les soldats de la Sarre » eut autrefois une certaine célébrité [1]. Des soupes aux farines avec des oignons frits dans le beurre ou le saindoux figurent dans des Rapports de Parmentier sur les soupes aux légumes proposées en vain pour conjurer les crises alimentaires de 1800 et 1812 [2].

Très nombreux ont été, pendant la dernière guerre, les produits pour soupes ou potages offerts au ravitaillement des armées. Parmi les plus simples, on a remarqué de l'avoine, de l'orge, du sarrasin en grains décortiqués entiers ou aplatis; des farines de légumineuses de différents pays (doliques, haricots, pois, pois-chiches, soja, voandzou); des fécules de patates du Japon, des pommes de terre desséchées en minces rondelles ou sous forme granulaire, etc.

On a reçu des soupes très variées. L'une d'elles n'était qu'un ramassis de petits croûtons de pain torréfiés et enrobés de graisse; une autre était un simple mélange de farine de lentilles avec de la mie de pain séchée et pulvérisée; une autre encore, présentant exactement les caractères d'une farine de manioc très ordinaire, était donnée comme un puissant régénérateur ne s'altérant jamais : toutefois, « pour les personnes dépensant des

---

(1) On trouvera d'amples détails sur cette soupe dans *L'esprit des journaux français et étrangers* du mois d'octobre 1786, la *Bibliothèque physico-économique* de janvier 1787 et *La chimie alimentaire dans l'œuvre de Parmentier*, publiée en 1902.

(2) Louis Passy, *L'approvisionnement de Paris et la question des subsistances sous le Consulat et l'Empire* (*Mémoires publiés par la Société nationale d'Agriculture de France*, 1896, t. 137, p. 233-344).

forces », il était recommandé d'ajouter à cette farine, matin et soir, un jaune d'œuf et du gruyère râpé.

Voici la composition de soupes moins primitives :

1. Soupe à l'oignon, en boîtes. — 2. Soupe au riz avec tomate, en boîtes (provenance italienne). — 3. Saucisson-soupe dans une enveloppe de viscose. — 4. Soupe au céleri, en tablettes, provenance des États-Unis (Saint-Louis). — 5. Soupe aux pois et aux haricots, en tablettes; provenance du Canada, 1916. — 6. Id. ; même provenance, 1917 :

	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Eau	25,00	74,67	49,50	8,58	11,72	10,74
Matières azotées	3,77	2,38	9,60	6,68	14,00	22,75
» grasses	29,92	1,92	21,70	32,31	3,18	3,72
» amylacées	7,83	18,91	16,50	42,61	59,94	51,31
Cendres	33,48 [1]	2,12	2,70	9,82 [2]	11,16	11,48
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

La valeur nutritive de ces soupes étant en rapport avec leur teneur si variable en eau, en azote et en graisse, on ne peut, à poids égal, les substituer les unes aux autres et encore moins aux potages condensés qui ont été définitivement introduits dans l'armée à la suite d'essais poursuivis pendant une dizaine d'années à l'usine militaire de Billancourt.

Ces potages sont uniformément préparés avec de la farine de haricots, de la graisse, des oignons frits, du poivre et du sel, en proportions fixées par le Ministre. A partir de 1915, à défaut de haricots indigènes, on a utilisé avantageusement le soja de nos colonies et, malgré les restrictions apportées sur les matières grasses, la valeur alimentaire des potages consommés par les troupes françaises n'a pas subi les dépréciations observées sur les produits similaires allemands.

(1) Dont chlorure de sodium : 31,76.
(2) Dont chlorure de sodium : 8,83.

Écarts extrêmes relevés sur les potages préparés en France sous le contrôle de l'Administration de la Guerre.

	Potages			
	aux haricots.		au soja.	
	Minimum.	Maximum.	Minimum.	Maximum.
Eau	2,18	9,74	4,00	7,77
Matières azotées	14,26	19,25	21,78	24,90
» grasses	14,42	33,68	30,60	32,70
» amylacées	39,74	51,16	25,85	31,68
Cendres	5,43	17,52	8,22	11,90

Analyses de potages allemands pris à Saint-Firmin, par la IIIe *armée, en mai* 1917.

1. Potage aux lentilles préparé à l'usine militaire de Mayence en 1912. 2. Potage aux pois, de la même usine, 1913. — 3. Potage aux haricots, Mayence 1915. — 4. Potage aux pois, usine d'Helbronn, 1916. — 5. Potage avec farine de légumineuses et sagou, Heilbronn, 1914.

	1.	2.	3.	4.	5.
Eau	11,52	10,46	13,30	12,46	19,68
Matières azotées	19,16	15,61	20,67	22,64	13,51
» grasses	20,32	20,02	16,10	7,11	10,96
» amylacées	38,14	44,41	41,53	42,75	48,35
Cendres (¹)	10,86	9,50	8,40	15,04	7,50
	100,00	100,00	100,00	100,00	100,00

Extraits pour potages. — Les produits présentés ont été généralement de qualité très inférieure aux extraits de bouillon préparés dans les établissements militaires.

1. Bouillon de bœuf concentré de l'usine militaire d'Orléans; en boîtes de 200g pour 30 rations (1915). — 2. Extrait pour potages, en tablettes de 10g (janvier 1916). — 3. Extrait concentré pour potages et sauces, en petits cubes de 10g (1916). — 4. Extrait de levure de bière, en flacons de 100g; une à deux cuillerées à café par assiette de potage (1917).

(1) Dont chlorure de sodium : 8,48, 6,90, 5,96, 11,35, 5,26.

	1.	2.	3.	4.
Eau	15,57	9,43	6,00	64,76
Matières azotées	29,07	2,77	4,40	11,98
» grasses	6,41	7,77	2,90	0,02
» extractives	7,23	21,73	1,80	4,04
Cendres	41,72	58,30	84,90 (1)	19,20 (2)
	100,00	100,00	100,00	100,00

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Physique, en remplacement de M. *E.-H. Amagat*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 50,

M. Daniel Berthelot obtient		26 suffrages
M. Marcel Brillouin	»	19 »
M. Jean Perrin	»	3 »
M. Aimé Cotton	»	1 suffrage
M. Anatole Leduc	»	1 »

M. **Daniel Berthelot**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. E. **Esclangon** adresse un ensemble de 11 Notes et Mémoires où sont exposés les travaux qu'il a poursuivis à la *Commission de Gavre* pendant la guerre.

(1) Dont 80,20 de chlorure de sodium.
(2) Dont 14,87 de chlorure de sodium.

CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** invite l'Académie à désigner l'un de ses Membres qui remplacera M. *Th. Schlœsing* dans la Commission technique de la *Caisse des recherches scientifiques*.

M. **Jean Effront**, élu Correspondant pour la Section d'Économie rurale, adresse des remercîments à l'Académie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une propriété des fonctions de variable complexe.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Painlevé.

Sur l'ensemble de leurs points singuliers, les fonctions analytiques ou du moins les nombres limites déterminés par elles, perdent le caractère de la monogénéité. Ces nombres ne sont plus que des fonctions de deux variables réelles définies sur des ensembles linéaires ou discontinus. Il est à présumer que l'étude des singularités des fonctions analytiques tirera parti de la théorie des fonctions de variables réelles, et spécialement des notions et des résultats concernant les nombres dérivés de ces dernières fonctions. Je me propose de confirmer cette opinion en démontrant le théorème ci-après.

Une fonction analytique holomorphe et bornée au voisinage et d'un côté d'une ligne rectifiable L, *possède une valeur limite unique sur tout chemin aboutissant à* L (*du côté considéré*) *sous une incidence nulle ou aiguë, sauf exception éventuelle pour des chemins aboutissant à un ensemble de longueur nulle situé sur* L.

Voici la marche de la démonstration.

Soit D un domaine où f est holomorphe et bornée et dont le contour G est simple et admet L comme arc. Nous choisissons le sens des arcs croissants sur L, de façon que D soit du côté positif (gauche) de L. La ligne simple L étant rectifiable, les coordonnées x et y d'un de ces points ont, par rapport à l'arc s, des dérivées dont la somme des carrés est 1, exception

faite éventuellement pour les points d'un ensemble e_1 de mesure nulle. En un point ζ_0 étranger à e_1, L possède une tangente unique dirigée dans le sens des arcs croissants, et le rapport de l'arc $\zeta_0\zeta$ à sa corde tend vers 1 quand ζ tend vers ζ_0 sans quitter L. Nous dirons qu'un point ζ_0 remplissant cette double condition est un point *ordinaire* de L.

Si z_0 et z sont intérieurs à D, la fonction $f_1(z) = \int_{z_0}^{z} f(z)\,dz$ est continue même sur L, où nous la désignerons par $\varphi_1(\zeta)$. Si $|f(z)| \leq M$ dans D, $\varphi_1(\zeta)$ est une fonction de l'arc s de L, dont la variation relative $\frac{\varphi_1(\zeta')-\varphi_1(\zeta)}{\zeta'-\zeta}$ entre deux points quelconques $\zeta(s)$ et $\zeta'(s')$ est en module inférieure à M. On sait que $\varphi_1(\zeta)$ possède une dérivée par rapport à (s), sauf éventuellement aux points d'un ensemble de mesure nulle, et, sous la même réserve, $\varphi_1(\zeta)$ a une dérivée par rapport à ζ (parcourant L). Soit $\varphi(\zeta)$ cette dernière fonction.

Nous caractérisons sur L un ensemble E_0 dont le complémentaire relativement à L est de longueur nulle, et tel que, en tout point ζ_0 de E_0, les conditions suivantes sont simultanément vérifiées :

1° ζ_0 est un point ordinaire de L;

2° En ζ_0, $\varphi_1(\zeta)$ possède par rapport à ζ une dérivée $\varphi(\zeta_0)$ de module inférieur à M;

3° En ζ_0, $\varphi(\zeta)$ est approximativement continue. J'entends par là que, s étant un nombre positif quelconque, si ζ_0, ζ_1, ζ_2 correspondent aux valeurs σ_0, $\sigma_0 - \alpha$, $\sigma_0 + \alpha$ de s, la mesure de la partie de l'ensemble

$$|\varphi(\zeta) - \varphi(\zeta_0)| > s$$

située sur l'arc $\zeta_1\zeta_2$ est, avec 2α, dans un rapport (épaisseur de l'ensemble entre ζ_1 et ζ_2) qui tend vers 0 en même temps que α, s étant laissé fixe quand α varie.

Je dis que $f(z)$ tend vers $\varphi(\zeta_0)$ si z tend vers ζ_0 par un chemin intérieur à D et aboutissant sur L en ζ_0 sous une incidence nulle ou aiguë (le chemin est contenu dans un angle inférieur à π, de sommet ζ_0 et bissecté par la normale à L).

En effet, on a

$$\frac{1}{2i\pi}\int_G \frac{f_1(z)}{(z-x)^2}\,dz = f(x) \quad \text{(ou 0)},$$

selon que x est intérieur ou extérieur à D. G se décompose en L et en un

autre arc γ régulier, sur lequel f est holomorphe. Donc

$$\frac{1}{2i\pi}\int_\gamma \frac{f(z)}{z-x}\,dz+\frac{1}{2i\pi}\int_L \frac{\varphi(\zeta)}{\zeta-x}\,d\zeta=f(x) \text{ dans D} \quad (\text{o hors de D}).$$

Pour montrer la propriété en vue, il nous suffit donc d'établir le théorème suivant :

L *étant une ligne rectifiable simple, et* $\varphi(\zeta)$ *une fonction bornée sur* L *et approximativement continue au point ordinaire* ζ_0 *de* L, *si*

$$\psi(x)=\frac{1}{2i\pi}\int_L \frac{\varphi(\zeta)}{\zeta-x}\,d\zeta,$$

la différence $\psi(x')-\psi(x)$ *tend vers* $\varphi(\zeta_0)$, *si* $x+x'=2\zeta_0$ *et si* x *tend vers* ζ_0 *du côté positif (gauche) de* L, *suivant un chemin d'incidence nulle ou aiguë.*

Voici une conséquence du théorème énoncé :

Si une fonction analytique uniforme $f(z)$, *bornée dans un domaine, y possède un ensemble singulier* E, *parfait discontinu, de longueur positive finie, et situé sur une ligne rectifiable (de longueur finie)* L, *en tous les points* ζ *de* E, *sauf en l'exception éventuelle de points, formant sur* E *un ensemble de longueur nulle, la fonction admet pour tout chemin d'incidence nulle ou aiguë aboutissant en* ζ *deux valeurs limites* $f_1(\zeta)$, $f_2(\zeta)$ *relatives l'une au côté positif, l'autre au côté négatif de* L, *et la différence*

$$f(z)-\frac{1}{2i\pi}\int_E \frac{f_2(\zeta)-f_1(\zeta)}{\zeta-x}\,d\zeta$$

est régulière dans D, *le sens de parcours de* ζ *sur* E *étant celui de* L.

J'ai donné aux *Comptes rendus* (août 1909) un exemple particulièrement simple de fonction $f(z)$ relative à un ensemble E rectiligne.

Enfin, le théorème principal vaut pour une *fonction harmonique* $P(x, y)$, comme on le voit en l'appliquant à $e^{h(z)}$, si $h(z)$ est une fonction analytique admettant P pour partie réelle.

BALISTIQUE. — *Sur les formules représentatives des trajectoires.* Note de M. **Risser**, présentée par M. le général Bourgeois.

La résolution du problème du site, et en particulier celle du problème du tir en montagne, peut être abordée à condition de pouvoir tracer les trajectoires avec précision.

La comparaison pour les parties basses de trajectoires des ordonnées y_G et y_a, déduites respectivement de la formule

$$(1) \qquad y_G = x \operatorname{tang}\varphi\left(1 - q_1 \frac{x}{P}\right), \qquad \text{où} \qquad q_1 = L_1 + M_1 \frac{x}{P} + N_1 \left(\frac{x}{P}\right)^2$$

(voir méthode des vitesses fictives de M. l'ingénieur principal Sugot), et d'un calcul par arcs successifs, nous a incité à rechercher une forme différente de (1).

On peut écrire

$$y_a = y_G + \frac{P - x}{P} R,$$

R étant une fonction de x et P (portée); on en déduit

$$R_P = P(\operatorname{tang}\omega_a - \operatorname{tang}\omega_e),$$

$\operatorname{tang}\omega_e$ étant calculée en partant de l'équation de la trajectoire et $\operatorname{tang}\omega_a$ étant la valeur fournie par le calcul par arcs.

On a été conduit pour la compensation de la trajectoire $10^c c = 200$, $\varphi = 55^o$, $V_0 = 800^m$, à prendre

$$(2) \qquad y_1 = y_G + \frac{P - x}{P} (R_P)^{\frac{x}{P}}.$$

On pourrait également définir la trajectoire approchée au moyen de l'équation

$$(3) \qquad y_2 = y_G + \frac{(x - X_s)(P - x)}{P} R_2(x),$$

où X_s est l'abscisse du sommet.

L'étude du tir en montagne montre qu'il y a lieu de s'attacher à des formes de trajectoires différentes de celles de Piton-Bressant et Duchêne; elle conduit à la détermination d'une valeur suffisamment approchée de

l'abscisse X_0 de l'asymptote verticale, et à l'introduction de ce nouvel élément, ce qui n'avait point été fait jusqu'alors.

Si l'on désigne par Y_i l'ordonnée de l'hyperbole de compensation $\frac{\mu X_i}{X_i - n}$, et celle y_i du point de même abscisse de la trajectoire par arcs, on a cherché tout d'abord à déterminer les paramètres μ et n, en rendant minimum $\Sigma(y_i - Y_i)^2$.

On a ensuite substitué à cette méthode celle qui consistait à rendre minimum

$$\Sigma y_i \, dl^2, \quad \text{ou} \quad dl = (x_i - X)\sin\theta_i;$$

elle donne naissance aux équations

$$(4) \qquad \mu \sum \frac{x_i^4}{y_i} \sin^2\theta_i + n \sum x_i^3 \sin^2\theta_i = \sum x_i^4 \sin^2\theta_i,$$

$$(5) \qquad \mu \Sigma x_i^3 \sin^2\theta_i + n \Sigma x_i^2 y_i \sin^2\theta_i = \Sigma x_i^3 y_i \sin^2\theta_i.$$

On a ainsi déterminé μ et n pour les trajectoires $10^6 c = 200$, $V_0 = 800^m$, $\varphi = 15°, 20°, 25°, 35°, 45°$ et $55°$.

On conçoit de suite que l'on puisse établir des tableaux donnant n, et par suite $X_0 = n + P$, pour $\varphi = n_1 \times 5°$, $V_0 = n_2 \times 100$ et $10^6 c = n_3 \times 100$.

Équation de la trajectoire. — On peut la représenter par

$$(6) \qquad y = x \tan\varphi - \frac{g x^2}{2 V_0^2 \cos^2\varphi}(1 + \alpha_1 m + \beta_1 m^2 + \gamma_1 m^3),$$

avec

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{\cos\varphi}, \qquad \beta_1 = \frac{\beta}{\cos^2\varphi}, \qquad \gamma_1 = \frac{\gamma}{\cos^3\varphi} \qquad \text{et} \qquad m = \frac{\frac{x}{P}}{\sqrt[k]{\frac{X_0 - x}{P}}};$$

les paramètres α_1, β_1, γ_1 et k sont déterminés par les conditions

$$Y_s = f(X_s), \qquad Y_P = 0, \qquad Y'_{(P,0)} = -\tan\omega \qquad \text{et} \qquad \left[\frac{-g(1 + y'^2)}{y''}\right]_{P,0} = V_\omega^2.$$

On se donne, *a priori*, k et l'on calcule α_1, β_1, γ_1, au moyen des trois premières équations de condition qui sont linéaires en α_1, β_1, γ_1; si la valeur de k a été bien choisie, la dernière équation de condition se trouve réalisée. En réalité, on est amené à opérer par approximations successives, et, par

suite, à établir un dictionnaire balistique donnant pour les valeurs de φ, V_0 et c, ci-dessus désignées, non seulement X_0, mais α_1, β_1, γ_1 et k.

Exemple :

$$\varphi = 35^\circ,\quad 10^6 c = 200,\quad V_0 = 800^{m},\quad X_s = 12481^{m},\quad Y_s = 5338^{m},$$
$$X_0 = 30622^{m},\quad P = 22120^{m},\quad \omega = 51^\circ 51',\quad V_\omega = 345^{m},9;$$
$$\alpha_1 = 1,78109,\quad \beta_1 = -0,61853,\quad \gamma_1 = 0,094282,\quad V_{\omega,e} = 346^{m}.$$

Le Tableau ci-dessous donne les valeurs de $(x, y, \theta \text{ et } V)_e$, correspondant aux points d'inclinaison

$$31^\circ,\quad 24^\circ,\quad 14^\circ,\quad 0,\quad -20^\circ,\quad -35^\circ,\quad -44^\circ,\quad -51^\circ 51',\quad -55^\circ,\quad -60^\circ$$

de la trajectoire par arcs.

x (m.)..	3343	6656	9575	12481	16000	18711	20482	22120	22792	23859
y_a (m.).	2187	3938	4964	5338	4717	3289	1822	0	—903	—2577
y_2 (m.).	2185	3922	4944	5338	4747	3313	1829	0	—906	—2615
θ_a	31°	24°	14°	0°	—20°	—35°	—44°	—51°51′	—55°	—60°
θ_2......	30°53′	23°48′	14°7′	0°34′	—19°49′	—35°19′	—44°13′	—51°51′	—55°5′	—60°
V_a (m.).	596,5	452,7	367,8	322,7	312,8	326,5	338,5	345,9	347,2	345,7
V_2 (m.).	586,6	456,0	376,1	325,1	306,5	324,8	343,7	346,0	335,1	302,0

L'étude du problème envisagé conduit, en définitive, à chercher deux formes : la première, du type parabolique, qui serait destinée à représenter un arc comprenant le sommet et partant de l'origine; la deuxième, qui comprendrait l'autre partie de la branche descendante, serait du type hyperbolique étudié ci-dessus. C'est dans cette voie que je me propose d'entreprendre des essais nouveaux.

ÉLASTICITÉ. — *Valeurs maxima de la tension près de la face inférieure d'une plaque carrée supportant une charge unique concentrée en son centre.* Note de M. **Mesnager**, présentée par M. G. Kœnigs.

Navier a établi les formules de la plaque rectangulaire chargée en un point dans l'hypothèse de la *conservation des normales*. On sait que cette hypothèse simplificatrice n'est conforme à la réalité que dans le cas de la plaque infiniment mince. Les tensions sous le point chargé sont alors

infinies. De Saint-Venant l'avait remarqué et avait dit à ce sujet (¹) :

« Ce résultat n'a rien d'absurde ni de paradoxal si l'on fait attention que lorsqu'un poids de grandeur finie se trouve réparti, comme on l'a supposé, sur une portion de rectangle de dimensions extrêmement petites d'une plaque, les coupes verticales de son feuillet moyen doivent, à l'endroit où elles traversent le contour de cette partie, être *anguleuses* et par conséquent avoir des *courbures infinies*. »

J'ai donné précédemment, sans hypothèse restrictive, les formules de la plaque rectangulaire d'épaisseur quelconque articulée sur son contour (²). Les calculs des valeurs numériques de la plus grande tension ont été assez longs. Je vais faire connaître ci-dessous les premiers résultats obtenus, ils sont relatifs à la plaque carrée. On peut écrire, en appelant N la plus grande tension qui se produit près de la face inférieure (égale sur tous les plans verticaux passant par la direction de la charge P), α un coefficient à déterminer, $2c$ l'épaisseur de la plaque, η le coefficient de Poisson :

$$N = \alpha \frac{P}{(2c)^2}(1+\eta).$$

M. Rogoff, qui a bien voulu me prêter son aide pour le calcul de ces valeurs numériques et a imaginé des procédés ingénieux pour simplifier ce travail et arriver à des formules pratiques, a trouvé pour α les valeurs suivantes, $\rho = \frac{c}{a}$ étant le rapport de l'épaisseur à la portée.

Pour :

$\rho = 0$	$\alpha = \infty$
0,05	1,941
0,1	1,631
0,2	1,300
0,4	0,976
0,6	0,775
1,0	0,433
2,0	0,040
∞	0

On remarquera que, pour des plaques semblables (ρ = const.), la résis-

(¹) Traduction de *L'Élasticité* de CLEBSCH. Dunod, 1883, p. 897.

(²) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 721.

tance à la flexion sous la charge concentrée croît comme le carré de l'épaisseur ou comme le carré du rapport de similitude. C'est ce que la formule élémentaire indique aussi pour des poutres rectangulaires dont le rapport de la largeur à la portée est constant, et qui supportent une charge placée dans la section droite à égale distance des extrémités; mais dans le cas de la poutre, la formule élémentaire n'exige pas de rapport fixe entre la hauteur et la portée de la poutre. Toutefois les formules rigoureuses l'exigent, comme pour la plaque, et la résistance à la flexion croît comme le carré du rapport de similitude. C'est la loi générale d'élasticité : des corps semblables, supportant des efforts semblablement disposés, subissent des tensions proportionnelles à l'inverse du carré du rapport de similitude; des corps semblables, supportant sur des surfaces homologues des pressions égales, subissent les mêmes tensions.

Dans la pratique des constructions, on n'a besoin des valeurs de N que pour $\rho \leqq 0,2$, la formule approximative suivante les fournit avec une erreur relative toujours inférieure à 0,02 (et même jusqu'à $\rho = 0,5$ avec une erreur relative $< 0,05$) :

$$N = (0,53 + 1,1 \log. \text{vulg.} \rho^{-1}) P (2c)^{-2} (1 + \eta).$$

On retrouve le logarithme qui devient infini pour $\rho = 0$, comme dans les plaques circulaires. Pour $\rho \geqq 1$, on a, avec une erreur relative inférieure à 0,01,

$$N = 35,44 \rho^3 e^{-4,43\rho} P (2c)^{-2} (1 + \eta),$$

$e = 2,7183$, base des logarithmes népériens.

Il est intéressant de rapprocher ces résultats de ceux qui étaient admis jusqu'à ce jour. Le quotient de la charge par le carré de l'épaisseur n'étant pas dans un rapport fixe avec la plus grande tension, il n'y a pas, comme on l'avait cru, de rapport fixe, entre la charge uniformément répartie et la charge concentrée, capables de rompre une plaque.

En limitant la série de Navier au premier terme, on avait trouvé « qu'on peut charger une plaque rectangulaire, posée tout autour, quel que soit le rapport de ses deux dimensions a, b, environ *deux fois et demie plus*, lorsque la charge est uniformément répartie sur toute la surface que lorsqu'elle est concentrée au milieu (¹) ». J'ai montré que ce rapport peut varier de zéro à l'infini.

(¹) Ouvrage déjà cité, p. 752.

Considère, rapporteur de la Commission du Ciment armé, ayant à fournir aux ingénieurs un procédé de calcul des plaques rectangulaires, a indiqué une règle empirique qui a été reproduite dans la circulaire ministérielle du 20 octobre 1906 : *Remarques au sujet du calcul des hourdis*. Elle fournit le résultat suivant pour la plaque carrée, dans le cas de $\eta = 0$ (ce coefficient est toujours très petit dans les plaques en béton armé) :

$$N = \frac{P}{(2c)^2}\,\frac{1 - 0,5\rho}{1 + 3\rho}\,\frac{3}{2}.$$

Pour les valeurs usuelles de ρ (voisines de 0,1 et 0,05), cette tension est 0,69 à 0,65 de la tension réelle. Il est remarquable que Considère ait obtenu cette approximation par les raisonnements très simples qu'il avait exposés à la Commission.

Si l'on calcule, par la formule élémentaire usuelle, la tension la plus grande subie par une plaque carrée appuyée seulement par deux côtés opposés et supportant une charge P uniformément répartie sur la droite à égale distance de ces deux côtés, dans le cas de $\eta = 0$, on obtient

$$N = \frac{Mv}{I} = \frac{P}{(2c)^2}\,\frac{3}{2} = P(2c)^{-2} \times 1,5.$$

La tension est égale à celle de la plaque chargée au centre, dans le cas où $\rho = 0,12$ environ. C'est un moyen simple d'obtenir, par une méthode élémentaire facile à retenir, une valeur approchée.

MÉCANIQUE. — *Sur la force gyroscopique des fluides.* Note [1] de M. E. Faure, présentée par M. Rateau.

Si, à l'encontre des autres forces d'inertie, la force gyroscopique est restée jusqu'ici peu utilisée, c'est parce que les théories actuelles ne donnent qu'une faible idée du caractère mécanique de cette force.

La méthode que nous allons exposer est une sorte d'illustration des effets gyroscopiques dans le but de les rendre plus accessibles à l'imagination. Elle montre que l'action de ces forces sur les fluides est une reproduction matérielle des phénomènes électromagnétiques, et que la théorie des

(1) Séance du 17 février 1919.

machines gyroscopiques est la répétition de celle des machines électriques.

Un système de canaux contenant un fluide tourne autour d'un axe, lui-même entraîné dans une rotation autour d'un autre axe non parallèle au premier.

Ce double mouvement agit :

1° Sur le fluide, pour modifier son mouvement et produire une pression ;

2° Sur les parois des canaux, par des forces susceptibles d'être équilibrées, avec production de travail extérieur.

La force centrifuge composée d'un point de masse m est perpendiculaire à ses deux vecteurs : vitesse relative V et vitesse angulaire H_1 d'entraînement. Sa valeur est donnée par

$$f = 2m\mathrm{V}\mathrm{H}_1 \sin\omega,$$

ω étant l'angle de ces deux vecteurs.

Rien n'est changé si l'on substitue au point m un élément de tube infiniment fin, de longueur ds, sans vitesse relative, mais contenant une masse m de fluide circulant à la vitesse V dans le tube. Faisant $m = \mathrm{K}\,ds$, la formule précédente s'écrit :

$$f = 2\mathrm{K}\,ds\,\mathrm{H}_1\mathrm{V}\sin\omega.$$

Cette expression s'étend à un élément de tube de section quelconque, en le décomposant en une infinité d'éléments parallèles à son axe et de sections infiniment petites. La force gyroscopique résultante est :

$$\mathrm{F}_1 = \Sigma f = 2\mathrm{C}\,ds\,\mathrm{H}_1\mathrm{V}\sin\omega.$$

C, masse contenue dans l'unité de tube, est fonction du poids spécifique D du fluide et de la section du tube,

$$\mathrm{C} = \frac{\mathrm{DS}}{g}.$$

Le produit gCV est le débit en poids i_1 du fluide. On peut donc écrire

$$(1) \qquad \mathrm{F}_1 = \frac{2}{g}\mathrm{H}_1 i_1\,ds\sin\omega.$$

Sous cette forme, l'expression de la force gyroscopique est analogue à celle de l'action d'un champ magnétique sur un élément de courant. Cette

action est, en effet, perpendiculaire au plan de l'élément et de la ligne de force qui le traverse, et sa valeur est

$$F = KHi\,ds\sin\omega.$$

La similitude de cette formule avec (1) apparaît complète si l'on assimile le débit i_1 à l'intensité i, la vitesse angulaire H_1 au champ magnétique H, et la constante $\frac{2}{g}$ à la constante K. Le sens de la force F_1 se détermine comme celui de F par la règle des trois doigts.

Cette analogie est vraie quel que soit le fluide, la formule (1) ne dépendant que du débit en poids.

Tout se passe comme si le mouvement de rotation H_1 n'existait pas, en supposant le rotor plongé dans un champ de force uniforme d'intensité H_1, abstraction faite des forces centrifuges ordinaires.

Réciproquement, et dans le seul cas où le fluide est incompressible, l'action du champ sur ce fluide est analogue à celle du champ magnétique sur l'électricité d'un fil conducteur.

En effet, donnons à l'élément de tube un mouvement dans le champ, il en résulte une force gyroscopique perpendiculaire au champ et au mouvement. La projection de cette force sur l'axe de l'élément de tube représente précisément l'action du champ H_1 sur le fluide. La grandeur de cette action est

$$(2)\qquad dA = 2CH_1\frac{ds}{dt} = 2C\frac{d\varphi}{dt},$$

où ds est la projection, sur un plan perpendiculaire au champ, de la surface engendrée par l'élément dans le temps dt, et $d\varphi = H_1\,ds$ est la mesure du flux de force coupé.

En divisant par S, on a la variation de pression

$$(3)\qquad dp = \frac{2C}{S}\frac{d\varphi}{dt} = \frac{2D}{g}\frac{d\varphi}{dt}.$$

Si le fluide est incompressible : 1° D est constant et la formule précédente se rattache à celle de l'électricité en assimilant la pression à une force électromotrice ; 2° les quantités dp s'ajoutent le long du tube et leur somme est

$$\Delta p = \frac{2D}{g}\frac{d\Phi}{dt},$$

$d\Phi$ étant la somme algébrique des flux de force coupés par le tube dans le temps dt.

Cette action gyroscopique est exprimée en hauteur d'eau par

$$\Delta e_1 = \frac{2d}{g}\frac{d\Phi}{dt},$$

en appelant d le poids spécifique relatif du liquide.

Travail. — Revenons à l'équation (2), on peut écrire

$$dA\,V\,dt = 2C\,V\,d\varphi = 2\frac{i_1}{g}\,d\varphi.$$

$dA\,V\,dt$ est, en valeur absolue, le travail extérieur élémentaire produit par le fluide dans le temps dt.

Le travail total sera

$$dT_e = \frac{2i_1}{g}\,d\Phi;$$

expression ne dépendant que du débit en poids.

Si l'on appelle Φ_A et Φ_B les flux traversant une spire déterminée au commencement et à la fin du mouvement, le travail extérieur produit sera, avec les mêmes conventions de signes qu'en Electricité,

$$T_e = \frac{2}{g}\,i_1(\Phi_A - \Phi_B).$$

Le travail extérieur s'exprime donc par la variation du potentiel $i_1\Phi$; il est indépendant de la nature du fluide.

ASTROPHYSIQUE. — *Température centrale du Soleil.* Note [1] de M. **Alexandre Véronnet**, présentée par M. Puiseux.

Si l'on applique à une masse comme le Soleil la loi des gaz réels, en supposant la température uniforme dans toute la masse, on obtient une délimitation nette et brusque entre l'atmosphère et le noyau, et sur cette surface de séparation, la densité est égale au tiers de la densité limite du gaz [2].

---

(1) Séance du 17 février 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1035 et t. 167, 1918, p. 722; *Constitution physique du Soleil* (*Bulletin astronomique*, avril, mai, juin 1918).

On peut conserver la même atmosphère, exerçant la même pression, avec la même température, à la surface du noyau, mais en admettant que cette température croît ensuite jusqu'au centre, de façon à y maintenir la densité uniforme et égale à celle de la surface du noyau. La température ainsi réalisée au centre, et sur chaque couche, est la *température maximum* compatible avec l'équilibre physique. En effet, si l'on avait une température un peu supérieure sur une couche élémentaire quelconque, la densité y serait plus petite que sur les couches situées au-dessus. Il y aurait rupture de l'équilibre et la couche tout entière remonterait vers la surface. Elle remonterait même jusqu'à la surface, avec une vitesse accélérée, parce que sa température serait de plus en plus supérieure à celle des couches traversées, malgré l'abaissement dû à la détente.

Appelons p_1 et p_0 les pressions à la surface et au centre du noyau homogène de densité ρ, de rayon r_1. On a

$$(1)\qquad p_0 - p_1 = \frac{1}{2} f \frac{M}{r_1} \rho \qquad \text{et} \qquad p\left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right) = \frac{RT}{\mu} \rho$$

pour la formule des gaz réels, qui donne les valeurs de p_0 et de p_1 en fonction de T et de ρ_0. Appliquons à la densité limite du gaz ρ_0 la formule de la dilatation cubique (1)

$$(2)\qquad \frac{\rho_{00}}{\rho_{01}} = \frac{1 + \varepsilon_1 T_1}{1 + \varepsilon_0 T_0}.$$

Les indices 1 sont relatifs à la surface et 0 au centre. On obtient la for-

(1) La densité limite du gaz est nécessairement fonction de la température. En effet, d'après la densité liquide et les expériences à haute pression, la densité limite de l'hydrogène est environ 0,1 et celle de l'oxygène 1,5. Elle est environ le dixième des poids atomiques 1 et 16 et leur est proportionnel. Il en est de même pour un grand nombre de corps formant série : Zn, 65 et 6,9; Ag, 108 et 10,5; Au, 197 et 19,5. Si la densité limite ne diminuait pas avec la température, le Soleil de densité 1,41 ne pourrait être formé que de corps ayant en moyenne la densité de l'oxygène. De plus, en le supposant refroidi à zéro, il conserverait la même densité 1,41 égale à la densité limite ρ_0. Ce qui ne peut pas être. En lui attribuant actuellement une dilatation de huit fois le volume qu'il aurait à zéro, c'est-à-dire une densité limite de 11,3 qui correspondrait à un poids atomique de 110, voisin de celui de l'argent, le poids moléculaire moyen μ devient égal à 220.

mule générale

$$\frac{2u_1}{\alpha_1 u_1 + 2}\frac{T_0}{T_1} + (1 - u_1)\frac{1 + \varepsilon_0 T_0}{1 + \varepsilon_1 T_1} = 1; \tag{3}$$

α_1 est le paramètre caractéristique de l'astre

$$\alpha_1 = f\frac{M}{r_1}\frac{\mu}{RT_1} \quad \text{et} \quad u_1 = 1 - \frac{\rho}{\rho_{01}} = \frac{2}{3},$$

puisque la densité ρ est égale au tiers de la densité limite du gaz ρ_{01} à la surface du noyau. Or α_1 est très grand pour le Soleil. Sa valeur probable est 850000. Le premier terme de (3) est certainement négligeable et il vient

$$\frac{1 + \varepsilon_0 T_0}{1 + \varepsilon_1 T_1} = 3. \tag{4}$$

Cela revient d'ailleurs à faire $\rho = \rho_{00} = 1$ dans (2), c'est-à-dire que la densité centrale est égale à la densité limite du gaz en ce point, quelle que soit la loi de dilatation.

Le coefficient de dilatation cubique moyen est de l'ordre 10^{-5} pour les solides (limite inférieure). Il est égal à 0,00366 pour les gaz (limite supérieure). On peut l'évaluer à 0,001 environ pour le Soleil [1]. Ces valeurs sont bien représentées par la formule

$$\varepsilon = \frac{T_1 + 145,3T}{100T_1 + 46,3T}\varepsilon_1.$$

Si l'on fait ici $T = T_0$ et qu'on porte cette valeur ε_0 dans (2) on obtiendra comme *valeur probable* du maximum de la température centrale du Soleil : 12600° ou $T_0 = 2,11\,T_1$ [2], le double de la température superficielle.

---

(1) *Bulletin astronomique*, avril 1918.

(2) Si l'on regardait le coefficient de dilatation ε comme constant au delà de T_1, c'est-à-dire $\varepsilon_0 = \varepsilon_1$ avec $\varepsilon_1 T_1 = 7$, on obtiendrait $T_0 = 3,29T_1$ soit 19700°. Si au contraire on admet que le coefficient a atteint la valeur de celui des gaz 1 : 273 on aura $T_0 = 10100°$. La valeur probable est plus voisine de ce dernier chiffre.

Pour de hautes températures, 1 deviendrait négligeable devant εT dans (4), de plus, ε_0 et ε_1 auraient atteint la valeur limite du coefficient des gaz et l'on aurait le *maximum absolu* $T_0 = 3T_1$. *La température centrale d'un astre condensé reste inférieure au triple de la température superficielle du noyau.*

La surface du noyau se trouve un peu au-dessous de la surface visible du Soleil, de 30^{km} à 50^{km} (1). En admettant l'équilibre adiabatique pour l'atmosphère, l'accroissement de température y serait de 1° par 50^{m}, soit ici de 1000°. La température probable à la surface du noyau serait de 7000° et la température maximum correspondante au centre serait de 15000°. En admettant 8000° à la surface du noyau, le maximum serait de 17000° au centre. C'est la température centrale maximum correspondant à l'hypothèse d'une densité uniforme pour le noyau. En étudiant les conditions de l'équilibre intérieur probable, on verra que cette température ne doit pas dépasser 10000°.

On peut dire que les conditions physiques de l'équilibre du Soleil et des étoiles sont des *conditions normales*, qui ne dépassent pas les limites d'extrapolation permises, comme première approximation, par ce que nous connaissons sur l'équilibre des gaz réels. Elles permettent donc de prolonger jusqu'à un certain point ces conditions dans le passé et dans l'avenir pour étudier l'évolution du Soleil et des étoiles (2). La formule des gaz parfaits exigeait des millions de degrés pour l'équilibre. C'était rendre illusoire toute application des lois physiques connues à l'étude de l'état actuel des astres et surtout de leur évolution.

CHIMIE MINÉRALE. — *Le cycle d'oxydation du bioxyde d'azote en présence d'eau.* Note (3) de M. **André Sanfourche**, présentée par M. H. Le Chatelier.

La réaction généralement admise comme ayant lieu entre le peroxyde d'azote et l'eau peut s'écrire :

$$3\,N^2O^4 + 2\,H^2O = 4\,NO^3H + 2\,NO.$$

L'étude de la vitesse d'oxydation du bioxyde d'azote, qui a fait l'objet d'une récente Note, nous a amené à penser que l'anhydride azoteux pouvait jouer un rôle dans cette réaction. Le présent travail a eu pour but la vérification de cette hypothèse; il a consisté à mettre en contact intime, d'une part, des vapeurs de peroxyde d'azote mêlées d'un excès d'air; d'autre part,

(1) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 722.
(2) *Comptes rendus*, t. 166, 1917, p. 642 et 812.
(3) Séance du 17 février 1919.

de l'eau ou de l'acide nitrique plus ou moins dilué. Le dispositif expérimental était constitué par l'appareil décrit dans la Note précitée.

L'ensemble du système était maintenu vers 50°, pour éviter que les produits de la réaction ne restent dissous dans l'eau ou l'acide nitrique.

Action sur l'eau ou l'acide nitrique faible. — Des vapeurs nitreuses sont formées dans l'appareil en mettant en présence du bioxyde d'azote et de l'air en grand excès (proportions $NO + O^2$), avec une durée de contact suffisante pour que 95 pour 100 du bioxyde soit transformé en peroxyde.

I.	N^3O^3 (calculé en NO).............	91,8 pour 100
	N^2O^4 »	8,2 »

Après contact avec l'acide nitrique à 10° B.

($D = 1{,}075$; $NO^3H = 13$ pour 100) :

II.	N^2O^3 (calculé en NO).............	93,3 pour 100
	N^2O^4 »	6,7 »

Après contact avec l'acide nitrique à 15° B.

($D = 1{,}110$; $NO^3H = 19$ pour 100) :

III.	N^2O^3 (calculé en NO).............	93,5 pour 100
	N^2O^4 »	6,5 »

Après contact avec l'acide nitrique à 23°,4 B.

($D = 1{,}1190$; $NO^3H = 31$ pour 100) :

IV.	N^2O^5 (calculé en NO).............	93,8 pour 100
	N^2O^4 »	6,2 »

Après contact avec l'acide nitrique à 30° B.

($D = 1{,}265$; $NO^3H = 42$ pour 100) :

V.	N^2O^3 (calculé en NO).............	94,3 pour 100
	N^2O^4 »	5,7 »

Après contact avec l'acide nitrique à 33°,5 B.

($D = 1{,}300$; $NO^3H = 47{,}5$ pour 100) :

VI.	N^2O^3 (calculé en NO).............	69,2 pour 100
	N^2O^4 »	30,8 »

Dans les cinq premières expériences, si l'on fait abstraction de la petite quantité de peroxyde reformée dans le tube sécheur, tout celui qui existait d'abord est rétrogradé à l'état d'anhydride azoteux. La suite de l'oxydation, qui amènerait au peroxyde d'azote, est beaucoup plus lente, si bien que la réaction $N^2O^3 + H^2O \rightarrow$, qui s'accomplit en moins de 2 secondes (Arthur A. Noyes), a lieu avant la réaction $N^2O^3 + O \rightarrow$. Et comme on est toujours en présence d'un excès d'eau, celle-ci ne peut jamais s'effectuer. On a en définitive

$$3N^2O^3 + H^2O = 2NO^3H + 4NO.$$

Le bioxyde d'azote ainsi produit s'oxyde immédiatement de nouveau en N^2O^3 et le cycle recommence; on voit qu'il entraîne la régénération périodique des $\frac{2}{3}$ du bioxyde d'azote.

Action sur l'acide nitrique concentré. — L'expérience VI donne un résultat différent de ceux des cinq premières, la proportion de peroxyde subsistant est notable; l'oxydation au-delà du stade N^2O^3 est due à l'action de l'acide nitrique, quand sa concentration dépasse 33°B. Il est d'ailleurs établi que c'est au-dessus de cette concentration qu'il oxyde le bioxyde d'azote en peroxyde, mais son action sur l'anhydride azoteux est moins connue. Aussi, nous avons effectué quelques essais à propos de l'action de l'acide nitrique sur N^2O^3 en vapeurs sans excès d'air.

Après contact avec l'acide nitrique à 40°B.

$$(D = 1,383;\ NO^3H = 62 \text{ pour } 100),$$

l'anhydride azoteux était oxydé dans les proportions suivantes :

VII.	N^2O^3 (calculé en NO)	68,4	pour 100
	N^2O^4 »	31,6	»

Après contact avec l'acide nitrique à 48°B.

$$(D = 1,500;\ NO^3H = 94 \text{ pour } 100) :$$

VIII.	N^2O^3 (calculé en NO)	2,8	pour 100
	N^2O^4 »	97,2	»

L'oxydation de N^2O^3 est donc à peu près complète sous l'action de l'acide nitrique concentré, et elle n'est due qu'à cette action, puisqu'il n'y a pas d'oxygène en excès. On aurait par conséquent :

$$2NO^3H + N^2O^3 = 2N^2O^4 + H^2O,$$

réaction qui a été vérifiée pondéralement dans l'expérience VIII avec une approximation satisfaisante; elle est en quelque sorte l'inverse de celle bien connue qui se passe en solution étendue :

$$N^2O^4 + H^2O = NO^3H + NO^2H,$$

et qui n'est que passagère, par suite de la décomposition de NO^2H.

Conclusions. — 1° L'oxydation du bioxyde d'azote en présence d'eau a pour intermédiaire l'anhydride azoteux et non le peroxyde d'azote; il en résulte que le cycle comporte la régénération périodique de $\frac{2}{3}$ de bioxyde d'azote.

2° L'anhydride azoteux est oxydé par l'acide nitrique de concentration suffisante, avec formation de peroxyde d'azote et d'eau ; cette réaction est limitée par la réaction inverse.

3° La conséquence de ces faits est qu'il doit s'établir un équilibre pour une certaine concentration en acide nitrique, que nos expériences ont montré être 50 pour 100 (avec sans doute de légères variations suivant la température). Effectivement, il est constaté dans l'industrie que la teneur de l'acide nitrique récupéré dans les colonnes ou fabriqué par le procédé des tours, oscille autour de cette teneur sans s'en éloigner beaucoup.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les oxydihydrocinchonines α et β et leur rôle dans la production de certains isomères de la cinchonine.* Note de M. **E. Léger**, présentée par M. Moureu.

Dans une Note antérieure [1] j'ai montré que l'α-oxycinchonine de Jungfleisch et Léger était, en réalité, une oxydihydrocinchonine résultant de la fixation de H^2O sur la double liaison de la cinchonine. Il restait à rechercher si la β-oxycinchonine ne devait pas avoir la même origine. Pour répondre à cette question, j'ai reproduit avec la β-oxycinchonine, en les complétant, les expériences exécutées avec l'isomère α, c'est-à-dire que je l'ai soumise à l'action de HBr (dens. 1,51) pendant 6 heures à 110° et à celle de SO^4H^2.

Comme dans le cas de l'isomère α, la soi-disant β-oxycinchonine ne m'a

---

[1] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 903.

pas donné de dérivé hydrobromé renfermant un O en plus que la cinchonine, mais bien l'hydrobromocinchonine et l'hydrobromapocinchonine. Ces deux composés, comme dans le cas de l'isomère α, étaient accompagnés des isomères de la cinchonine : cinchonigine, cinchoniline, apocinchonine, δ-cinchonine et aussi d'une certaine quantité de soi-disant β-oxycinchonine non attaquée.

L'action de SO^4H^2 présente un intérêt particulier. J'ai opéré : 1° avec un acide à 50 pour 100, dans la proportion de 4 parties d'acide pour 1 partie de base, en chauffant 48 heures à reflux; 2° avec un acide à 70 pour 100, maintenu à 115° pendant des temps variables; 5 parties d'acide étant employées pour 1 de base. J'ai, en outre, comparé les résultats obtenus avec ceux fournis dans de nouvelles expériences exécutées, dans les mêmes conditions, avec l'isomère α. Ces deux isomères donnent les mêmes produits, seules les quantités varient; ce sont aussi les mêmes que ceux qui accompagnent les bases hydrobromées dans l'action de HBr, à l'exception de la δ-cinchonine. Une certaine quantité de soi-disant β-oxycinchonine résiste à l'action de SO^4H^2. Avec l'acide SO^4H^2 à 50 pour 100, le mélange cinchonigine-cinchoniline présente la composition suivante :

1° Avec l'α-oxydihydrocinchonine :

	I.	II.
Cinchonigine	72,82	76,70
Cinchoniline	27,18	23,30

2° Avec la β-oxydihydrocinchonine :

	I.	II.	III.
Cinchonigine	23,59	19,20	20,38
Cinchoniline	76,41	80,80	79,62

De l'examen de ces nombres, il ressort que, dans l'action de SO^4H^2 à 50 pour 100 sur la base α, c'est la cinchonigine qui prédomine, tandis qu'au contraire, avec l'isomère β, c'est la cinchoniline qui est produite en plus grande quantité. On remarquera, en outre, que les proportions relatives des deux bases sont inverses l'une de l'autre selon qu'il s'agit de l'isomère α ou de l'isomère β.

L'action de SO^4H^2, à 70 pour 100, sur ces deux derniers composés est plus rapide et plus profonde que celle de l'acide à 50 pour 100. Les produits formés sont les mêmes, mais les rendements sont augmentés.

Le mélange cinchonigine-cinchoniline avait la composition suivante :

1° Avec l'α-oxydihydrocinchonine :

	Temps.		
	5h.	10h.	24h.
Cinchonigine.......	74,49	82,10	87,64
Cinchoniline........	25,51	17,90	12,36

2° Avec la β-oxydihydrocinchonine :

	Temps.		
	5h.	10h.	24h.
Cinchonigine.......	28,88	44,76	73,55
Cinchoniline........	71,12	54,24	26,45

Si l'on compare les résultats obtenus après un chauffage de 5 heures avec ceux qui sont insérés dans le précédent Tableau, on remarque que ces résultats sont très voisins. Dans les deux cas, c'est la cinchonigine qui est fournie en quantité prédominante par l'isomère α, tandis qu'avec l'isomère β cette propriété appartient à la cinchoniline. Le temps a pour effet d'augmenter la proportion de la cinchonigine aux dépens de la cinchoniline, à tel point qu'avec l'isomère β les quantités relatives de ces deux bases sont les mêmes après 24 heures qu'après un chauffage de 5 heures de l'isomère α (2e Tableau).

De ceci, il ressort clairement que la soi-disant β-oxycinchonine doit être considérée comme un produit d'addition de H^2O à la cinchonine. En lui appliquant les considérations que nous avons développées à propos de la soi-disant α-oxycinchonine (*loc. cit.*), on conclut que la fixation de H^2O ne peut se faire que sur la double liaison du groupe $CH^2 = CH -$ de la cinchonine qui devient $CH^3 - CHOH -$.

En effet, à l'exemple de son isomère α, ce composé donne CBr^4 quand on le traite par l'hypobromite de sodium ; de plus, il ne réduit pas immédiatement la solution acide de permanganate, ce qui indique que ces deux composés ne contiennent plus la double liaison de la cinchonine.

Les oxydihydrocinchonines α et β sont des composés très voisins, dont les pouvoirs rotatoires diffèrent peu ; leur isomérie est de nature stéréochimique. Remarquons que la production d'un groupe $CH^3 - CHOH -$ a pour effet d'introduire dans la molécule de la cinchonine, un cinquième atome de carbone asymétrique. Les oxydihydrocinchonines, en supposant que rien ne soit changé à la configuration du reste de la molécule de la cinchonine dont elles dérivent, ne pourront exister que sous deux modifi-

cations isomériques contenant les groupements :

$$\underset{\text{I.}}{CH^3-\overset{\displaystyle H}{\underset{\displaystyle OH}{C}}-\overset{\diagup}{\underset{|}{CH}}} \quad \text{ou} \quad \underset{\text{II.}}{CH^3-\overset{\displaystyle OH}{\underset{\displaystyle H}{C}}-\overset{\diagup}{\underset{|}{CH}}}$$

Si nous attribuons, par hypothèse, à l'isomère α le schéma I, le schéma II devra nécessairement appartenir à l'isomère β.

Les résultats obtenus dans l'action de SO^4H^2 nous permettent de préciser le rôle de chacun des deux isomères α et β dans la production des isomères de la cinchonine. Une élimination de H^2O aux dépens de l'OH existant naturellement dans la cinchonine et de l'OH du schéma I fournira la cinchonigine. Si c'est l'OH du schéma II qui intervient, nous aurons la cinchoniline; quant à l'apocinchonine dans laquelle j'ai admis l'existence du groupement $CH^3-CH=\overset{\diagup}{\underset{|}{C}}$, il est facile de voir qu'elle peut être fournie indifféremment par l'une ou l'autre des oxydihydrocinchonines, ce qui a lieu en réalité.

Les formules ci-dessus laissent aussi prévoir l'existence de deux dérivés hydrohalogénés de la cinchonine isomères, selon que l'OH de l'une ou de l'autre de ces formules sera remplacé par un halogène. Or j'ai pu observer la formation de deux dérivés hydrobromés et de deux dérivés hydroiodés de la cinchonine (¹). Ces modes de formation n'excluent pas la possibilité de changements stériques concomitants.

Les faits relatés dans cette Note me paraissent fournir une explication satisfaisante de la formation des trois isomères : cinchonigine, cinchoniline et apocinchonine; c'est l'achèvement naturel de travaux qu'avec Jungfleisch nous avons eu l'honneur de soumettre à l'Académie il y a plus de trente ans.

(¹) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 76 et 469.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Nouveaux exemples du calcul des rayons extraordinaires pour certaines structures de liquides anisotropes.* Note [1] de M. F. GRANDJEAN, présentée par M. Pierre Termier.

Dans une précédente Note [2] j'ai indiqué une méthode générale simple permettant le calcul des rayons extraordinaires, pourvu qu'on sache intégrer un système de deux équations différentielles du deuxième ordre. Cette méthode n'est qu'approchée mais paraît suffisante pour rendre compte des observations faites au microscope polarisant dans les conditions habituelles. Le calcul rend compte, en particulier, de la réfraction des rayons extraordinaires sur les lignes de discontinuité optique, c'est-à-dire du phénomène des *ombres grises*. Je désigne sous ce nom les régions moins éclairées que le reste du champ (parce qu'elles sont dépourvues de vibration extraordinaire) quand on regarde une couche du liquide au microscope, sans interposition des nicols polariseur et analyseur.

La structure rayonnée à axe rectiligne est telle qu'en chaque point l'axe optique soit la perpendiculaire abaissée de ce point sur une droite fixe XY qui est l'axe de structure. Soient P un plan normal à l'axe XY en un point O, ρ et ω les coordonnées polaires par rapport à O de la projection orthogonale m de M sur P, z la distance mM. La fonction Θ de la Note précédente s'écrit

$$\Theta = \frac{1}{V_1} \int \sqrt{\rho'^2 + N^2(\rho^2 + z'^2)}\, d\omega.$$

Le radical représente une fonction de deux fonctions inconnues ρ et z d'une variable ω, dont les rayons lumineux sont les extrémales. On écrira donc la condition d'Euler pour chacune de ces deux fonctions, ce qui donne, après intégration,

$$(1) \qquad \begin{cases} \rho = \dfrac{1}{a \cos N\omega + b \sin N\omega}, \\ z = c \operatorname{tang}(N_1\omega + \beta) + d; \end{cases}$$

a, b, c, d étant des constantes et β étant lié à a et b comme dans la structure rayonnée plane.

---

(1) Séance du 10 février 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 91.

Le système (1) représente des courbes gauches dont les projections sur P sont les rayons lumineux de la structure rayonnée plane. Les résultats obtenus précédemment pour cette structure sont donc valables en projection sur le plan P. Si donc le milieu est positif et que l'on considère les rayons extraordinaires émis par un point A quelconque, ou passant en ce point, dans toutes les directions possibles, ces rayons ne pourront pénétrer dans un dièdre obscur L_1XYL_2 symétrique par rapport au plan du point A et de l'axe, et tel que les angles dièdres $AXYL_1$ et $AXYL_2$ soient égaux à $\frac{\pi}{N}$. J'appellerai ce dièdre L_1XYL_2 le dièdre opposé au demi-plan AXY. En passant à la limite on voit que tout rayon AI contenu dans le demi-plan AXY ira se réfracter sur l'axe et donner deux rayons situés sur les faces du dièdre opposé à AXY.

Un dièdre obscur pour les rayons extraordinaires, éclairé par les seuls rayons ordinaires, doit donc se former à l'opposé de la lumière incidente pourvu que le milieu soit positif. Le résultat s'applique évidemment aussi à un axe non rectiligne, de sorte que l'hypothèse de la structure rayonnée convient aux lignes de discontinuité optique à ombre grise qui se forment si facilement dans les liquides positifs du groupe de l'azoxyphénétol. Ces lignes de forme quelconque sont bordées par deux autres lignes parallèles, situées de part et d'autre, équidistantes, qui sont les bords de l'ombre. A l'intérieur de ce ruban d'ombre la lumière qui sort est polarisée suivant la section principale de plus petit indice du liquide au point de sortie.

La structure conique à axe rectiligne est telle qu'en chaque point l'axe optique soit une droite s'appuyant sur l'axe de structure et faisant avec cet axe XY un angle μ constant. En adoptant les mêmes notations que précédemment, on trouve que les rayons lumineux sont représentés par le système

$$\rho = \frac{1}{a\cos N'\omega + b\sin N'\omega},$$

$$z = \rho\left[\frac{N^2-1}{2N'^2}\sin 2\mu - \frac{c}{N^2(a^2+b^2)}(a\sin N'\omega - b\cos N'\omega)\right] + d,$$

en posant

$$N' = \sqrt{N^2\sin^2\mu + \cos^2\mu}.$$

Les conclusions précédentes subsistent pour un milieu positif en ce qui concerne le dièdre obscur, mais le demi-angle de ce dièdre est main-

tenant $\frac{N'-1}{N'}\pi$. Le dièdre obscur est donc moins ouvert et par conséquent l'ombre grise moins large.

Dans *la structure en groupe focal* les équations différentielles sont très complexes mais on peut encore, au moins pour le groupe droit dont l'ellipse est un cercle, en appliquant les résultats obtenus pour la structure conique, calculer la forme de l'ombre grise. Par exemple on retrouve la forme si particulière en losange à côtés courbes que donne l'observation pour le groupe couché horizontalement dont le cercle se présente suivant la tranche dans le champ du microscope.

Enfin les calculs suggèrent des hypothèses pour la structure de certaines lignes de discontinuité optique qui ne sont pas surmontées d'ombres grises, bien que le liquide soit positif. Tels sont les *fils* fins et noirs de l'azoxyphénétol qui sont une des structures spontanées les plus fréquentes dans les liquides de ce groupe. On peut imaginer, pour en rendre compte, une *structure concentrique à axe rectiligne* dans laquelle l'axe optique en un point est la normale au plan passant par ce point et par l'axe de structure. Le calcul des rayons extraordinaires donne le système (1) de la structure rayonnée dans lequel on aurait remplacé N par son inverse, de sorte que l'ombre grise n'existerait qu'en milieu négatif pour une telle structure. Ainsi l'absence de cette ombre dans les liquides du groupe de l'azoxyphénétol serait expliquée; mais la vérification ne peut évidemment pas être considérée comme suffisante. L'hypothèse faite ci-dessus pour les fils de l'azoxyphénétol n'est donc à retenir que sous réserve d'autres vérifications.

MÉTÉOROLOGIE. — *Difficultés rencontrées dans l'étude des grains par suite de l'incertitude sur l'heure des observations.* Note de M. J. **Renaud**, présentée par M. Ch. Lallemand.

L'étude des grains est une des plus importantes de la Météorologie tant au point de vue scientifique qu'en raison de ses applications en vue de la sécurité de la navigation aérienne ou maritime. On sait à quels périls sont exposés les ballons captifs, les avions ou les dirigeables surpris par ces météores. Depuis longtemps déjà, M. Durand-Gréville avait démontré la possibilité de prévenir les intéressés de l'approche d'un grain. Ce ne fut toutefois qu'en 1916 que M. le lieutenant de vaisseau Rouch, alors chef du

service météorologique aux Armées, parvint à organiser un service d'avertissement qui a donné d'excellents résultats.

L'étude rétrospective du phénomène s'appuie principalement sur l'examen des diagrammes des instruments enregistreurs installés dans les stations météorologiques. Le grain se manifeste en effet, à son passage, par un crochet vertical de quelques dixièmes de millimètre sur la courbe du baromètre, ainsi que par une chute brusque de température, une augmentation de l'humidité et une rotation rapide du vent. Connaissant l'heure exacte de ces phénomènes en diverses stations, on peut suivre la marche du grain et étudier ses éléments.

Or la principale difficulté rencontrée par le Service de la Météorologie maritime en dépouillant les observations faites en France au cours de ces dernières années a été de savoir si, dans certaines stations, les instruments enregistreurs avaient été réglés sur l'heure normale (temps moyen de Greenwich) ainsi que le prescrivent les instructions, ou sur l'heure d'été que doivent marquer les horloges publiques.

Par exemple, pour se rendre compte de la trajectoire du grain très violent qui a passé, le 10 octobre 1917, dans le Midi de la France et qui a causé la perte d'une escadrille d'hydravions au large de Perpignan, il a fallu d'abord faire état du changement de l'heure légale, qui a eu lieu, en 1917, dans la nuit du 6 au 7 octobre. Pour les instruments enregistreurs dont la feuille avait été mise en place le lundi 8 octobre, il n'y avait aucune incertitude : l'heure marquée devait être celle de Greenwich. Mais, dans certaines stations, on se sert, pendant plusieurs semaines, de la même feuille pour le baromètre ou pour l'anémomètre; la mise en place dans ce cas avait donc eu lieu avant la date du changement de l'heure. Or, aucune indication n'étant donnée, ni sur la feuille, ni sur les registres, il n'était pas possible de connaître l'heure exacte du crochet barométrique ou de la rotation du vent.

Les mêmes difficultés se sont produites dans bien des cas analogues, notamment pour l'étude du grain du 28 juin 1917, qui a ravagé une longue bande de terrain dans le Nord de la France; un certain nombre de registres d'observations ne donnent aucune indication au sujet de l'heure employée. Les observateurs interrogés ne peuvent se rappeler s'ils ont adopté l'heure d'été ou gardé l'heure normale.

De ces constatations il résulte que trop souvent les mesures prises pour fixer le mode d'indication de l'heure, pendant la période d'été, dans les stations météorologiques, ont été inefficaces. Il paraîtrait nécessaire d'adopter un système de notation de l'heure qui ne puisse donner lieu à aucune incertitude.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur les migrations des genres* Hystrix, Lepus, Anchitherium *et* Mastodon, *à l'époque néogène*. Note de M. L. **Joleaud**, présentée par M. Émile Haug.

Les échanges des faunes terrestres néogènes entre l'Amérique du Nord, d'une part, l'Europe et l'Afrique, d'autre part, se sont effectués par une ligne de terres émergées à travers l'Atlantique central ([1]). C'est par cette voie qu'a immigré dans l'Ancien Monde le genre *Hystrix*. Ce Rongeur, originaire de l'Amérique du Sud ([2]), n'est certainement pas passé par l'Amérique du Nord, car aucun Mammifère de La Plata n'a pénétré dans cette contrée entre le Montien et l'Astien.

La famille des Hystricidés était représentée au Miocène inférieur, en Argentine, par les genres *Aceramys* et *Steiromys*, apparentés aux types actuels de cette région. Arboricoles dans le Nouveau Monde, ces animaux sont devenus fouisseurs en Afrique, dans le Sud de l'Asie et de l'Europe, comme un autre Rongeur africain, *Xerus* ([3]), originaire de l'Amérique du Nord et arrivé en France au Tortonien. La migration des Porcs-épics de l'Amérique du Sud en Afrique, puis en Europe, se serait effectuée à une période géologique défavorable à la végétation arborescente, peut-être sous l'influence d'un climat steppique, comme celui de l'époque pontienne.

Lorsqu'à l'Astien, les communications devinrent faciles entre les deux Amériques, l'on vit des Carnivores, les Procyonidés, qui habitaient les États-Unis depuis le Burdigalien (*Pholaocyon leucosteus* Matthew) et y vivaient encore au Pontien (*Leptarctos primus* Leidy), gagner simultanément l'Argentine (*Cynonasua argentina* Ameghino) et l'Angleterre (*Paradilurus anglicus* Dawkins).

Ce serait aussi à l'Astien qu'aurait émigré en Europe le genre *Lepus*, dont on a trouvé les restes dans les sables de Trévoux, les limons du Roussillon et le Red Crag. Le Lièvre et le Lapin sont, d'après Osborn ([4]), tous deux originaires du Nouveau Monde, où *Lepus* est apparu dès l'Aquitanien.

Le Lapin d'Europe serait voisin de *L.* (*Sylvilagus*) *sylvaticus* Brehm, des États-

---

([1]) L. Joleaud, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 177 et 310.
([2]) Depéret, *Comptes rendus*, t. 143, 1906, p. 1120.
([3]) L. Joleaud, *Bull. Soc. Zool. France*, t. 43, 1918, p. 83, 19.
([4]) *Ann. N. Y. Acad. Sc.*, vol. 13, 1900, p. 58.

Unis du Sud et de *L.* (*Tapeti*) *bresiliensis* L. de la Guyane, etc., qui vivent dans les arbres creux, mais ne se font pas eux-mêmes des terriers. Les variétés de *L.* (*Oryctogalus*) *cuniculus* L. des îles Atlantiques jalonneraient, suivant Scharff [1], la route suivie jadis par ce Rongeur. Ces variétés, remarquables par leur nanisme, présentent des caractères archaïques indéniables. Celle des îles Porto-Santo, près de Madère, est de la taille d'un très gros Rat. Celle de Ténérife, petite aussi, ne se creuse pas de terriers, mais habite les fentes des rochers. La discontinuité de l'aire de dispersion d'*Oryctogalus* témoignerait de l'ancienneté de ce sous-genre, qui serait peut-être venu d'Amérique dans le Vieux Monde avant le Lièvre, en même temps que les Porcs-épics et certains Écureuils : de terricole subarboricole, le Lapin serait devenu terricole hypogé.

Les échanges par les terres atlantiques des faunes pontiennes semblent avoir été précédés au Miocène inférieur par des migrations tout à fait comparables, comme par exemple celle d'un Équidé burdigalien d'Europe, *Anchitherium aurelianense* Cuvier.

Les Périssodactyles du Nouveau Continent les plus voisins d'*A. aurelianense* ont été récemment groupés par Osborn [2] en un genre spécial, *Kalobatippus*, localisé au sommet de l'Aquitanien. Le type de ce genre, *K. præstans* Cope, a été trouvé sur la côte du Pacifique, dans l'Orégon. Aussi a-t-on admis que la migration d'*Anchitherium*, d'Amérique en Europe, avait, comme on le croyait pour celle d'*Hipparion*, emprunté la voix asiatique. Mais récemment, Osborn a fait connaître du centre des États-Unis (Nebraska), un nouveau type de *Kalobatippus*, *K. agatensis*, plus évolué que *K. anceps*. Ainsi ce genre d'Équidé aurait, au cours de son développement, émigré des rives du Pacifique vers le Mississipi pendant l'Aquitanien récent. Son proche parent, *A. aurelianense*, apparaît en France, dans l'assise de base du Burdigalien, où il est représenté par une forme de faibles dimensions, *A. a. blesense* Mayet, à laquelle succèdent des types de plus grande taille. C'est seulement à l'Helvétien que *A. aurelianense* semble s'être répandu dans l'Europe centrale. Inconnu dans la série miocène de l'Inde, *Anchitherium* se retrouve en Chine, mais seulement dans le Pontien.

Ainsi *Anchitherium* a immigré de l'Orégon en Chine, du début à la fin du Miocène, en passant par le bassin du Mississipi, les terres atlantiques et l'Europe.

---

(1) *Proc. Roy. Irish Acad.*, vol. 24, sect. B, part 3, 1903, p. 279; cf. Trouessart, *Bull. Mus. H. N.*, *Paris*, 1917, p. 368.

(2) *Mem. Amer. Mus. Nat. Hist.*, new ser., vol. 2, part 1, 1918, p. 69 (f. p. 12-13). — Voir aussi *The Age of Mammals*, 1910, p. 230.

En même temps se produisait une migration en sens inverse rappelant celle des Hippotraginés et des Tragélaphinés. Un Proboscidien, *Mastodon* (*Trilophodon*) *conodon* Cook ([1]), comme ces Antilopes, originaire d'Afrique, arrivait en Amérique au Burdigalien. Ce Pachyderme du Nebraska est remarquable par ses dents à émail très mince, qui rappellent celles de *Palæomastodon Beadnelli* de l'Oligocène du Fayoum.

Or M. Depéret ([2]) a découvert dans le Burdigalien de Kabylie une « forme naine de Mastodonte (*M. pygmæus*) qui est le type le plus primitif connu jusqu'à ce jour de ce genre de Proboscidien... Par l'extrême simplicité de ses collines, par la présence d'une notable quantité de cément, cet animal forme une véritable transition entre nos Mastodontes européens du type *angustidens* et leurs ancêtres oligocènes, les *Palæomastodon* ». La longueur de la dernière molaire inférieure, qui était de 70^{mm} seulement dans ce dernier genre, atteint 87^{mm} dans *Mastodon pygmæus* du Burdigalien de Kabylie, 105^{mm} dans *Mastodon angustidens* du Burdigalien supérieur des Angles (Gard) et des sables de l'Orléanais, etc.

Les Mastodontes, qui sont originaires d'Égypte, seraient donc d'abord venus en Berbérie, puis aux États-Unis, au Burdigalien.

Les migrations des Mammifères néogènes entre l'Amérique, l'Europe et l'Afrique par les terres atlantiques se seraient succédé depuis le Burdigalien jusqu'à l'Astien, avec, semble-t-il, une interruption lors du maximum de la grande transgression miocène dans les géosynclinaux, à l'Helvétien et au début du Tortonien.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Application de la méthode biochimique à l'étude des feuilles d'*Hakea laurina. *Extraction d'un glucoside* (*arbutine*) *et de québrachite.* Note de MM. **Em. Bourquelot** et **H. Hérissey**, présentée par M. Moureu.

L'*Hakea laurina* R. Br., syn. *H. eucalyptoides* Meissn., est un arbre de la famille des Protéacées. Originaire d'Australie, il est cultivé en France, sur les côtes de la Méditerranée, comme arbre d'ornement. Les rameaux fleuris en sont, depuis plusieurs années, expédiés à Paris de décembre à février; ils sont vendus souvent sous le nom d'*Eucalyptus rouge*, sans doute à cause

([1]) *Amer Journ. Sc.*, vol. 28, 1909, p. 183.
([2]) Notice sur les travaux scientifiques de M. Depéret, 1913, p. 22, 33, 44.

d'une vague ressemblance des feuilles avec celles de certains Eucalyptus.

Pour faire l'examen biochimique des feuilles, on en a traité, en décembre, 100g selon les règles de la méthode appliquée aux plantes riches en matières tanniques : épuisement par l'alcool bouillant, distillation pour retirer l'alcool, *défécation presque complète par le sous-acétate de plomb*, concentration en consistance d'extrait sous pression réduite.

Cet extrait a été repris par de l'eau thymolée en quantité suffisante pour faire 100cm³. Après avoir pris la rotation de cette solution et en avoir dosé le sucre réducteur, on l'a additionnée d'invertine; puis, l'action de l'invertine étant terminée, on a ajouté de l'émulsine.

Dans le Tableau ci-dessous, on a rassemblé les rotations observées et les proportions de sucre réducteur formées durant les différentes phases de l'opération :

	Rotation du liquide $l = 2$.	Produits réducteurs exprimés en glucose		Indices de réduction.
		contenus dans 100cm³.	formés pour 100g de feuilles fraîches.	
Avant l'essai................	−1°.50′	1,0998	»	»
Après action de l'invertine (4 jours)..................	−2.57	1,7547	0,6549 pour 67	586
Après 3 jours d'émulsine....	−2.42	1,8954	0,1407 » 15	563
» 4 »	−2.29	2,0208	0,2661 » 28	570
» 13 »	−1.45	2,2114	0,4567 » 72	380

L'examen de ces chiffres conduit aux remarques suivantes : 1° les feuilles d'*Hakea* renferment du sucre de canne, ce qui est la règle pour toutes les Phanérogames; 2° elles renferment deux glucosides hydrolysables par l'émulsine, dont l'un a un indice de réduction supérieur à 570, tandis que l'indice de l'autre est inférieur à 380; 3° elles doivent renfermer un principe lévogyre non hydrolysable, la rotation étant restée assez fortement gauche après l'action de l'émulsine.

Extraction du principe lévogyre (*québrachite*) *et de l'un des glucosides* (*arbutine*). — Ces principes ont été obtenus en opérant sur 2500g de feuilles fraîches. On a traité ces feuilles par de l'alcool bouillant et préparé un extrait que l'on a déféqué complètement.

I. Après précipitation du plomb en excès par H^2S et filtration, on a distillé à froid sous pression réduite, puis on a traité le nouvel extrait, à sept reprises différentes, par de l'éther acétique bouillant (en tout 3l,5). Par le repos à la température

du laboratoire, des cristaux se sont déposés sur les parois des flacons dans lesquels on avait versé les solutions éthéro-acétiques.

On a rassemblé $1^g,15$ de ces cristaux, que l'on a purifiés en les traitant à l'ébullition par 20^{cm^3} d'alcool à 75^c additionnés d'un peu de noir animal. On a filtré chaud et abandonné à la cristallisation. Les nouveaux cristaux pesaient $0^g,86$; ils fondaient au bloc à $+190°$ en même temps que la québrachite retirée du *Grevillea robusta*. Ils ont donné comme pouvoir rotatoire $\alpha_D = -80°,6$. (Pouvoir rotatoire de la québrachite d'après Tanret : $-80°$.)

C'était donc bien de la québrachite ou méthylinosite gauche : ce qui a, d'ailleurs, été confirmé par la transformation du produit, à l'aide de HI, en inosite gauche à pouvoir rotatoire $\alpha_D = -64°,9$. (Tanret a trouvé $-65°$.)

II. Les solutions éthéro-acétiques, dont la québrachite s'était séparée, ont été évaporées en consistance d'extrait. L'extrait, épuisé par l'alcool à 95^c bouillant, a donné un liquide coloré que l'on a distillé à fond sous pression réduite. Le résidu a été repris à l'ébullition par 100^{cm^3} d'éther acétique. La solution, décantée après un repos de 24 heures, a laissé déposer peu à peu des cristaux en aiguilles ($1^g,10$) que l'on a purifiés encore par dissolution à chaud dans 10^{cm^3} d'un mélange à volumes égaux d'alcool à 95^c et d'éther acétique en présence d'une trace de charbon animal. Après filtration et refroidissement, la cristallisation a commencé; elle était terminée en deux jours. Ces nouveaux cristaux ont été recueillis, lavés avec un peu d'éther acétique, puis abandonnés à la dessiccation à l'air jusqu'à poids constant.

Ce produit n'est pas réducteur, il a donné comme pouvoir rotatoire : $\alpha_D = -60°,5$, c'est-à-dire sensiblement le pouvoir rotatoire de l'arbutine cristallisée avec une molécule d'eau.

A quelques centigrammes de cristaux placés sur un verre de montre, on a ajouté une goutte d'eau, puis une goutte de perchlorure de fer au dixième : il s'est produit une belle coloration bleue identique à celle qu'on a obtenue en opérant en même temps et de la même façon avec l'arbutine du Poirier ou du *Grevillea*.

L'essai avec l'émulsine a été fait en ajoutant, à 15^{cm^3} de solution renfermant $0^g,223$ de produit, 15^{cm^3} d'une solution d'émulsine à 1 pour 100. En 2 jours, à l'étuve à $+30°$, la rotation avait passé de $-1°48'$ à $+16'$ (la rotation due à l'émulsine étant déduite) et il s'était formé, pour 100^{cm^3}, $0^g,78$ de glucose. Soit un indice de réduction de 670, indice qui est très rapproché de celui de l'arbutine (700).

Enfin, on a agité avec de l'éther la solution dans laquelle le produit avait été hydrolysé; puis on a laissé évaporer spontanément le liquide éthéré. Le résidu cristallisé en longs prismes était de l'hydroquinone.

Ainsi, en résumé, on a retiré des feuilles de l'*Hakea laurina* de la qué-

brachite et de l'arbutine. Remarquons que déjà ces deux principes ont été trouvés ensemble dans les feuilles du *Grevillea robusta* A. Cunn., arbre appartenant aussi à la famille des Protéacées [1].

ANATOMIE. — *Remarques sur la morphologie du centre phrénique des Mammifères.* Note de **M. G. Petit**, présentée par M. Edmond Perrier.

Il semble qu'on ait voulu de tout temps reconnaître au centre phrénique des Mammifères une forme bien caractérisée.

Chez l'Homme, nos auteurs, suivant en cela des descriptions d'anciens anatomistes, comparent cette portion centrale aponévrotique du diaphragme, les uns à une feuille de trèfle, les autres, plus précisément, à un as de trèfle.

Chez les Artiodiactyles et les Périssodactyles, en particulier le Bœuf, le Mouton, le Cheval et l'Ane, Le Double repoussant ces comparaisons, fait remarquer que le centre phrénique de ces animaux « ressemble plutôt au cœur d'une carte à jouer », mais il estime que « pour tous les autres Mammifères », la comparaison avec une feuille de trèfle « s'impose ».

Or, si l'on examine sans idée préconçue des centres phréniques humains sur les cadavres, si même l'on s'en tient aux figures que donnent de l'ensemble du diaphragme divers Traités d'Anatomie, si, d'autre part, on observe, au point de vue morphologique, le centre phrénique des Ongulés, qui fait, d'après Le Double, une exception, les comparaisons ci-dessus rappelées paraissent vagues, en général, difficilement retrouvables, leur justesse, en somme, très approximative.

Mais si l'on étend ses observations à d'autres Mammifères, on s'aperçoit, de quelque ordre qu'il s'agisse, que la comparaison acceptée par Le Double, souvent admise, est inexacte dans tous les cas.

Jamais en effet le centre phrénique des Édentés, Carnivores, Rongeurs, Chéiroptères, Primates, sur lesquels ont porté nos recherches personnelles, ne figurait, même de loin, le dessin d'une feuille de trèfle.

Par contre, nous avons constaté de grandes variations, à la fois dans la forme générale du centre phrénique et dans la forme particulière, la direc-

(1) Em. Bourquelot et A. Fichtenholz (Mlle), *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1106, et t. 155, 1912, p. 615.

tion de ce qu'on a l'habitude de nommer les « folioles », à savoir sa partie moyenne et ses parties latérales.

L'aspect du centre phrénique diffère non seulement d'un ordre à l'autre, et dans tel ordre, d'une famille à une autre famille, mais des différences sensibles, quoique moins tranchées, apparaissent aussi jusque dans la même espèce. Ainsi, pour six Chats examinés par nous, on aurait pu donner six descriptions et six dessins particuliers du centre phrénique. De même pour trois Rats, trois Souris, deux Fouines, etc.

Il paraît donc bien difficile de se servir, pour caractériser le centre phrénique des Mammifères, de comparaisons précises. Et ces comparaisons sont bien inutiles aussi : car si l'on peut en trouver d'heureuses, elles risquent de ne valoir que pour un seul individu.

L'étude morphologique du centre phrénique des Mammifères permet une autre constatation. Elle montre, en effet, les variations de dimension que présente cette surface aponévrotique par rapport à la surface musculaire qui s'y insère et la circonscrit.

Ces variations, très grandes, s'observent, à leur tour, non seulement d'un ordre à l'autre, mais dans les familles et dans les genres du même ordre.

Ainsi, si l'on voulait dresser une classification du centre phrénique des Mammifères en créant, selon son plus ou moins grand développement par rapport à la partie musculaire environnante (toute proportion gardée, nécessairement), un certain nombre de catégories, on serait amené à placer dans chacune d'elles, et côte à côte, des genres très éloignés et très divers.

C'est là du reste un résultat qui ne doit pas surprendre, et l'étude de la myologie comparative nous donne l'occasion de renouveler fréquemment la même remarque.

Ajoutons que ces variations de surface du centre phrénique, comme les variations de forme, sont également sensibles dans la même espèce, soit qu'on s'adresse à des individus d'âges différents, soit que l'on compare entre eux des individus du même âge.

D'ailleurs, une méthode précise, dont nous ne pouvons encore présenter les résultats détaillés, nous permet de déterminer la valeur exacte, les différents degrés de ces dernières variations.

Variations de forme, variations de dimension, voilà donc deux faits caractéristiques de la morphologie du centre phrénique.

Ainsi, il ne peut plus être question de lui attribuer une forme définie, constante, des limites invariables, d'établir en somme pour le centre phrénique un type morphologique.

Nous croyons, au contraire, qu'il doit être considéré avec l'ensemble du diaphragme, étudié *in situ*.

La morphologie de cet îlot aponévrotique est déterminée par la disposition des muscles qui s'insèrent sur ses bords; ils l'échancrent, le festonnent irrégulièrement, l'étranglent, le coupent même par des faisceaux anastomotiques charnus tendus d'un côté à l'autre, disposition qui nous a paru plus fréquente qu'on ne l'a signalé jusqu'ici.

PARASITOLOGIE. — *Considérations relatives à la conception uniciste des Hématozoaires des fièvres tierces bénigne et maligne.* Note de M. **P. Armand-Delille**, présentée par M. A. Laveran.

Dans une Note précédente (1) portant sur les aspects parasitologiques du paludisme contracté en Macédoine, nous avons signalé la prédominance presque exclusive, dans le sang des malades, du *Plasmodium falciparum*, pendant la période qui s'étend d'août à octobre 1916, alors qu'au début et à la fin de l'épidémie, on n'observait plus que le *Pl. vivax*, forme qui, d'autre part, est la seule qui persiste, au bout de quelque temps, dans le sang des impaludés ramenés en France, bien que primitivement atteints de tierce maligne.

D'après les renseignements fournis par notre ami Teissonnière qui nous a succédé au laboratoire de l'Armée d'Orient, les mêmes caractères ont été constatés en 1917 et 1918, pendant la période estivo-automnale. Bien que l'épidémie ait été très atténuée, la forme *Plasmodium falciparum* s'est manifestée pour ainsi dire exclusivement pendant les mois d'août, septembre et octobre de ces deux dernières années.

Il nous avait semblé que cette alternance des parasites, et leur succession souvent observée chez le même malade, était un argument en faveur de la conception uniciste, qui a toujours été admise par M. Laveran, le savant qui a découvert le parasite du paludisme et l'a le mieux étudié.

Nous désirerions signaler, dans la présente Note, certaines hypothèses basées sur les faits ci-dessus rapportés, qui nous paraissent militer en faveur de cette conception uniciste.

Si l'on considère, en effet, que le *Pl. falciparum* disparaît en hiver, dans

---

(1) P. Armand-Delille, *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 202.

les pays de paludisme endémique, et qu'il disparaît également assez vite, pour être remplacé par le *vivax*, chez les malades transportés en pays sains, on est en droit d'établir un parallélisme absolu entre la présence de la forme *falciparum* et celle de l'anophèle infectant. On pourrait par conséquent en conclure que c'est pendant la période où se font les réinoculations que le *falciparum* se montre dans le sang; c'est pourquoi le début des épidémies ne montre que du *Pl. vivax*, tandis qu'à partir du moment où les sporozoïtes sont introduits d'une manière presque continue dans le sang, les schizontes sont plus petits et les gamètes revêtent la forme de croissants, qui sont, on le sait, des formes de résistance à tous les agents et en particulier à la quinine.

On est, d'autre part, en droit de supposer que cet aspect et ces formes de résistance sont la conséquence d'une modification du milieu humoral, la réinoculation répétée de sporozoïtes favorisant la production d'anticorps qui déterminerait la production de formes de résistance du parasite.

L'existence de ces anticorps n'est pas purement hypothétique : en effet, Abrami a signalé les propriétés schizontolitiques du sérum à certaines périodes de l'infection palustre, et nous-même, dans des expériences que nous n'avons malheureusement pas poursuivies assez longtemps, avions constaté que certains sérums de paludéens donnaient une déviation du complément en présence de parasites isolés par hémolyse et centrifugation d'un sang très parasité recueilli au cours de l'accès pernicieux.

Dès que cesse l'inoculation de nouveaux sporozoïtes dans le sang, c'est-à-dire que les anophèles disparaissent pendant les mois d'hiver ou que le sujet soit soustrait complètement à leurs piqûres par transport dans une région salubre, les anticorps cessent de se produire ou s'éliminent au bout d'un certain temps, et les formes de résistance (croissants) cessent de se former.

A partir de ce moment, du fait qu'il n'y a plus d'inoculations, le parasite se perpétuera par schizogonie, et élaborera de volumineux gamètes arrondis, capables de se conserver pendant une durée plus longue, pour atteindre la prochaine saison d'éclosion d'hôtes intermédiaires.

Cette interprétation est légitimée également par le fait que la schizogonie régressive paraît incontestable dans les gamètes de la forme *vivax*, tandis qu'elle n'est pas démontrée et reste hypothétique dans les croissants de *falciparum*.

Nous reconnaissons qu'il reste à interpréter l'aspect des petites rosaces d'ailleurs très rares, qu'on rencontre dans la forme estivo-automnale;

peut-être s'agit-il d'une forme abortive de schizogonie, troublée par l'existence des anticorps dont nous avons admis l'existence.

Nous n'avons pas du reste la prétention de résoudre tous les problèmes que pose la morphologie des parasites du paludisme, nous avons voulu simplement soumettre une hypothèse que l'on est en droit de construire sur les données qu'a fournies l'épidémie du paludisme de l'Armée d'Orient, qui revêtait des caractères particulièrement favorables à l'observation, comme conséquence du transport d'un grand nombre de sujets sains dans une région où le paludisme est endémique, mais où du fait de l'existence d'hivers toujours froids, l'anophèle inoculateur disparaît pendant plusieurs mois de l'année.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *L'infection, la sensibilisation et l'immunité dans la lymphangite épizootique des Solipèdes.* Note de MM. **Boquet** et **L. Nègre**, présentée par M. Roux.

Tous les auteurs ont insisté sur le contraste qui existe entre l'extrême contagiosité de la lymphangite épizootique et la quasi-impossibilité de sa reproduction expérimentale. La plupart de ceux qui affirmèrent avoir obtenu des résultats positifs au moyen d'inoculations de pus spécifique, opéraient en milieu infecté. Au cours de ces dernières années, Vallée (¹), avec la collaboration de Cuvillier et de Rinjard, expérimentant dans les conditions les plus variées et les plus favorables à l'évolution de la maladie, échoua presque toujours dans ses tentatives de transmission.

A dix reprises, sur douze essais (deux chevaux neufs se sont montrés réfractaires), nous avons réalisé la reproduction de la lymphangite épizootique sur le cheval, au moyen d'inoculations de cultures de cryptocoques. Les résultats de nos expériences et de nos observations, résumées dans la présente Note, démontrent l'action aggravante des réinoculations sur l'inoculation première et expliquent les constatations, en apparence contradictoires, que nous venons d'exposer.

A. *Infection.* — L'inoculation sous-cutanée d'une émulsion de culture de cryptocoques détermine, sur le cheval neuf, des lésions inflammatoires

(¹) Vallée, *Bulletin de la Société centrale de Médecine vétérinaire*, 28 février 1918.

(œdème, puis abcès stérile) qui disparaissent en quelques jours. Après une incubation de 20 à 80 jours, un nodule se développe dans la région inoculée, grossit, s'ouvre et suppure pendant plusieurs mois, puis guérit. Il ne se produit pas de généralisation. Mais ce nodule augmente rapidement de volume et l'infection s'étend au réseau lymphatique voisin si une réinoculation est effectuée 22 à 50 jours après la première.

Une troisième inoculation effectuée 48 à 100 jours après la première, 26 à 50 jours après la seconde, aggrave en même temps les lésions qui se sont développées à la suite des deux premières inoculations.

Les réinoculations de doses faibles ($0^g,005$ à $0^g,05$) de microbes vivants, de microbes tués ou des produits d'autolyse de ces microbes, répétées tous les 7 à 9 jours au cours de l'évolution de la maladie naturelle ou expérimentale, provoquent une aggravation passagère des lésions, suivie d'une amélioration. Les réinoculations de doses supérieures à $0^g,05$ entraînent une aggravation persistante, l'extension des cordes lymphatiques et la généralisation.

Ces phénomènes de réaction focale ne sont pas dus à une action spécifique des cryptocoques. Ils peuvent être provoqués :

a. Par des substances médicamenteuses (606);

b. Par des produits d'origine organique : émulsions leucocytaires, émulsions de levures non pathogènes, cultures tuées des bacilles de Preisz-Nocard, le sérum anticryptococcique.

Mais l'action des microbes spécifiques est plus intense.

B. *Sensibilisation*. — Si la réinoculation de cultures de cryptocoques est effectuée 20 à 25 jours après la première, les deux nodules initiaux apparaissent successivement, après une période d'incubation de même durée.

Si la réinoculation est effectuée 45 à 50 jours après la première, le nodule de réinfection apparaît après une incubation plus courte de moitié ou du tiers que celle du nodule de première infection.

L'œdème qui se manifeste aussitôt après l'inoculation de virus vivant ou mort augmente d'étendue après chaque réinoculation. L'inflammation s'étend au réseau lymphatique voisin et un abcès stérile se collecte. Cette réaction locale ne diffère que par son intensité et sa précocité de celle qui se produit après une première inoculation.

Dans la sensibilisation de l'organisme, il y a donc deux phénomènes distincts :

a. La libération des produits microbiens toxiques réinjectés est de plus en plus massive et accélérée (œdèmes étendus et abcès stériles précoces);

b. Les microbes réinoculés provoquent l'édification de plus en plus rapide des microbes spécifiques.

Ces faits expérimentaux confirment l'opinion de Vallée [1] suivant laquelle « au même titre que tuberculeux et morveux, les sujets porteurs de lymphangites spécifiques sont en état d'allergie. Comme tels, ils obéissent aux lois de la réaction générale, locale et focale aux antigènes ».

C. *Immunité*. — Une réinoculation de 0g,02 à 0g,05 de culture de cryptocoques vivants, pratiquée plus de 50 jours après la première ou au cours de la maladie naturelle, provoque seulement un œdème immédiat et un abcès stérile qui guérit en quelques jours. L'immunité est établie contre les réinfections.

Malgré cette résistance aux réinoculations, les animaux lymphangiteux restent sensibles à l'action des cryptocoques qu'ils hébergent et qui se multiplient dans les lésions anciennes. Des foyers nouveaux apparaissent loin des foyers primitifs, jusque dans les périodes les plus avancées de la maladie.

L'inoculation, deux ou trois fois répétée de faibles doses (0g,01 à 0g,05) de cultures stérilisées de cryptocoques, confère aux sujets neufs traités, une résistance telle qu'ils échappent le plus souvent à l'infection naturelle. Lorsque néanmoins ils sont infectés, ils ne contractent qu'une lymphangite bénigne qui guérit spontanément.

En résumé :

1° L'inoculation sous-cutanée d'une culture de cryptocoques détermine l'apparition d'un nodule qui s'abcède et guérit sans se généraliser;

2° L'extension et la généralisation de la lésion primitive sont provoquées par les réinoculations de ces microbes;

3° Sur l'organisme sensibilisé par une première inoculation, l'incubation du nodule de réinfection est plus courte que celle du nodule primitif;

4° Les animaux atteints de lymphangite naturelle ou expérimentale s'immunisent lentement. L'immunité n'est complète que 50 jours après la première inoculation.

---

(1) VALLÉE, *loc. cit.*

SCIENCE APPLIQUÉE A L'INDUSTRIE. — *L'organisation économique des transports industriels automobiles dans une grande ville.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. L. Lecornu.

J'ai eu l'occasion, depuis un an, d'appliquer le *principe de continuité*, dont j'ai montré ailleurs ([1]) la généralité, à l'organisation, à Paris, d'un service de transports industriels par camions automobiles. Ce principe conduit à la recherche de la suppression de toute discontinuité dans la circulation des matières à travers la canalisation industrielle, toute discontinuité de vitesse (comme pour un fluide) aboutissant à une perte de rendement. Ici c'est la ville entière qui est l'usine où circulent les matières transportées, les camions n'étant que les organes oscillants de cette circulation dans laquelle doivent être évitées les discontinuités tenant au matériel, aux ouvriers et à l'organisation du travail.

Soit R le prix de revient de la tonne transportée : pour que le camion de charge utile C ait l'utilisation maxima, il faudrait qu'il ne fût jamais arrêté, ce qui exigerait théoriquement un nombre n infini d'ouvriers occupés au chargement et déchargement à chaque extrémité de course. Si le nombre n est trop petit, le camion stationne longtemps pour le chargement ou le déchargement : il est mal utilisé. Le problème à résoudre est donc le suivant : *Trouver le nombre n d'ouvriers à occuper au chargement et déchargement, tel que le prix de revient* R *de la tonne transportée soit minimum.*

Ce problème comporte des solutions différentes suivant qu'on transporte ou non tout ou partie des n ouvriers avec le camion afin d'être assuré de trouver à destination la main-d'œuvre nécessaire pour un déchargement rapide. Nous supposerons le cas où tous les ouvriers sont transportés avec le camion, les autres cas pouvant être traités d'une manière analogue.

Soient K le tarif kilométrique, P le tarif forfaitaire par journée de 10 heures en cas de location de camion (K et P pourront toujours être évalués dans le cas où le camion est la propriété du transporteur), p le salaire journalier d'un ouvrier, et T le nombre de tonnes chargées et déchargées à l'heure par chacun d'eux. On aura, N étant le nombre de

([1]) *Technique moderne* (octobre 1911 et avril 1918).

voyages aller et retour comportant chacun B kilomètres en moyenne,

(1) $$R = \frac{BK}{C} + \frac{P + np}{CN}.$$

A Paris, en moyenne, un voyage aller et retour dure 1 heure. On a donc

(2) $$(10 - N)nT = CN.$$

Portant dans (1) la valeur de N tirée de (2), on a

(3) $$R = \frac{BK}{C} + \frac{(P + np)(nT + C)}{CnT}.$$

La relation entre R et n est hyperbolique; le minimum de R correspond au nombre d'ouvriers n_1 :

$$n_1 = \sqrt{\frac{P}{p}\,\frac{C}{T}}.$$

A la Manufacture où fonctionnent ces transports automobiles, on a $C = 2{,}5$, $T = 1{,}25$, $p = 10^{fr}$, $P = 80^{fr}$, d'où $n_1 = 4$ ouvriers.

Si les ouvriers chargent et déchargent sans être transportés avec le camion, il suffit de supprimer dans (3) le terme en n^2; dans ce cas, il semble que n doive être aussi grand que possible pour diminuer le prix de revient, mais, en pratique, les ouvriers se gênent dès que $n \geqq 5$.

Au début de l'organisation du service, on ne faisait voyager qu'un ouvrier avec chaque camion; c'est l'analyse des conditions à remplir qui a conduit à en faire voyager deux et à leur en adjoindre deux autres à chaque chargement ou déchargement. En fait, on a pu réduire le prix de revient R au $\frac{1}{3}$ de ce qui était demandé par les entreprises automobiles privées et, en outre, on a abouti à l'organisation pratique suivante :

Personnel. — Une cause fréquente de stationnements réside dans les formalités et démarches à faire dans les gares, à l'octroi, aux services de batellerie, ainsi que dans l'obstruction faite par les camionneurs ordinaires habitués à se présenter par séries dans les établissements destinataires. On a paré autant que possible à ces difficultés au moyen d'un convoyeur ayant autorité sur le conducteur et les ouvriers transportés, et intéressé à multiplier le nombre de voyages (*prime par voyage*). D'un autre côté les ouvriers ont une *prime à la tonne* transportée. Cette double prime accélère beaucoup le service.

Matériel. — Les camions automobiles actuels ont une capacité de chargement prévue pour des matières pondéreuses (charbon, métaux, bois, papiers, farines), mais très insuffisante pour les matières ouvrées (tels que les produits fabriqués par la Régie). Sur un camion de $2^t,5$ on ne peut guère charger que $1^t,5$ de ces produits. On peut parer à cette difficulté de plusieurs manières :

1° Diminuer le tonnage brut à transporter en supprimant les caisses exigeant un retour onéreux de colis vides et ne laissant que les colis en vrac à transporter; 2° augmenter par des abattants ou des hausses mobiles la capacité des plateaux des camions; 3° employer des remorques qui ont l'inconvénient d'être très encombrantes et de ne pouvoir facilement accoster un quai.

La meilleure solution pour éviter, d'après le principe de continuité, de longs stationnements au moment du chargement et du déchargement consisterait dans l'emploi d'un plateau mobile sur rouleaux et chargé d'avance que l'on roulerait en moins d'une minute sur le plateau du camion et qui pourrait être enlevé avec la même rapidité à l'arrivée.

Comparaison avec le camionnage hippomobile. — Dans les transports urbains ce camionnage a une vitesse moyenne moitié moindre que celle du camionnage automobile. Sa lenteur se transmet au camionneur qui perd la notion du temps et de la vitesse. Une autre action réflexe organique agit dans le même sens : le moteur animal ne s'alimente que pendant les arrêts, le moteur à pétrole que pendant la marche. Le camionneur a donc pris l'habitude vicieuse et séculaire de s'immobiliser comme ses chevaux. Enfin le camionnage hippomobile contrevient au principe de la division du travail et de la spécialisation des ouvriers : en raison de sa lenteur il ne pouvait être question de faire voyager avec le camion les hommes de peine nécessaires aux manutentions aux extrémités de course. Voilà comment les camionneurs se transforment en hommes de peine et, pour faciliter le travail de manutention, se forment en groupe inséparables.

Tous ces errements néfastes se sont transmis au camionnage automobile : on peut citer des compagnies dont les camions automobiles se présentent par trois ou par six dans des établissements où, faute de place ou de personnel, on ne peut en décharger qu'un ou deux à la fois : d'où une stagnation prolongée.

Au moment où sévit avec intensité la crise des transports, on voit que le

camionnage automobile est loin de réaliser une organisation scientifique économisant le personnel et le matériel.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures trois quarts.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de décembre 1918.

La face de la Terre (*Das Antlitz der Erde*), par Ed. Suess. Traduit avec l'autorisation de l'auteur et annoté sous la direction de Emmanuel de Margerie. Tome III, 4e partie (fin), avec un épilogue par Pierre Termier, et Tables générales de l'Ouvrage. Paris, Armand Colin, 1918; 2 vol. 24cm,5.

Essais de Paléoconchologie comparée, par M. Cossmann. Paris, chez l'auteur, 1918; 1 vol. 28cm. (Présenté par M. Douvillé.)

Expédition de la Célèbes centrale, par Abendanon, tome III. (Présenté par M. Douvillé.)

Muséum d'Histoire naturelle de Genève. *Catalogue illustré de la collection Lamarck*. Première partie : *Fossiles*. Genève, Georg et Cie, 1918; 1 vol. 31cm.

Manuel pratique du traitement de l'hypertrophie prostatique par la méthode conservatrice de Reliquet et Guépin, par le Dr Maurice Pineau. Paris, A. Maloine et fils, 1918; 1 vol. 24cm. (Présenté par M. Laveran.)

Remarques au sujet des conditions à remplir par certains dispositifs destinés à atténuer les coups de bélier dans les conduites forcées, par le comte de Sparre. Paris. (Extrait de la *Revue générale d'Électricité*, 1918.) 1 fasc. 30cm.

(*A suivre*.)

ERRATA.

(Séance du 3 février 1919.)

Note de M. *P.-W. Stuart-Menteath*, Sur la tectonique des Pyrénées :

Page 280, ligne 11, *au lieu de* Onux, *lire* Omex; ligne 14, *au lieu de* aux, *lire* des.
Page 281, ligne 9, *au lieu de* sont, *lire* étant.

(Séance du 10 février 1919.)

Note de M. *R. Fosse*, Formation, par oxydation des substances organiques, d'un terme intermédiaire produisant spontanément l'urée :

Page 320, première ligne du titre, *au lieu de* par oxydation, des, *lire* par oxydation des....

Même page, ligne 7 de la Note, *au lieu de* Schutzen, *lire* Schultzen; ligne 9, *au lieu de* théorie organique, *lire* théorie cyanique.

Page 321, avant-dernière ligne, *au lieu de* ammoniaque à 2°,2, *lire* ammoniaque à 22°.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 3 MARS 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 27 février 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Daniel Berthelot** pour occuper, dans la Section de Physique générale, la place vacante par le décès de M. *E.-H. Amagat*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Daniel Berthelot** prend place parmi ses Confrères.

ASTRONOMIE. — *Sur l'étude des perturbations de l'axe optique d'une lunette méridienne en direction.* Note (¹) de M. **Maurice Hamy**.

La théorie de la lunette méridienne s'établit en admettant que l'instrument est un solide invariable, tournant autour d'un axe fixe, à très peu près orienté perpendiculairement au méridien du lieu. Si les tourillons présentent des irrégularités et si, de plus, la lunette est affectée de flexion latérale, par suite d'une résistance inégale des bras formant l'axe de rotation, la détermination de corrections s'impose, pour tenir compte des erreurs commises en appliquant la formule de réduction ordinaire des observations de passages.

(¹) Séance du 21 février 1919.

Cette question, qui a fait l'objet de recherches de plusieurs astronomes [1] et dont je me suis occupé moi-même à diverses reprises, n'a encore jamais été traitée d'une façon complète et absolument satisfaisante. C'est ce qui m'engage à faire connaître le principe d'une méthode fournissant la valeur globale des erreurs imputables aux imperfections de l'instrument qui viennent d'être signalées. Cette méthode est caractérisée par le fait qu'elle s'applique, sans exiger la fixation d'aucune pièce additionnelle à la lunette méridienne, dont l'équilibre élastique est ainsi rigoureusement sauvegardé. En conséquence, l'étude de l'instrument se poursuit, dans les conditions mêmes où on l'utilise dans les observations astronomiques.

Le dispositif donnant la solution du problème est fondé sur une propriété fondamentale des prismes à double réflexion.

Étant donné un pareil prisme ABCD (*fig.* 1) et un faisceau de lumière

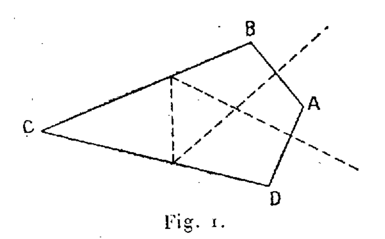


Fig. 1.

parallèle, rentrant par la face AB et sortant par la face AD, après s'être réfléchi deux fois à l'intérieur, l'angle des directions des rayons incident et émergent reste rigoureusement constant, quand on fait pivoter le prisme autour d'un axe parallèle à ses arêtes. Tel est le point essentiel sur lequel nous allons nous appuyer dans ce qui va suivre.

Dispositif instrumental. — Un collimateur C (*fig.* 2), au foyer duquel est disposé un petit trou éclairé o, est installé de façon que son axe optique coïncide à peu près avec l'axe de rotation de la lunette. Un premier prisme à double réflexion, placé en A, renvoie les rayons du collimateur dans la direction AB. En B, un second prisme à double réflexion dévie les rayons de façon à les renvoyer dans la lunette méridienne. Les deux prismes sont d'ailleurs montés sur un même bras, indépendant de l'instrument et pouvant tourner sensiblement autour de l'axe optique du collimateur, de façon que

(1) Yvon Villarceau, Winecke.

le système puisse être rapidement mis en position, quelle que soit la direction donnée à la lunette méridienne. Il n'est, du reste, nullement nécessaire de chercher à les installer d'une façon absolument stable, sur cette pièce, en raison de leur propriété de posséder une déviation invariable ([1]).

On pointe, avec le fil mobile du micromètre T de la lunette, l'image de l'ouverture o qui se forme dans le plan focal. Les corrections à apporter aux

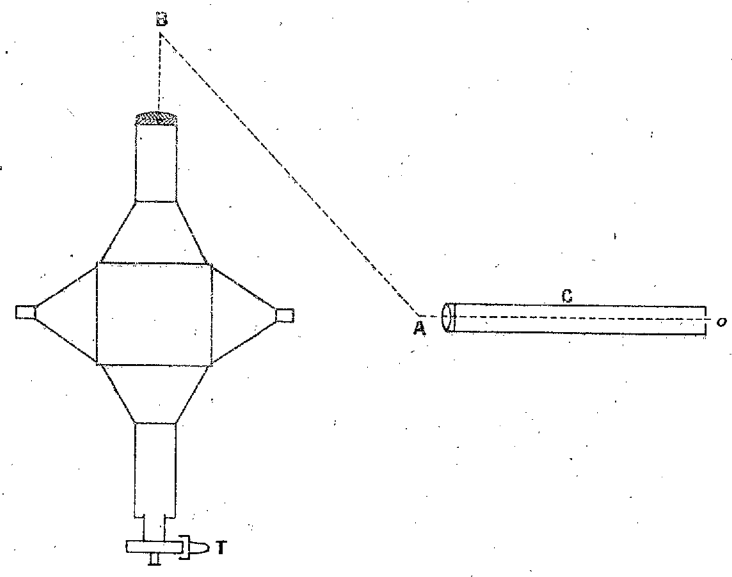


Fig. 2.

résultats, fournis par la formule ordinaire de réduction des observations de passages, se déduisent immédiatement des lectures faites, sur le tambour micrométrique. C'est ce que nous nous proposons d'expliquer ci-dessous.

La lunette étant placée dans une certaine orientation initiale, définie par la déclinaison $\mathcal{D}_0$, à cette orientation correspond un axe de rotation instantané, une collimation c_0 et deux autres constantes instrumentales n_0 et m_0.

Appelant V_0 la lecture inconnue à laquelle il faut placer le tambour micrométrique, pour que le fil mobile passe par le point où l'axe optique,

([1]) Pratiquement, il pourra y avoir avantage à substituer aux deux prismes en question trois prismes, déviant chacun les rayons de 90°, dont la construction est courante.

perpendiculaire à l'axe de rotation instantané, perce le plan du micromètre; désignant d'autre part par V la lecture connue à laquelle il faut placer le tambour micrométrique, pour mettre le fil mobile à l'endroit du champ où l'on veut faire une observation ; la collimation c_0 de ce fil, dans la direction initiale de la lunette, a pour expression, si la tête de vis est à l'ouest du micromètre,

$$(1) \qquad c_0 = k(V - V_0) \qquad (k \text{ tour de vis du micromètre}),$$

Sa valeur numérique est d'ailleurs inconnue, puisque V_0 n'est pas connu. Dans la direction initiale, la formule de réduction des observations de passages au fil de collimation c_0, s'écrit

$$\mathcal{A} = t + C_p + m_0 + n_0 \operatorname{tang} \mathcal{D}_0 + c_0 \sec \mathcal{D}_0,$$

abstraction faite de l'effet de l'aberration diurne.

Quand on place la lunette dans une direction de déclinaison $\mathcal{D}$, les irrégularités des tourillons et la flexion latérale ont pour effet de modifier d'une petite quantité ε l'angle que l'axe optique ferait avec le méridien, si l'instrument avait conservé le même axe de rotation instantané que dans l'orientation $\mathcal{D}_0$ et si la flexion n'avait pas déformé la lunette. On peut donc supposer que l'axe de rotation et la lunette demeurent invariables, à condition d'ajouter $\varepsilon \sec \mathcal{D}$ au second membre de la formule écrite ci-dessus. On a, en conséquence, pour la seconde orientation,

$$(2) \qquad \mathcal{A} = t + C_p + m_0 + n_0 \operatorname{tang} \mathcal{D}_0 + (c_0 + \varepsilon) \sec \mathcal{D},$$

ε étant à déterminer ainsi que m_0, n_0, c_0. Il résulte de là que l'axe optique défini par la lecture V, lorsque la lunette possède la déclinaison $\mathcal{D}$, est incliné sur le méridien d'un angle égal à

$$(3) \qquad f = m_0 \cos \mathcal{D} + n_0 \sin \mathcal{D} + c_0 + \varepsilon.$$

Nous allons d'abord nous occuper de déterminer ε en observant, au foyer de la lunette méridienne, l'image de l'ouverture o, fournie par le collimateur C (*fig.* 2) et les prismes à double réflexion.

Si nous admettons qu'à l'époque de cette observation, les constantes de la lunette méridienne, pour la déclinaison $\mathcal{D}_0$, sont μ_0, ν_0, $\gamma_0 = k(v - v_0)$, l'inclinaison de l'axe optique sur le méridien, correspondant à la lecture v du micromètre et à la déclinaison $\mathcal{D}$ de la lunette, a pour valeur

$$(4) \qquad \psi = \mu_0 \cos \mathcal{D} + \nu_0 \sin \mathcal{D} + \gamma_0 + \varepsilon,$$

dont la valeur pour $\mathbb{D} = \mathbb{D}_0$ se réduit à

$$\psi_0 = \mu_0 \cos \mathbb{D}_0 + \nu_0 \sin \mathbb{D}_0 + \gamma_0, \tag{5}$$

puisque ε est alors nul par hypothèse. Ces formules nous serviront dans un instant.

Les rayons lumineux, tels qu'ils émergent du collimateur C (*fig.* 2), ne sont pas exactement perpendiculaires au méridien. Il convient de chercher la valeur de l'angle de la normale p au méridien, avec la projection des rayons issus du collimateur, sur le plan P, parallèle à la normale p et à l'axe optique de la lunette, orientée dans la déclinaison $\mathbb{D}$. Figurons sur la sphère trigonométrique (*fig.* 3) : la trace X de la normale p; le plan de

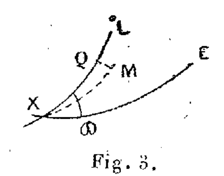


Fig. 3.

l'équateur XE; le plan P représenté par l'arc XL; enfin le point M où la parallèle aux rayons issus du collimateur, menée par le centre, perce la sphère, sa position étant définie par les paramètres constants $XM = \varphi$ et $MXE = \omega$. Abaissant l'arc de grand cercle MQ perpendiculaire sur XL, on a, dans le triangle rectangle XMQ,

$$\text{tang XQ} = \text{tang}\,\varphi \cos(\mathbb{D} - \omega),$$

ou, en raison de la petitesse de XQ et φ,

$$\xi = XQ = \varphi \cos(\mathbb{D} - \omega) = a \cos \mathbb{D} + b \sin \mathbb{D}, \tag{6}$$

en désignant par a et b deux constantes. Telle est la valeur ξ de l'angle cherché que nous désignerons par ξ_0 pour $\mathbb{D} = \mathbb{D}_0$.

Cela posé, figurons dans le plan P (*fig.* 4) le point nodal N d'émergence de l'objectif. La normale p, considérée après réflexions à l'intérieur des deux prismes, disposés en A et B (*fig.* 2), prend une certaine orientation dans le plan P. Menons la parallèle NS à cette direction. Elle fait un angle constant ζ avec la trace NM du méridien, sur le plan P, quelle que soit la déclinaison $\mathbb{D}$. Cette propriété est une conséquence immédiate de ce que le système des deux prismes fait dévier une direction d'un angle constant,

même s'ils ne sont pas montés de façon absolument stable, comme on l'a expliqué en commençant.

En vertu de la formule (6), après avoir traversé le système des prismes, les rayons issus du collimateur font l'angle ξ avec NS; leur foyer se formera donc en I. Enfin, l'axe optique, correspondant à la lecture v de la tête de vis

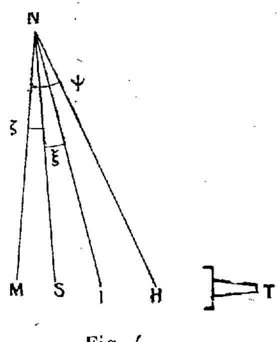


Fig. 4.

du micromètre, est incliné sur le méridien d'un angle égal à ψ [form. (4)]. Si l'on désigne par l la lecture du tambour micrométrique, quand on amène le fil mobile à bissecter l'image I, on a, d'après la figure,

$$\text{INH} = \psi - \zeta - \xi = k(v - l). \tag{7}$$

Si maintenant on place la lunette, dans l'orientation $\mathcal{D}_0$, ψ se change en ψ_0 [form. (5)], ζ reste constant, ξ se change en ξ_0, l se change en l_0, en sorte que la distance angulaire de l'image I_0, correspondante de I, à l'axe optique, défini par la lecture v, a pour expression

$$\psi_0 - \zeta - \xi_0 = k(v - l_0). \tag{8}$$

Retranchant l'équation (8) de l'équation (7), il vient

$$\psi - \psi_0 + \xi_0 - \xi = k(l_0 - l);$$

d'où, d'après les relations (5) et (6),

$$\varepsilon = k(l_0 - l) - (\mu_0 - a)(\cos\mathcal{D} - \cos\mathcal{D}_0) - (\nu_0 - b)(\sin\mathcal{D} - \sin\mathcal{D}_0). \tag{9}$$

Portant cette valeur de ε dans l'équation (2), elle devient, en tenant compte de la relation (1),

$$\mathcal{A} = t + Cp + m + n \operatorname{tang}\mathcal{D} + k(V - U_0)\operatorname{séc}\mathcal{D} - kl \operatorname{séc}\mathcal{D}, \tag{10}$$

en faisant

$$m = m_0 + a - \mu_0,$$
$$n = n_0 + b - \nu_0,$$
$$U_0 = V_0 + \frac{1}{k}[(a - \mu_0)\cos\mathbb{D}_0 + (b - \nu_0)\sin\mathbb{D}_0] - l_0,$$

m, n, U_0 désignant trois nouvelles constantes, faciles à déterminer par l'observation, comme nous l'indiquerons dans une prochaine Communication. Dans ce but, il convient de remarquer que l'inclinaison, sur le méridien, de l'axe optique défini par la lecture V, a pour valeur, d'après l'équation (10),

(11) $$f = m\cos\mathbb{D} + n\sin\mathbb{D} + k(V - U_0) - kl.$$

MÉCANIQUE. — *États successifs d'un gaz à haute pression dans un récipient qui se vide par une tuyère.* Note de M. A. **Rateau.**

Au cours d'expériences sur des pièces d'artillerie, j'ai dû étudier comment un canon se vide du gaz qu'il contient, immédiatement après que le projectile en est sorti. Réserve faite des circonstances particulières qui, dans ce cas spécial, compliquent les choses, le problème qui se pose sous forme générale, et que je vais résoudre dans cette Note, est le suivant :

Un réservoir de capacité U *renferme un poids* ϖ_0 *de gaz à la pression* p_0 *et à la température* T_0 ; *ce gaz s'écoule dans l'atmosphère* ($p_a = 1$ kg : cm^2) *par une tuyère de section* S *au col; calculer, en supposant que la détente se fasse adiabatiquement dans le réservoir et dans la tuyère, le poids* ϖ *de gaz restant dans le réservoir au bout du temps* t, *ainsi que sa pression* p *et sa température* T.

Je reprendrai les notations déjà indiquées dans ma Communication du 17 février, et, comme il s'agit, en l'espèce, de gaz très chauds, j'adopterai $\gamma = 1,25$ pour rapport des chaleurs spécifiques du gaz pendant tout l'écoulement. Mais je laisserai subsister le symbole γ le plus longtemps possible dans les termes principaux des formules. Ce n'est que dans les termes correctifs que, pour ne pas avoir à écrire des formules compliquées et confuses, je donnerai, dès le début, à γ la valeur particulière 1,25, et au covolume la valeur 0,95.

Si l'on néglige le covolume, ainsi que l'avait fait Hugoniot dans sa Communication du 22 novembre 1886 [1], le calcul est simple. Avec le covolume, je le conduirai de manière à obtenir des expressions approximatives presque aussi simples, quoique serrant la vérité de très près.

Dans ma Note précédente [2], j'ai obtenu pour expression du débit en poids I du gaz par la tuyère, en limitant le développement au terme du second ordre,

$$\text{(1)} \qquad I = aS\sqrt{g\frac{p}{u}}(1 + 0,276\varepsilon - 0,134\varepsilon^2),$$

où

$$a = \sqrt{\gamma}\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma+1}{2(\gamma-1)}} = 0,658 \qquad (\text{pour } \gamma = 1,25),$$

et où ε est le covolume relatif $\frac{\alpha}{u-\alpha}$.

Incorporons g au coefficient a, et, pour cela, précisons les unités.

Nous exprimerons I en kg : s, S en dm², p en kg : cm², u en dm³ : kg. Dans ces conditions, le coefficient est

$$b = a\sqrt{98,1}\sqrt{100} = 65,2$$

et

$$\text{(2)} \qquad I = bS\sqrt{\frac{p}{u}}(1 + 0,276\varepsilon - 0,134\varepsilon^2).$$

Le poids $d\varpi$ du gaz qui sort du réservoir dans le temps dt est $I\,dt$; mais c'est aussi $-d\frac{U}{u} = U\frac{du}{u^2}$.

On a donc

$$\text{(3)} \qquad I\,dt = U\frac{du}{u^2}.$$

D'autre part, la détente adiabatique exige que

$$\text{(4)} \qquad p(u-\alpha)^\gamma = p_0(u_0-\alpha)^\gamma = A.$$

Négligeons, dans une première approximation, le covolume; des relations précédentes nous tirons

$$\text{(5)} \qquad \frac{bS\sqrt{A}}{U}dt = u^{\frac{-3+\gamma}{2}}du;$$

---

[1] *Comptes rendus*, t. **103**, p. 1002.

[2] *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 330.

d'où

(6) $$u = u_0 \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{\frac{2}{\gamma-1}},$$

en posant

(7) $$\theta = \frac{2}{\gamma - 1} \frac{U}{bs} (p_0 u_0)^{-\frac{1}{2}} = \frac{0,1227}{\sqrt{p_0 u_0}} \frac{U}{S} \quad (\text{pour } \gamma = 1,25);$$

et ensuite

(8) $$p = p_0 \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{-\frac{2\gamma}{\gamma-1}},$$

(9) $$T = T_0 \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{-2},$$

(10) $$\varpi = \varpi_0 \left(1 + \frac{t}{\theta}\right)^{-\frac{2}{\gamma-1}}.$$

Ces formules ne sont applicables que tant que la pression dans le réservoir reste supérieure à 1,8 kg : cm² (pour $\gamma = 1,25$). Après cela, la loi de l'écoulement change. Mais cette deuxième phase est sans intérêt pour nous qui supposons une pression initiale très forte, de l'ordre de plusieurs centaines d'atmosphères. En admettant que la même loi d'écoulement se continue jusqu'à ce que la pression dans le réservoir tombe à celle de l'atmosphère, nous avons pour durée totale, fictive, de l'écoulement, d'après (8),

(11) $$\tau = \theta \left(p_0^{-\frac{\gamma-1}{2\gamma}} - 1\right) = \theta (p_0^{-0,1} - 1) \quad (\text{pour } \gamma = 1,25).$$

Maintenant tenons compte du covolume; et, pour faciliter l'intégration, substituons dans les développements en série $\frac{\alpha}{u}$ à ε qui est égal à $\frac{\alpha}{u} + \frac{\alpha^2}{u^2} \cdots$, et remplaçons α par 0,95. La relation différentielle (3) devient

(12) $$\frac{bS\sqrt{A}}{U} dt = u^{-\frac{3+\gamma}{2}} \left(1 - \frac{0,856}{u} - \frac{0,020}{u^2}\right) du.$$

L'intégrale indéfinie du second membre est, en faisant $\gamma = 1,25$ dans le développement en série,

$$\frac{2}{\gamma - 1} u^{\frac{\gamma-1}{2}} \left(1 + \frac{0,1223}{u} + \frac{0,0013}{u^2}\right),$$

qui, pour $\frac{\gamma-1}{2}=\frac{1}{8}$, peut s'écrire

$$8\left(u+0,978+\frac{0,42}{u}\right)^{\frac{1}{8}};$$

u étant généralement supérieur à 10, la parenthèse est très voisine de $u+1$; nous avons donc, avec une bonne approximation,

$$\text{(13)} \qquad \frac{bS\sqrt{A}}{U}t=8(u+1)^{\frac{1}{8}}-8(u_0+1)^{\frac{1}{8}}.$$

D'où

$$\text{(14)} \qquad u+1=(u_0+1)\left(1+\frac{t}{\theta_\alpha}\right)^8;$$

avec

$$\text{(15)} \qquad \theta_\alpha=\frac{2}{\gamma-1}\frac{U}{bS}\sqrt{\frac{(u_0+1)^{\gamma-1}}{p_0(u_0-\alpha)^\gamma}},$$

ou, pour $\gamma=1,25$,

$$\text{(15')} \qquad \theta_\alpha=\frac{0,1227}{\sqrt{p_0u_0}}\frac{U}{S}\left(1+\frac{0,718}{u_0}+\frac{0,48}{u_0^2}\right)=\theta\left(1+\frac{0,718}{u_0}+\frac{0,48}{u_0^2}\right).$$

La relation (14) résout entièrement le problème, car, ayant calculé le volume spécifique u, on en déduit le poids ϖ de gaz restant par $\varpi=\frac{U}{u}$, ensuite la pression p par la relation de détente (4), et enfin la température T par cette autre forme de la relation de détente

$$T=T_0\left(\frac{u_0-\alpha}{u-\alpha}\right)^{\gamma-1}.$$

En particulier, la durée totale fictive τ_α de l'écoulement s'obtient en donnant à p la valeur 1, d'où

$$u=\alpha+(u_0-\alpha)p_0^{0,8},$$

et en portant cette valeur de u dans (15), qui devient

$$\text{(16)} \qquad 1+\frac{\tau_\alpha}{\theta_\alpha}=p_0^{0,1}\left[1-\frac{0,244}{u_0}(1-p_0^{-0,8})\right],$$

relation où l'on peut en général négliger $p_0^{-0,8}$ vis-à-vis de l'unité.

Pour avoir une idée nette du changement que le covolume apporte à

l'allure de l'écoulement, prenons un exemple; c'est celui d'un canon de 75^{mm}, en projet,

$$p_0 = 400 \text{ kg : cm}^2, \qquad u_0 = 14,25 \text{ dm}^3 : \text{kg};$$

$$U = 17^{dm^3},1; \qquad S = 0^{dm^2},442; \qquad \frac{U}{S} = 38^{dm},68.$$

Dans ces conditions déterminées, nous calculons, par les formules ci-dessus :

$$\theta = 0'',0629; \qquad \theta_\alpha = 1,0528\,\theta = 0'',0662;$$
$$\tau = 0,8206\,\theta = 0'',0516; \qquad \tau_\alpha = 0,7896\,\theta_\alpha = 0'',0522.$$

Nous voyons ainsi que l'influence du covolume a pour effet d'allonger de 1,2 pour 100 la durée totale de vidage du canon.

Si nous traçons les courbes de pression du gaz dans le canon, en fonction du temps : 1° en négligeant le covolume; 2° en tenant compte du covolume, nous constatons que la seconde se place au début de l'écoulement notablement au-dessous de la première, qu'elle la recoupe au temps $t = 0'',03$, pour se tenir ensuite un peu au-dessus.

L'écart entre les deux courbes est maximum vers $t = 0'',0035$. Il atteint 7,7 kg : cm², ce qui n'est pas négligeable.

Le Tableau ci-après donne, dans la deuxième ligne, les valeurs de la pression dans le réservoir en kg : cm², dans l'hypothèse des gaz parfaits, et, dans la troisième, les valeurs de cette pression pour le gaz réel, en tenant compte du covolume, pour les temps indiqués, dans la première ligne, en millièmes de seconde :

t (milli-secondes)	0.	2.	5.	10.	20.	30.	40.
p (kg : cm²)	400	292,46	186,17	91,48	25,28	8,096	2,912
p_α (kg : cm²)	400	285,93	178,58	87,03	24,06	8,092	2,997

ÉLECTRO-MÉCANIQUE. — *Oscillations libres des alternateurs sur réseau à tension constante.* Note de M. **André Blondel**.

La solution à laquelle on arrive ([1]), en profitant du fait que la variation de rI pendant les oscillations est négligeable par rapport au

([1]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 376. Les mêmes notations sont conservées ici. Dans les formules (6) et (8), à la page 377, il vaut mieux lire $\frac{\partial}{\partial\omega}$ au lieu de $\frac{\partial}{\partial\varepsilon}$ pour l'uniformité des notations.

vecteur $[\overline{\mathrm{U}} + \overline{r\mathrm{I}}]$ quand I est constant, permet de déterminer les conditions de résonance, c'est-à-dire la valeur de K ou de ε qui rendent minimum le vecteur $\overline{\Delta}$ [1]; mais l'ε ainsi obtenu n'indique pas forcément la fréquence d'oscillation propre.

On remarquera aussi que la projection de $\overline{\Delta}$ sur l'horizontale représente une pseudo-puissance, car elle ne produit ni ne consomme aucun travail; la projection verticale est, au contraire, une puissance. Le vecteur $\overline{\Delta}$ étant égal à la racine carrée des deux composantes, son signe importe peu, et l'on ne peut donc en déduire rien de certain au sujet de la constance des oscillations.

Pour rechercher si les oscillations peuvent prendre une amplitude croissante, il convient d'abord d'étudier les oscillations libres du système.

A cet effet, nous remplacerons l'opérateur vectoriel $\overline{\mathfrak{O}}$ appliqué à la puissance par un opérateur algébrique

$$\mathfrak{M} = \theta \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{d\theta}{dt} \frac{\partial}{\partial \omega};$$

Cet opérateur appliqué à la puissance donne

$$(1) \qquad \mathfrak{M}(\mathrm{P}) = \frac{\partial}{\partial \zeta}\theta + \frac{\partial \mathrm{P}}{\partial \omega}\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\omega}{p}\left(\mathrm{C}\theta + a\frac{d\theta}{dt}\right).$$

L'équation des oscillations devient

$$(2) \qquad \frac{\omega}{p^2}\mathrm{K}\frac{d^2\theta}{dt^2} + \mathfrak{M}(\mathrm{P}) = \frac{\omega}{p}\Gamma_n \sin(n\Omega t + \eta_n).$$

L'application de l'opérateur $\mathfrak{M}$ aux différentes variables donne, d'autre part,

$$(3) \qquad \begin{cases} \mathfrak{M}(\mathrm{UI}) = \mathrm{I}\mathfrak{M}(\mathrm{U}) + \mathrm{U}\mathfrak{M}(\mathrm{I}); & \mathfrak{M}(\omega) = \dfrac{d\theta}{dt}; \\ \mathfrak{M}(\omega\mathrm{I}) = \omega\mathfrak{M}(\mathrm{I}) + \mathrm{I}\dfrac{d\theta}{dt}, & \mathfrak{M}\left(\dfrac{d\mathrm{I}}{dt}\right) \equiv \dfrac{d}{dt}\mathfrak{M}(\mathrm{I}), \text{ au deuxième ordre près;} \end{cases}$$

$$(4) \qquad \mathfrak{M}(\mathrm{U}_t) = -\mathrm{U}_d\theta; \qquad \mathfrak{M}(\mathrm{U}_d) = -\mathrm{U}_t\theta.$$

---

(1) Si l'on cherche le minimum de $\overline{\Delta}$ en fonction de la fréquence, on est conduit à une équation du sixième degré en ε (ou du troisième en ε^2); on trouve plus facilement la valeur réelle unique de $\overline{\Delta}$ par des tâtonnements graphiques sur l'épure circulaire de la page 380.

Si l'on néglige les termes du second ordre (θ et r étant supposés du premier) et si l'on pose, pour simplifier,

$$(5)\qquad V_t = U_t + 2r\left(I_t + \frac{\rho}{q}U_t\right); \qquad V_d = U_d + 2r\left(I_d + \frac{\rho}{q}U_d\right); \qquad \frac{\omega}{p^2 q}K = K.$$

L'équation (2) devient :

$$(2\ bis)\qquad K'\frac{d^2\theta}{dt^2} - \frac{h}{\omega^2 q}E^2\frac{d\theta}{dt} + \Pi\theta + V_t\mathcal{M}(I_t) + V_d\mathcal{M}(I_d) = \frac{\omega}{p}\Gamma_n\sin(n\Omega t + \eta_n),$$

pour les équations libres ($\Gamma_n = 0$).

Nous calculons $\mathcal{M}(I_t)$ et $\mathcal{M}(I_d)$ en traitant par $\mathcal{M}$ les deux équations de projection des forces électromotrices transversale et directe respectivement :

$$(6)\qquad r\mathcal{M}(I_t) + L_d\mathcal{M}(\omega I_d) + M_d\mathcal{M}(\omega I_{md}) = -\mathcal{M}(U_t) = U_d,$$

$$(7)\qquad -r\mathcal{M}(I_d) + L_t\mathcal{M}(\omega I_t) + M_t\mathcal{M}(\omega I_{mt}) = \mathcal{M}(U_d) = U_t.$$

Les courants des circuits inducteurs I_{mt} et I_{md} varient par la variation de la force magnétomotrice de l'induit suivant les deux axes, et par l'effet du compoundage, s'il y en a un.

Pour plus de généralité, le *degré de compoundage* sera caractérisé par des coefficients k_d et k_t. Par exemple, suivant l'axe direct, k_d varie entre $k_d = 0$ s'il n'y a pas de compoundage, et $k_d = 1$ s'il y a compoundage parfait. Pour conserver la plus grande symétrie, on admet des notations symétriques pour l'axe transversal, quoique généralement on n'ait pas de compoundage suivant cet axe ($k_t = 0$). Les forces électromotrices dans les circuits inducteurs donnent ainsi lieu à deux équations :

$$(8)\qquad R_{md}I_{md} + L_{md}\frac{d}{dt}I_{md} + M_d\frac{d}{dt}I_d = -B_dI_d = -k_d\frac{R_{md}L_d}{M_d}I_d,$$

$$(9)\qquad R_{mt}I_{mt} + L_{mt}\frac{d}{dt}I_{mt} + M_t\frac{d}{dt}I_t = -B_tI_t = -k_t\frac{R_{mt}L_t}{M_t}I_t.$$

On introduira les simplifications d'écriture :

$$(10)\qquad M_d^2 = (1-\sigma_d)L_dL_{md}; \qquad M_t^2 = (1-\sigma_t)L_tL_{mt};$$

$$(11)\qquad k'_d = 1 - k_d; \qquad k'_t = 1 - k_t.$$

On peut éliminer I_{md} entre (6) et (8), en tenant compte des relations (1) et (3) et des identités (12) définissant les forces électromotrices E_t et E_d

induites intérieures [1] :

$$(12)\quad \begin{cases} U_t\theta - (-L_tI_t + M_tI_{mt})\dfrac{d\theta}{dt} \equiv \theta U_t - E_d\dfrac{d\theta}{dt}, \\ U_d\theta - (-L_dI_d + M_dI_{md})\dfrac{d\theta}{dt} \equiv \theta U_d + E_t\dfrac{d\theta}{dt}. \end{cases}$$

L'équation (6) devient ainsi

$$(13)\qquad 2\mathfrak{B}(I_t) + \omega L_d\mathfrak{B}(I_d) + \omega M_d\mathfrak{B}(I_{md}) = U_d\theta + E_t\frac{d\theta}{dt}.$$

L'élimination de I_{md} entre (8) et (13) donne l'équation (14) en d. L'équation (15) en t s'obtient par symétrie [sauf qu'il y a changement des signes de $rB(I)$ et de E].

$$(14)\quad +L_{md}E_t\frac{d^2\theta}{dt^2} + (L_{md}U_d + R_{md}E_t)\frac{d\theta}{dt} + R_{md}U_d\theta - k'_dR_{md}\omega L_dB(I_d) - \sigma_dL_{md}\omega L_d\frac{d}{dt}B(I_d) - r\left[R_{md}B(I_t) + L_{md}\frac{d}{dt}B(I_t)\right] = 0.$$

$$(15)\quad -L_{mt}E_d\frac{d^2\theta}{dt^2} + (L_{mt}U_t - R_{mt}E_d)\frac{d\theta}{dt} + R_{mt}U_t\theta - k'_tR_{mt}\omega L_tB(I_t) - \sigma_tL_{mt}\omega L_t\frac{d}{dt}B(I_t) + r\left[R_{mt}B(I_d) + L_{mt}\frac{d}{dt}B(I_d)\right] = 0.$$

La solution des trois équations différentielles (2 *bis*), (14) et (15) en θ, $\mathfrak{B}(I_t)$ $\mathfrak{B}(I_d)$ s'obtient en posant [2]

$$\theta = \Theta e^{xt};\qquad \mathfrak{B}(I_t) = J_t e^{xt};\qquad \mathfrak{B}(I_d) = J_d e^{xt};$$

x est une des racines de l'équation caractéristique déduite en éliminant les

---

[1] Dans le cas ordinaire, $M_tI_{mt} = 0$ et $E_d = -L_tI_t$; c'est pourquoi nous avons mis le signe — en évidence devant E_d au second membre; $-(L_dI_d + M_dI_{md})$ est au contraire toujours positif, d'où le signe + devant E_t. S'il n'y a pas de self-induction intercalée entre l'alternateur et les barres de distribution, on peut, au second membre de (12) et suivantes, écrire $E_t = U_t + rI_t$, $E_d = U_d + rI_d$. Au contraire, si L_t et L_d comprennent une self extérieure λ (ce qui ne change rien à aucune des équations précédentes), on explicitera E_t et E_d par les valeurs : $E_t = U_t + rI_t + \omega\lambda I_d$; $E_d = U_d + rI_d - \omega\lambda I_t$.

[2] En faisant la substitution $\dfrac{d\theta}{dt} = z$, on obtiendrait quatre équations différentielles canoniques du premier degré par rapport aux quatre inconnues.

constantes d'intégration Θ, J_t et J_d. En négligeant, comme on est en droit de le faire, les termes en r^2, cette solution s'écrit sous la forme (17), en posant les simplifications d'écriture

$$(16) \qquad m_d = \frac{R_{md}}{L_{md}}, \qquad m_t = \frac{R_{mt}}{L_{mt}};$$

$$(17) \quad x^2 K' + \Pi + \frac{V_d}{\omega L_d} \frac{m_d + x}{k'_d m_d + \sigma_d x}(U_d + x E_t) + \frac{V_t}{\omega L_t} \frac{m_t + x}{k'_t m_t + \sigma_t x}(U_t - x E_d)$$
$$+ \left[\frac{r}{\omega^2 L_d L_t} \frac{(m_d + x)(m_t + x)}{(k'_d m_d + \sigma_d x)(k'_t m_t + \sigma_t x)} - \frac{h}{\omega^2 q}\right] x E^2 = 0.$$

Elle est du quatrième degré en x; l'écart angulaire de phase aura par conséquent pour intégrale complète (18); dans laquelle le dernier terme représente, sous une autre forme, la solution particulière de ma précédente Note,

$$(18) \qquad \theta = \Theta_1 e^{x_1 t} + \Theta_2 e^{x_2 t} + \Theta_3 e^{x_3 t} + \Theta_4 e^{x_4 t} + \bar{\theta}_{\max} \sin \varepsilon t.$$

Le régime sera oscillatoire s'il y a une paire (ou deux) de racines imaginaires conjuguées; et les oscillations ne resteront finies que si les racines complexes ont leur partie réelle également négative.

On peut facilement ordonner l'équation (17) par rapport aux puissances croissantes de x en chassant les dénominateurs, et l'on peut ainsi mettre en évidence les quatre coefficients des puissances de x et le terme tout connu.

Pour satisfaire à la dernière condition, il est nécessaire (mais pas suffisant) que le coefficient du terme en x^3 soit de signe opposé au coefficient de x^4.

On peut obtenir une autre série de conditions, non plus nécessaires, mais suffisantes, en formant l'équation aux sommes des racines, équation qui sera du sixième degré; dans cette équation tout couple de racines imaginaires de (17) donnera lieu à une racine réelle dont le signe indiquera celui de la partie réelle des racines complexes dont il provient. Il sera donc suffisant que cette équation nouvelle n'ait aucune racine réelle négative, et pour cela que tous les coefficients des puissances successives de la nouvelle inconnue $y = x_1 + x_2$ soient tous de même signe que le coefficient constant.

Bien que la formation et la discussion de cette équation en y ne présentent aucune difficulté particulière, elles sont laborieuses; le moyen le plus simple pour déterminer les régimes oscillatoires libres sera donc de substituer aux différentes constantes de l'équation (17) leur valeur numé-

rique et de chercher par des tâtonnements, d'ailleurs faciles, les deux racines réelles a et b qu'elle donnera ordinairement, puis de diviser le premier membre de (17) par $(x-a)(x-b)$.

THERMODYNAMIQUE. — *Application à huit substances différentes de la formule qui exprime la chaleur de vaporisation d'un liquide.* Note de M. E. Ariès.

Nous avons soumis au contrôle de l'expérimentation les chaleurs de vaporisation de huit substances différentes, calculées par la formule suivante dont la démonstration a été donnée dans notre précédente Note [1] :

$$\text{(1)}\qquad \frac{L}{RT}=(y_1-y_2)\left(\frac{2+n}{8}Z+\frac{n+1+\tau\dfrac{\partial}{\partial\tau}\log\Gamma}{y_1y_2}\right),$$

$$\text{(2)}\qquad =(y_1-y_2)\left(\frac{2+n}{8}Z+\frac{\tau\dfrac{\partial x}{\partial\tau}}{xy_1y_2}\right).$$

Ces corps, rangés dans l'ordre de leur atomicité, sont l'acide carbonique, l'ammoniac, le chlorure stannique, le formiate de méthyle, le pentane, l'hexane, l'heptane et l'octane. La tension de leur vapeur saturée a été de notre part l'objet d'une étude qui nous a conduit, pour le degré d'atomicité que chacun d'eux représente, à une expression de la fonction Γ aussi rapprochée qu'on peut le souhaiter dans l'état actuel de nos connaissances [2].

La température et la pression critiques, qui sont des données fondamentales, jointes à l'exposant n et à la fonction Γ, définissent, pour chaque température, non seulement la tension de vapeur saturée d'un corps, mais aussi, ce qui est assez remarquable, sa chaleur moléculaire de vaporisation L, sans qu'il y ait à faire intervenir aucun autre élément dans les calculs à effectuer sur la formule (1).

$R=1,985$ est la constante des gaz. En désignant par μ la molécule-gramme du corps, $\frac{L}{\mu}$ sera, en calories, sa chaleur de vaporisation, par gramme. C'est cette quantité, calculée par la formule (1) pour quelques températures, qui figure à la première colonne du Tableau ci-annexé. La

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 204.

(2) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 668, 802, 935, et t. 167, 1918, p. 118.

deuxième colonne donne les valeurs correspondantes obtenues par les méthodes expérimentales. Elles sont extraites du *Recueil des Constantes physiques* pour l'acide carbonique (Chappuis et Mathias, p. 326) et pour l'ammoniac (Schnerr et Strombeck, p. 325). Elles sont prises pour les autres corps dans l'important Mémoire que M. S. Young a publié en 1910 sur ses belles recherches concernant trente substances pures (¹).

Si l'on tient compte des incertitudes qui pèsent encore sur les données expérimentales, notamment en ce qui concerne la pression critique, il faut bien reconnaître que la comparaison des deux valeurs correspondantes de la chaleur de vaporisation est aussi satisfaisante qu'on pouvait l'espérer dans une étude de première approximation. Cette comparaison est particulièrement intéressante pour les trois premiers corps. Il convient, d'ailleurs, de remarquer que, souvent, les valeurs indiquées à la dernière colonne du Tableau ne sont pas les résultats directs d'observations calorimétriques exécutées à la température considérée.

La dérivée du logarithme népérien de Γ entraîne à un calcul assez laborieux qu'on peut éviter par l'emploi de la formule (2), quand on connaît la tension de la vapeur saturée à la température considérée T et à deux températures suffisamment voisines T′ et T″ $(T'' > T')$, qui s'en écartent également. Dans ce cas, on peut remplacer avec une assez grande approximation $\tau \frac{\partial x}{\partial \tau}$ par $T \frac{x''-x'}{T''-T'}$, x' et x'' étant les valeurs de x qui correspondent aux températures T′ et T″. Or ces valeurs s'obtiennent aisément par la formule $\Pi = \tau^{n+2} \frac{Z}{x}$ qui détermine $\frac{Z}{x}$ pour chacune des trois températures et, par conséquent, au moyen de la Table de Clausius, x' et x'' pour les températures T′, T″ et x, Z, y_1, y_2 pour la température T (²). On connaît

(¹) SYDNEY YOUNG, *The vapour-pressures, specific volumes, heats of vaporisation, and critical constants of thirty pure substances* [*The Scientific proceedings of the Royal Dublin Society*, vol. 12 (N. S.), n° 31, june 1910, p. 414, 415, 416, 417, 428 et 430].

(²) y_1 (état de vapeur) est le double de ce que Clausius, dans sa Table, désigne par $\frac{W}{W_c}$, et y_2 (état liquide) le double de ce qu'il désigne par $\frac{w}{w_e}$; x et Z sont ce qu'il désigne respectivement par $\frac{\Theta}{\Theta_c}$ et $\frac{\Pi}{\Pi_c}$. Il est indispensable de compléter cette Table par une nouvelle colonne donnant $\frac{Z}{x}$, ce qui se fait rapidement par un calcul très simple. On la trouve dans les *Annales de Chimie et de Physique*, 5ᵉ série, t. 30, p. 451, et dans les *Comptes rendus*, t. 93, 1881, p. 619.

		Tempé-rature centigrade.	Chaleur de vaporisation par gramme calculée.	Chaleur de vaporisation par gramme observée.
			Cal	Cal
Acide carbonique. $T_c = 304,35$; $P_c = 72^{atm},9$; $\mu = 44$; $\Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(0,88-\tau)}{0,40(\tau^2+1)}$	$n = \frac{4}{5}$	0	55,82	56,25
		10	47,18	47,60
		20	35,78	35,00
		30	11,88	11,00
Ammoniac. $T_c = 405,3$; $P_c = 109^{atm},6$; $\mu = 17$; $\Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(0,84-\tau)}{1+\tau^2}$	$n = \frac{5}{6}$	−33,4	337,52	321,00
		20	296,50	297,00
Chlorure stannique. $T_c = 591,7$; $P_c = 2808^{cm}$; $\mu = 261$; $\Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(0,84-\tau)}{1,8(1-\tau)^2+0,90}$	$n = \frac{6}{7}$	150	28,47	28,35
		220	23,12	22,82
		280	16,02	15,60
Formiate de méthyle. $T_c = 487$; $P_c = 4503^{cm}$; $\mu = 60$; $\Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(0,88-\tau)}{(1-\tau)^2+0,80}$	$n = \frac{9}{10}$	60	103,68	105,11
		140	80,58	77,97
		210	21,57	22,98
Pentane. $T_c = 470,2$; $P_e = 2511^{cm}$; $\mu = 72$; $\Gamma = 1 + \frac{1-\tau}{4,6\tau^2+0,40}$	$n = 1$	80	77,03	75,33
		160	47,04	47,42
		190	21,17	24,68
Hexane. $T_c = 507,8$; $P_c = 2262^{cm}$; $\mu = 86$; $\Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(0,90-\tau)}{1,5(1-\tau)^2+0,525}$	$n = 1$	60	79,74	80,82
		140	61,30	63,84
		220	30,50	30,37
Heptane. $T_c = 539,9$; $P_c = 2041^{cm}$; $\mu = 100$; $\Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(0,84-\tau)}{1,17(1-\tau)^2+0,63}$	$n = 1$	80	78,96	79,44
		160	64,18	62,65
		240	38,19	37,45
Octane. $T_c = 569,2$; $P_c = 1873^{cm}$; $\mu = 114$; $\Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(0,80-\tau)}{2,25(1-\tau)^2+0,65}$	$n = 1$	120	73,70	71,43
		240	45,20	45,97
		290	17,73	19,10

alors tous les facteurs figurant dans la formule à appliquer qui devient

$$(3)\qquad \frac{L}{RT} = (y_1 - y_2)\left(\frac{2+n}{8} Z + \frac{T}{T'' - T'} \frac{x'' - x'}{x y_1 y_2}\right).$$

Les vérifications de cette formule sont particulièrement commodes avec les données de M. S. Young (tensions de vapeur, chaleurs de vaporisation, etc.) qui sont échelonnées de dix en dix degrés, pour chacune des trente substances qu'il a étudiées. On peut très rapidement calculer la série des valeurs de $\frac{L}{RT}$ pour un même corps, en partant de la formule

$$\frac{Z}{x} = \frac{\Pi}{\tau^{n+2}} = \frac{T_c^{n+2}}{P_c} \frac{P}{T^{n+2}} = Q \frac{P}{T^{n+2}}.$$

Q est une constante à calculer une fois pour toutes, et qui se présente à chaque température pour laquelle la tension P est supposée connue. On obtient ainsi $\frac{Z}{x}$ et, par la Table de Clausius, sans calculs, x, Z, y_1 et y_2; il ne reste plus que des opérations arithmétiques très simples à effectuer sur la formule (3) dont tous les facteurs sont connus.

L'application de cette méthode donne $80^{cal},05$ pour la chaleur de vaporisation du formiate de méthyle à 140°. Cette valeur s'écarte un peu de celle que nous avons trouvée par l'emploi de la fonction Γ (80,58) pour se rapprocher légèrement de celle indiquée par M. S. Young (77,97).

L'acide carbonique est l'un des corps qui ont été soumis aux expériences les plus variées et les plus dignes de confiance. Amagat, qui ne se lassait pas de l'étudier, en a déterminé les tensions de vapeur saturée, de deux en deux degrés, depuis la température de la glace fondante jusqu'à celle de l'état critique [1]. Ce faible écartement des températures assure une grande exactitude au calcul de L par la formule (3). On trouve ainsi $47^{cal},72$ pour la chaleur de vaporisation de l'acide carbonique à 10° C. Cette valeur s'accorde d'une façon surprenante avec celle qui résulte des observations directes de M. Mathias (47,60).

M. A. Laveran présente le Tome XI du *Bulletin de la Société de pathologie exotique*.

---

(1) *Recueil des constantes*, p. 286.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la désignation d'un Membre de la Section d'Économie rurale qui devra occuper, dans la 1re Section de la Commission technique de la *Caisse des recherches scientifiques*, la place vacante par le décès de M. *Th. Schlœsing* père.

M. **Th. Schlœsing** fils réunit la majorité absolue des suffrages.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section d'Astronomie, en remplacement de M. *Backlund*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 41,

M. Louis Fabry	obtient.	35 suffrages
M. Henry Bourget	»	3 »
M. Luc Picart	»	3 »

M. **Louis Fabry**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des commissions de prix de 1919, ouvert en la séance du 24 février, est clos en celle du 3 mars.

30 cahiers de vote sont déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Bordin, Francœur.* — MM. Jordan, Appell, Painlevé, Humbert, Hadamard, N...; Boussinesq, Émile Picard, Lecornu.

Aucun autre suffrage n'a été exprimé.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Poncelet.* — MM. Boussinesq, Sebert,

Vieille, Lecornu, Kœnigs, N...; Jordan, Haton de la Goupillière, Bertin.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Emile Picard, Appell.
Cette commission est également chargée de proposer une question pour le *Prix Fourneyron* à décerner en 1922.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Benjamin Valz, Pierre Guzman, G. de Pontécoulant.* — MM. Deslandres, Bigourdan, Baillaud, Hamy, Puiseux, N...; Jordan, Lippmann, Emile Picard.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Violle.

IV. Géographie : *Prix Gay, fondation Tchihatchef.* — MM. Grandidier, Bertin, Lallemand, Fournier, Bourgeois, Favé; Edmond Perrier, Guignard, le prince Bonaparte.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Douvillé, Haug.
Cette commission est également chargée de proposer une question pour le *prix Gay* à décerner en 1922.

V. Navigation : *Prix de six mille francs, Plumey.* — MM. Grandidier, Boussinesq, Sebert, Bertin, Vieille, Lallemand, Lecornu, Fournier, Bourgeois, Kœnigs, Favé, N....

VI. Physique : *Prix Kastner-Boursault, Gaston Planté, Hébert, Henri de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, fondation Clément Félix.* — MM. Lippmann, Violle, Bouty, Villard, Branly, Daniel Berthelot; Boussinesq, Emile Picard, Carpentier.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Blondel.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, fondation Cahours, prix Houzeau.* — MM. Armand Gautier, Lemoine, Haller, Le Chatelier, Moureu, N...; Carnot, Schlœsing, Maquenne.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, A. Lacroix.

VIII. Minéralogie et géologie : *Prix Delesse, Victor Raulin, Joseph Labbé.* — MM. Barrois, Douvillé, Wallerant, Termier, de Launay, Haug; Edmond Perrier, A. Lacroix, Depéret.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Carnot, Kilian.

IX. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, Jean Thore, de la Fons Mélicocq, de Coincy, Jean de Rufz de Lavison.* — MM. Guignard, Gaston

Bonnier, Mangin, Costantin, Lecomte, Dangeard; Edmond Perrier, Bouvier, le prince Bonaparte.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Henneguy, Flahault.

X. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny.* — MM. Ranvier, Edmond Perrier, Delage, Bouvier, Henneguy, Marchal; Grandidier, Laveran, le prince Bonaparte.

Aucun autre suffrage n'a été exprimé.

XI. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut.* — MM. Guyon, d'Arsonval, Laveran, Charles Richet, Quénu, N...; Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Henneguy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Delage, Branly.

XII. Physiologie : *Prix Montyon, Lallemand, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden.* — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, d'Arsonval, Roux, Laveran, Henneguy, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Delage, Mangin.

XIII. *Fonds Charles Bouchard.* — MM. Armand Gautier, Guyon, Edmond Perrier, d'Arsonval, Guignard, Roux, Laveran, Henneguy, Charles Richet, Quénu, N....

XIV. *Prix Montyon de statistique.* — MM. de Freycinet, Haton de la Goupillière, Emile Picard, Carnot, Violle, le prince Bonaparte, Tisserand.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Appell, Lecomte.

XV. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. Grandidier, Emile Picard, Appell, Edmond Perrier, Bouvier, Bigourdan, de Launay.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Jordan, Douvillé.

XVI. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot.* — MM. Guignard, Deslandres, Émile Picard, A. Lacroix.

XVII. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Henri Becquerel.* — MM. Guignard, Deslandres, Emile Picard, A. Lacroix, Appell, Edmond Perrier.

XVIII. *Grand prix des sciences physiques.* — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Haller, A. Lacroix, Douvillé.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Delage, Bouvier.

XIX. *Prix Alhumbert.* — MM. Lippmann, Violle, Bouty, A. Lacroix, Wallerant, Villard, Branly.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Le Chatelier, de Gramont.

XX. *Prix Bordin.* — MM. Armand Gautier, Emond Perrier, Guignard, A. Lacroix, Barrois, Le Chatelier, Moureu.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, Douvillé.

XXI. *Prix Vaillant.* — MM. Lippmann, Violle, Le Chatelier, Bouty, Villard, Branly, Moureu.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Carpentier, Hamy.

XXII. *Prix Petit d'Ormoy* (sciences mathématiques pures ou appliquées). — MM. Jordan, Boussinesq, Emile Picard, Appell, Painlevé, Humbert, Bigourdan.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Lecornu, Kœnigs.

XXIII. *Prix Petit d'Ormoy* (sciences naturelles). — MM. Guignard, Roux, Bouvier, A. Lacroix, Douvillé, Mangin, Termier.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Edmond Perrier, Delage.

XXIV. *Prix Estrade-Delcros.* — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Haller, A. Lacroix, Douvillé.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. d'Arsonval, Bouvier.

XXV. *Prix J.-J. Berger.* — MM. de Freycinet, Armand Gautier, Emile Picard, Carnot, Violle, Tisserand, Kœnigs.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Roux, A. Lacroix.

XXVI. *Prix Saintour.* — MM. Jordan, Boussinesq, Lippmann, Emile Picard, Appell, Bigourdan, Baillaud.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Violle, Lecornu.

XXVII. *Prix Henri de Parville* (ouvrages de science). — MM. Guignard, Deslandres, Emile Picard, A. Lacroix, Appell, Armand Gautier, A. Carnot.
Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, de Launay.

XXVIII. *Prix Lonchampt.* — MM. Edmond Perrier, Guignard, Roux, Laveran, Maquenne, Mangin, Charles Richet.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Armand Gautier, Leclainche.

XXIX. *Prix Henry Wilde.* — MM. Grandidier, Lippmann, Emile Picard, Guignard, Violle, A. Lacroix, Bigourdan.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Armand Gautier, Appell.

XXX. *Prix de l'École normale.* — MM. Lippmann, Emile Picard, Appell, Edmond Perrier, Violle, Villard, Puiseux.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Gaston Bonnier, Branly.

XXXI. Question à proposer pour le *Grand prix des sciences mathématiques* à décerner en 1922. — MM. Jordan, Boussinesq, Emile Picard, Appell, Painlevé, Humbert, Lecornu.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Bigourdan, Hamy.

XXXII. Question à proposer pour le *Prix Alhumbert* (sciences mathématiques) à décerner en 1922. — MM. Jordan, Lippmann, Emile Picard, Appell, Humbert, Lecornu, Kœnigs.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Boussinesq, Violle.

XXXIII. Question à proposer pour le *Prix Bordin* (sciences physiques) à décerner en 1922. — MM. Armand Gautier, Edmond Perrier, Guignard, Roux, Haller, A. Lacroix, Douvillé.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. Schlœsing, Mangin.

CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les singularités irrégulières des équations différentielles linéaires.* Note de M. **René Garnier.**

Dans ma Note précédente [1] j'ai considéré une équation linéaire $(\overline{E})$, d'ordre m, irrégulière pour $x = \infty$, comme limite d'une équation (E),

[1] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 142.

dépendant d'un paramètre ε, et possédant $n+1$ points réguliers

$$x_h = \varepsilon^{-1} e^{\frac{2\pi i h}{n}} \quad (h = 1, \ldots, n) \quad \text{et} \quad x_\infty = \infty;$$

et j'ai montré que, lorsqu'une certaine équation caractéristique, $f(s) = 0$, possède m racines distinctes, s_j, sommets d'un polynome convexe Π, on peut subdiviser l'extérieur d'un cercle Γ en mn secteurs $\Sigma_{h,k}$ illimités, à l'intérieur de chacun desquels on sait calculer $m+1$ intégrales

$$Y_{h,k} \quad (k = 1, \ldots, m) \quad \text{et} \quad Y_{h+1,k},$$

qui sont des traces d'intégrales canoniques de E. Je vais indiquer des conséquences de ces résultats.

1. Dans l'un quelconque des secteurs, soit $\Sigma_{h,k}$, les intégrales Y sont liées par une relation à coefficients constants

(1) $$Y_{h+1,k} = \beta^1_{h,k} Y_{h,1} + \ldots + \beta^m_{h,k} Y_{h,m}.$$

A la vérité, chaque Y n'est définie qu'à un facteur de proportionnalité près; mais quel que soit le choix adopté pour ces facteurs, les expressions

(2) $$\beta^{g'}_{h,k} \beta^{g}_{h',k'} : \beta^{g}_{h,k} \beta^{g'}_{h',k'}$$

conservent des valeurs fixes que nous appellerons les *paramètres* du point irrégulier. Or il est aisé d'interpréter la signification des paramètres [dont il y a d'ailleurs $N = (m-1)(mn-m-1)$ de distincts].

Considérons le sous-groupe G du groupe de monodromie de (E) engendré par les substitutions relatives à $x_1, \ldots, x_n, x_\infty$; ce sous-groupe possède $(m^2-1)(n-1)$ invariants, au sens de Poincaré, définis d'ailleurs à une transformation ponctuelle près. Or on peut constituer un système complet d'invariants indépendants au moyen : 1° de $(m-1)n$ des racines des équations fondamentales déterminantes relatives aux différents points x_h; 2° de combinaisons analogues à (2), formées au moyen des relations analogues à (1) qui existent entre les intégrales canoniques de (E). *Parmi ces invariants* (qui dépendent de ε) les premiers présentent $\varepsilon = 0$ comme singularité essentielle et n'ont plus de sens après le passage à la limite; au contraire, *les seconds, au nombre de* N, *tendent précisément vers les* N *paramètres du point irrégulier*, en vertu même des résultats que j'ai rappelés.

2. Ajoutons encore que, parmi les intégrales figurant dans (1) et définies

dans Σ_{hk}, il en est deux, soient Y_{hk} et $Y_{h+1,k}$, *qui ont même développement asymptotique* (et sont donc *indiscernables* par la méthode des séries asymptotiques); or ces intégrales sont : 1° ou bien des limites d'intégrales canoniques relatives à deux points x_h, x_{h+1} (et à des exposants dont les produits par ε^n tendent vers la même limite); 2° ou bien des limites d'une intégrale, canonique pour x_∞, calculée successivement en x le long de deux chemins dont la différence équivaut à un lacet autour de x_h (1).

Observons enfin que la considération du polygone Π et des relations (1) permettrait de définir pour une intégrale quelconque de $(\overline{\mathrm{E}})$ des *lignes infinies de zéros*, au moyen d'un procédé analogue à celui que j'ai donné pour $m = 2$ (2).

3. Indiquons sommairement comment les résultats précédents doivent être modifiés lorsque *le polygone* Π *formé par les* s_j *n'est plus convexe* (ce qui exige $m > 2$). Soit $m' < m$ le nombre des sommets du polygone de sustentation Π', des s_j; chacun de ces sommets donne encore naissance à n intégrales normales, traces d'intégrales canoniques de (E). Mais, lorsque ε tend vers zéro, les intégrales canoniques de (E) correspondant aux s_j intérieurs à Π' *ne peuvent plus être calculés par l'algorithme d'approximations successives* que nous avons indiqué précédemment : en un point x, hors de Γ, on ne connaîtra donc que $m' + 1 \leqq m$ intégrales, limites d'intégrales canoniques de (E).

Malgré cette difficulté, *il est encore possible de définir pour* $(\overline{\mathrm{E}})$ *un système de quantités constituant les limites des invariants de* G. A cet effet, considérons une équation linéaire, possédant deux singularités régulières, α et β. Nous appellerons *intégrale paracanonique* attachée au groupe (α, β), toute intégrale de (E) (définie à un facteur constant près) qui, dans le voisinage de α, s'exprimera en fonction linéaire de ν (> 1) intégrales canoniques déterminées relatives à α, et qui, prolongée jusqu'en β le long d'un chemin donné, s'exprimera en fonction de $m + 1 - \nu$ intégrales canoniques données, relatives à β; le plus petit des entiers ν et $m + 1 - \nu$ sera *l'indice* de la paracanonique. On montre alors que, si s_k est intérieur à Π', *les intégrales qui correspondent à* s_k, ϖ_k *et* u_k par le pro-

(1) Pour $m = 2$, on peut opérer le passage à la limite de façon à exclure l'une des deux alternatives précédentes; mais ce serait impossible pour $m > 2$.

(2) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 602.

cédé de calcul exposé dans ma Note précédente *sont précisément des intégrales paracanoniques relatives à* (x_k, x_∞); à la limite, elles tendront vers des intégrales bien déterminées de $(\overline{\mathrm{E}})$. On conçoit ainsi qu'au point x (hors de Γ) on puisse calculer $m'+1+m-m'=m+1$ intégrales canoniques et paracanoniques qui seront liées par des relations analogues à (1), ce qui permettra de former un système d'invariants pour (E). Le choix de ces intégrales paracanoniques n'est d'ailleurs pas unique; mais si l'on s'astreint à rendre minimum la somme de leurs indices, le nombre des intégrales d'indice donné qu'il faudra introduire *ne dépendra que de la configuration des* s_j *au point de vue de la géométrie de situation.*

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le quatrième trimestre de* 1918. Note de M. J. **Guillaume**, présentée par M. B. Baillaud.

Les observations faites pendant ce trimestre se rapportent à 67 jours, et les principaux faits qu'on en déduit se résument ainsi :

Taches. — Au total, le nombre des groupes de taches enregistrés est inférieur de six, soit 92 groupes au lieu de 98; mais la diminution de l'aire tachée a été beaucoup plus forte, puisqu'elle est d'environ un quart, avec 6626 millionièmes au lieu de 8950, précédemment (¹).

Cette diminution appartient toute à l'hémisphère boréal où l'on a noté huit groupes en moins, soit 43 au lieu de 51; dans l'autre hémisphère, au contraire, il y a eu deux groupes en plus : 49 au lieu de 47.

Vers le commencement de la troisième décade de novembre, le disque solaire était parsemé de nombreuses taches, et celle qui a traversé le méridien central le 26,8 du même mois, à -10° de latitude, a été visible à l'œil nu.

Enfin, la latitude moyenne des taches a diminué de part et d'autre de l'équateur, mais cette diminution est moins grande $(0^\circ,2)$ au Nord, passant de $+11^\circ,5$ à $+11^\circ,3$, qu'au Sud $(1^\circ,0)$ où, de $-14^\circ,0$ elle est devenue $-13^\circ,0$.

Régions d'activité. — Les facules ont diminué tant en nombre qu'en surface : au total, on a 139 groupes au lieu de 163, et 172,0 millièmes au lieu de 204,8.

Dans la répartition de ces phénomènes entre chaque hémisphère, on constate que la diminution a été trois fois plus forte au Nord (18), avec 69 groupes au lieu de 87, qu'au Sud (6) avec 70 groupes au lieu de 76.

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 222.

Tableau I. — *Taches.*

Dates extrêmes d'observ.	Nombre d'observations.	Pass. au mér. central.	Latitudes moyennes. S.	Latitudes moyennes. N.	Surfaces moyennes réduites.
		Octobre. — 0,00.			
27- 1	4	1,3		+12	3
27- 3	7	3,3		+11	45
2- 8	7	4,7		+17	17
3- 7	5	5,6	−18		19
7	1	6,3	−25		6
1- 5	4	6,7	−13		13
5- 6	2	6,9	− 6		5
6- 8	2	7,8	− 3		18
6-11	6	8,1		+ 3	221
5- 8	4	8,6	−12		9
8-10	3	10,4		+ 1	17
4-11	8	10,7		+12	47
6- 7	2	11,5	−12		8
10-11	2	12,3		+17	10
17	1	12,9	− 5		5
15	1	13,3		+ 5	15
11	1	13,5	−24		3
9-11	3	13,5	− 8		3
16	1	14,7	−12		5
16-21	3	16,4	−15		6
11-22	7	17,8		+16	397
17	1	18,9	−11		3
15-22	6	20,6		+ 7	54
15-27	10	22,0		+10	226
16-22	5	22,2		+18	48
21	1	23,2		+ 6	4
25-26	2	23,7		+18	15
20-29	8	24,2		+ 5	158
20-27	6	24,9		+ 7	94
20-30	10	25,0	−18		286
21-30	5	26,7	− 9		5
31- 1	2	28,6		+12	10
25- 1	8	29,5	−18		86
24- 5	11	30,1		+22	216
27- 5	8	31,7	−12		112
	25 j.		−13°,0	+11°,1	
		Novembre. — 0,00.			
6- 8	2	3,2	−19		57
28- 8	9	3,5		+ 1	67
28- 6	8	4,0		+ 8	127
8	1	6,0	− 1		4
8	1	6,7		+21	11
8-12	3	6,9		+ 8	27
5-12	3	7,3		+ 1	14
9-12	2	8,5		+ 9	7
14	1	14,2		+ 6	11
20	1	15,3	− 7		6
16-21	6	16,1	−11		243
20-21	2	16,2	− 5		15
		Novembre (suite).			
13-16	3	16,7		+17	5
12-23	11	17,5		+14	291
17-20	4	18,0	−12		5
16	1	19,0		+ 2	5
13-23	10	19,5		+ 8	381
14-23	9	20,4	− 7		37
16-23	8	21,2		+ 8	16
16-26	9	21,3	−17		77
16-23	8	21,5		+16	23
16-23	8	21,6	− 7		34
18	1	21,8		+13	5
20	1	22,3	− 5		3
16-23	7	22,8	−20		87
21-23	3	24,5		+16	7
20-27	6	25,2		+10	30
21- 1	7	26,8	−10		472
21-23	3	27,0		+23	12
23-27	3	27,8	−18		43
30- 3	3	28,7	−22		21
	20 j.		−11°,5	+10°,6	
		Décembre. — 0,00.			
26- 1	4	1,0	−19		91
3- 7	5	2,9	−14		24
4	1	3,5		+16	4
4- 9	6	4,1	−16		73
3- 9	7	5,3		+12	35
3- 4	2	7,0	−17		4
5-14	3	8,9		+15	91
11	1	12,6		+ 8	3
6-18	9	12,7	−11		369
8-14	5	13,8	− 5		59
20	1	15,4	− 8		162
17-20	4	17,1	− 7		24
14	1	18,9	−19		13
21	1	19,4	−18		9
20-21	2	21,1		+ 9	11
18-27	8	21,3	− 9		360
24-27	4	22,1	−22		83
17-27	9	23,5	−21		160
19-26	6	23,5		+11	19
14-27	9	23,8	− 8		406
30	1	25,6	−13		37
24-31	6	26,0	−17		108
27	1	26,2		+22	16
27- 1	4	30,7	−12		43
25-31	5	31,6	−17		76
25- 1	5	31,8		+12	14
	22 j.		−14°,1	+13°,1	

TABLEAU II. — *Distribution des taches en latitude.*

1918.	Sud. 90°.–40°.	40°.–30°.	30°.–20°.	20°.–10°.	10°.–0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°.–10°.	10°.–20°.	20°.–30°.	30°.–40°.	40°.–90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	»	»	2	10	5	17	18	8	9	1	»	»	35	2189
Novembre...	»	»	1	6	7	14	17	10	5	2	»	»	31	2143
Décembre...	»	»	2	11	5	18	8	2	5	1	»	»	26	2294
Totaux....	»	»	5	27	17	49	43	20	19	4	»	»	92	6626

TABLEAU III. — *Distribution des facules en latitude.*

1918.	Sud. 90°.–40°.	40°.–30°.	30°.–20°.	20°.–10°.	10°.–0°.	Somme.	Nord. Somme.	0°.–10°.	10°.–20°.	20°.–30°.	30°.–40°.	40°.–90°.	Totaux mensuels.	Surfaces totales réduites.
Octobre.....	»	«	6	11	8	25	26	7	13	5	»	1	51	61,9
Novembre...	»	»	6	10	7	23	26	12	10	3	1	»	49	60,7
Décembre...	»	»	6	11	5	22	17	4	8	5	»	»	39	49,4
Totaux....	»	»	18	32	20	70	69	23	31	13	1	1	139	172,0

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la prévision des variations barométriques : vents d'appel pour les dépressions.* Note de MM. **L. Dunoyer** et **G. Reboul.**

Dans un assez grand nombre de cas, les routes suivies par les dépressions isobariques sont influencées par des zones de vents dus à des perturbations météorologiques coexistantes. G. Guilbert a insisté sur cette action et cherché à en utiliser les lois pour la prévision du temps. Malheureusement, sous le nom de *vents divergents*, Guilbert désigna à la fois des vents qui divergent réellement (au sens ordinaire du mot) du centre de la dépression, et des vents qui sont dirigés, sur les bords de la dépression, en sens inverse de celui que leur assignerait une circulation normale. D'autre part, Guilbert attache parfois une importance considérable (voir son livre *Nouvelle méthode de prévision du temps*) à l'existence d'un vent divergent en un seul point.

Sous cette forme générale, qui laisse place, dans la pratique journalière, à de fréquentes ambiguïtés, la règle de Guilbert dite des *vents divergents* ne nous a donné que des résultats très aléatoires. Nos essais ont été pourtant aussi méthodiques que possible, et les circonstances dans lesquelles nous avons dû les faire, à la fin de 1915, étaient le meilleur garant de leur impar-

tialité : il s'agissait d'augmenter la sécurité et les chances de réussite d'opérations de guerre aérienne.

L'expérience nous a montré ultérieurement qu'en réduisant la généralité de l'énoncé, il devenait possible d'en tirer un parti avantageux, en même temps que d'en évaluer le *coefficient de certitude*. Nous avons constaté :

1° Qu'il est prudent de ne pas attacher d'importance à un vent isolé, mais seulement à un ensemble de vents sensiblement parallèles couvrant une région assez vaste (par exemple une partie importante de la France). La prise en considération d'un vent anormal isolé expose trop aux erreurs causées par une mauvaise situation topographique du poste qui le signale ou par une transmission télégraphique défectueuse.

2° Que cet ensemble de vents parallèles doit bien réellement diverger, au sens ordinaire du mot, de la région centrale de la dépression, sans qu'il y ait lieu de se préoccuper de la question de savoir si ces vents font ou non partie de cette dépression. Ainsi un ensemble de vents des régions N régnant sur la France en raison d'une dépression méditerranéenne constituera un appel pour une dépression d'Islande, se faisant sentir sur le nord de la Grande-Bretagne.

Pour éviter toute confusion nous appelons ces vents, *vents d'appel*, et nous formulons leur action apparente sur les dépressions de la manière suivante :

Lorsqu'il y a, dans le voisinage d'une dépression, une zone de vents dont les directions, sensiblement parallèles, viennent de l'intérieur de la dépression, et en particulier de sa région centrale, cette dépression est appelée sur la région que couvre la zone de vents.

Cette règle est évidemment beaucoup moins générale que ne paraît l'être celle des « vents divergents », mais elle est d'une application et d'un contrôle beaucoup plus faciles. Malgré sa généralité moindre, elle reste pourtant assez fréquemment applicable : ainsi, dans le courant d'une année (octobre 1915 à novembre 1916), nous avons trouvé 173 exemples dans lesquels la trajectoire d'une dépression est modifiée sous l'influence des vents d'appel. Dans le courant de l'année 1904, prise au hasard dans la collection de cartes publiées par le Bureau Central météorologique, l'application aurait pu être faite dans 263 cas, elle aurait donné 180 fois de bons résultats. Le coefficient de certitude moyen de la règle serait donc d'environ 0,70.

Ce coefficient dépend des saisons. Voici les résultats pour les divers mois de l'année 1904 (Tableau I) :

TABLEAU I.

Mois.	Coefficient de certitude.	Mois.	Coefficient de certitude.
Janvier	0,76	Juillet	0,55
Février	0,85	Août	0,64
Mars	0,69	Septembre	0,60
Avril	0,55	Octobre	0,62
Mai	0,71	Novembre	0,80
Juin	0,59	Décembre	0,81

Hiver : 0,75 Été : 0,61

L'application de la règle sera donc moins avantageuse pendant les mois d'été que pendant les mois d'hiver.

De plus, le coefficient de certitude varie d'une manière très nette suivant la direction dans laquelle la dépression est appelée : les divers cas d'application se répartissent, pour l'année 1904, comme l'indique le Tableau II. On sait que le mouvement de rotation de la Terre tend à imprimer aux dépressions un mouvement de translation d'W en E; le Tableau II montre que les vents d'appel agissent pour dévier ce mouvement vers le NE ou vers le SE. Les cas les plus typiques auxquels nous ayions assisté en Lorraine sont relatifs à cette dernière direction : changements de temps brusques et complets, résultant d'un appel presque foudroyant des dépressions d'Islande par des vents de NNW régnant sur l'Angleterre.

TABLEAU II.

Direction d'appel.	Nombre total des cas.	Cas favorables.	Coefficient de certitude.
N	8	4	0,50
NE	48	42	0,87
E	89	70	0,78
SE	71	48	0,67
S	25	13	0,52
SW	18	3	0,17
W	1	0	»
NW	3	0	»

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les anomalies de la station météorologique de Skudesness (Norvège).* Note de M. **Gabriel Guilbert**, présentée par M. R. Bourgeois.

L'observation démontre que le vent, à la surface de la Terre, s'éloigne d'un centre de hautes pressions et se dirige vers les tourbillons cycloniques.

Sous l'anticyclone, le vent doit suivre le tracé des isobares avec une *composante centrifuge ;* dans le cyclone, *la composante est centripète.*

En outre, la loi de Buys-Ballot montre qu'*en tournant le dos au vent, le minimum de pression est à la gauche de l'observateur et le maximum à sa droite.*

Or, il est, sur la carte d'Europe, une station météorologique, *une seule*, où toutes les lois connues, qui régissent la direction et la force des vents de surface, sont souvent mises en échec.

Cette station est celle de *Skudesness.* Elle se trouve au sud-ouest de la Norvège, à l'altitude de 4^{m} seulement, au fond du golfe de Stavanger.

Les vents exceptionnels et anormaux y sont ceux des secteurs Sud et Est. Les vents d'W à NE, par le N, sont réguliers et y obéissent aux lois des tempêtes.

Au contraire, les courants de S et d'E soufflent de ces directions, alors que les isobares exigeraient des vents tout différents de SW ou même d'W.

Cette anomalie intrigue toujours les météorologistes qui tracent les courbes isobariques.

Pour faire cadrer les vents de S ou SE de Skudesness avec les règles ordinaires, on imagine souvent d'hypothétiques centres de dépression sur la mer du Nord.

Or nos observations, dès leur début, vers 1890, nous ont suggéré une explication des vents anormaux et irréguliers de Skudesness.

Loin d'être commandés par un minimum voisin, par exemple sur la mer du Nord, les vents d'E et S de Skudesness sont en relation avec de lointaines bourrasques, situées au large dans l'Atlantique. Contrairement à toute vraisemblance, Skudesness, par ses anomalies, peut révéler l'existence de cyclones extrêmement éloignés, situés à l'ouest des Iles Britanniques et que les Iles Britanniques ne signalent même pas.

C'est ce phénomène, très fréquent d'ailleurs, que nous pouvons appeler *le mystère de Skudesness.*

L'expression est d'autant plus admissible que les stations les plus extrêmes d'Irlande et d'Écosse, Valencia, Blaksod, Stornoway, peuvent fort bien, en certains jours, noter des vents d'W ou de NW, commandés par un centre de dépression vers les Feroë ou la Laponie, alors que Skudesness est déjà orienté au S ou à l'E *commandé* par une dépression alors invisible, située au large de l'Écosse.

Au point de vue pratique, cette observation a une réelle importance : *les vents de Skudesness* précèdent presque toujours l'arrivée d'une bourrasque océanienne sur les côtes de l'Europe, du Portugal à l'Islande, mais principalement de la Bretagne au nord de l'Écosse.

II. La force des vents à Skudesness est tout aussi bizarre que leur direction, mais elle est aussi des plus utiles dans la prévision. On observe des vents violents sans aucun gradient accentué.

Ces vents n'amènent cependant aucune hausse barométrique consécutive : *la vitesse exagérée des courants d'entre E et S à Skudesness est le plus souvent en rapport direct avec l'intensité de la bourrasque, existante ou non, qui doit venir.*

Plus d'une fois, un vent de tempête SE, par gradient faible, a précédé l'arrivée, à 24 ou 40 heures d'avance, d'un formidable cyclone.

Les indications multiples que l'expérience permet de déduire des observations de Skudesness relativement à l'existence, à l'approche, à la situation, à l'importance, à la direction des centres cycloniques signalés, se réalisent dans la proportion de 80 pour 100 environ.

Toutefois, si cette station, *à elle seule*, permet en certains jours, de pronostiquer l'arrivée d'une bourrasque, il convient de ne jamais séparer les observations de Skudesness des autres éléments de prévision : il faut n'y attribuer le plus souvent qu'une valeur d'appoint.

Nous ferons observer que la station de Skudesness se trouve assez rapprochée du *Maël-ström*, si redouté des pêcheurs de la mer du Nord, mais on ne peut admettre de relation quelconque entre ce tourbillon, qui est fixe et *permanent*, et les vents, variables et *éphémères*, de Skudesness.

L'augmentation considérable des stations anglaises, dont les observations sont transmises aux services météorologiques militaires de France dirigés par M. le général Bourgeois, nous a permis de serrer de plus près, depuis 3 années entières, cet étonnant problème de Skudesness, que nous poursuivons depuis 28 années sans en entrevoir encore ni la raison ni la solution.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Contribution à la détermination des niveaux lacustres de la Basse Vallée du Vardar*. Note de M. D. **Faucher**, présentée par M. Pierre Termier.

La cartographie de la Macédoine a été, jusqu'à l'intervention des Alliés à Salonique, dans un état d'indigence exceptionnel. La plus grande partie de la région, quel qu'en fût l'occupant, ne possédait pas d'autre représentation cartographique à grande échelle que la carte de l'état-major autrichien au 200000e. Son insuffisance et ses erreurs ont été maintes fois signalées. Toutes les études ayant à utiliser cette carte en ont souffert; aucune ne s'en est trouvée plus gênée que la géographie physique.

Grâce au Service topographique des Armées alliées en Orient, cette grâve lacune cartographique est déjà notablement réduite. Tout l'ancien front macédonien d'une part, le camp retranché de Salonique de l'autre, ainsi que de larges parties de la zone intermédiaire, ont été, en effet, l'objet de levés nombreux et précis. Deux cartes topographiques sont déjà publiées : une au 50000e avec équidistance des courbes de 10^m ou de 20^m, suivant les feuilles, une au 20000e formant le plan directeur des Armées alliées d'Orient. Leur exécution est remarquable, et malgré quelques erreurs pour les parties du pays malaisément accessibles, elles sont, dès à présent, un instrument de travail de tout premier ordre.

Elles nous ont permis de classer et de comparer de nombreuses observations morphologiques dans le Bas Vardar. En particulier, elles nous ont aidé à préciser quelques-unes des données suivantes sur les niveaux lacustres de la région de Guevgueli.

A. Nous avons relevé la présence d'un certain nombre de ces niveaux dans le voisinage du village de Ljoumnitza.

Ils y sont représentés par des dépôts calcaires, conservés grâce à l'éloignement du Vardar, formant niveau de base.

a. Au sud du village, *le Mont Haas* est une table tout entière constituée par un calcaire limoniteux, jaunâtre ou grisâtre, déposé en bancs épais et compacts formant une masse d'au moins 15^m d'épaisseur. Dans sa partie Nord, dressée en falaise par la Kodja-Dere, mais non attaquée par l'érosion remontante, elle atteint 589^m *d'altitude*.

Le calcaire du Mont Haas, presque nu à la surface, est déchiré par places

de lapiaz; à la tête du ravin qui l'attaque au Sud, de gros blocs s'en sont détachés par éboulement.

b. Au nord du même village, *la Table de Roc*, de même nature, est à 520^m-530^m. Elle n'a guère que 7^m à 8^m d'épaisseur. Les coupes observées montrent souvent, à la base du calcaire, des cailloux roulés.

Ce même dépôt se retrouve vers 540^m *au village de* Ljoumnitza lui-même. Des sources apparaissent à sa surface et le village leur doit peut-être son existence. Il se prolonge au Sud sur le flanc de la croupe de la Cloche, où il est recouvert de produits fins provenant du ruissellement. C'est le même niveau qui se retrouve *sur les rives de la Kodja-Dere de Koupa*, à 1^{km} en aval de ce dernier village. On en retrouve un témoin accroché au flanc Nord du Mont Haas, qui forme le mouvement de terrain connu sous le nom de *Nid de Hibou*.

c. Enfin un *troisième niveau* paraît s'être établi vers 400^m. Nous en avons retrouvé la trace au *Mont Maurel*, à 402^m d'altitude, sous des alluvions fluviatiles. Le calcaire y repose horizontalement sur des cailloux roulés. Il s'y présente sous un aspect feuilleté qu'on retrouve parfois dans le calcaire cristallin du Gandac. Certains blocs se sont constitués autour d'un noyau resté vide; certains autres se sont moulés fidèlement sur les galets qui les supportent. Aucun autre témoin de ce niveau n'a été reconnu dans la région explorée.

B. De ce qui précède on peut conclure :

1° A l'existence de trois niveaux au moins de calcaires lacustres, postérieurs à la terrasse égéenne de 670^m-680^m, décrite par J. Cvijič (¹);

2° Ces différents niveaux sont très probablement distincts les uns des autres, depuis leur origine. Il est difficile d'admettre en effet qu'ils soient le résultat de la dissection du niveau supérieur par des failles. Leur horizontalité est remarquable; aucun mouvement tectonique ne semble les avoir dérangés. Seule, peut-être, *la Table de Roc* a été soumise à une action purement locale; son extrémité Est a été ployée pour former ce que la carte au 20000ᵉ appelle l'*Épine de Roc*.

L'hypothèse de dépôts correspondant à plusieurs niveaux successifs de la nappe lacustre s'accorde, au contraire, avec tous les faits observés : hori-

(¹) J. Cvijič, *L'ancien lac Egéen* (*Ann. de Géog.*, t. 20, n° 111, 15 mai 1911, p. 233-259).

zontalité des dépôts, différences de leur épaisseur, variation de leur faciès. Elle permet, au surplus, de faire intervenir les périodes d'érosion fluviatile interlacustre auxquelles appartiennent les cailloux roulés relevés à la base des dépôts II et III.

A titre de conclusion provisoire, on peut admettre que les phénomènes lacustres et fluviatiles se sont succédé de la manière suivante :

1° Invasion lacustre au niveau de 580m-590m;

2° Retrait des eaux lacustres et phase d'érosion fluviatile jusque vers 530m-540m;

3° Transgression lacustre à cette altitude;

4° Régression lacustre et phase d'érosion fluviatile jusqu'au voisinage de 400m;

5° Transgression lacustre à cette altitude.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur les sections transversales des lames des molaires* d'Elephas africanus. Note [1] de M. **Sabba Stéfanescu.**

J'ai étudié les sections transversales des lames des molaires d'*Elephas africanus* au point de vue de la structure bituberculaire de ces lames et de la phylogénie de cette espèce. J'expose les résultats de mes recherches :

En outre des sections losangiques qui ont décidé Frédéric Cuvier [2] à exprimer ce caractère par le mot générique de « *Loxodante* », sur la face de trituration des molaires d'*Elephas africanus* on rencontre d'autres sections qui diffèrent des premières par les sinuosités du contour et par le nombre des parties dont elles sont composées. Cette diversité des sections est due : 1° *à l'inconstance du développement et de l'individualisation des éléments composants ;* 2° *à la variation des niveaux des sections ;* 3° *à la forme des tubercules congénères des lames.*

I. Toutes les lames sont construites d'après le même plan de structure, mais le développement et l'individualisation de leurs éléments composants sont sujettes à de nombreuses variations, parmi lesquelles sont à signaler : la ramification ou l'indivision des lobes médianes *m* des deux tubercules

---

(1) Séance du 24 février 1919.

(2) *Histoire naturelle des Mammifères*, t. 3, 1825; *Des dents des Mammifères considérées comme caractères zoologiques*, 1825.

congénères; la présence ou l'absence du lobe postérieur *p* du tubercule en crête; l'absence des deux où d'une seule des deux carènes, ainsi que l'absence des sommets individualisés des deux ou d'une seule des deux carènes *p* et *a* du tubercule en trèfle; la présence de plis qui simulent des carènes secondaires et la présence d'anomalies qui compliquent ou simplifient la morphologie externe des lames.

II. La base d'une lame de molaire inférieure de droite ($\mathrm{LM}\frac{}{i}d$) à la forme d'un losange allongé, irrégulier, parce que la petite diagonale est oblique sur la grande, de gauche à droite et d'avant en arrière. Les deux carènes *p* et *a* du tubercule en trèfle prennent respectivement leurs origines d'un des angles unis par la petite diagonale. Théoriquement, toutes les petites diagonales sont parallèles; leurs extrémités postérieures ainsi que les carènes *p* se trouvent dans un plan longitudinal de la molaire, parallèle à un autre plan longitudinal, dans lequel se trouvent leurs extrémités antérieures ainsi que les carènes *a*. Pratiquement, il y a beaucoup de diversion à cette règle.

a. Toute section parallèle à la base de la lame jusqu'au niveau où cesse la fusion des tubercules congénères, sans atteindre les fonds des entailles qui séparent leurs lobes externes, est losangique comme la base elle-même (A). Normalement, les sections des carènes *p* et *a* sont situées dans le prolongement de la petite diagonale, l'une en avant, l'autre en arrière, mais souvent elles sont repliées de diverses manières en crochet et détournées de ces directions.

b. La section qui passe exactement par le niveau où cesse la fusion des deux tubercules congénères est divisée en deux, ou en quatre, ou en plusieurs parties, suivant que ce niveau se trouve plus bas, ou à la même hauteur, ou plus haut que les fonds des entailles qui séparent les lobes externes, et suivant que la ramification des lobes médians est plus ou moins avancée.

Dans le premier cas, la section est divisée en deux parties, dont l'une ovale ou légèrement triangulaire pour le tubercule en crête, et l'autre rhombique ou largement triangulaire pour le tubercule en trèfle (B). Divers auteurs, tels que Hans Pohlig [1] et A. Pomel [2], ont publié de pareilles sections, mais ils ont méconnu leur origine et leur signification.

---

(1) *Dentition und Kraniologie des* Elephas antiquus, 1888.

(2) *Les Éléphants quaternaires* (*Paléontologie algérienne*), 1895.

Dans les deux autres cas, la section est divisée en quatre parties, ou en six parties, suivant que le lobe médian de chacun des deux tubercules congénères n'est pas ramifié ou qu'il est divisé en deux ramifications (D, E).

c. Si le lobe médian d'un des deux tubercules congénères a une ramification de plus ou de moins que celui de l'autre, la section est divisée en un nombre impair de parties médianes intercalées entre les deux parties externes qui appartiennent invariablement aux deux lobes externes.

Spécialement importante est la section divisée en trois parties, dont deux externes plus ou moins annulaires et une médiane plus ou moins rhombique (C). Le niveau de cette section est situé plus haut que le fond des entailles qui séparent les lobes externes et plus bas que le fond de l'entaille qui sépare les lobes médians des deux tubercules congénères; chacune des deux parties externes est la coupe d'un lobe externe, tandis que la partie médiane est la coupe des deux lobes médians fusionnés des mêmes tubercules.

I.	*m* | *m*		
H.	*m* | *m* | *m* | *m*		
G.	*e* | *m* | *m* | *m* | *m* | *e*		
	a		*a*
F.	*e* | *m* | *m* | *m* | *m* | *e*	C.	*e* | *m* *m* *m* *m* | *e*
	p *p*		*p* *p*
	a		*a*
E.	*e* | *m* | *m* | *m* | *m* | *e*	B.	*e* *m* *m* | *m* *m* *e*
	p *p*		*p* *p*
	a		*a*
D.	*e* | *m* *m* | *m* *m* | *e*	A.	*e* *m* *m* *m* *m* *e*
	p *p*		*p* *p*

d. L'usure des lames commence par leurs sommets, qui sont plus hauts que les lobes externes, et progresse vers leurs bases. Les sections d'abord en chapelet de plus en plus compliqué (I, H, G), jusqu'au niveau où tous les éléments individualisés à l'extérieur sont atteints par l'usure (F), se simplifient ensuite jusqu'à prendre la forme losangique (E, D, C, B, A). Au point de vue de la phylogénie, les sections losangiques sont moins importantes que les sections divisées en parties, parce qu'elles nous donnent moins d'indications sur la composition bituberculaire et sur l'homologie des lames et des collines.

e. A défaut de dessins, je représente les sections transversales des lames

par des schémas sur lesquels les éléments individualisés des tubercules congénères sont indiqués par des lettres, et les entailles qui les séparent par des traits. Je dois ajouter que j'ai schématisé seulement quelques-unes des sections que je donne comme exemple; leur variabilité est très grande.

III. La forme réelle des tubercules congénères est difficile à définir, mais *grosso modo*, on peut dire que ces tubercules sont deux plaques triangulaires, inégalement et différemment développées, car le tubercule en crête est plus étroit que le tubercule en trèfle; leurs bords internes plus larges que leurs bords externes sont adossés l'un à l'autre, généralement fusionnés à leurs bases, libres à leurs sommets, et perpendiculaires l'un sur l'autre, *par conséquent non alternes*.

Les tubercules congénères des premières lames distales et des dernières lames proximales des vraies molaires et surtout celles des molaires de lait d'*Elephas africanus* restent souvent à l'état de tubercules simples, cylindroconiques ou mamelonnés, c'est-à-dire à l'état mastodontoïde, leurs sections transversales sont plus ou moins circulaires, elliptiques, ovales ou triangulaires, pareilles à celles qu'on rencontre presque toujours sur la face de trituration des molaires de *Mastodontes bunolophodontes*, et jamais sur celle des molaires de *Stégodontes*.

IV. Ces faits nous conduisent à la conclusion que *les ancêtres d'*ELEPHAS AFRICANUS *sont issus directement des Mastodontes bunolophodontes à collines dentaires formées de deux tubercules congénères non alternes, et qui, par conséquent, appartiennent à une branche différente de celle de* MASTODON ARVERNENSIS.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence de la lumière sur l'absorption des matières organiques du sol par les plantes.* Note de Mme **DOLORÈS CÉBRIAN DE BESTEIRO** et M. **MICHEL-DURAND**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une Note présentée à l'Académie en 1911, Cailletet [1] attirait l'attention sur le fait que certaines plantes, la plupart des plantes d'appartement par exemple, vivent normalement à des lumières paraissant trop faibles pour qu'elles puissent assimiler d'une façon assez active le gaz car-

---

[1] L. CAILLETET, *Sur l'origine du carbone assimilé par les plantes* (*Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1215 à 1217).

bonique de l'air; il émettait l'opinion que ces végétaux, étant incapables à ces faibles éclairements de prendre tout le carbone qui leur est nécessaire à l'anhydride carbonique de l'air, doivent le puiser en grande partie dans le sol sous forme de matières organiques diverses. A l'appui de cette manière de voir, il faisait connaître différents résultats d'expériences.

M. Maquenne [1] fit observer, à propos de ce travail de Cailletet, que les végétaux qui sont susceptibles de vivre à des lumières très faibles, ont cependant la faculté d'adapter leur fonction chlorophyllienne à ces éclairements faibles et peuvent ainsi suffire à leur alimentation carbonée par l'assimilation chlorophyllienne du gaz carbonique, de l'air.

M. Rosé [2] a ultérieurement précisé la faculté d'adaptation de l'assimilation chlorophyllienne à divers éclairements, d'une part chez une plante qui préfère le soleil (héliophile), d'autre part chez une plante qui préfère l'ombre (héliophobe). Les résultats qu'il a obtenus confirment l'opinion de M. Maquenne quant à la première partie de la question posée par Cailletet : Les plantes qui vivent à de très faibles lumières peuvent-elles réaliser à ces éclairements une assimilation chlorophyllienne du gaz carbonique de l'air assez intense pour suffire à leur alimentation carbonée?

Il nous a paru intéressant d'appliquer la méthode de recherches directe à l'étude de la seconde partie de ce problème : Les plantes qui vivent à de faibles lumières ont-elles la faculté de compléter leur approvisionnement en carbone qui, dans ces conditions d'existence, peut être insuffisamment réalisé par l'assimilation chlorophyllienne du gaz carbonique de l'air, en puisant dans le sol une plus grande quantité de carbone à l'état de substances organiques?

Nos recherches ont porté sur une plante héliophile, le *Pisum sativum*, pour laquelle l'influence de l'éclairement sur l'assimilation chlorophyllienne est bien connue depuis les travaux de M. Rosé sur cette question. Elles seront continuées par une étude semblable portant sur une plante héliophobe.

Le Pois a été cultivé en culture pure dans les appareils de M. Raoul Combes, en employant la technique imaginée par ce physiologiste [3], laquelle permet de faire

---

(1) L. Maquenne, *A propos d'une communication récente de M. Cailletet* (*Comptes rendus*, t. **152**, 1911, p. 1818 et 1819).

(2) E. Rosé, *Énergie assimilatrice chez les plantes cultivées sous différents éclairements* (*Ann. des Sc. nat. Bot.*, 9e série, t. **17**, 1913).

(3) Raoul Combes, *Recherches biochimiques expérimentales sur le rôle physiologique des glucosides chez les végétaux* (*Rev. gén. de Bot.*, 1917-1919).

développer des plantes supérieures dans des conditions telles que les racines croissent aseptiquement dans le milieu de culture, tandis que les organes aériens vivent à l'air libre. Le milieu de culture était constitué par du liquide de Knop additionné de 4 pour 1000 de glucose. Les intensités lumineuses auxquelles les plantes ont été exposées sont : un éclairement I correspondant à $\frac{1}{9}$ de la lumière solaire, un éclairement II correspondant à $\frac{1}{3}$, un éclairement III correspondant à $\frac{1}{2}$ et un éclairement IV représenté par la lumière solaire complète. Ces divers éclairements ont été réalisés à l'aide des dispositifs établis par M. Raoul Combes [1] à l'occasion de ses recherches relatives à la détermination des optima lumineux pour le développement des végétaux.

Les moyennes des résultats obtenus dans les divers lots de cultures sont réunies dans le Tableau ci-dessous :

	Éclairements.			
	I.	II.	III.	IV.
Augmentation de poids sec de la plante entière au cours de la végétation	0,0470	0,3910	0,5339	0,8257
Poids sec de la racine	0,0523	0,1595	0,2678	0,3557
Poids sec de la plante entière	0,2385	0,5825	0,7254	1,0172
Glucose absorbé par chaque plante	0,1227	0,3146	0,3941	0,5411
Glucose absorbé par 1g de substance sèche de la racine	2,4667	2,0590	1,5341	1,5267
Glucose absorbé par 1g de substance sèche de la plante entière	0,5222	0,5471	0,5877	0,5462

Les conclusions à tirer de ces résultats sont les suivantes :

1° Les plantes ont augmenté leur teneur en substance sèche de quantités d'autant plus grandes qu'elles se sont trouvées exposées à un éclairement plus intense.

2° Les racines (aussi bien que les organes aériens) se sont d'autant plus développées que les plantes auxquelles elles appartenaient étaient plus éclairées.

3° Les divers individus ont puisé dans le milieu nutritif une quantité de glucose d'autant plus grande qu'ils ont été cultivés à une intensité lumineuse plus vive.

4° Un même poids de racine a absorbé sensiblement plus de glucose aux éclairements faibles qu'aux éclairements forts.

5° *Un même poids de plante entière a absorbé dans le milieu de culture une*

(1) Raoul Combes, *Détermination des intensités lumineuses optima pour les végétaux* (*Ann. des Sc. nat. : Bot.*, 9e série, t. 11, 1910).

quantité de glucose qui est sensiblement la même aux diverses intensités lumineuses.

Les résultats résumés dans le troisième paragraphe sont dus à ce que, d'une part la diminution de l'éclairement a pour effet d'entraver le développement des plantes, et d'autre part l'absorption de substances minérales et organiques par les racines est d'autant moins active que les individus sont moins développés. La diminution de l'éclairement a donc ainsi pour effet indirect de diminuer la quantité de substances absorbée par les racines.

Or, pour juger si une plante est susceptible de s'adapter aux éclairements faibles en activant sa faculté d'absorption des substances organiques par ses racines, il est nécessaire d'éliminer cet effet indirect, c'est-à-dire la modification d'absorption qui résulte simplement de l'accroissement général de tous les organes de la plante : il suffit pour cela de considérer, non pas les quantités de substances organiques, ici de glucose, absorbées par *chaque plante* aux divers éclairements, mais les quantités absorbées par *un même poids de plante.*

Ce sont donc les résultats résumés dans le cinquième paragraphe qui doivent seuls retenir notre attention, au point de vue qui nous occupe.

Ces résultats nous conduisent à conclure que *le Pois, plante héliophile, qui ne peut adapter son assimilation chlorophyllienne aux éclairements faibles, comme l'ont montré les recherches de M. Rosé, est également incapable d'augmenter le pouvoir absorbant de ses racines de façon à leur permettre de puiser dans le sol une plus grande quantité de carbone organique. Il n'y a donc pour cette plante ni parallélisme ni compensation entre l'absorption du carbone par les feuilles vertes dans le gaz carbonique de l'air et l'absorption du carbone organique par les racines dans le sol.*

BIOLOGIE. — *Études biologiques et systématiques sur les* Gymnosporangium *suédois.* Note (1) de M. **Jakob Eriksson**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Je vais donner ici brièvement les résultats principaux de mes recherches sur cette question.

(1) Séance du 24 février 1919.

1. En Suède, on rencontre sur le *Juniperus communis* deux espèces de *Gymnosporangium* : les *Gymnosporangium clavariæforme* (Jacq.) DC. et *G. tremelloides* (A. Br.) v. Treb.

2. Le *Gymnosporangium clavariæforme* croît sur le Genévrier commun. Sur les rameaux plus âgés qui présentent des renflements maladifs, le champignon apparaît vers le milieu du mois de mai.

3. Les parties périphériques des masses cylindriques, en forme de langue, qui sortent de l'écorce, sont formées uniquement de spores à paroi épaisse et d'un brun foncé; les deux cellules qui les constituent sont réunies par une large cloison médiane. Les parties centrales des formations gélatineuses, au contraire, sont constituées par des spores à paroi mince, d'un brun pâle et dont les cellules sont insuffisamment liées par une cloison étroite.

4. A la germination des spores à paroi épaisse, chacune des deux cellules qui les constituent donne naissance à un promycélium très court, produisant latéralement des sporidies. A la germination des spores à paroi mince, au contraire, les deux cellules se séparent plus ou moins complètement; le plus souvent elles développent chacune un long filament germinatif qui produit des conidies par bourgeonnement à son sommet.

5. L'æcidium de la forme suédoise du champignon, le *Rœstelia lacerata* (Sow.) Fr., se développe sur les feuilles aussi bien que sur les branches et les fleurs des *Cratægus monogyna*, et *C. nigra*. Quelquefois, la forme æcidienne de cette espèce se rencontre également sur le *Cydonia vulgaris*; exceptionnellement, elle produit des spermogonies sur les *Pyrus Malus* et *P. communis*.

6. Selon les pays où apparaît le *Gymnosporangium clavariæforme*, ce champignon présente *trois formes différentes par leurs caractères biologiques, mais dans le stade à téleutospores égales au point de vue morphologique*. Je ne peux donc pas les caractériser comme des espèces différentes, mais plutôt comme des *formes spécialisées de la même espèce* collective. Ce sont les suivantes :

1° *f. sp. Cratægi*, avec æcidium sur les *Cratægus coccinea*, *C. Douglasii*, *C. grandiflora*, *C. monogyna*, *C. nigra*, *C. oxyacantha*, *C. punctata*, *C. sanguinea*, *C. tanacetifolia* et *C. tomentosa*. Rarement le champignon produit sa forme æcidienne sur les *Cydonia vulgaris* (Autriche, Suède) et *Pyrus*

communis (Autriche, Allemagne, Suisse, Angleterre) ainsi que sur les *Amelanchier canadensis*, *A. erecta* (Amérique du nord) et *A. vulgaris* (Allemagne). 2° *f. sp. Pyrus communis*, avec æcidium sur le *Pyrus communis*. Cette forme se rencontre en Autriche, en Allemagne, en Suisse et en Angleterre. Exceptionnellement les *Cratægus*, le *Cydonia vulgaris* (Autriche) et l'*Amelanchier vulgaris* (Allemagne) peuvent être infectés. 3° *f. sp. Amelanchieris*, avec æcidium sur les *Amelanchier alnifolia*, *A. canadensis*, *A. erecta*, *A. intermedia*, *A. oblongifolia*, *A. areophila*, *A. polycarpa*, *A. pumila* et *A. vulgaris*.

7. Le *Gymnosporangium tremelloides* (= *G. Juniperi* Lk. + *G. tremelloides* R. Hart.) se rencontre aux environs de Stockholm, où il apparaît vers la fin de mai. Plus fréquent que l'espèce précédente, il y vit sur le Genévrier commun. *Ou bien* il forme *sur les rameaux* de celui-ci de grandes tumeurs couleur chocolat qui, par la rupture de l'épiderme, sont mises à nu; *ou bien* il développe *sur les aiguilles* de petits coussinets compacts, également d'un brun foncé. Après une pluie, ces derniers comme aussi les tumeurs des rameaux augmentent le volume et prennent une coloration jaune.

8. Les masses gélatineuses de cette espèce sont également formées et de spores périphériques, brun foncé, à paroi épaisse, et de spores centrales, brun pâle, à paroi mince. Les deux loges des spores à paroi épaisse sont solidement réunies par une cloison large, tandis que celles des spores à paroi mince sont insuffisamment liées par une cloison peu large, de sorte que ces dernières spores se disséminent facilement. Dans les tumeurs apparaissant sur les rameaux, les cellules à paroi épaisse sont atténuées doucement à chaque extrémité d'une manière égale et régulière. Dans les coussinets des aiguilles, au contraire, ces mêmes spores s'allongent irrégulièrement vers les deux bouts, et il arrive souvent que les coins auprès de la cloison médiane sont prolongés latéralement. *Il n'y a pas*, comme le prétendent P. Dietel et d'autres, *une différence spécifique entre les tumeurs des rameaux et les coussinets des aiguilles*.

9. La germination des cellules à paroi épaisse se fait par production de courts promycéliums qui développent latéralement des sporidies. Les cellules à paroi mince, au contraire, germent en général en émettant de longs filaments germinatifs qui produisent des conidies par bourgeonnement à leur sommet.

10. Les sporidies germent en donnant latéralement un mince filament germinatif; les conidies produisant à leur sommet un filament plus épais.

11. En différents pays, le *Gymnosporangium tremelloides* présente différents caractères biologiques. Autant que nous le savons, *le champignon ne montre, dans le stade à téleutospores, aucune différence morphologique*. Voilà pourquoi nous voulons les qualifier comme *formes spécialisées de la même espèce* collective ; ce sont les suivantes : 1° *f. sp. Aucupariæ* (= *Gymnosporangium Juniperi* Lk, etc.), avec æcidium [*Rœstelia cornuta* (Pers.) Müll.] sur le *Sorbus Aucuparia*. Cette forme est connue en Danemark, en Allemagne, en Suisse et en Suède. En Suède, les essais ont souvent donné des spermogonies sur le *Cydonia vulgaris*, plus rarement sur le *Sorbus Aria* et exceptionnellement sur le *Pyrus Malus*. 2° *f. sp. Mali* (= *Gymnosporangium tremelloides* R. Hart., etc.; *G. Mali-tremelloides* Kleb.), avec æcidium [*Rœstelia penicellata* (Müll.) Fr.] sur le *Pyrus Malus*. Cette forme a été trouvée en Danemark, en Russie et en Suède. Les essais, faits en Suède, ont très souvent donné des spermogonies sur le *Cydonia vulgaris*, plus rarement sur le *Pyrus communis*, et exceptionnellement sur le *Sorbus Aucuparia*. 3° *f. sp. Amelanchieris* (= *Gymnosporangium Amelanchieris* Fisch.), avec æcidium [*Rœstelia Amelanchieris* (*DC.*) Roum.] sur l'*Amelanchier vulgaris*. Cette forme est signalée en Allemagne et en Suisse. 4° *f. sp. Torminalis* (= *Gymnosporangium Torminali-juniperinum* Fisch.) avec æcidium sur les *Sorbus Torminalis* et *S. latifolia*. Cette forme a été trouvée en Suisse. Quelquefois, elle peut également attaquer, paraît-il, les *Sorbus Aria*, *S. Chamæmespilus* et *S. hybrida*. — Peut-être encore : 5° *f. sp. Ariæ* (= *Gymnosporangium Ariæ-tremelloides* Kleb.) avec æcidium sur le *Sorbus Aria*. Cette forme a été observée en Allemagne et en Suisse. Quelquefois la forme æcidienne se rencontre aussi sur le *S. Chamæmespilus*.

12. Le fait que l'on rencontre rarement aux environs de Stockholm de la forme à téleutospores du champignon qui infeste le Pommier, la grande distance (300-1500^{m}) du Genévrier, ainsi que la faible intensité de l'attaque de cette forme, ne s'accordent pas bien avec l'abondance dans la même région du *Rœstelia penicellata* sur les Pommiers. Y a-t-il donc, faut-il se demander, une source interne de maladie, un stade d'évolution du champignon, vivant pendant l'hiver dans les boutons du Pommier à l'état végétatif, d'où pourrait provenir l'éruption estivale de la maladie?

13. Dans les parties méridionales de la Suède, on a quelquefois trouvé sur le Poirier une forme de *Rœstelia*, qui pourrait être à rapporter au *Gymnosporangium clavariæ* forme *f. sp. Pyricommunis*.

PHYSIOLOGIE. — *Étude du mécanisme de l'action des graisses dans l'utilisation et l'assimilation des albuminoïdes.* Note de M. F. **Maignon**, présentée par M. E. Leclainche.

Dans deux Notes précédentes (22 juillet et 12 août 1918), nous avons établi que *les graisses exercent une double influence sur les albuminoïdes de la ration alimentaire : qu'elles diminuent leur toxicité et augmentent leur pouvoir nutritif.* Cette dernière action repose sur les faits suivants : 1° Avec la graisse, le minimum d'albumine nécessaire est environ trois fois moindre qu'avec l'amidon; 2° la ration assurant la fixité du poids est plus élevée lorsqu'elle est composée d'albumine et d'amidon que lorsqu'il s'agit du mélange albumine-graisse. La différence est dans le rapport de 5 à 4, les rations étant exprimées en calories.

Comment expliquer ces résultats? Les zootechniciens avaient constaté depuis longtemps que l'administration modérée d'huile, ou mieux de graisses oléagineuses, exerçait une action favorisante sur l'assimilation. Crusius, en 1859, montra l'influence de la richesse du lait en graisse sur l'accroissement des veaux soumis au régime lacté. Crevat, J. Kuhn, et les zootechniciens d'une manière générale, ont conclu de ces faits que les graisses favorisaient la digestion des principes alimentaires, et en particulier des albuminoïdes, en excitant la sécrétion des sucs digestifs.

Cette explication purement digestive est-elle suffisante? Ne s'agit-il, dans nos expériences, que d'une action favorisante sur la digestion? Nous ne le pensons pas.

L'écart entre les minima d'albumine nécessaire avec la graisse et avec l'amidon (1 à 3) est trop considérable pour résulter seulement d'une action stimulante des graisses sur les fonctions digestives. D'autre part, cette hypothèse n'explique pas l'influence atténuante des graisses sur la toxicité des protéines. Ce dernier phénomène ne peut se concevoir que par une diminution des déchets résultant d'une utilisation plus complète des albumines ingérées.

A notre avis, *les graisses exercent une action favorable sur l'assimilation de l'albumine en intervenant dans la reconstitution synthétique des molécules protéiques.* Cette hypothèse trouve un point d'appui solide dans les beaux *travaux de L.-C. Maillard sur le rôle de la glycérine dans la protégenèse, comme agent de condensation des acides aminés.*

Cet auteur, en chauffant à 170° des acides aminés en solution concentrée, en présence d'un excès de glycérine, a obtenu des anhydrides mixtes cycliques par perte de 2^{mol} d'eau entre les groupements $-CO.OH$ et $-NH^2$. La soudure s'effectue par le groupement $-CO-NH-$ qui est le mode de liaison des acides aminés dans les molécules protéiques. La glycérine agit par sa fonction alcool qui est l'objet d'une éthérification provisoire. Les sucres, qui sont des alcools polyatomiques, devraient *a priori* jouir de la même propriété. Mais le glucose renferme en outre une fonction aldéhyde, prédominante dans les principales réactions des sucres et susceptible de masquer les fonctions alcool. D'après Maillard, il est possible toutefois que les sucres puissent, dans des conditions déterminées, agir dans le même sens que la glycérine et réaliser, eux aussi, l'enchaînement peptidique des amino-acides. L'auteur ajoute : « ... cependant leur intervention ne serait que tout accessoire, et dans les conditions habituelles je serais porté à la considérer comme nulle ou insignifiante vis-à-vis de celle de la glycérine. »

L'expérimentation physiologique corrobore pleinement ces conclusions d'ordre chimique. Tandis que nous avons obtenu facilement la fixité prolongée du poids sur le rat blanc avec tous les mélanges expérimentés d'albumine-graisse dans lesquels la graisse variait de $\frac{1}{4}$ à 2, ce résultat n'a pu être obtenu avec l'albumine et l'amidon que plus rarement et avec le seul mélange albumine-amidon, parties égales. Néanmoins, des rats ont été maintenus ainsi en équilibre de poids pendant deux et trois mois. Chez ces animaux, l'utilisation de l'albumine a donc été possible avec le seul concours de l'amidon, mais elle a été moins bonne qu'avec la graisse, du moment que la ration nécessaire correspondait à $50^{cal},75$ et contenait $5^g,59$ d'albumine, au lieu de $39^{cal},50$ et $2^g,77$ d'albumine, qui étaient l'expression de la ration albumine-graisse, parties égales, équivalente comme valeur nutritive.

Pourquoi faut-il, avec les hydrates de carbone, une quantité d'albumine beaucoup plus grande qu'avec la graisse pour couvrir les besoins azotés de l'économie? Pourquoi, en un mot, le rendement de l'albumine est-il moindre avec l'amidon, si les fonctions alcools des sucres peuvent, dans certaines conditions, jouer le rôle peptidogène des fonctions alcools de la glycérine? Cela tient, à notre avis, à ce que dans les graisses, non seulement la glycérine, mais les acides gras eux-mêmes jouent un rôle dans la protéogenèse.

Cette hypothèse est basée sur l'analogie chimique existant entre les acides gras provenant des graisses et les acides aminés des molécules pro-

téiques, qui ne sont autres que des acides de la série grasse ayant subi le phénomène de l'amination. Cette homologie chimique nous permet de comprendre la production de graisse aux dépens de l'albumine, phénomène démontré par nos expériences sur la caséine (¹) et qui consiste en une formation d'acides gras aux dépens d'acides aminés protéiques. Le phénomène inverse a d'ailleurs été réalisé par *S. Baudi* (²) qui a combiné des acides gras avec des acides aminés et obtenu des *lipoprotéides* dans lesquels les caractères physico-chimiques des graisses sont complètement masqués.

Du moment que des acides gras peuvent être extraits de la molécule albumine, *on conçoit que des acides gras provenant des graisses puissent inversement fusionner avec le noyau amino-acide d'une protéine en formation et permettre l'édification d'une molécule qu'il n'eût pas été possible d'obtenir avec les seuls amino-acides disponibles et sans le concours des graisses*. Les acides gras contribueraient ainsi à la formation des albumines spécifiques. De cette manière, *certains acides aminés qui n'auraient pas été utilisables pour la formation de telle protéine peuvent le devenir*.

On s'explique ainsi le meilleur rendement de l'albumine en présence des graisses, de même que l'action atténuante de ces substances sur la toxicité des protéines, par la réduction au minimum des déchets inutilisables.

BACTÉRIOLOGIE. — *Coccobacilles parasites des chenilles de* Pieris brassicæ. Note de M. **A. Paillot**, présentée par M. Marchal.

La grosse invasion de *Pieris brassicæ*, qui causa de si grands ravages en 1917, nous a permis d'isoler un certain nombre de parasites microbiens, dont cinq coccobacilles, qui feront l'objet de la présente Note. Quatre d'entre eux proviennent de la région lyonnaise (plateau de Sathonay); le cinquième a été trouvé à Sellières dans le Jura.

Deux des coccobacilles de la région lyonnaise liquéfient la gélatine et digèrent le sérum de cheval coagulé. L'un d'eux, en bouillon ordinaire, comme dans les autres milieux nutritifs liquides, forme un voile blanc assez épais, mais fragile. Le même coccobacille produit un beau pigment vert fluorescent qui colore toute la masse de la gélose sur laquelle il cultive. Le bouillon ordinaire est seulement coloré dans sa partie supérieure. Sur

(¹) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 1008.
(²) *Biochem. Zeitschr.*, t. 7, 1909, p. 543.

les différents milieux nutritifs solides employés pour la culture, celle-ci forme une couche assez mince, muqueuse plus ou moins transparente.

Ces propriétés de culture rapprochent le coccobacille des chenilles de Piérides, d'une espèce saprophyte très répandue dans la nature et qu'on retrouve souvent dans les putréfactions dans l'eau, l'air et les couches supérieures du sol : *Bacillus fluorescens liquefaciens* Flügge. Nous désignons ce coccobacille sous le nom de *Bacillus pieris fluorescens*.

Le deuxième coccobacille liquéfiant la gélatine ne produit pas de pigment et ne forme pas de voile en bouillon; il est constitué par de petits éléments moins mobiles que ceux de l'espèce précédente. Nous le nommerons *Bacillus pieris liquefaciens*.

Les deux espèces font fermenter le glucose et le galactose, mais sont sans action sur lactose, saccharose, mannite, maltose, dulcite et glycogène. *Bacillus pieris fluorescens* fait en outre fermenter l'arabinose; l'autre espèce, le lévulose, mais faiblement.

Des trois espèces qui ne liquéfient pas la gélatine, deux ont beaucoup de propriétés communes et ne diffèrent l'une de l'autre que par l'action sur les sucres. Le Tableau suivant met en évidence ces caractères différentiels :

	Glucose.	Lévulose.	Lactose.	Saccharose.	Mannite.	Maltose.	Galactose.	Dulcite.	Arabinose.	Glycogène.
B. pieris non liquef. α.	+	+	+	+	—	—	+	—	+	—
B. pieris non liquef. β.	+	+	—	—	+	—	+	—	—	—

Les deux coccobacilles seront désignés sous les noms de *Bacillus pieris non liquefaciens* α et *B. pieris non liquefaciens* β.

La troisième espèce, originaire du Jura, est caractérisée par son action négative sur tous les sucres, sauf le glucose; en outre, les milieux tournesolé, glucosé, lévulosé, saccharosé, mannité, dulcité et glycogéné sont plus ou moins complètement décoloré. Il est constitué par de petits éléments très mobiles, nous le nommerons *Bacillus pieris agilis*.

Inoculé dans le sang des chenilles d'*Euproctis chrysorrhœa*, il détermine les mêmes réactions cellulaires que *Bacillus melolonthæ liquefaciens* γ mais avec moins d'intensité. Les inclusions acidophiles apparaissent assez tardivement et seulement lorsque les Bacilles pullulent dans le sang; elles se forment seulement dans les éléments sanguins à petit noyau et protoplasme clair.

Des cinq coccobacilles qui viennent d'être décrits, *Bacillus pieris fluorescens* est celui qui a été rencontré le plus fréquemment; plusieurs souches différentes ont été isolées et étudiées comparativement, mais elles ne diffèrent que par l'intensité de la fonction pigmentaire; on ne peut donc les considérer comme des variétés d'une même espèce.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 18 heures et demie.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE DÉCEMBRE 1918 (*suite et fin*).

Étude des courants électriques alternatifs, par H. PÉCHEUX. Paris, Delagrave, 1918; 1 vol. 27cm,5.

Recueil de problèmes d'Électricité (avec solutions raisonnées), par H. PÉCHEUX. Paris, Delagrave, 1918; 1 vol. 27cm,5.

Le nivelage des terres en Égypte, par VICTOR-M. MOSSÉRI et CHARLES AUDEBEAU BEY. (Extrait du *Bulletin de l'Institut égyptien*, 5e série, t. XII. Année 1918.) Le Caire, Imprimerie de l'Institut français d'Archéologie orientale, 1918; 1 fasc. 24cm. (Présenté par M. Lallemand.)

Bibliographie du calcul des variations depuis les origines jusqu'à 1850, comprenant la liste des travaux qui ont préparé ce calcul, par MAURICE LECAT. Paris, A. Hermann, et Gand, Ad. Hoste, 1918; 1 fasc. 24cm.

La tension de vapeur des mélanges de liquides : l'azéotropisme, par MAURICE LECAT. Gand, Ad. Hoste, et Bruxelles, Henri Lamertin, 1918; 1 vol. 25cm.

Service hydrographique de la Marine. *Tables des marées*, no 109 : *Des colonies françaises des mers de Chine pour l'an* 1919; no 110 : *Des colonies françaises de l'océan Indien pour l'an* 1919; no 111 : *Des colonies françaises de l'Atlantique pour l'an* 1919. Paris, Imprimerie nationale, 1918; 3 fasc. 14cm.

Service hydrographique de la Marine. *Recueil des corrections de Cartes*. Partie B : Côtes des mers d'Europe ne figurant pas dans la Partie A, côtes ouest et sud d'Afrique, îles éparses de l'océan Atlantique, état au 1er janvier 1918. Paris, Imprimerie nationale, 1918; 1 fasc. 23cm.

La marine de commerce, par E. BERTIN. (Extrait du *Bulletin*, de juillet-août 1918, de la Société d'encouragement pour l'Industrie nationale.) Paris, 1918; 1 fasc. 27cm,5.

La documentation technique et industrielle, par le Général SEBERT. (Extrait du *Génie civil* des 25 mai et 1er juin 1918.) Paris, 1918; 1 fasc. 23cm.

La Préhistoire du Caducée, par le Dr MARCEL BAUDOUIN. (Extrait de la *Médecine internationale illustrée*). Paris, Imprimerie de la Bourse du Commerce, 1918; 2 fasc. 25cm.

Triangométrie, par JOSEPH BINON. Paris, Ch. Béranger, 1916; 1 fasc. 17cm.

The engineering profession fifty years hence, by Dr J.-A.-L. WADDELL. Lancaster, Pa., the new era printing Company, 1918; 1 fasc. 25cm.

Smithsonian Institution United States National Museum. *Report on the progress and condition of the united states national Museum for the year ending june* 30, 1917. Washington, Government printing Office, 1918; 1 vol. 23cm.

Archæological Survey of India, new imperial series, vol. XL. *The astronomical Observatories of Jai Singh*, by G.-R. KAYE. Calcutta, Government printing, 1918; 1 vol. 33cm,5.

Nineteenth annual report of the Michigan Academy of science, prepared under the direction of the council by G.-H. COONS. Lansing, Wynkoop Hallenbeck Crawford Co, 1917; 1 vol. 23cm.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 MARS 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur l'écoulement des fluides.* Note de M. L. LECORNU.

Hugoniot a publié en 1886, dans les *Comptes rendus* (t. 103), une Note intitulée : *Sur un théorème relatif au mouvement permanent et à l'écoulement des fluides*. On y lit que « dans le mouvement permanent d'un fluide, la vitesse au point du filet où se produit le maximum de contraction est égale à la vitesse du son correspondant à la pression et à la densité en ce point ».

Ainsi énoncé sans restriction, le théorème est inexact : on le reconnaît immédiatement en remarquant qu'il ne saurait être applicable au cas d'un écoulement lent comme celui qui se produit à la sortie d'un réservoir dont la pression excède très peu celle de l'atmosphère. D'ailleurs, en examinant la démonstration de Hugoniot, on constate qu'elle ne suppose pas plutôt l'existence d'un minimum de section que celle d'un maximum : or il est invraisemblable, *a priori*, que, dans une section d'aire maximum, la vitesse du son soit jamais atteinte.

En fait, il existe, comme nous allons le voir, un autre état possible du fluide dans les étranglements ou les renflements d'un filet.

Soit m le débit du filet considéré, c'est-à-dire la masse qui s'écoule dans l'unité de temps; soient ρ, v la densité et la vitesse en un point où la section est ω. On a l'équation de continuité :

$$(1) \qquad \rho v \omega = m.$$

Appelons, d'autre part, R l'intégrale indéfinie $\int \frac{dp}{\rho}$ où p désigne la pression supposée dépendre de la seule variable ρ. L'hydrodynamique fournit la seconde équation :

$$(2) \qquad v^2 = 2(R_0 - R),$$

où l'indice *zéro* se rapporte à la densité ρ_0 du fluide contenu dans le réservoir qui alimente l'écoulement.

La vitesse a du son, pour une densité ρ, est, comme l'on sait, fournie par la formule

$$(3) \qquad a^2 = \frac{dp}{d\rho} = R'\rho.$$

Remarquons en passant que, d'après cette formule, la dérivée R' est essentiellement positive.

Donnons-nous le débit m et différentions les équations (1) et (2) le long du filet. Il vient, en tenant compte de (3) :

$$\rho\, dv + v\, d\rho = -m\frac{d\omega}{\omega^2} = -\rho v \frac{d\omega}{\omega},$$
$$\rho v\, dv + a^2 d\rho = 0;$$

d'où

$$(4) \qquad \begin{cases} (a^2 - v^2)\, d\rho = \rho v^2 \dfrac{d\omega}{\omega}, \\ (a^2 - v^2)\, dv = -a^2 v \dfrac{d\omega}{\omega}. \end{cases}$$

Ces équations montrent que si, comme nous l'admettons, la densité et la pression varient d'une façon continue, la vitesse du son ne peut être atteinte que là où s'annule $d\omega$, c'est-à-dire pour un maximum ou un minimum de section; mais il n'est pas vrai de dire que, réciproquement, si $d\omega$ s'annule, on a nécessairement $a - v = 0$: car il peut aussi arriver que, dans une pareille section, ce soient dv et $d\rho$ qui s'annulent.

Pour trancher la question, différentions une seconde fois (en prenant pour variable indépendante le chemin parcouru sur le filet), puis annulons $d\omega$. Nous trouvons :

$$(5) \qquad \begin{cases} (a^2 - v^2)\, d^2\rho + 2(a\, da - v\, dv)\, d\rho = \rho v^2 \dfrac{d^2\omega}{\omega}, \\ (a^2 - v^2)\, d^2 v + 2(a\, da - v\, dv)\, dv = -a^2 v \dfrac{d^2\omega}{\omega}. \end{cases}$$

Dans l'hypothèse $v = a$, il reste simplement

$$2(da - dv)\,d\rho = \rho a \frac{d^2\omega}{\omega},$$

$$2(da - dv)\,dv = -a^2 \frac{d^2\omega}{\omega}.$$

Si, de plus, $d\omega = 0$, d'où $\rho\, dv + \rho\, dv = 0$, il vient

$$(6) \qquad 2\left(\frac{da}{d\rho} + \frac{a}{\rho}\right) d\rho^2 = \rho a \frac{d^2\omega}{\omega}.$$

La dérivée $\frac{da}{d\rho}$ est positive : car la vitesse du son croît avec la densité. C'est là, si l'on veut, un fait d'expérience; on le vérifie d'ailleurs aisément au moyen de l'équation exprimant p en fonction de ρ dans la transformation adiabatique d'un gaz, parfait ou non.

D'après cela, l'équation (6) n'est possible que si $d^2\omega$ est positif, c'est-à-dire si l'on a affaire à un minimum de section. En cas de maximum, il faut, dans les équations (4), exclure la solution $v = a$, ce qui conduit à annuler $d\rho$ et dv. Les équations (5) se réduisent ainsi à

$$(7) \qquad \begin{cases} (a^2 - v^2)\, d^2\rho = \rho v^2 \dfrac{d^2\omega}{\omega}, \\ (a^2 - v^2)\, d^2 v = -a^2 v \dfrac{d^2\omega}{\omega}; \end{cases}$$

$d^2\omega$ étant positif, on voit que $d^2\rho$ et $-d^2v$ ont le signe de $a^2 - v^2$. Il en résulte qu'à un maximum de section correspondent un minimum de densité et un maximum de densité, ou inversement, suivant que la vitesse en cet endroit est inférieure ou supérieure à celle du son.

Il reste à voir ce qui se passe quand le filet présente un minimum de section.

Remarquons d'abord que, pour une section donnée, la vitesse du son correspond toujours à un maximum de débit. Ce débit est, en effet, $\omega\rho\sqrt{2(R_0 - R)}$, expression dont la dérivée par rapport à ρ s'annule pour $\sqrt{R_0 - R} = \frac{R'\rho}{2\sqrt{R_0 - R}}$, d'où $2(R_0 - R) = R'\rho$, c'est-à-dire $v^2 = a^2$. Il s'agit bien là d'un maximum et non pas d'un minimum; car, en prenant la dérivée seconde de $\rho\sqrt{R_0 - R}$, puis remplaçant $2(R_0 - R)$ par a^2, on trouve $-\sqrt{2}\frac{da}{d\rho}$, expression négative. Observons aussi que l'équation

$2(R_0 - R) = R'\rho$, ou $2R_0 = R'\rho + 2R$, n'admet, quand on se donne ρ_0, qu'une seule racine positive ρ_1, comprise entre zéro et ρ_0, attendu que la fonction $R'\rho + 2R$, constamment croissante avec ρ, ne prend qu'une seule fois la valeur $2R_0$.

Ceci posé, soient ω_1 et ω_2 $(\omega_1 < \omega_2)$ deux sections contractées d'un même filet. Elles ne peuvent posséder toutes les deux la densité ρ_1, sans quoi leurs débits seraient inégaux. Cette densité ne peut se réaliser que dans la section ω_1, qui atteint alors son débit maximum; la densité ρ_2 dans la section ω_2 résulte de l'équation $\omega_2\rho_2\sqrt{R_0 - R_2} = \omega_1\rho_1\sqrt{R_0 - R_1}$ et correspond à une vitesse différente de celle du son.

Il ressort de cette discussion que, quel que soit le nombre de sections dilatées ou contractées, c'est uniquement dans la plus petite des sections contractées que peut être atteinte la vitesse du son.

J'ajouterai encore la remarque suivante. Considérons une tuyère pourvue d'un seul col et adaptée à un réservoir où règne la densité ρ_0. Tant que ρ_0 ne dépasse que légèrement la densité du milieu ambiant, l'étranglement est traversé avec une vitesse inférieure à celle du son, et la densité, malgré la présence de l'étranglement, décroît entièrement dans tout le parcours de cette tuyère. Si l'on augmente peu à peu ρ_0, il arrive un moment où la vitesse du son est atteinte dans le col; dès lors la densité devient croissante depuis le col jusqu'au débouché extérieur. On en conclut qu'à cet instant critique se produit, en aval du col, un brusque changement de régime : dans chacune des sections d'aval, la densité éprouve une variation, infiniment petite au voisinage du col, mais de grandeur finie pour les sections situées à distance finie de celui-ci. On sait que de pareilles discontinuités de régime se rencontrent fréquemment dans la dynamique des fluides gazeux.

ASTRONOMIE. — *Sur l'étude des perturbations de l'axe optique d'une lunette méridienne en direction.* Note [1] de M. Maurice Hamy.

La détermination des constantes m, n, U_0, définies dans ma Communication du 24 février, peut être conduite de la façon suivante [2] :

---

(1) Séance du 24 février 1919.

(2) Les renvois aux formules dont les numéros d'ordre sont inférieurs à (12) et aux figures, correspondent à ma première Communication du 24 février publiée dans les *Comptes rendus* du 3 mars 1919.

Détermination de U_0. — On peut déterminer U_0 par des observations faites sur deux collimateurs C′ et C″, disposés à 180° l'un de l'autre, de part et d'autre de la lunette, et réglés de façon à avoir leurs axes optiques parallèles et très peu inclinés sur le méridien.

Désignons par V′ la lecture de la tête de vis micrométrique, pour les pointés faits sur l'un des collimateurs C′ dont les rayons, faisant l'angle α avec le méridien, sont supposés avoir la déclinaison $\mathcal{D}$. Appelons, d'autre part, l' la lecture faite sur l'image du petit trou o de la figure 2, fournie par les rayons déviés par les prismes à double réflexion. Pour le second collimateur C″, les rayons font l'angle $-\alpha$ avec le méridien et possèdent la déclinaison $\pi+\mathcal{D}$. Appelant V″ et l'' les valeurs respectives des paramètres V et l de la formule (11), pour les observations correspondant au collimateur C″, on a, d'après ce qui précède, pour le premier collimateur,

$$\alpha = m\cos\mathcal{D} + n\sin\mathcal{D} + k(V' - U_0) - kl';$$

pour le second,

$$-\alpha = -m\cos\mathcal{D} - n\sin\mathcal{D} + k(V'' - U_0) - kl'',$$

d'où l'on tire immédiatement

$$2U_0 = k(V' + V'') - k(l' + l''), \tag{12}$$

formule dont le second membre est connu.

Détermination de n. — U_0 connu, n se détermine, comme à l'ordinaire, en appliquant l'équation (10) à une étoile polaire, puis à une étoile équatoriale.

Appelant $\mathcal{A}_1$ l'ascension droite de la polaire, $\mathcal{D}_1$ sa déclinaison, t_1 l'heure de l'observation donnée par la pendule, V_1 la lecture de la tête de vis micrométrique indiquant la position du fil auquel est faite l'observation, l_1 la lecture l correspondant à la déclinaison $\mathcal{D}_1$, on a

$$\mathcal{A}_1 = t_1 + Cp + m + n\tang\mathcal{D}_1 + k(V_1 - U_0)\operatorname{séc}\mathcal{D}_1 - kl_1\operatorname{séc}\mathcal{D}_1.$$

On a de même, pour une étoile équatoriale,

$$\mathcal{A}_2 = t_2 + Cp + m + n\tang\mathcal{D}_2 + k(V_2 - U_0)\operatorname{séc}\mathcal{D}_2 - kl_2\operatorname{séc}\mathcal{D}_2.$$

Retranchant ces deux relations membre à membre, on forme une équation où tout est connu sauf n.

Détermination de m. — Cette détermination se fait après avoir observé

le nadir. Le nadir étant un point du méridien, si l'on appelle V_N la lecture de la tête de vis micrométrique, quand le fil coïncide avec son image réfléchie, l'angle f, donné par la formule (11), est alors nul, si l'on y remplace V par V_N. On a donc, en faisant $\mathcal{D} = -(\pi - \varphi)$, φ désignant la latitude,

$$m \cos\varphi + n \sin\varphi = k(V_N - U_0 - l_N),$$

formule dont le second membre est connu et qui peut s'écrire, en tenant compte de l'équation (12),

$$(13) \qquad m \cos\varphi + n \sin\varphi = k\left(V_N - \frac{V' + V''}{2} - l_N + \frac{l' + l''}{2}\right).$$

D'après la formule (12), la formule (10) peut se mettre elle-même sous la forme

$$(14) \qquad \mathcal{A} = t + Cp + m + n \operatorname{tang}\mathcal{D} + k\left(V - \frac{V' + V''}{2} - l + \frac{l' + l''}{2}\right) \operatorname{séc}\mathcal{D}.$$

Les formules (13) et (14) donnent la solution complète du problème que nous nous étions proposé de résoudre. Elles sont indépendantes de la direction initiale $\mathcal{D}_0$ de la lunette, dont nous avons parlé, dans notre Communication du 24 février, pour exposer clairement la question. Elles montrent de quelle façon interviennent les pointés exécutés, avec le fil mobile de la lunette méridienne, sur l'image du petit trou o, disposé au foyer du collimateur C de la figure 2, pour corriger les effets des irrégularités des tourillons et de la flexion.

Remarque I. — Nous avons admis, pour arriver à ce résultat, que l'ensemble du collimateur C de la figure 2 et de la lunette méridienne reste stable, au cours des opérations. Il convient de montrer comment on peut s'affranchir de cette condition. Reportons-nous à la formule (9) et remplaçons-y $a - \mu_0$ par a' et $b - \nu_0$ par b'. Elle prend la forme

$$\varepsilon = k(l - l_0) + a'(\cos\mathcal{D} - \cos\mathcal{D}_0) + b'(\sin\mathcal{D} - \sin\mathcal{D}_0).$$

Si tout le système est stable, a', b' et b_0 restent constants, au cours des opérations. Si ces paramètres varient un peu et se changent a' en A', b' en B', à un moment donné, il entrera d'autres lectures L et L_0 à la place de l et l_0 dans la formule, en sorte qu'on aura aussi, pour la déclinaison $\mathcal{D}$,

$$\varepsilon = k(L - L_0) + A'(\cos\mathcal{D} - \cos\mathcal{D}_0) + B'(\sin\mathcal{D} - \sin\mathcal{D}_0),$$

ε ne changeant pas, puisque c'est la variation d'inclinaison de l'axe optique de la lunette, sur le méridien, quand on passe de la déclinaison $\mathfrak{D}_0$ à la déclinaison $\mathfrak{D}$, qui ne dépend pas de la position relative de la lunette et du collimateur C. Retranchant ces deux relations et posant

$$z_0 = -k(l_0 - L_0) - (a' - A')\cos\mathfrak{D}_0 - (b' - B')\sin D_0$$

on obtient

$$(15) \qquad k(l - L) + (a' - A')\cos\mathfrak{D} + (b' - B')\sin\mathfrak{D} + z_0 = 0.$$

Appliquant cette relation à trois directions $\mathfrak{D}_1$, $\mathfrak{D}_2$, $\mathfrak{D}_3$, déjà considérées au début des opérations et pour lesquelles $(l - L)_1$, $(l - L)_2$, $(l - L)_3$ sont, par conséquent, connus on a

$$(16) \qquad \left\{ \begin{array}{l} k(l - L)_1 + (a' - A')\cos\mathfrak{D}_1 + (b' - B')\sin\mathfrak{D}_1 + z_0 = 0, \\ k(l - L)_2 + (a' - A')\cos\mathfrak{D}_2 + (b' - B')\sin\mathfrak{D}_2 + z_0 = 0, \\ k(l - L)_3 + (a' - A')\cos\mathfrak{D}_3 + (b' - B')\sin\mathfrak{D}_3 + z_0 = 0. \end{array} \right.$$

Les quantités k, $(a' - A')$, $(b' - B')$, z_0, non nulles simultanément, figurent au premier degré et d'une façon homogène dans les équations (15) et (16), il s'ensuit qu'on a

$$\begin{vmatrix} l - L & \cos\mathfrak{D} & \sin\mathfrak{D} & 1 \\ (l - L)_1 & \cos\mathfrak{D}_1 & \sin\mathfrak{D}_1 & 1 \\ (l - L)_2 & \cos\mathfrak{D}_2 & \sin\mathfrak{D}_2 & 1 \\ (l - L)_3 & \cos\mathfrak{D}_3 & \sin\mathfrak{D}_3 & 1 \end{vmatrix} = 0,$$

équation d'où l'on tirera l connaissant L. C'est, en effet, l qui est l'inconnue, puisqu'il faut ramener les observations faites, au cours des expériences, à ce qu'elles auraient été si le collimateur C était resté stable.

En résumé, il suffit de répéter, de temps à autre, dans trois directions de repère arbitrairement choisies, les mesures faites au foyer de la lunette méridienne, sur l'image de l'ouverture o du collimateur C (*fig.* 2), pour pouvoir ramener toutes les observations à ce qu'elles auraient été si le système formé par la lunette et ce collimateur était demeuré invariable.

Remarque II. — La formule (9), sur laquelle repose la méthode qui a été exposée ci-dessus, suppose elle-même essentiellement la constance de la déviation angulaire des prismes à double réflexion, dans toutes les orientations de la lunette méridienne. Si, pour une cause quelconque, cette dévia-

tion venait à subir de faibles changements, notre point de départ serait inexact. On peut se mettre à l'abri d'incertitudes de ce genre, en disposant un second collimateur et un second train de prismes, identiques à ceux représentés (*fig.* 2), symétriquement par rapport au méridien.

Nous allons voir, en effet, qu'en observant, au micromètre de la lunette méridienne, les deux images venant de l'un et l'autre collimateur, et en prenant la moyenne des lectures, on élimine complètement l'erreur dont il a été question ci-dessus, en faisant en sorte que les causes pouvant amener les déformations des prismes agissent symétriquement sur l'un et l'autre train.

Dans l'hypothèse où nous nous plaçons, la normale p au méridien dont il a été question pour établir la formule (9), après réflexions à travers les prismes du premier train, c'est-à-dire la droite NS de la figure 4, ne fait pas un angle constant avec le méridien, quand la déclinaison de la lunette varie. Il en résulte que l'on devra ajouter un terme correctif variable Θ à la formule (9), pour l'un des trains, et un terme correctif égal et de signe contraire, pour l'autre train, en raison de la symétrie des choses.

Désignant par $l_0^{(1)}$, $l^{(1)}$ les lectures faites à la lunette méridienne, sur l'image de la petite ouverture o (*fig.* 2), fournie par le premier train de prismes et observée dans les deux directions $\mathfrak{D}_0$ et $\mathfrak{D}$ de la lunette; appelant $l_0^{(2)}$, $l^{(2)}$ les lectures analogues pour le second train; posant enfin $a' = a - \mu_0$, $b' = b - \nu_0$ et affectant les lettres a' et b' des indices 1 et 2, correspondant à l'un et l'autre train, l'équation (9) donne :

Pour le premier train :

$$\varepsilon = k(l_0^{(1)} - l^{(1)}) + a'_1(\cos\mathfrak{D} - \cos\mathfrak{D}_0) + b'_1(\sin\mathfrak{D} - \sin\mathfrak{D}_0) + \Theta;$$

Pour le second train :

$$\varepsilon = k(l_0^{(2)} - l^{(2)}) + a'_2(\cos\mathfrak{D} - \cos\mathfrak{D}_0) + b'_2(\sin\mathfrak{D} - \sin\mathfrak{D}_0) - \Theta.$$

Prenant la moyenne de ces équations et posant

$$\alpha' = \frac{a'_1 + a'_2}{2}, \qquad \beta' = \frac{b'_1 + b'_2}{2}, \qquad \frac{l^{(1)} + l^{(2)}}{2} = l, \qquad \frac{l_0^{(1)} + l_0^{(2)}}{2} = l_0,$$

il vient

$$\varepsilon = k(l_0 - l) + \alpha'(\cos\mathfrak{D} - \cos\mathfrak{D}_0) + \beta'(\sin\mathfrak{D} - \sin\mathfrak{D}_0),$$

où α' et β' sont des constantes, relation de même forme que l'équation (9). Il en résulte que les formules (13) et (14) sont encore valables, dans le cas

où la déviation des trains de prismes subit de légères modifications, à condition d'y remplacer les lectures micrométriques, désignées par la lettre l, affectée ou non d'accents, par les moyennes des lectures du tambour micrométrique correspondant aux deux images auxiliaires, fournies par les rayons qui ont traversé les deux trains de prismes à doubles réflexions. On est alors complètement exempt des variations possibles des angles de ces prismes.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur une réaction très sensible du cuivre. Application à l'analyse des cendres et des terres arables.* Note de MM. **L. Maquenne** et **E. Demoussy**.

Lorsqu'on traite par le ferrocyanure de potassium une solution chlorhydrique de cendres, suffisamment concentrée et soigneusement dépouillée de fer et de manganèse, on voit d'ordinaire la liqueur se teinter en rose jaunâtre, indice de la présence du cuivre. Mais dans la plupart des cas cette coloration n'est pas stable; elle s'atténue d'elle-même rapidement et finit par faire place à un trouble qui, par le repos ou la centrifugation, se résout en un précipité noirâtre, nuancé de brun ou de bleu, comme si la dissolution renfermait encore du fer.

En recherchant la cause de cette anomalie, nous avons reconnu qu'elle est due à la présence du zinc qui, comme on le sait, accompagne généralement le cuivre dans les organes végétaux. Si, en effet, on ajoute du ferrocyanure à une solution cuivrique très étendue, acidulée par l'acide chlorhydrique et additionnée d'une proportion variable de sulfate de zinc, on arrive à reproduire synthétiquement toutes ces apparences et même, quand le poids de zinc ajouté dépasse le double de celui du cuivre, à obtenir un précipité qui se rassemble par centrifugation en une masse d'un beau bleu outremer. Rien de semblable ne s'observe quand on mélange deux liqueurs acides tenant en suspension, l'une du ferrocyanure de cuivre, l'autre du ferrocyanure de zinc précipités isolément; le corps bleu n'apparaît que lorsqu'on opère sur une dissolution renfermant les deux métaux à la fois, ce qui prouve que la réaction qui lui donne naissance ne peut s'effectuer qu'entre sols et non entre gels. On a là un excellent exemple de l'influence qu'exerce l'état physique d'un colloïde sur ses aptitudes réactionnelles. C'est évidemment au mélange de ce composé cuprozincique bleu avec un excès de ferrocyanure de cuivre rouge qu'il faut attribuer la couleur rabattue du précipité qu'on obtient, comme nous l'avons dit plus

haut, quand on ajoute du ferrocyanure de potassium à une solution acide de cendres.

La coloration bleue qui se développe ainsi atteint son maximum d'intensité et de pureté lorsque le zinc est de 4 à 5 fois plus abondant que le cuivre; elle pâlit naturellement à mesure qu'on élève ce rapport, par suite de la formation de ferrocyanure zincopotassique en excès. Toujours plus intense, toutes choses égales d'ailleurs, que la teinte rosée qui se développerait sans zinc, elle apparaît encore dans des solutions étendues au point de ne plus rien donner de visible avec le ferrocyanure seul. C'est ainsi que, sous le volume de $1^{cm^3},5$ à 2^{cm^3}, elle est déjà forte avec $0^{mg},01$ de cuivre métallique; avec $0^{mg},005$ elle reste extrêmement nette et avec $0^{mg},0025$, autrement dit dans une solution renfermant seulement 1^{mg} à $1^{mg},5$ de cuivre par litre, la teinte bleue du précipité est encore perceptible dans de bonnes conditions, c'est-à-dire lorsque le cuivre et le zinc sont en proportions convenables et que la liqueur ne renferme pas de sels étrangers : les chlorures alcalins et surtout le chlorure d'ammonium sont en effet capables de l'affaiblir et même, à un certain degré de concentration, de la faire disparaître.

C'est donc la plus sensible de toutes les réactions minérales propres à caractériser de très petites quantités de cuivre; il importe seulement, pour qu'elle soit concluante, que la solution soit bien exempte d'acide nitrique et de fer; si l'on a quelque doute sur ce dernier point, il faut rassembler le précipité à la centrifugeuse, le délayer dans quelques gouttes d'une solution moyennement concentrée de chlorhydrate d'ammoniaque, le décolorer par un léger excès d'ammoniaque et enfin aciduler par un peu d'acide chlorhydrique : dans le cas du fer la coloration bleue réapparaît aussitôt, dans le cas du cuivre elle est remplacée par la couleur rose du ferrocyanure cuivrique, dilué dans un excès de ferrocyanure zincopotassique. On évite d'ailleurs toute incertitude en séparant d'abord le cuivre de sa solution acide par électrolyse.

La méthode est plus rapide que les procédés d'analyse classiques et n'exige que de très petites quantités de matière, ce qui est un avantage considérable quand on se propose de rechercher le cuivre dans les cendres de graines, dont la préparation est le plus souvent assez pénible. Voici alors comment nous opérons.

Les cendres (de 50^{mg} à 200^{mg}), préalablement calcinées, dans une capsule de quartz, en présence de quelques gouttes d'acide azotique et d'un léger excès d'acide sulfurique, pour parfaire leur comburation et insolubiliser la majeure partie du calcium, sont traitées par $1^{cm^3},5$ d'acide sulfurique à

5 pour 100; on maintient à l'ébullition pendant une vingtaine de minutes, en remplaçant l'eau qui s'évapore, pour transformer les pyrophosphates en orthophosphates, on transporte le liquide, avec les eaux de lavage, dans un petit tube bouché de 8^{mm} de diamètre et 70^{mm} à 75^{mm} de longueur, on centrifuge pour séparer les particules de silice et de sulfate de chaux restées en suspension et l'on soumet la liqueur, dont le volume doit être alors voisin de $2^{cm^3},5$, à l'électrolyse (6 à 8 milliampères pour une électrode de 2×10 millimètres). Après une douzaine d'heures on lave la cathode avec 3 gouttes d'acide nitrique chaud et un peu d'eau, on évapore, on calcine, on reprend par 3 gouttes d'acide chlorhydrique, on lave et l'on verse la solution dans un tube bouché semblable au précédent, en s'arrangeant de manière que le volume total du liquide ne dépasse pas 2^{cm^3}. On ajoute alors 2 gouttes (1) de sulfate de zinc à 1,104 pour 100 (quantité correspondante à $0^{mg},25$ de zinc) et 1 goutte de ferrocyanure de potassium à 10 pour 100, fraîchement préparé. Si le cuivre est abondant, auquel cas il était déjà visible sur la cathode à la fin de l'électrolyse, il se produit aussitôt une coloration rosée qui bientôt, surtout si l'on agite, passe au bleu franc; si la quantité de cuivre est inférieure à $0^{mg},01$, la coloration bleue apparaît d'emblée au bout de quelques minutes, et c'est alors le seul caractère qui permette d'affirmer la présence du cuivre au cours de ces opérations. La teinte que présente le précipité, rassemblé à la centrifugeuse, se laisse facilement comparer à celle de types de richesse connue, ce qui donne le moyen d'apprécier avec une certaine approximation le poids du cuivre qu'il renferme.

Remarque. — Les opérations qui viennent d'être décrites, et particulièrement les calcinations en présence d'acide azotique et d'acide sulfurique, doivent être toutes exécutées dans le quartz ou la porcelaine; les capsules de platine que l'on emploie d'ordinaire en pareil cas peuvent, en effet, céder aux acides et aux bisulfates, à chaud, plusieurs centièmes de milligramme de cuivre, c'est-à-dire une quantité très supérieure, en général, à celle que l'on recherche. Il est enfin nécessaire de s'assurer, par des expériences à blanc, que le cuivre trouvé provient bien des cendres et n'a pas été apporté par les réactifs, les poussières émanées des brûleurs ou toute autre cause accidentelle.

(1) Une seule goutte suffit quand il n'y a que très peu de cuivre : la coloration est alors plus forte.

En opérant ainsi nous avons trouvé dans un certain nombre de graines (blé, maïs, pois, haricots, ricin, aucuba, etc.), prises à l'état normal, des quantités de cuivre comprises entre 3^{mg} et 8^{mg} au kilogramme : chiffres qui n'ont d'intéressant que leur ordre de grandeur, puisque la minéralisation des plantes est sous la dépendance de la composition, essentiellement variable, du sol qui les a nourries. La même méthode permet, presque sans modification, de déceler et de doser approximativement le cuivre dans les terres arables; toutes celles que nous avons essayées en renferment, dans la proportion moyenne de 2^{mg} à 30^{mg} par kilogramme (cuivre attaquable, après calcination, par l'acide sulfurique à 10 pour 100 bouillant), ce qui permet d'effectuer la recherche sur 5^{g} de matière seulement.

MÉMOIRES LUS.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur un détendeur de vapeur dont la pression réduite croît avec la dépense de la conduite*, par M. **H. Parenty**.

La pression réduite d'un détendeur commandant une conduite de distribution de vapeur doit être modifiée suivant la dépense variable des divers ateliers et la sécurité du personnel exige que ce réglage soit automatique.

a. A la fin de ma Note du 22 janvier 1912 (¹) je me réservais d'étendre à la vapeur les dispositions par lesquelles j'avais obtenu le *tirage* progressif d'une conduite de gaz, en la faisant précéder d'une soupape de régulation tout d'abord, puis d'un rhéomètre convergent divergent, comportant deux tuyères tronconiques opposées par la plus petite base. Les trois niveaux piézométriques : p_0 à l'entrée, p_2 à la sortie des cônes, p_1 dans la région périphérique du parallèle de surface minima ω qui sert de jauge à mon compteur de vapeur, se présentent dans l'ordre de grandeur

$$p_0 > p_2 > p_1.$$

b. L'industrie utilise le vide relatif p_1 du milieu *ambiant* d'un *col* où se lamine la vapeur, pour aspirer des fluides extérieurs, et j'ai récemment

(¹) H. Parenty, *Sur la régulation progressive des pressions, à l'entrée d'une conduite de distribution d'eau, de gaz ou de vapeur* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 186).

établi (¹) qu'en un jet *régularisé* (²) dont les masses animées des vitesses du son correspondant à leurs températures, enchevêtrent leurs trajectoires dans les souples limites d'une gaine ondulée en forme de gourde, la pression constante externe p_1, inférieure d'abord à la pression variable interne p_L, enfle les *nœuds* successifs de chaleur, vitesse sonore et densité, et les transforme, vers l'aval, en *ventres* ovoïdes froids, stagnants et raréfiés, ou p_L s'abaisse à son tour au-dessous de p_1 ; ce qui engendre une onde *stationnaire* dont l'énergie répond à la détente de p_L à p_1 et dont on peut déterminer la longueur λ et la période θ. Le rythme de cette *pulsation* provient de ce qu'en raison de la limitation des vitesses, les forces p_1 et p_L ne s'équilibrent pas au même point que leurs énergies. Il ne saurait y avoir de position de repos. C'est la genèse d'une *agitation* cartésienne. La matière du jet *rejaillit* indéfiniment sur la pression p_1 de son milieu.

c. Mon artifice consiste, pour le gaz, à régler cette curieuse pression minima p_1 du rhéomètre biconique, en la faisant agir sur la soupape d'admission au premier cône, par l'entremise d'un piston équilibré, à joints hydrauliques. Tout mouvement de ce piston dû à une variation de p_1, modifie l'ouverture de la soupape, en telle sorte que p_1 demeure constant. Toute augmentation du débit fait dès lors croître p_0, et toute augmentation de p_0 fait croître le débit. Cette action réflexe établit à la longue un régime analogue au *tirage* d'une cheminée.

d. Pour appuyer ma théorie, je ne dispose plus du témoignage lumineux de 500 *becs galerie*, dont l'éclat individuel n'a jamais varié pendant les périodes d'allumage et d'extinction de l'ensemble, et pour ce qui tient à l'invisible vapeur, je dois me borner à ne pas être trop obscur en mes explications. Et tout d'abord, mon but n'est pas ici de régler une pression à l'entrée de la conduite, mais d'assurer une dépense dont la valeur dépend de p_0, p_1 et ω, ce qui nécessite un réglage et m'oblige à résumer les lois expérimentales du débit de la vapeur que je prétendais avoir établies en 1893 (³), mais qui, en raison peut-être de leur simplicité inattendue, furent alors frappées d'une suspicion capable d'arrêter le succès de mon œuvre.

(¹) H. Parenty, *Genèse d'une agitation cartésienne dans un jet de vapeur dont la vitesse se limite à la vitesse du son* (*Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 667).

(²) H. Parenty, *Constitution du jet régularisé de vapeur* (*Comptes rendus*, t. 119, 1894, p. 183).

(³) H. Parenty, *Sur la loi générale et les formules de l'écoulement de la vapeur d'eau saturée* (*Comptes rendus*, t. 116, 1893, p. 1120).

e. Soient Π le débit en poids; R_1 le rapport de la dépression $p_0 - p_1$ à la pression amont p_0; ϖ_0 le poids du mètre cube; g l'accélération de la pesanteur; ω la section; m le coefficient de débit de l'orifice *noyé dans l'eau;* a un paramètre thermique $= 0,4758$ pour la vapeur, et fonction du rapport des coefficients C et c de chaleur spécifique (unités : sec., mètre, tonne) :

$$(1) \qquad \Pi_L = a\omega\sqrt{2mgp_0\varpi_0}, \qquad \text{(débit limite)},$$

$$(5) \qquad \Pi_1 = \Pi_L\sqrt{\frac{2m}{a}R_1\left(1 - \frac{m}{2a}R_1\right)} \qquad \text{(débit variable)}.$$

Pour chaque valeur de p_0 quand la contre-pression p_1 croît de o à $\left(1 - \frac{a}{m}\right)p_0$, le débit se régularise (¹), et ne dépend que de p_0 dont il est sensiblement une fonction linéaire :

$$(4) \qquad \pi_L = 0,006\,296\,a\omega\sqrt{2mg}\,(1 + 1,1335\,p_0).$$

Quand p_1 croît ensuite jusqu'à p_0, le débit descend le contour d'un quadrant d'ellipse d'abscisse R_1 (¹) qui se rapproche en ses derniers éléments de la parabole dont j'ai fait la formule réduite de mon compteur de vapeur (¹), et qui, pour de faibles valeurs de $h = p_0 - p_1$, fournit le débit horaire

$$\pi_1 = 1,591\sqrt{h\varpi_0},$$

que le compteur indique, enregistre et totalise.

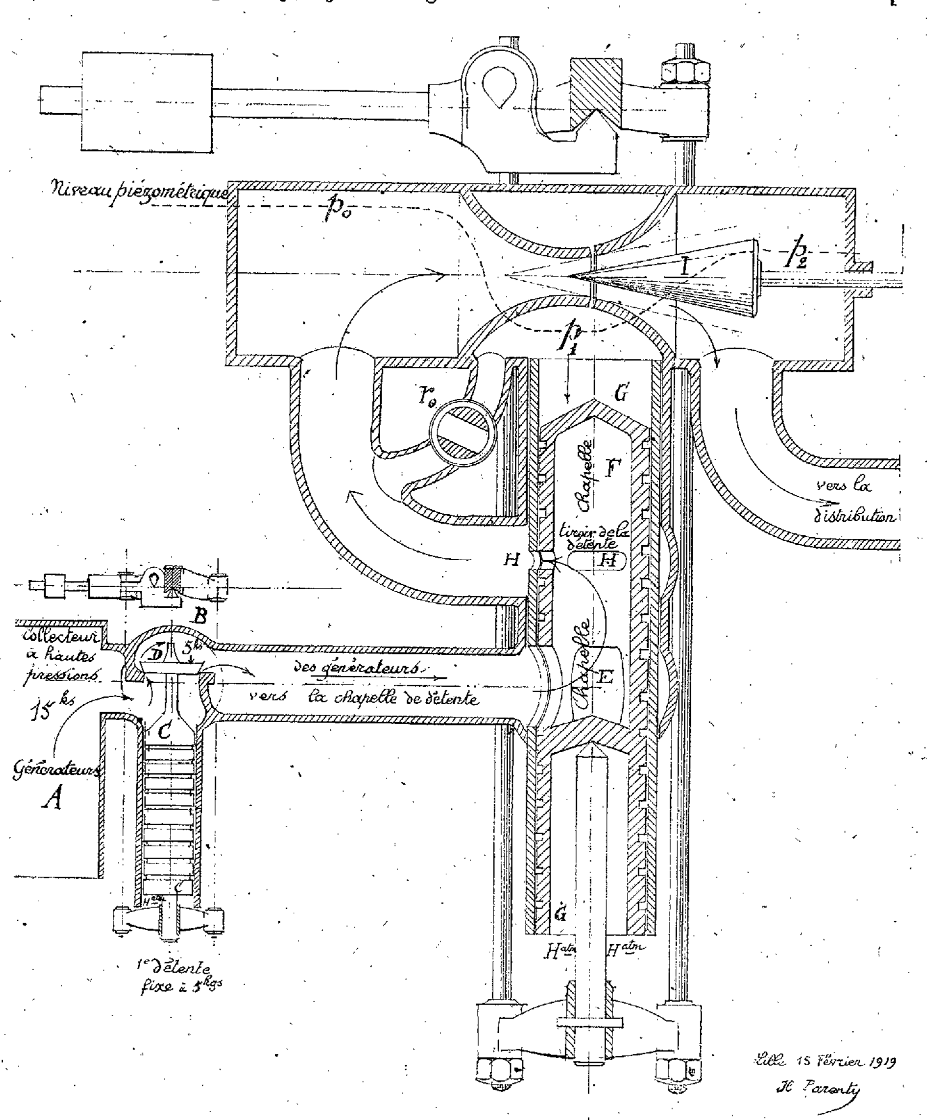
f. Je mentionne qu'après une marche de 30 ans, attestée par les diagrammes, cet appareil a été, en ma présence, *systématiquement* détruit par les Allemands qui en connaissaient l'inventeur et le propriétaire, car, en dehors de ma déclaration enregistrée et étiquetée par eux, ce modèle avait fait en Allemagne, en 1901, un séjour qui avait permis à leurs savants de le démarquer. Le représentant de l'Allemagne fit alors établir et me remit une photographie, en reçu de l'objet qu'il empruntait à l'Exposition de 1900, et voici le dernier cliché de l'épave.

La constance de la plus faible pression p_1 du rhéomètre oblige les deux autres p_0 et p_2 à s'écarter d'elle, et, par conséquent, à augmenter avec la dépense. Il reste à obtenir, par un réglage, que cette dépense se proportionne constamment aux besoins :

(¹) H. Parenty, *Sur la vérification du compteur de vapeur et son application à la mesure de la sursaturation et de la surchauffe* (*Comptes rendus*, t. 116, 1893, p. 867). — *Sur un compteur de vapeur* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 25).

1° Je dispose de p_1;

2° Pour réduire p_0 et p_2, j'ai imaginé d'introduire dans la chambre péri-



phérique un courant de vapeur réglé par le robinet *modérateur* r_0 et emprunté à l'amont du rhéomètre, à la pression p_0 par conséquent. Cet apport

tend à augmenter p_1, qui, pour revenir à sa valeur constante, refoule le piston G, resserre le tiroir de laminage H, et enfin réduit p_0, p_2 et la dépense;

3° Le cône obturateur I permet de modifier ω.

Par ces trois moyens, il conviendra notamment de s'écarter des conditions du débit limite [formule (1)] sur lequel la valeur de $p_1 < \left(1 - \frac{a}{m}\right) p_0$ n'exerce plus d'influence. En trois points à mon choix, la consommation *prévue* correspond à la dépense du rhéomètre, qu'il convient de relier au compteur de vapeur de l'usine, s'il en existe un.

h. On peut réduire les très hautes tensions de certains générateurs A, à une pression de sécurité plus basse, dans un premier détendeur B, comportant un piston vertical C, suspendu à un fléau de balance et soumis de bas en haut à la pression atmosphérique, de haut en bas à la pression fixe qui agit sur la face supérieure de la soupape D. L'effluent pénètre de là, par de larges fenêtres latérales E, dans la chapelle F, ménagée à l'intérieur d'un second piston cylindrique vertical G, également suspendu au fléau d'une balance et soumis, sur ses faces horizontales étanches, de haut en bas, à la pression minima p_1 du rhéomètre, de bas en haut, à la pression atmosphérique. Au sortir de la chapelle, où les pressions s'équilibrent, la vapeur se lamine dans un tiroir circulaire H, remplaçant la soupape D du précédent appareil B. Elle se dirige vers l'entrée du rhéomètre, franchit les orifices, enfin entre dans la conduite. Toute variation de p_1 a pour effet de mettre en mouvement le piston équilibré G, sur lequel s'exerce son action, de modifier l'ouverture du tiroir H de laminage, enfin de ramener p_1 à sa valeur constante. A l'aval du détendeur il sera bon, pour éviter que le courant de vapeur ne favorise certaines dérivations *gourmandes* de la conduite au détriment de l'ensemble, de disposer en tête de chaque branchement important une vanne de réglage ou un détendeur.

La détente de p_0 à p_1, compensant les résistances de la distribution, évoque les moyens d'ouvrir un même fil à des télégrammes de sens contraire.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Associé étranger, en remplacement de M. *A. von Baeyer*, dont l'élection a été annulée par décision de l'Académie, en date du 15 mars 1915.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 39,

M. George Ellery Hale obtient	. . . . . .	36 suffrages
M. Albert Michelson »	. . . . . .	2 »
M. Giacomo Ciamician »	. . . . . .	1 suffrage

M. **George Ellery Hale**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. **Jules-Louis Breton** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Division des Académiciens libres, par le décès de M. *Landouzy*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'intégration, par quadratures, de l'équation* $\frac{d^2y}{dx^2} = F(x, y)$. Note de M. **Jules Drach**.

1. Le *groupe de rationalité* de l'équation aux dérivées partielles

$$\text{(F)} \qquad X(f) = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} y' + \frac{\partial f}{\partial y'} F(x, y) = 0,$$

où $F(x, y)$ est *arbitraire* en x, y, est, dans le *domaine de rationalité* qui

contient y' et F, défini par l'équation

$$\frac{\partial(\varphi, \psi)}{\partial(y, y')} = 1,$$

où φ et ψ sont deux solutions fondamentales de (F). Il est aisé d'en indiquer les divers cas de réduction. Parmi ces derniers, les plus immédiats correspondent à l'existence d'une *intégrale* de (F), *rationnelle* en y', $\varphi(y') = \varphi$; l'autre intégrale ψ, s'obtenant alors, d'après une remarque de Jacobi, par la quadrature $\psi = \int \frac{dy - y'\,dx}{\frac{\partial \varphi}{\partial y'}}$; nous allons montrer, *à titre d'exemple*, comment on peut, méthodiquement, former tous ces cas, et définir la fonction $F(x, y)$ correspondante.

2. Supposons d'abord $\varphi = a_0 y'^n + \frac{n}{1} a_1 y'^{n-1} + \ldots$; ce polynome en y' devra vérifier identiquement la condition

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} y' + \frac{\partial \varphi}{\partial y'} F = 0.$$

Il en résulte entre les a_0, a_1, ... des relations dont les deux premières sont

$$\frac{\partial a_0}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial a_0}{\partial x} + n \frac{\partial a_1}{\partial y} = 0,$$

et dont l'ensemble peut se remplacer *par une équation aux dérivées partielles d'ordre n*, à une inconnue λ et aux variables x, y, les a_i s'exprimant sous forme entière avec λ et ses dérivées. C'est cette équation (E_n) que nous allons intégrer.

Les transformations $Y = \alpha y + \beta$, $X = \gamma$, où α, β, γ sont des fonctions de x, choisies de manière à conserver la *forme* de (F), permettent de prendre $a_0 = 1$, $a_1 = 0$. Les autres relations entre les a_i peuvent se remplacer par

$$\text{(G)} \qquad \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} + \omega_i \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} = 0,$$

où ω_i est l'une des racines de $\frac{\partial \varphi}{\partial y'} = 0$, et où l'on a $\varphi_i = \varphi(\omega_i)$. Ces relations expriment que l'équation différentielle $\varphi = \varphi(y')$ a des *solutions singulières*, données par $dy - \omega_i\,dx = 0$, dont les intégrales sont $\varphi_i = \text{const.}$ A un autre point de vue, les φ_i sont les *variables caractéristiques* de (E_n),

au sens d'Ampère; la solution générale du système (G) dépend de $(n-1)$ fonctions arbitraires d'un argument, qui est l'une des variables φ_i.

3. Décomposons en fractions simples l'expression de $d\psi$, nous aurons, en introduisant les variables $\varphi_1, \ldots, \varphi_{n-1}$,

$$\text{(A)} \qquad d\psi = \frac{dy - y'\,dx}{\dfrac{\partial\varphi}{\partial y'}} = A_1 \frac{d\varphi_1}{y' - \omega_1} + \ldots + A_{n-1} \frac{d\varphi_{n-1}}{y' - \omega_{n-1}},$$

où les A_i s'expriment simplement avec les ω_i et les $\frac{\partial\varphi_i}{\partial y}$.

Si l'on pose

$$\varphi = (y' - \mu_1) \ldots (y' - \mu_n)$$

on a, pour tout indice j,

$$d\psi_j = \frac{dy - \mu_j\,dx}{\left(\dfrac{\partial\varphi}{\partial y'}\right)_{y'=\mu_j}} = A_1 \frac{d\varphi_1}{\mu_j - \omega_1} + \ldots + A_{n-1} \frac{d\varphi_{n-1}}{\mu_j - \omega_{n-1}}.$$

On peut déterminer les A_i en $\varphi_1, \ldots, \varphi_{n-1}$, de manière que les seconds membres soient, quel que soit j, des différentielles exactes. Cela revient à dire qu'on peut prendre $\frac{\partial\varphi_i}{\partial y} = B_i(\varphi_1, \ldots, \varphi_n)$ et former pour les B_i un système compatible.

Si l'on considère les μ_i comme des coordonnées *cartésiennes* données par

$$\Phi = \mu_1 + \ldots + \mu_n,$$
$$\varphi_i = (\omega_i - \mu_1) \ldots (\omega_i - \mu_n),$$

où les ω sont déterminés par

$$\frac{1}{\varphi}\frac{\partial\varphi}{\partial\omega} = \frac{1}{(\omega - \mu_1)} + \frac{1}{(\omega - \mu_2)} + \ldots + \frac{1}{(\omega - \mu_n)} = 0,$$

les surfaces $\Phi = \text{const.}$, $\varphi_i = \text{const.}$ sont deux à deux *orthogonales*,

$$d\mu_1^2 + \ldots + d\mu_n^2 = H_1^2\, d\varphi_1^2 + \ldots + H_{n-1}^2\, d\varphi_{n-1}^2 + \frac{1}{n}\, d\Phi^2,$$

et l'on trouve pour les dérivées de $\mu_1, \ldots, \mu_n$ les expressions

$$\frac{\partial\mu_k}{\partial\varphi_i} = H_i^2\, \varphi_i \frac{1}{\mu_k - \omega_i}, \qquad \frac{\partial\mu_k}{\partial\Phi} = \frac{1}{n}.$$

Il suffit de faire $\Phi = 0$, pour obtenir un système de déterminations des A_i. En posant $\mu'_i = \frac{1}{n}\Phi + \Psi_i$, on voit que les μ'_i forment *un système complètement orthogonal de l'espace à n dimensions, ayant même représentation sphérique que celui formé par les* μ_i; le système général obtenu par les méthodes de Darboux [1] qui exigent l'intégration d'un système de $\frac{(n-1)(n-2)}{2}$ équations du second ordre de la forme de Laplace, *à une inconnue*, donnera l'expression générale des A_i. En remarquant que les équations qui déterminent ces A_i ne dépendent pas de l'indice j de μ_j, ou que (A) est une identité en y', on en peut conclure aussi que les A_i sont tels que les équations

$$\begin{aligned} &A_1\omega_1^k\ d\varphi_1 + \ldots + A_{n-1}\omega_{n-1}^k\ d\varphi_{n-1} = 0 \qquad (k = 0, 1, \ldots, n-4),\\ &A_1\omega_1^{n-3}\ d\varphi_1 + \ldots + A_{n-1}\omega_{n-1}^{n-3}\ d\varphi_{n-1} = -dx,\\ &A_1\omega_1^{n-2}\ d\varphi_1 + \ldots + A_{n-1}\omega_{n-1}^{n-2}\ d\varphi_{n-1} = dy \end{aligned}$$

sont complètement intégrables.

Les ω_i ne dépendent que des différences des φ_i; on peut donc ajouter une constante u à $\varphi_1, \ldots, \varphi_{n-1}$, ce qui modifie les μ_k et les H_i et prendre, pour expression de A_i, l'intégrale définie

$$\int_{u_1}^{u_2} (\varphi_i + u)\, H_i^2(\varphi_1, \ldots, \varphi_n, u)\theta(u)\,du,$$

où u_1 et u_2 sont deux constantes quelconques et $\theta(u)$ une fonction arbitraire. De cette expression des A_i, où figure une fonction arbitraire, on déduit, comme pour l'équation d'Euler et de Poisson (qui se présente pour $n = 3$), l'intégrale générale du système d'équations de Laplace en question. Enfin, les expressions générales des A_i peuvent aussi s'obtenir, sous forme d'intégrales définies, *par inversion des intégrales définies qui déterminent les périodes de l'intégrale* ψ, *comme fonctions de* φ.

4. L'étude du cas où φ est rationnel en y' n'exige que des modifications de détail. La même méthode permet aussi de former effectivement tous les cas où l'équation des lignes géodésiques d'une surface admet une intégrale première rationnelle par rapport à la dérivée première.

---

(1) G. Darboux, *Systèmes orthogonaux et coordonnées curvilignes*, Livre II, Chap. I.

D'une manière générale, tous les problèmes que l'on rencontre dans la détermination effective des équations différentielles

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \ldots, y^{(n-1)}),$$

rationnelles par rapport à certains des éléments $y^{(n-1)}$, $y^{(n-2)}$, ..., *que l'on peut intégrer complètement par quadratures*, peuvent se résoudre complètement *à l'aide d'intégrales définies* prises dans le champ complexe. Enfin, la détermination effective des *types* de ces équations, *ayant un groupe de rationalité donné*, peut aussi se faire *explicitement*, si l'on *explicite* les transformations de ce groupe, que subissent leurs intégrales pour des variétés fermées quelconques parcourues par les variables.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les lignes singulières des fonctions analytiques.* Note de M. **P. Fatou**.

Dans une Note récente (¹), M. Denjoy a indiqué une propriété des fonctions de variable complexe qui consiste en ceci qu'une fonction analytique holomorphe et bornée d'un côté d'une ligne singulière L prend en chaque point de L, sauf peut-être aux points d'un ensemble de mesure nulle, une valeur limite bien déterminée, suivant les chemins qui font un angle aigu avec la normale à L. Cette propriété n'est pas nouvelle, car je l'ai énoncée il y a environ quatorze ans (²) et démontrée dans ma Thèse (³). Elle a servi de base aux intéressantes recherches de M. Carathéodory sur la représentation conforme (⁴). Je l'ai d'ailleurs étendue (⁵) au cas où la fonction n'est pas bornée, mais ne prend pas les valeurs appartenant à un continu quelconque.

Il est vrai que je n'ai considéré que le cas où L est une ligne analytique; M. Denjoy considère le cas le plus général où L est une ligne rectifiable, ce

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 387.

(²) *Sur l'intégrale de Poisson et les lignes singulières des fonctions analytiques* (*Comptes rendus*, t. 140, 1905, p. 359).

(³) *Séries trigonométriques et séries de Taylor* (*Acta mathematica*, t. 30, 1906, p. 335 et suiv).

(⁴) *Math. Annalen*; t. 72, 1912, p. 107-144.

(⁵) *Sur les lignes singulières des fonctions analytiques* (*Bull. Soc. math. France*, 1913).

qui constitue un progrès notable [1]; mais le principe de sa démonstration ne paraît pas très différent de celui de mes propres recherches. J'ajoute que les profondes découvertes de M. Lebesgue sur l'existence des dérivées des fonctions à variation bornée, qui sont la clef de ces propriétés des fonctions analytiques, avaient déjà été appliquées par lui à des problèmes assez voisins concernant la sommation des séries de Fourier. C'est donc à lui que revient le principal mérite de la découverte de ces théorèmes, les seuls généraux que l'on possède, sur la manière dont se comporte une fonction analytique uniforme au voisinage d'une ligne singulière.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une propriété générale des fonctions entières liée au théorème de M. Picard.* Note de M. **Gaston Julia**.

On sait quels beaux résultats Hermite a obtenus par l'introduction des variables continues auxiliaires dans la théorie des nombres. Je vais montrer ici comment l'introduction d'une variable continue auxiliaire permet d'obtenir sur l'allure d'une fonction uniforme autour d'un point singulier isolé, des résultats un peu plus précis que ceux actuellement connus. L'exposition qui suit est relative aux fonctions entières les plus générales, mais elle s'applique mot pour mot à toute fonction méromorphe ayant une valeur exceptionnelle ou, ce qui revient au même, à toute fonction uniforme ayant un point singulier essentiel isolé (une telle fonction admettant l'infini pour valeur exceptionnelle).

$\varphi(z)$ étant la fonction entière envisagée et C une courbe continue arbitraire décrite par le point $T = \sigma(t)$ [2] quand la variable réelle t varie de o à $+\infty [\sigma(0) = 0,\ \sigma(1) = 1,\ \sigma(\infty) = \infty]$ et joignant l'origine à l'infini en passant par le point $T = 1$, on considère la fonction entière $\varphi[z\sigma(t)]$ dépendant du paramètre continu t. z étant fixe et t variant, $z\sigma(t)$ décrit la

(1) Il convient d'observer que les théorèmes de M. Painlevé sur la représentation conforme (*Comptes rendus*, t. 112, 1891, p. 653) donnent immédiatement l'extension de mon théorème au cas d'une ligne L à tangente continue; l'énoncé obtenu est encore un peu moins général que celui de M. Denjoy. En appliquant les résultats obtenus par M. Carathéodory dans le Mémoire cité, on a une propriété analogue, naturellement moins précise, relative au cas où L est une ligne de Jordan sans points doubles.

(2) $\sigma(t) = \sigma_1(t) + i\sigma_2(t)$. σ_1 et σ_2 étant deux fonctions réelles continues de la variable réelle t dont l'une au moins devient infinie avec t.

courbe zC joignant z à l'infini. Si maintenant z décrit une couronne Γ arbitrairement mince comprise entre deux cercles quelconques de centre O [1], on est sûr que tous les points du plan extérieurs au plus grand de ces cercles seront balayés par le point $z\sigma(t)$, quand z décrira Γ et t variera de 1 à $+\infty$.

Considérons la famille des fonctions $\varphi_t(z) = \varphi[z\sigma(t)]$, $[1 \leqq t \leqq \infty]$. A chaque valeur de t correspond ainsi une fonction entière $\varphi_t(z)$. Les valeurs que $\varphi_t(z)$ prend dans Γ sont celles que $\varphi(z)$ elle-même prend dans la couronne $\sigma(t).\Gamma$. On en conclut que, quelle que soit Γ, il est impossible que la famille des $\varphi_t(z)$ soit normale dans tout Γ, c'est-à-dire soit telle que, de toute suite infinie $\varphi_{t_1}, \varphi_{t_2}, \ldots, \varphi_{t_n}, \ldots$, $t_1 < t_2 < \ldots < t_n \to \infty$, on puisse extraire une suite tendant vers une limite analytique dans Γ. On reconnaît, en effet, que, t_n tendant vers l'infini, toute fonction limite d'une suite φ_{t_n} ne peut différer d'une constante infinie, sans quoi $\varphi(z)$ serait bornée autour du point à l'infini. Il résulte immédiatement de là que si la famille $\varphi_t(z)$ était normale dans Γ, toute fonction limite (pour $t = \infty$) étant infinie, on devrait, sous peine de contradiction, admettre que, dans Γ, $|\varphi_t(z)| > M$ quelque grand que soit M, lorsque $t > t_0$, t_0 étant choisi assez grand. Mais cela équivaudrait à dire qu'en dehors d'un cercle de rayon assez grand, on a $|\varphi(z)| > M$ et cela aussi est incompatible avec l'hypothèse d'une transcendante entière $\varphi(z)$.

La famille $\varphi_t(z)$ n'est point normale dans tout Γ, il y a donc dans Γ un point au moins z_0, autour duquel cette famille n'est pas normale.

Envisageons maintenant la courbe z_0C et entourons z_0 d'une aire circulaire arbitrairement petite ⓓ de centre z_0; lorsque t varie de 1 à $+\infty$, $z_0\sigma(t)$ décrit la courbe z_0C et l'aire $\sigma(t)$. ⓓ, qui est une aire circulaire de centre $z_0\sigma(t)$, semblable à ⓓ, dans le rapport $|\sigma(t)|$, rapport qui égale le *rapport des modules des centres* $z_0\sigma(t)$ *et* z_0, va balayer une bande Δ aboutissant au point à l'infini, contenant à son intérieur la courbe z_0C. L'épaisseur relative de cette bande Δ, c'est-à-dire le rapport entre le diamètre du cercle qui la balaie et le module du centre de ce cercle, reste constante; on peut la supposer d'ailleurs arbitrairement petite. Il est clair que les valeurs prises par $\varphi(z)$ dans la bande Δ, sont identiques aux valeurs prises par les fonctions holomorphes $\varphi_t(z)$ $(1 \leqq t \leqq \infty)$ dans l'aire arbitrairement petite ⓓ.

---

[1] On peut évidemment prendre pour Γ une couronne limitée par deux *courbes quelconques* entourant chacune l'origine.

Or, la famille des fonctions $\varphi_t(z)$ n'étant pas normale dans $\mathfrak{D}$, toute valeur finie, sauf une valeur exceptionnelle (¹) au plus, sera prise dans $\mathfrak{D}$ par une fonction de la famille. On en conclut que dans la bande Δ, dont l'épaisseur relative est arbitrairement petite, la fonction $\varphi(z)$ prend effectivement toutes les valeurs finies, sauf peut-être une valeur exceptionnelle.

C'est, *avec une précision nouvelle*, le théorème de M. Picard. Non seulement, autour du point singulier isolé à l'infini, la fonction φ prend toutes les valeurs finies sauf peut-être la valeur exceptionnelle, mais on peut encore affirmer qu'elle les prend toutes dans une certaine bande Δ d'épaisseur relative arbitrairement petite aboutissant au point à l'infini, et dont la forme a autant d'arbitraire que la courbe $\mathfrak{C}$ elle-même, sur laquelle on n'a supposé en dehors de la continuité qu'une seule chose : c'est qu'elle allait à l'infini pour $t = \infty$. Si $\mathfrak{C}$ est une droite passant par l'origine, la bande Δ sera limitée par un arc du cercle $\mathfrak{D}$ de centre z_0 et les deux tangentes à $\mathfrak{D}$, issues de l'origine : on peut lui substituer un angle arbitrairement petit de sommet O (²) comprenant z_0 à son intérieur et affirmer que dans cet angle φ prend toute valeur finie sauf peut-être une valeur. Par exemple si $\varphi = e^z$, dans un angle arbitrairement petit de sommet O et contenant l'axe imaginaire, e^z prend toute valeur finie non nulle, alors que, sur cet axe imaginaire, $|e^z|$ reste égal à 1.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'échange du paramètre et de l'argument. Analogies avec la réduction des intégrales doubles de seconde espèce.* Note de **M. A. Buhl**.

Soit la transformation

$$X = \frac{\Phi(x, y)}{x - y}, \qquad Y = \int_{y_0}^{y} \frac{dy}{\Phi(y, y)} - \int_{x_0}^{x} \frac{dx}{\Phi(x, x)}.$$

Appliquée à l'identité

$$\int X\, dY = \int\int dX.dY, \tag{1}$$

(¹) Si $\varphi(z)$ admet une valeur exceptionnelle a dans tout le plan, la valeur exceptionnelle qu'elle peut ne pas prendre dans Δ est précisément a.

(²) Ou tout angle d'axe Oz_0 dont le sommet soit sur Oz_0 aussi voisin de z_0 qu'on voudra.

elle transforme le premier nombre en une intégrale de ligne dont on aperçoit immédiatement la forme, et le second en une intégrale double que contient $\Delta\, dx\, dy$, si

$$\Delta = \frac{(x-y)[\Phi'_x \Phi(x, x) + \Phi'_y \Phi(y, y)] + \Phi[\Phi(y, y) - \Phi(x, x)]}{(x-y)^2 \Phi(x, x) \Phi(y, y)}.$$

Si $\Phi^2 = P(x)P(y)$, P étant un polynome, l'identité ainsi transformée de (1) est celle déjà rappelée dans ma Note du 9 décembre 1918 et qui joue un si grand rôle dans les travaux de Jacobi et de Weierstrass; elle était d'ailleurs connue d'Abel et peut-être de Legendre.

La propriété capitale du Δ précédent est que le numérateur est *tout naturellement* divisible par $(x-y)^2$.

Reprenons maintenant la transformation initiale avec

$$\Phi(x, y) = \frac{xy\,\Psi(x, y)}{x - \alpha y},$$

en désignant par α une constante d'abord quelconque. Alors Δ devient le produit de $(1-\alpha)$ par

$$\frac{(x-y)(x-\alpha y)[x\Psi'_x \Psi(x, x) + y\Psi'_y \Psi(y, y)] + (\alpha y^2 - x^2)\Psi[\Psi(x, x) - \Psi(y, y)]}{(x-y)^2(x-\alpha y)^2 \Psi(x, x)\Psi(y, y)}.$$

Le nouveau numérateur est toujours divisible, *tout naturellement*, par $(x-y)^2$, *mais il n'en est pas de même quant à la division par* $(x-\alpha y)^2$; celle-ci n'a lieu qu'aux deux conditions

$$(2) \qquad \Psi(\alpha y, \alpha y) = \Psi(y, y), \qquad \Psi(\alpha y, y) = C\,\Psi(y, y),$$

où C est une constante arbitraire. On obtient ces conditions en écrivant que le numérateur à étudier s'annule pour $x = \alpha y$ et qu'il en est de même de sa dérivée partielle en x.

Il est aisé de trouver des solutions particulières du système (2) et même des solutions telles que le nouveau Δ soit une somme de produits dont chaque facteur ne contient que x ou y, d'où une généralisation considérable du théorème d'échange déjà invoqué; mais de telles généralisations ne sont que des cas très particuliers des algorithmes étudiés par M. Émile Picard, quant à la classification des intégrales doubles de seconde espèce.

Si les conditions (2) *sont satisfaites*, l'intégrale double qui contient le nouveau Δ ne contiendra évidemment point les lignes d'infini $x=y$ et $x=\alpha y$

alors que, d'après (1), elle sera cependant égale à une intégrale de ligne

$$\int P\,dx + Q\,dy$$

où, en général, P et Q contiendront ces lignes. C'est en ceci que consiste la plus grande des difficultés du problème de la réduction au nombre minimum des intégrales doubles de seconde espèce.

Supposons donc que notre intégrale double soit attachée à une surface algébrique; la réduction des intégrales doubles de seconde espèce attachées à cette surface s'effectuera de manières différentes, suivant que les conditions (2) seront ou ne seront pas réalisées.

S'il arrive, de plus, que α figure dans Ψ et que les conditions (2) ne soient satisfaites que pour une certaine forme arithmétique de α, on aboutit à une explication déjà très générale d'un fait capital mis en lumière par M. Émile Picard : *les mêmes surfaces, dépendant de Ψ alors que Ψ dépend de α, suivant la nature arithmétique de cette constante α, admettent des réductions totalement différentes quant au nombre de leurs intégrales doubles de seconde espèce.*

Comme exemple, on peut prendre la surface (P et A étant des polynomes)

$$z^\lambda = \Psi^\lambda = P^\mu(x^p)\,P^\nu(y^p) + (x-y)(x-\alpha y)\,A(x, y),$$

où μ, ν, $\frac{\mu+\nu}{\lambda}$ sont entiers *et où α est racine $p^{\text{ième}}$ de l'unité*. Si cette dernière condition, relative à α, n'était pas satisfaite, la surface n'en existerait pas moins, mais l'intégrale double qui lui a été attachée ne perdrait plus les lignes d'infini $x = y$, $x = \alpha y$.

M. Émile Picard a donné des exemples d'une autre nature, fondés sur la multiplication complexe.

J'entrevois que des considérations arithmétiques très diverses, différant beaucoup et de la multiplication complexe et de la théorie des racines de l'unité, pourraient conduire à des conclusions semblables aux précédentes. Ce serait faire un pas capital que de donner une théorie générale des solutions du système (2).

Enfin, ce qui peut sembler prématuré, mais ce qui, cependant, découle naturellement de la méthode indiquée dans ma Note du 9 décembre, c'est que les résultats précédents s'étendent aisément aux intégrales d'ordre de multiplicité quelconque et, par suite, aux hypersurfaces algébriques.

OPTIQUE. — *Les théories émissives et le principe de Doppler-Fizeau.* Note de M. **Félix Michaux**, présentée par M. Lippmann.

Pour expliquer les phénomènes de l'optique des corps en mouvement, on peut avoir recours soit au concept d'un milieu de propagation : éther, en repos absolu (théorie de Lorentz-Einstein), soit à l'image de l'émission (théories de Ritz, de J.-J. Thomson et Stewart, de Tolman).

La théorie de Lorentz-Einstein nécessite, comme on sait, un changement des notions de temps, d'espace, de masse, de force et de température.

Les théories émissives ont l'avantage de n'entraîner aucune modification de ce genre. Elles rendent compte, tout au moins dans une certaine mesure, de l'effet Doppler. Toutes, en effet, s'accordent à considérer la vitesse de la lumière émise par une source en mouvement comme étant la résultante géométrique de la vitesse de la source et de la vitesse de la lumière issue d'une source immobile. On démontre que, dans ces conditions, la longueur d'onde n'est pas changée et qu'un observateur qui mesure la période de réception des ondes constate une variation de la période obéissant à la loi de Doppler-Fizeau.

Michelson, Fabry et Buisson, et, plus récemment, Majorana [1], ont pensé qu'en recevant la lumière émise par une source en mouvement dans un interféromètre on pourrait mesurer la longueur d'onde indépendamment de la vitesse de propagation, et, par suite, décider entre la théorie de Lorentz et les théories émissives.

Le résultat de l'expérience est en faveur de la théorie de Lorentz. Je me propose de montrer que, s'il met effectivement en échec les théories de Thomson-Stewart et de Tolman, il est néanmoins conforme à la théorie de Ritz.

Nous nous limiterons au cas où l'interféromètre est constitué simplement par un miroir plan recevant normalement la lumière et devant lequel se forment des ondes stationnaires. Il n'y a donc ni lames de verre ni lentilles interposées sur le trajet des rayons lumineux.

Si la source se déplace avec une vitesse v dans le sens de la propagation du faisceau émis, la vitesse du rayonnement, d'après les théories émissives, sera $V + v$ ($V =$ vitesse de la lumière issue d'une source immobile). Dési-

---

[1] *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 71.

gnons par u la vitesse du miroir comptée progressivement quand le miroir fuit devant le rayonnement. Soit

$$y_0 = a \sin \frac{2\pi t}{T_m}$$

le mouvement incident dans le plan du miroir. A une distance x du miroir, le mouvement y dû à la lumière incidente sera identique au mouvement dans le plan du miroir au temps $t + \frac{x}{V + v - u}$. On aura donc

$$y = a \sin \frac{2\pi}{T_m}\left(t + \frac{x}{V + v - u}\right).$$

La réflexion ayant lieu avec changement de signe, le miroir fonctionne comme une source dont le mouvement est

$$y'_0 = a \sin\left(\frac{2\pi t}{T_m} - \pi\right) = -a \sin \frac{2\pi t}{T_m}.$$

La lumière réfléchie se propage avec une vitesse absolue qu'on peut désigner par $V + v'$, c'est-à-dire une vitesse relative $V + v' + u$ par rapport au miroir. A la distance x du miroir, le mouvement réfléchi sera donc

$$y' = -a \sin \frac{2\pi}{T_m}\left(t - \frac{x}{V + v' + u}\right).$$

Cela donne pour le mouvement résultant

$$Y = y + y' = 2a \sin \frac{\pi x}{T_m}\left(\frac{1}{V + v - u} + \frac{1}{V + v' + u}\right) \times \cos \frac{2\pi}{T_m}\left[t + \frac{x}{2}\left(\frac{1}{V + v - u} - \frac{1}{V + v' + u}\right)\right].$$

On en déduit, pour la distance entre deux nœuds, ou demi-longueur d'onde apparente,

$$\frac{\lambda_m}{2} = \frac{T_m}{\frac{1}{V + v - u} + \frac{1}{V + v' + u}}.$$

La période T_m de réception des ondes sur le miroir se calcule aisément en fonction de la période T de la source : c'est un problème analogue à celui des courriers. On trouve

$$T_m = \frac{TV}{V + v - u} = \frac{\lambda}{V + v - u}.$$

En portant dans l'équation donnant λ_m et en tenant compte de ce que V est très grand par rapport à v et à v', on obtient l'expression approchée

$$\lambda_m = \lambda\left(1 + \frac{v'}{2V} - \frac{v}{2V} + \frac{u}{V}\right).$$

D'après la formule de Doppler on doit avoir

$$\lambda_m = \lambda\left(1 + \frac{u}{V} - \frac{v}{V}\right).$$

Les deux formules coïncident si $v' = -v$.

Or, dans la théorie de Tolman, un miroir se comporte comme une nouvelle source. Cela donne, avec nos notations, $v' = -u$.

Dans la théorie de Thomson-Stewart, tout se passe comme si le miroir n'existait pas et qu'on ait affaire à une source qui se déplace comme l'image donnée par le miroir. On a donc $v' = v - 2u$.

Dans la théorie de Ritz, la lumière, après réflexion, se propage comme si elle provenait d'un centre qui se déplace avec la vitesse de la source. Alors $v' = -v$. C'est bien le résultat obtenu tout à l'heure.

En conséquence, le fait que la formule de Doppler se vérifie quand on mesure la longueur d'onde au moyen d'un interféromètre infirme les théories de Tolman et de Thomson-Stewart, mais se trouve être conforme à la fois à la théorie de Lorentz et à celle de Ritz.

Lorsque la lumière, issue d'une source fixe par rapport au sol, se réfléchit sur un miroir en mouvement, elle conserve, d'après la théorie de Ritz, une vitesse constante V relativement au sol. Le mouvement du miroir produit un changement effectif de la longueur d'onde qui est le même dans la théorie de Ritz que dans celle de Lorentz. Il y a encore, dans ce cas, identité complète entre les résultats donnés par les deux théories.

PHYSIQUE. — *Propriétés physiques de la vapeur de pétrole.* Note (1) de M. **Jean Rey**, transmise par M. A. Blondel.

Les expériences que j'ai poursuivies pendant plusieurs années, sur la vapeur de pétrole (densité 0,800 à 0,810), pour déterminer le diagramme

(1) Séance du 3 mars 1919.

entropique de ce corps [1] (qui est, en réalité, un mélange d'hydrocarbures), m'ont permis également d'étudier les propriétés physiques de sa vapeur.

Caractéristique physique $f(p, v, T) = 0$. — De la courbe des tensions de vapeur, dont j'ai indiqué la loi dans une Note précédente, ainsi que de la valeur de la chaleur de vaporisation, on déduit, par la formule de Clapeyron, le volume spécifique v de la vapeur, en fonction du volume du liquide u, pour chaque température t centigrade. Ce volume se calcule d'abord à l'aide des expériences de Bartoli et Stracciati [2], qui donnent le coefficient de dilatation Δ pour chaque température centigrade t :

$$\Delta = 0,00085 + 0,0000012\,t.$$

D'où le volume du liquide en litres

$$U_t = 1,25[1 + t(0,00085 + 0,0000012\,t)],$$

la densité moyenne du pétrole étant de 0,800 à la température de 0° centigrade.

On en déduit, en fonction de la pression absolue p, les volumes spécifiques v de la vapeur de pétrole, en mètres cubes :

p	1^{kg}	3^{kg}	5^{kg}	10^{kg}	15^{kg}	25^{kg}	40^{kg}	60^{kg}
v	0,269	0,0849	0,0502	0,0256	0,0178	0,0115	0,00803	0,00624

A l'aide de ces résultats, on trouve qu'entre 3^{kg} et 25^{kg} de pression absolue, la fonction $f(p, v, T) = 0$, pour la vapeur de pétrole surchauffée, est sensiblement de la forme

$$p(v + a) = RT, \tag{1}$$

---

(1) *Sur le diagramme entropique du pétrole* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 387). Cette Note, du 4 mars 1918, contient deux erreurs d'impression dans la formule des tensions de vapeurs.

Il faut lire :

$$T = 1,167\,T_0 + 0,641(T_0 - 373),$$

au lieu de

$$T = 1,167\,T_0 - 0,641(T_0 - 273).$$

(2) *Gazzetta chimica italiana*, année 1884, fasc. X, p. 549.

dans laquelle les deux constantes ont pour valeur

$$a = 0,024; \quad R = 5,09.$$

Divers expérimentateurs ont, d'ailleurs, démontré que cette forme [1] représente, avec une assez grande approximation, la constitution physique de la vapeur d'eau surchauffée.

Bertrand [2] a indiqué que cette forme s'applique également à un corps dont le travail interne de dilatation est nul et dont les deux chaleurs spécifiques sont fonction de la température seulement, leur différence

$$C_p - C_v = AR$$

étant constante.

Vitesse d'écoulement. — Ceci posé, en employant une méthode particulière dont le détail se trouvera dans un autre Recueil, j'ai pu établir que la vitesse d'écoulement V_c d'un pareil fluide sortant d'une tuyère à section conique convergente, est représentée, au débit limite, par l'expression suivante :

$$V_c = 4,43\sqrt{RT_s\frac{K}{K+1} - a(p_0 - p_c)},$$

dans laquelle T_s est la température de la vapeur surchauffée en amont, p_0 sa pression, p_c la pression à la section de sortie, K le rapport des chaleurs spécifiques.

Une fois connue la valeur K, on a, pour la vitesse et la pression de sortie, les formules suivantes :

$$V_c = 4,43\sqrt{2,5677\,T_s - 0,0024(p_0 - p_c)}, \qquad p_c = p_0\left(\frac{2}{K+1}\right)^{\frac{K}{\mu-1}} = p_0 \times 0,6026.$$

La chaleur spécifique sous pression constante s'obtient par la formule de Heen, en fonction de la chaleur spécifique et du coefficient de dilatation du liquide ainsi que de la chaleur de vaporisation. On trouve ainsi :

$$C_p = 0,2508 + 0,000616\,T + 0,1077 \times 10^{-6} \times T^2.$$

---

(1) TUMLIRTZ, *Kœnig. Akademie der Wissenschaften in Wien*, t. **108**, 1899. Essais de Batelli.

(2) *Thermodynamique*, p. 148.

Connaissant la différence des deux chaleurs spécifiques et la chaleur spécifique sous pression constante, il est facile d'en déduire la chaleur spécifique à volume constant,

$$C_p - C_v = \frac{5,09}{425} = 0,012 \quad \text{d'où} \quad K = \frac{C_p}{C_p - 0,012}$$

pour $p_0 = 10^{kg}$,

$$C_p = 0,6432, \qquad C_v = 0,6312, \qquad K = 1,019;$$

pour $p_0 = 25^{kg}$,

$$K = 1,017 \quad \text{(la moyenne est sensiblement } K = 1,018).$$

On trouve également, pour le volume spécifique à la section rétrécie

$$V_c = \frac{RT_s}{p_0}\left(\frac{K+1}{2}\right)^{\frac{\mu}{\mu-1}} - a = 8,37\frac{T_s}{p_0} - 0,0024.$$

J'ai comparé ces résultats du calcul avec ceux fournis par les expériences d'écoulement de la vapeur surchauffée de pétrole que j'ai effectuées sur des brûleurs-vaporisateurs. Parmi ces essais, 42 ont été retenus et la discussion en a réduit le nombre à 18.

Les ajutages d'écoulement étaient de 6 calibres différents, de $1^{mm},40$ de diamètre jusqu'à $3^{mm},80$. Les débits ont varié de $2^{kg},880$ à l'heure jusqu'à $41^{kg},500$ et les pressions, de $1^{kg},620$ absolu jusqu'à $19^{kg},700$.

Les températures absolues de la vapeur ont passé de 623° jusqu'à 813°.

La comparaison des résultats donne, pour la moyenne arithmétique des écarts, 2,4 pour 100, c'est-à-dire que le débit calculé est de 2,4 pour 100 plus élevé que le débit observé. Cet écart, qui paraît systématique, est dû probablement à la viscosité de la vapeur de pétrole, plus forte que celle de la vapeur d'eau.

Si l'on retranche cette erreur systématique de la valeur des écarts rangés par ordre de grandeur, les différences sont sensiblement d'accord avec la courbe des erreurs, l'écart moyen quadratique étant de 0,0553, et l'écart probable de 0,041, soit 9 pour 100 de différence d'avec le rapport théorique, 0,67, de ces deux nombres.

Étant données les difficultés de ces expériences dues à la variation de composition du pétrole employé et aux mélanges pratiqués par les distillateurs, on peut dire que l'accord entre la théorie et l'observation est satisfaisant; pour les besoins de la pratique, il est en tous cas suffisant.

Les formules précédentes permettent donc de calculer le débit de la

vapeur surchauffée de pétrole se détendant d'une enceinte dans une autre, sa constitution physique répondant à la formule $p(v + 0,0024) = 5,09\,T$.

Signalons particulièrement la faible valeur du rapport des chaleurs spécifiques. Les mesures de Capstick sur le méthane, l'éthane et le propane indiquent clairement qu'à mesure que la molécule se complique, la valeur de ce rapport diminue.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude spectrographique des cendres de plantes marines.* Note de M. **Eugène Cornec**, présentée par M. A. Haller.

On sait que les plantes marines concentrent l'iode contenu dans l'eau de la mer et que leurs cendres servent de matière première pour la préparation industrielle de ce métalloïde.

Ces végétaux vivent dans un milieu qui, recevant toutes les eaux du lessivage terrestre, doit renfermer, malgré les réactions de précipitation, un très grand nombre d'éléments au moins à l'état de traces. Le pouvoir sélectif de ces plantes n'est vraisemblablement pas limité à l'iode; on peut donc espérer retrouver dans leurs cendres un grand nombre d'éléments.

Des laminaires ont été lavées puis incinérées; les cendres obtenues (3^{kg} environ) lessivées par l'eau, puis par l'acide chlorhydrique. L'étude spectrographique a porté sur l'insoluble et sur les précipités correspondants aux différents groupes analytiques.

Le spectrographe est à prisme et à optique de quartz, la substance est placée dans une cavité forée dans le charbon positif de l'arc électrique; on photographie côte à côte le spectre de la substance, celui des charbons et le spectre du fer qui sert d'échelle (technique de G. Urbain) (¹).

L'étude complète des spectrogrammes était limitée à la région ultraviolette comprise entre 2500 et 3500 U.A.

Sans être absolument générale, la méthode est sensible pour la plupart des métaux lourds, en particulier pour les métaux rares (²).

Nous avons reconnu dans les plantes marines la présence des éléments suivants :

(¹) G. Urbain, *Introduction à l'étude de la Spectrochimie.*

(²) J. Bardet, *Thèse Paris*, 1914.

I.	II.	III.
Argent	Bismuth	Antimoine
Arsenic	Étain	Germanium
Cobalt	Gallium	Glucinium
Cuivre	Molybdène	Titane
Manganèse	Or	Tungstène
Nickel		Vanadium
Plomb		
Zinc		

L'or, le bismuth, le gallium et le germanium existent seulement à l'état de traces spectrographiques.

Les éléments du groupe I ont déjà été indiqués dans les végétaux marins : Ag, Pb, Cu par Malaguti, Durocher et Sarzeaud (1); Co, Mn, Ni, Zn par Forchammer (2) (Ni n'est pas donné comme certain); As par Armand Gautier (3).

Les éléments du groupe II ont été signalés dans l'eau de la mer : Au par Sonstadt (4); Bi, Sn, Mo par Bardet (5); Ga par del Campo et Rodeja (6).

A notre connaissance, les éléments du groupe III n'ont été signalés ni dans les plantes marines, ni dans les eaux de la mer.

Notre étude ne nous a donné aucune indication de la présence des métaux de la famille du platine, ni de ceux du groupe des terres rares. L'absence des raies particulièrement sensibles du thallium et de l'indium est remarquable.

A titre de comparaison, rappelons que Demarçay (7) a reconnu par l'analyse spectrographique la présence de Mn, Mo, V, Cr, Zn dans les végétaux terrestres. (Une étude en cours montre que cette liste doit être complétée.)

---

(1) *Annales Chim. et Phys.*, t. 28, 1850, p. 129.
(2) *Philosop. Transact.*, t. 155, 1865, p. 203.
(3) *Comptes rendus*, t. 135, 1902, p. 833.
(4) *Proc. Roy. Soc.*, 1872.
(5) *Ann. Soc. Hydrologie*, t. 58, 1913, p. 355.
(6) *Ann. Soc. Esp. phys. et chim.*, t. 12, 1914, p. 78.
(7) *Comptes rendus*, t. 130, 1900, p. 91.

GÉOLOGIE. — *Le Col du Cotentin*. Note de M. A. **Bigot**, présentée par M. Pierre Termier.

Le Col du Cotentin est constitué par un faisceau d'assises paléozoïques, en partie décrites par M. Lecornu et par nous-même, qui s'échelonnent entre l'Algonkien et le Stéphanien, et dont le faible relief est en partie dû à la prédominance des formations schisteuses. On peut y distinguer les éléments suivants :

Au Sud, la *bande de Lessay* est formée par un large affleurement de formations cambriennes peu inclinées. Les schistes de la Feuillie et les arkoses de la bande de Lessay se moulent à leur bord sud-est contre une saillie de granite à amphibole métamorphisant l'Algonkien et les conglomérats de base du Cambrien qui reposent sur lui à la Feuillie. Au Nord-Est apparaissent des formations plus récentes; un second niveau de schistes cambriens, avec lits rouges, s'enfonce sous les grès ordoviciens du Mont Castre, fortement en relief sur les régions avoisinantes.

La bande de Lessay est limitée au Sud par une faille qui met en contact les arkoses et les schistes cambriens avec les schistes algonkiens. Une faille limite aussi au Nord la bande de Lessay, dont le Cambrien est bordé au Nord-Ouest par les schistes et quartzites siluro-dévoniens. Cette faille se continue au sud-ouest de Saint-Germain-sur-Ay dans les rochers littoraux; au sud de cette faille, des schistes cornés, très probablement cambriens, sont métamorphisés par le granite à amphibole qui forme les rochers en face du corps de garde de Saint-Germain. La faille, d'abord dirigée du Sud-Ouest au Nord-Est, s'infléchit pour contourner le Mont Castre, dont les divers termes ordoviciens s'arrêtent brusquement au Nord contre une bande de schistes et de calcaires dévoniens, autrefois exploités dans les landes du Plessis et de Saint-Jores.

Au centre, *l'axe de Saint-Sauveur* correspond à un large affleurement de schistes et quartzites siluro-diluviens, avec schistes à graptolithes et calcaires ampéliteux. La disposition générale est anticlinale, mais affectée d'ondulations qui expliquent la grande surface occupée par cette formation. Les plus importantes de ces ondulations font apparaître les grès de May dans les Monts d'Étanclin et de Doville, où ils sont entourés par des schistes à trinucléus qui séparent le grès de May des grès culminants; ceux-ci contiennent à Saint-Nicolas-de-Pierrepont des couches d'ampélites. Les

grès de May de Rauville-la-Place et des Monts de Taillepied et de Besneville jalonnent une seconde ondulation qui s'infléchit vers le Nord et se raccorde avec les grès de May du Valdecie, qui continuent l'anticlinal des Moitiers-d'Allonne.

Au Nord, *l'anticlinal ordovicien des Moitiers-d'Allonne* s'allonge de l'Est à l'Ouest. Ses bords nord et sud sont limités par des contacts anormaux avec le Dévonien. A l'Ouest, les schistes cambriens du cap Carteret s'avancent très loin au Sud, parallèlement à la bordure du Dévonien, jusqu'à l'entrée du havre de Porbail.

Dévonien. — La distribution du Coblencien est réglée par la disposition et l'allure des éléments précédents.

Une première bande s'étend entre le bord sud de l'anticlinal de Saint-Sauveur et le bord nord de la bande de Lessay; rétrécie entre le Mont Castre et les Monts de Doville et d'Étanclin, elle s'élargit à l'Ouest, où elle forme les rochers littoraux depuis l'entrée du havre de Portbail jusqu'au sémaphore de Saint-Germain-sur-Ay. Elle s'élargit aussi à l'Est vers Saint-Jores et Prétot, contourne l'extrémité de l'axe de Saint-Sauveur dans les bois de Limor jusqu'aux Moutiers-en-Bauptois, et se raccorde sans doute, souterrainement, avec la bande dévonienne de la forêt de Saint-Sauveur.

Une deuxième bande est limitée au Nord par le bord de l'anticlinal des Moitiers et par une digitation de l'axe de Saint-Sauveur. Elle forme un synclinal largement étalé, ouvert à l'Ouest et terminé brusquement sur la mer par ses couches les plus élevées, qui plongent vers les schistes cambriens des roches littorales. Entre Barneville et Carteret, ces couches dévoniennes, poussées contre le bord de l'anticlinal des Moitiers, sont redressées et renversées.

Malgré l'apparente simplicité de sa structure, la région du Col du Cotentin présente des accidents qui témoignent d'efforts énergiques de poussée.

Le synclinal dévonien est terminé à l'Ouest par un accident important, continuation de celui qui le limite au Nord contre l'anticlinal des Moitiers, mais qui prend l'allure d'une faille très oblique, au-dessus de laquelle le Cambrien est recouvert par le Dévonien. Celui-ci fait partie d'un lambeau qui a cheminé au-dessus de cette faille, poussé du Sud au Nord contre l'anticlinal des Moitiers, le long duquel ses assises se sont renversées.

L'accident qui limite la bande de Lessay, en particulier le contact des couches ordoviciennes du Mont-Castre avec les couches dévoniennes sur lesquelles elles ont été poussées, est de même nature. L'interprétation

s'étend aux autres accidents de la région et à ceux qui sont situés plus au Nord, dans la région dévonienne de Baubigny et de Surtainville et de son extension vers l'Est, vers Bricquebec et Valognes.

La région du Col du Cotentin, comme la Zone Bocaine, présente une structure imbriquée, avec prédominance de la suppression de la lèvre nord des plis, disposition qui est due à des poussées venant du Sud.

BOTANIQUE. — *L'*Urera Humblotii *H. Baillon et ses affinités*. Note de M. **Paul Guérin**, présentée par M. Guignard.

Le genre *Urera* Gaud., du groupe des Urticées-Urérées, ne comprend pas moins d'une quarantaine d'espèces des régions tropicales, dont une demi-douzaine pour Madagascar. L'une de ces dernières, décrite en 1885 par H. Baillon, sous le nom d'*U. Humblotii* (1), a été retrouvée en 1912 par M. R. Viguier, dans la partie Est de cette île (forêt d'Analamazaotra, province d'Andovoranto), où elle est assez commune et désignée par les indigènes sous le nom de « Ampy ».

M. Viguier ayant mis aimablement ses échantillons à notre disposition, il nous a été permis, avec les spécimens de Humblot, conservés dans les collections du Muséum de Paris, de compléter la description de l'*U. Humblotii* H. Bn, d'en faire l'étude anatomique, et de préciser les affinités de cette espèce avec les autres *Urera*.

L'*U. Humblotii* H. Bn est un sous-arbrisseau de $0^{m},75$ à 1^{m} de hauteur, horriblement urticant, en raison de la présence, sur ses divers organes, de nombreux poils transparents, très aigus, atteignant jusqu'à 2^{mm} de longueur, et dont la base renflée, parenchymateuse, est d'un vert jaunâtre. Très abondants sur les nervures foliaires, ces poils se rencontrent également épars sur l'épiderme supérieur du limbe.

Les feuilles, abondamment dentées, d'un vert sombre en dessus, de teinte cendré pâle en dessous, brièvement pétiolées ($1^{cm},5$-3^{cm}), atténuées à la base, brusquement acuminées au sommet en une longue pointe (2^{cm}-3^{cm}) pourvue aussi de dents sur les bords, peuvent atteindre jusqu'à 30^{cm} de longueur sur 5^{cm} de largeur. Les nervures, très saillantes sur la face inférieure du limbe qu'elles subdivisent en alvéoles assez

(1) H. Baillon, *Liste des plantes de Madagascar* (*Bull. Soc. linnéenne de Paris*, t. 1, p. 479-480).

grandes, bien visibles dans la plante fraîche, se dessinent en creux sur la face supérieure.

De part et d'autre de la nervure médiane se détachent, plus ou moins horizontalement, une quinzaine (dans les plus grandes feuilles) de nervures secondaires principales qui viennent aboutir à une nervure marginale tout à fait caractéristique, de laquelle part, vers chaque dent, une fine nervure.

A la base des feuilles se trouvent les cymes de fleurs femelles (les seules que nous ayons observées, la plante étant vraisemblablement dioïque), de 4^{cm}-5^{cm} de longueur. Sur les courtes ramifications de l'axe principal, les fleurs, très serrées, sont sessiles, pourvues d'un calice à quatre lobes légèrement charnus. Les deux latéraux, beaucoup plus développés que les autres, atteignent presque le sommet de l'ovaire; le lobe inférieur est excessivement petit, à peine visible; le lobe supérieur est gibbeux. Le stigmate comprend un grand nombre de petits poils groupés en tête. L'akène, qui est comprimé et très étroitement marginé, mesure $1^{mm},4$ environ de long sur 1^{mm} de largeur.

L'*U. Humblotii* H. Bn, tel que nous venons de le décrire, offre, avec l'*U. longifolia* Wedd. (¹), autre espèce de Madagascar, les plus grandes analogies, et la structure anatomique de la feuille se montre, dans les deux espèces, absolument identique. Aussi, est-il étonnant que l'attention de Baillon n'ait pas été attirée par ce fait et que ce botaniste ait cru devoir, sans plus de commentaires, créer, pour l'*Urera* de Humblot, une espèce nouvelle qu'il décrit à la suite de l'*U. longifolia* Wedd. Nous ne sommes pas éloigné de croire, en ce qui nous concerne, que l'espèce décrite par Baillon n'est qu'une forme, plus vigoureuse, semble-t-il, de l'*U. longifolia* Wedd. (²).

La tige d'*U. Humblotii* H. Bn possède, dans le parenchyme cortical, d'assez nombreux laticifères analogues à ceux que nous avons signalés antérieurement (³) chez l'*U. baccifera* Gaud., espèce de l'Amérique australe. Plus rares dans la région péricyclique et le liber, ces éléments sécréteurs font pour ainsi dire défaut dans la moelle. Ce sont de longs tubes,

(¹) H.-A. Weddell, *Monographie de la famille des Urticées* (*Arch. du Muséum*, t. 9, p. 152-153).

(²) L'*U. longifolia* Wedd. (vernac. *anpi-lela-varec*) est représenté, dans les herbiers du Muséum, par un échantillon de Chapelier. D'après ce dernier, la plante est extrêmement dangereuse, en raison de ses poils urticants, mortelle même pour quelques animaux.

(³) P. Guérin, *Les laticifères de l'*Urera baccifera *Gaud. et leur contenu* (*Bull. Soc. bot. France*, 4ᵉ série, t. 5, 1905, p. 406-411; 5 figures).

d'un parcours presque rectiligne, se ramifiant relativement peu et se distinguant nettement, par leur contenu, des cellules voisines. Ils renferment, noyés dans une substance finement granuleuse, de nombreux petits corps arrondis ou ovoïdes, pouvant atteindre 12^{μ} à 15^{μ} de diamètre et 30^{μ} à 35^{μ} de longueur, isolés ou groupés en masses plus ou moins compactes. De nature albuminoïde, ainsi qu'en témoignent les colorations obtenues avec le réactif de Millon et l'eau iodée, ces corps sont en tous points comparables à ceux que nous avons rencontrés dans les laticifères de l'*U. baccifera* Gaud.

L'axe de l'inflorescence offre une répartition des laticifères identique à celle de la tige. Dans la feuille, ces organes sécréteurs sont nombreux dans le parenchyme des nervures.

L'*U. Humblotii* H. Bn est dépourvu de mucilage, à l'inverse de ce que nous avons signalé autrefois (¹) chez un certain nombre d'espèces [*U. caracasana* Griseb. (²), *U. acuminata* Gaud., *U. Schimperi* Wedd., etc.]. Ses cystolithes sont en grappe courte, alors que ceux de l'*U. baccifera* Gaud. sont très allongés, parallèlement à la surface du limbe.

En résumé, l'*Urera Humblotii* H. Bn, qui n'est probablement qu'une forme de l'*U. longifolia* Wedd., possède dans tous ses organes aériens (la racine n'a pas été étudiée), comme l'*U. baccifera* Gaud., un système de laticifères analogue à celui des Morées et des Artocarpées.

L'existence de laticifères chez les *Urera* n'est pas sans intérêt puisque, jusqu'à nos observations, on croyait que ces organes font défaut dans toute la tribu des Urticées.

BOTANIQUE. — *Sur le pouvoir absorbant du sommet des racines.* Note de M. **Henri Coupin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Sur la foi d'expériences, déjà anciennes (90 ans environ), de divers expérimentateurs et, notamment, du savant allemand Ohlert, on admet généra-

(¹) P. Guérin, *Cellules à mucilage chez les Urticées* (*Bull. Soc. bot. France*, 4ᵉ série, t. 10, 1910, p. 399-406; 4 figures).

(²) L'*U. caracasana* Griseb. est bien pourvu de cellules à mucilage, au moins dans la moelle de la tige, mais le parenchyme ligneux n'en contient pas. Il faut, en réalité, rapporter au *Laportea platycarpa* Wedd. les caractères anatomiques que, par suite d'une erreur de notre correspondant du Mexique, nous avons attribué à l'*U. caracasana* Griseb.

lement que les racines ne peuvent absorber les liquides que par leur région moyenne, souvent couverte de *poils* dits *absorbants*, et sont incapables de le faire, ni par leur base dénudée, ni par leur sommet. De nombreuses observations *in situ* m'ayant incité à avoir des doutes sur les résultats de ces expériences, j'en ai entrepris de nouvelles faites avec le plus de soin possible sur le même sujet et je n'ai pas tardé à constater que mon scepticisme était légitime.

Entre de nombreuses cultures faites par moi dans le but de savoir si oui ou non les pointes des racines sont capables d'absorber les sucs nutritifs du sol, je me contenterai, à titre d'exemples, de citer les suivantes, toutes les autres ayant donné *exactement* les mêmes résultats.

Pois gris. — Deux germinations de *Pois gris* ayant, chacune, une gemmule à peine visible et une racine de 3^{cm} de long sont mises dans le même flacon, l'une A simplement suspendue dans l'air humide, l'autre B dans le même air humide, mais plongeant (de 2^{mm} à 3^{mm} environ) la pointe de sa racine dans l'eau placée au fond du récipient. On oblitère l'orifice de celui-ci avec un tampon de coton (de manière à permettre les échanges gazeux avec l'atmosphère extérieure) et l'on met le tout dans une étuve obscure chauffée à 24°. Vingt-quatre heures après, on note que A a une racine de $3^{cm},1$ et B une racine de $3^{cm},5$. On soulève un peu celle-ci de manière que sa pointe seule touche la surface de l'eau. Vingt-quatre heures après, A possède une racine de $3^{cm},5$ (gemmule à peine visible) et B une racine de 5^{cm} (gemmule de $1^{cm},5$).

On remet à nouveau la pointe de celle-ci en contact avec la surface de l'eau. Au bout de vingt-quatre heures, A présente une racine de 4^{cm} (gemmule à peine visible) et B une racine de $5^{cm},7$ portant 2 radicelles de 2^{mm} de long. La pointe de celle-ci remise comme précédemment, au bout de vingt-quatre heures, A a une racine de $4^{cm},2$, avec 3 radicelles (gemmule continuant à être à peine visible), celle de B a 7^{cm} et montre 6 jeunes radicelles (gemmule de $2^{cm},5$). Vingt-quatre heures après, la racine de A est dans le même état, tandis que celle de B (soulevée) atteint $7^{cm},5$ et porte 13 jeunes radicelles (gemmule de $3^{cm},5$). A la 120e heure, A est mourante et B, à nouveau mise en contact par le sommet avec la surface de l'eau, a une racine de $8^{cm},5$, portant 16 jeunes radicelles (gemmule de $4^{cm},5$). Enfin, à la 144e heure, A est morte, tandis que B, mise dans les mêmes conditions que précédemment, montre qu'elle a émis une racine de 9^{cm}, portant 20 radicelles et qu'elle est en continuité avec une gemmule de 6^{cm}, le tout étant en pleine vigueur.

Ricin sanguin. — L'expérience est conduite exactement de la même façon que celle relative au *Pois gris*, c'est-à-dire que l'une des germinations C restait constamment dans l'air humide, tandis que, toutes les 24 heures, la pointe de la racine de la germination D était soulevée de manière que, seule, sa pointe soit en contact avec la surface de l'eau. Voici les chiffres recueillis pendant les 6 jours où ces germinations demeurèrent à l'étuve :

	Germination C.			Germination D.		
	Longueur de la racine.	Nombre de radicelles.	Longueur de l'hypocotyle.	Longueur de la racine.	Nombre de radicelles.	Longueur de l'hypocotyle.
État initial.......	cm 1,5	0	cm 0	cm 2	0	cm 0
Au bout de 24 heures...	1,5	0	0	3,5	10	0
Au bout de 48 » ...	1,5	0	0,5	3,5	10	0
Au bout de 72 » ...	2	0	0,5	4	10	1,5
Au bout de 96 » ...	2	3	0,5	5	25	1,5
Au bout de 120 » ...	2	7	0,5	6,2	30	1,7
Au bout de 144 » ...	2	7 (desséchées)	0,5	7	35	1,8

Févier d'Amérique. — Même marche de l'expérience que pour les deux espèces de graines précédentes, E restant sans cesse dans l'air humide, et F, avec la pointe de la racine, pénétrant seule dans la partie superficielle de l'eau.

	Germination E.			Germination F.		
	Longueur de la racine.	Nombre de radicelles.	Longueur de l'hypocotyle.	Longueur de la racine.	Nombre de radicelles.	Longueur de l'hypocotyle.
État initial......	cm 3	0	cm 0	cm 2	0	cm 0
Au bout de 24 heures...	3	0	0	3	0	0
Au bout de 48 » ...	3	0	0	3	0	1
Au bout de 72 » ...	3	0	0,8	4	0	2
Au bout de 96 » ...	3	0	0,8	4,8	1	2,5
Au bout de 120 » ...		mourante		6,3	5	4
Au bout de 144 » ...		morte		7,2	10	4,2

Potiron. — Même marche des expériences avec la germination G maintenue dans l'air humide et la germination H dont la pointe seule de la racine plonge dans l'eau.

	Germination G.			Germination H.		
	Longueur de la racine.	Nombre de radicelles.	Longueur de l'hypocotyle.	Longueur de la racine.	Nombre de radicelles.	Longueur de l'hypocotyle.
	cm		cm	cm		cm
État initial......	1,5	0	0	1,5	0	0
Au bout de 24 heures...	3	9	0	4,5	9	1
Au bout de 48 » ...	4,5	15	0,25	6,5	21	1,5
Au bout de 72 » ...	6,2	18	0,25	6,7	36	1,8
Au bout de 96 » ...		mourante		13,5	50	2
Au bout de 120 »		morte		16,5	55	3

On voit que, dans les quatre exemples que je viens de citer, et auxquels j'aurais pu en ajouter beaucoup d'autres, la plantule dont la pointe de la racine seule est dans l'eau se développe normalement, accroît beaucoup sur pivot, émet copieusement des radicelles, augmente sensiblement la longueur de sa partie aérienne (tige ou hypocotyle, suivant les cas), en un mot acquiert un développement analogue à celui qu'elle pourrait avoir en ayant sa racine plongée intégralement dans le milieu liquide. *A priori*, on pourrait être tenté de croire que cet accroissement est dû à ce que la plantule peut emprunter de l'eau, soit à l'humidité de l'air qui l'entoure, soit à celle qui est contenue dans ses cotylédons ou son albumen. La manière de se comporter de l'autre échantillon, placé exclusivement dans l'air humide et identique à elle quant à son hydratation, prouve qu'il n'en est rien puisque cet échantillon demeure, à peu de chose près, dans son état primitif ou ne manifeste qu'une vitalité très restreinte par rapport à l'autre.

On peut donc émettre les conclusions suivantes :

1° *La racine*, contrairement à ce que disent les ouvrages classiques, *peut absorber l'eau par sa pointe*, laquelle comprend, tout au plus, la coiffe (quand elle existe) et le méristème terminal, auquel on déniait, jusqu'ici, tout pouvoir absorbant.

2° *L'eau que la racine puisse ainsi peut suffire à permettre à la germination d'acquérir le développement maximum* compatible avec la faible quantité d'éléments nutritifs mis, dans mes expériences, à sa disposition et avec la vie à l'obscurité.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'ovalbumine constitue un aliment complet pour l'*Isaria densa. Note de M. Marin Molliard, présentée par M. Gaston Bonnier.

J'ai montré dans une Note antérieure (¹) que l'*Isaria densa* est capable d'utiliser les substances protéiques introduites comme source azotée dans un milieu comprenant, d'autre part, les substances minérales reconnues nécessaires à tous les Champignons et une substance sucrée telle que le saccharose. Pour étudier de plus près les transformations subies par les protéines, j'ai cherché tout d'abord à simplifier, autant que possible, le substratum et j'ai été amené à constater que l'entomophyte peut se développer d'une manière normale sur l'ovalbumine seule. Je me suis adressé au produit desséché du commerce, je l'ai fait dissoudre dans de l'eau distillée, puis en ai déterminé la coagulation par la chaleur d'une manière graduée, de façon à obtenir une masse très finement floconneuse; le liquide était filtré sur une étamine et la matière solide fortement pressée; on remettait celle-ci à plusieurs reprises en présence d'eau chaude de manière à la débarrasser, autant qu'il est possible, des impuretés qu'elle peut contenir; dans ces conditions, l'ovalbumine apparaît comme une source à la fois de carbone et d'azote, et elle contient suffisamment de matières minérales, entrant dans sa constitution ou retenues par adsorption, pour assurer le développement du Champignon considéré.

En présence de l'albumine seule, la digestion de celle-ci est beaucoup plus rapide que lorsqu'elle est imprégnée d'une solution sucrée; et à cette transformation plus rapide correspond une oxydation plus considérable du milieu. J'ai évalué l'intensité des phénomènes d'oxydation en déterminant la valeur du quotient respiratoire pour trois milieux différents; l'un était constitué par l'albumine seule, l'autre par de l'albumine additionnée d'une solution saline semblable à celle de Raulin, le troisième comprenait, en outre, 2 pour 100 de saccharose; les cultures étaient faites dans des matras dont le col était muni latéralement d'un tube manométrique; après le semis, l'extrémité du col était fermée à la lampe; le mycélium avait ainsi à sa disposition une quantité limitée d'oxygène; il suffisait de suivre les dénivellations du mercure dans les cultures et de les corriger par les indications

(¹) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 786.

d'un appareil témoin non ensemencé pour se rendre compte que, dans les trois cas, le quotient respiratoire est sensiblement inférieur à l'unité.

Lorsque tout l'oxygène est absorbé, la courbe des dénivellations atteint son minimum ; elle ne remonte sensiblement ensuite que dans le cas où le milieu contient du sucre. Le quotient respiratoire, calculé au moyen de la connaissance de la dénivellation minima, du volume de l'atmosphère mise à la disposition du Champignon et du volume du milieu nutritif dans lequel le gaz carbonique se dissout d'une manière sensible, est égale à 0,55 en présence de l'albumine seule, à 0,63 quand on a ajouté une solution minérale et à 0,82 quand le milieu contient en outre du saccharose. L'ovalbumine est donc très oxydée et les substances minérales interviennent vraisemblablement dans le second cas en cédant une partie de l'oxygène des oxacides.

D'autre part, les phénomènes d'oxydation aboutissent à la constitution d'acide oxalique et son abondante formation est venue jeter dans mon esprit un doute sur la nature du produit dont j'avais observé l'énorme accumulation, à l'état cristallisé, dans les cultures âgées d'*Isaria* effectuées sur des milieux riches en matières protéiques et que j'avais cru pouvoir caractériser comme étant du glycocolle. Parti de l'idée que je devais me trouver en présence d'un acide aminé, j'avais cherché si la substance en question n'offrait pas les réactions d'un de ces acides, et tout a contribué à me faire assimiler au glycocolle ce qui n'est en réalité que de l'oxalate d'ammoniaque; cela tient à des propriétés communes aux deux corps et aussi, en ce qui concerne certaines réactions qualitatives, à la présence de petites quantités de glycocolle dans le produit obtenu à partir de cultures qui étaient effectuées sur des milieux à base de gélatine; le glycocolle était précipité en même temps que l'oxalate d'ammoniaque par l'alcool. La réaction quantitative de Sörensen conduit d'autre part à des résultats très voisins pour les deux substances, le rapport du poids de l'azote au poids moléculaire étant de 0,186 pour le glycocolle et de 0,175 pour l'oxalate d'ammoniaque.

Cette rectification nécessaire étant faite, les nouveaux faits que nous apportons peuvent se résumer ainsi :

1° L'ovalbumine, préparée comme il a été indiqué, satisfait à tous les besoins nutritifs de l'*Isaria densa;*

2° Les phénomènes d'oxydation intense de l'ovalbumine se traduisent par un quotient respiratoire très faible et la formation d'acide oxalique.

BOTANIQUE. — *L'Amygdalopersica Formonti.*
Note de MM. **G. Rivière** et **G. Bailhache**, présentée par M. J. Costantin.

Dans une précédente Communication ([1]), relative à l'hybride de greffe désignée sous le nom d'*Amygdalopersica Formonti* (L. Daniel), nous disions que l'amande venue à complète maturité, et que nous supposions être fertile, serait semée, en temps opportun, afin de constater si, dans l'avenir, elle reproduirait, dans sa descendance, les caractères spécifiques de l'un de ses parents, etc.

Cette unique amande a donc été semée (25 avril 1916) par M. Formont, dans l'un de ses jardins de Montreuil, après avoir été préalablement stratifiée, durant quatre mois, et avoir vu sa radicule raccourcie comme il est d'usage en pareille circonstance.

Aujourd'hui nous sommes en présence d'un arbuste, âgé de 3 ans, qui offre « *seulement* » *les caractères d'un amandier*, en ce qui concerne plus particulièrement ses feuilles.

L'amande dont il s'agit, récoltée sur un hybride de greffe, était donc *fertile*. C'est là un point important sur lequel nous nous permettons d'appeler l'attention. Cette fertilité est aujourd'hui attestée par sa postérité.

Nous ajouterons que, en 1917, les branches d'amandier venues spontanément sur les pêchers dont il a déjà été parlé, ayant produit trois nouvelles amandes, celles-ci ont également été confiées à la terre au printemps 1918 et ont donné naissance à trois jeunes amandiers vigoureux.

La fertilité des graines semble donc être un fait normal chez l'*Amygdalopersica Formonti*.

BOTANIQUE. — *Sur les canaux sécréteurs de quelques Gesnéracées et en particulier de ceux de* Monophyllæa Horsfieldii *R. Br.* Note de M. **J. Chifflot**, présentée par M. Guignard.

Solereder ([2]) est le seul auteur qui, à notre connaissance, ait fait, en quelques lignes, mention de la présence de canaux sécréteurs dans la famille des Gesnéracées.

([1]) *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 497.

([2]) H. Solereder, *Systematische Anatomie der Dikotyledonen*, Ergänzungsband, 1908, p. 246.

Cet auteur a pu les rencontrer dans les quatre espèces du genre *Klugia* et dans l'une des deux espèces du genre *Rhynchoglossum*. Il ne les a pas retrouvés dans le *Rhynchoglossum klugioides* Cl. dont il n'avait que de mauvais échantillons d'herbier, remplis de moisissures (*loc. cit.*).

« Dans la feuille, dit-il, on les rencontre dans les grandes nervures, entre les *deux* faisceaux conducteurs. Dans les petites nervures, ils sont situés vers la pointe du bois du *faisceau conducteur unique*. Dans la tige, ils accompagnent parfois les faisceaux conducteurs médullaires, comme aussi les faisceaux caulinaires et cela du côté du bois. Souvent aussi, ils semblent disposés d'une façon *indépendante des faisceaux libéro-ligneux, dans l'intérieur de la moelle.* »

Le but de cette Note est de vérifier les courtes assertions de Solereder, de compléter et d'étendre à d'autres genres l'étude de la présence et de la localisation des canaux sécréteurs.

Nous n'avons pu, à notre grand regret, étudier le genre *Rhynchoglossum;* mais nous avons examiné les genres *Klugia*, *Gesnera*, *Centrosolenia*, *Rhytidophyllum*, *Tydæa*, *Æschynanthus*, *Streptocarpus*, *Ramondia* et *Monophyllæa*.

De tous ceux-ci, seuls les genres *Klugia* et *Monophyllæa* présentent des canaux sécréteurs dans leurs organes végétatifs, tiges et feuilles; aucun dans les racines.

Le système conducteur de la tige de *Klugia Notoniana* D. C. est formé d'un cercle de faisceaux libéro-ligneux et d'un certain nombre (5 à 7) de faisceaux médullaires. Ces derniers, disposés sans ordre, sont tantôt orientés normalement, tantôt à bois externe, tantôt dans une situation intermédiaire entre ces deux orientations. Les canaux sécréteurs sont localisés, soit très près des pointes de bois primaires des faisceaux caulinaires, soit assez éloignés d'eux dans la moelle. Les plus gros faisceaux seuls sont accompagnés de canaux, et les faisceaux médullaires en sont très rarement pourvus. Dans de nombreuses coupes, je n'en ai observé qu'un seul à la pointe du bois de l'un d'eux.

Dans le pétiole, la disposition des faisceaux, soit périphériques, soit médullaires, reste à peu près semblable à ce qu'elle est dans la tige. Le nombre seul des faisceaux est plus faible. La localisation des canaux sécréteurs rappelle celle que nous avons signalée dans la tige.

Si nous considérons la nervure principale du limbe, on la voit constituée par cinq méristèles (et non par trois comme le veut Solereder) disposées en un cercle avec bois interne. Les canaux sécréteurs sont au nombre de trois; deux sont localisés à la pointe du bois de deux des méristèles, la troisième est située dans le tissu conjonctif qui réunit les méristèles. Il n'y a pas pourtant rien d'absolu, car certaines nervures principales ne possèdent qu'un seul canal, placé à égale distance des pointes de bois des cinq méristèles.

Les nervures secondaires sont formées d'une à trois petites méristèles, deux à la partie supérieure qui parfois se soudent latéralement, une autre à la partie inférieure.

Un seul canal à large lumen existe entre ces méristèles, dans le tissu conjonctif qui les unit.

Le *Monophyllæa Horsfieldii* R. Br. est cette Gesnéracée malaise, curieuse par son appareil végétatif externe, qui consiste en un axe hypocotylé de 20^{cm} à 35^{cm} de hauteur et d'un diamètre de 2^{cm} à 3^{cm}, lequel porte une large feuille cotylédonaire, quelquefois deux, comme nous l'avons montré [1]. A l'aisselle de ces feuilles se montrent de nombreuses inflorescences.

La présence et la localisation des canaux sécréteurs, dans l'axe hypocotylé, et dans la ou les feuilles cotylédonaires, rappellent ce que nous avons décrit, plus haut, chez *Klugia Notoniana* D.C. Dans l'axe hypocotylé adulte, le système conducteur consiste en un cercle de faisceaux libéro-ligneux périphériques et d'un très grand nombre de faisceaux médullaires, ceux-ci à orientation variable. Les canaux sécréteurs, petits, sont localisés à la pointe des plus grands faisceaux, comme dans *Klugia*; leurs formes et leurs dimensions sont voisines de ceux de cette espèce.

Les canaux accompagnent rarement les faisceaux médullaires.

La nervure principale très saillante du limbe des feuilles cotylédonaires, montre, en coupe transversale, un arc inférieur de méristèles disposées assez régulièrement, puis de nombreuses méristèles placées plus irrégulièrement du côté supérieur et un très grand nombre, dans la partie centrale. Comme dans l'axe hypocotylé, les canaux sécréteurs sont localisés dans le plan des méristèles et assez éloignés des pointes de bois, dans le parenchyme. Les méristèles centrales n'offrent que peu ou point de canaux sécréteurs.

Les nervures secondaires, toujours très saillantes au-dessous du limbe, possèdent tantôt trois groupes de méristèles, tantôt deux, par suite de soudure latérale. Il n'existe le plus souvent qu'un canal sécréteur à la pointe du bois du groupe inférieur des méristèles. Le groupe supérieur n'en possède pas.

Tous ces canaux sécréteurs, quelles que soient leurs dimensions, contiennent une oléo-résine jaune d'or et odorante.

En résumé, parmi les genres étudiés par Solereder et par nous, on peut conclure :

1° A l'existence manifeste des canaux sécréteurs dans les genres *Klugia*, *Rhynchoglossum* et *Monophyllæa*;

2° A une localisation presque constante de ces canaux à la pointe des faisceaux libéro-ligneux de la tige ou de l'axe hypocotylé ainsi qu'à celle des méristèles, dans les nervures de la feuille, qu'elle soit normale ou cotylédonaire;

3° A l'existence d'une oléo-résine odorante dans tous les canaux.

---

(1) J. Chifflot, *Sur quelques variations du* Monophyllæa Horsfieldii *R. Br.* (*Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 939).

CYTOLOGIE. — *Sur la formation cytologique de l'amidon et de l'huile dans l'oogone des* Chara. Note [1] de M. **Marcel Mirande**, présentée par M. Guignard.

Par les divers procédés de fixation et de coloration cytologiques, on peut observer, dans le protoplasma de l'œuf jeune des *Chara* et autour du noyau de cet œuf, un grand nombre de granulations qui se colorent comme les nucléoles, et qui ont été aperçues par Debski en 1898. Cet auteur considère ces corpuscules comme constitués par une substance identique à celle des nucléoles et analogues à ceux que l'on aperçoit, autour des noyaux, dans les cellules initiales de l'appareil végétatif de la plante. Dans une Note récente [2] j'ai exprimé l'opinion que ces corpuscules, dits nucléolaires, des cellules initiales végétatives ne sont autre chose que les futurs chloroplastes de la plante. Mes observations me portent à admettre également que, dans l'œuf des *Chara*, ces corpuscules ne sont autre chose que de futurs amyloplastes périphériques représentant une couche de chloroplastes qui, dans la cellule-œuf, ne verdissent pas.

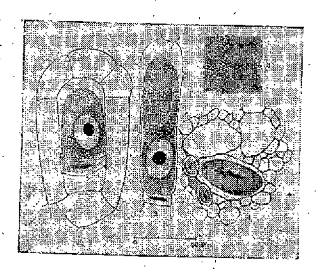
Par le moyen des méthodes mitochondriales, surtout par la méthode de Regaud suivie de la coloration à l'hématoxyline, on met en lumière des faits nouveaux et intéressants sur le mode de formation, jusqu'ici ignoré, de la riche réserve amylacée de l'oogone des *Chara*.

Dans la jeune cellule-œuf, au noyau volumineux, le protoplasme est bourré de mitochondries granuleuses ou en très courts bâtonnets qui, peu à peu, se creusent d'une vésicule claire (*fig.* 1, 2). Dès que l'oogone commence à subir sa torsion spiralée, les mitochondries de l'œuf atteignent une taille plus grande, beaucoup ont une forme allongée, les vésicules sont plus grosses (*fig.* 3). Jusque-là, le manteau mitochondrial n'est pas coloré en noir intense, la vésicule est peu réfringente, et son contenu, qui est de l'amidon en formation, ne se colore pas encore à l'iode. A un stade ultérieur, succédant rapidement au précédent, les grains d'amidon, ronds, ovoïdes, plus ou moins allongés, sont déjà assez gros, se colorent enfin à l'iode, et montrent enfin, en lumière polarisée, la croix obscure qui caractérise leurs propriétés biréfringentes. Tous ces grains sont contenus dans

(1) Séance du 3 mars 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 283.

leur enveloppe mitochondriale maintenant fortement colorée en noir par l'hématoxyline et, en contact les uns avec les autres, forment une masse très dense. A la maturité de l'oogone, l'œuf est complètement bourré de grains d'amidon de toutes tailles, sauf autour du noyau et, à l'apex, sous



la coronule, où se trouve une masse protoplasmique sans amidon constituant la *tache réceptrice*. Les manteaux mitochondriaux, en contact serré, forment un pseudo-tissu cellulaire avec méats, d'où l'on peut, par une légère pression, faire sortir les grains d'amidon de leurs alvéoles. La figure 4 montre un fragment de ce pseudo-parenchyme mitochondrial dans lequel quelques grains d'amidon, contractés par déshydratation par l'alcool, se sont décollés des parois.

Outre l'amidon, la cellule-œuf produit une quantité considérable d'huile; il faut étudier cette substance au moyen d'un fixateur osmique qui l'insolubilise, la durcit et la colore en noir. Dès les premiers stades de l'œuf, l'huile apparaît sous la forme de gouttelettes très fines mélangées avec les mitochondries amylogènes et qui augmentent peu à peu de grosseur. A la maturité de l'oogone, l'huile est emmagasinée dans les méats du pseudo-tissu mitochondrial. Cette substance ne paraît pas être engendrée par des mitochondries spéciales; peut-être est-elle excrétée par les mitochondries amylogènes elles-mêmes.

EMBRYOGÉNIE. — *Sur les changements qu'on observe dans la reproduction et le développement des Bombyx polyvoltins de Chine lorsqu'ils sont transportés et élevés en France.* Note de M. **A. Lécaillon**, présentée par M. Henneguy.

En élevant côte à côte, dans les mêmes conditions de milieu, des Polyvoltins de Chine, des Univoltins typiques, des Bivoltins accidentels et des

descendants de ces derniers Bombyx, j'ai pu comparer la reproduction et le développement de ces divers représentants d'une espèce qui se prête très avantageusement à l'étude des questions concernant la variabilité des êtres vivants. Les Polyvoltins que j'ai observés appartenaient à la race élevée à la station de sériciculture de Montpellier depuis une trentaine d'années et devenue bivoltine avec tendance à l'univoltinisme ([1]); ils présentèrent les particularités suivantes :

Le premier couple de Papillons qui naquit du groupe des 25 cocons de deuxième génération dont je pus disposer en 1917 parut le 9 août de cette même année. Il produisit uniquement des *œufs d'hiver* ([2]), lesquels présentèrent exactement les caractères que j'ai indiqués précédemment au sujet des œufs désignés par le même nom chez les autres Bombyx que j'ai étudiés.

Le 25 avril 1918, les œufs d'hiver dont il vient d'être question commencèrent à éclore, produisant des chenilles qui donnèrent naissance à des Papillons (première génération de 1918) dont tous les œufs furent au contraire des *œufs d'été*. Ceux-ci possédaient aussi les mêmes caractères que les œufs de même nom observés par moi chez les autres Bombyx, avec cette seule différence que les changements de coloration qui survinrent pendant la période du développement de l'embryon à l'intérieur de ces œufs furent encore plus réduits que dans les œufs qui engendrent les Bivoltins accidentels ou les œufs d'été que pondent les descendants directs de ceux-ci. C'est à peine si, sur 300 ou 400 œufs composant chaque ponte, il me fut possible d'en trouver quelques-uns présentant, pendant la période du développement qui précède le moment où la larve est visible par transparence au travers du chorion, quelques traces de coloration rose.

Les Papillons (deuxième génération de 1918) qui dérivèrent des œufs d'été se comportèrent différemment au point de vue de la descendance directe. La plupart pondirent des *œufs d'hiver*, qui n'écloront, par conséquent, qu'au printemps 1919. Mais quelques couples produisirent au contraire une deuxième série d'*œufs d'été*, c'est-à-dire, en réalité, des sujets qu'on peut appeler *Trivoltins accidentels*, par analogie avec les Bivoltins accidentels qui dérivent des races univoltines.

L'élevage de cette troisième génération dut se faire nécessairement à

([1]) Voir à ce sujet : *Comptes rendus*, t. **165**, 1917, p. 800.

([2]) Sur le sens que je donne aux expressions *œufs d'hiver* et *œufs d'été*, voir *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 366.

une époque de l'année déjà très avancée, à une température insuffisamment élevée, de sorte que les Papillons qui en résultèrent naquirent seulement à partir du 12 novembre 1918. Dans de telles conditions, l'accouplement des Bombyx devint impossible, ou bien, quand il se produisit, les œufs pondus par les femelles ne furent pas fécondés. Toutefois, en maintenant *artificiellement* plusieurs couples de ces Papillons à une température suffisamment élevée, j'obtins un certain nombre d'œufs qui présentèrent les caractères habituels des œufs d'hiver et dont l'éclosion aura lieu, probablement, en avril 1919.

Il résulte de ces faits que, chez les Polyvoltins de Chine auxquels j'ai eu affaire, il ne peut se développer complètement, sous le climat toulousain, que deux générations chaque année. Mais certains sujets de la deuxième génération peuvent produire une troisième génération qu'on peut élever entièrement en ayant recours à un relèvement artificiel de la température. Dans cette race, il y a aussi des œufs d'hiver et des œufs d'été fondamentalement différents par leur composition chimique et par les particularités qui y apparaissent quand l'embryon s'y développe.

Il est d'ailleurs visible que cette dernière conclusion peut s'étendre à toutes les races bivoltines ou polyvoltines, et que partout, sous l'influence directe du climat, le nombre de générations peut croître, jusqu'à une certaine limite, à mesure que la production de nouvelles pontes d'œufs d'été peut se répéter davantage (¹). De plus, il semble certain aussi que le phénomène en question est entièrement réversible, le nombre de générations possible rétrogradant à mesure que les races polyvoltines sont soumises à l'élevage dans des contrées à climat de plus en plus froid.

M. A. Perrin adresse une Note sur la résolution mécanique du problème principal de la Balistique extérieure.

(Renvoyée à la Commission de Balistique.)

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 18 heures.

É. P.

(¹) Selon Maillot et Lambert (*Traité sur le ver à soie du mûrier*, 1906, p. 12), il pourrait y avoir jusqu'à 8 ou 9 générations chez certaines races polyvoltines.

ERRATA.

(Séance du 17 février 1919.)

Note de M. *Jules Drach*, Sur l'intégration par quadratures, etc. :

Page 340, ligne 15, *au lieu de* sont uniformes, *lire* sont parfois uniformes.

(Séance du 3 mars 1919.)

Note de M. *André Blondel*, Oscillations libres des alternateurs sur réseau à tension constante :

Page 441, ajouter au second membre des deux équations (8) et (9) respectivement le terme $+ E_{md}$ et le terme $+ E_{mt}$: ces deux termes représentant respectivement les forces électromotrices des excitatrices quand il n'y a pas d'oscillations.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 MARS 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 14 mars 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **George E. Hale** pour occuper la place d'Associé étranger, vacante par la radiation de M. *A. von Baeyer*.

Il est donné lecture de ce Décret.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Remarque sur l'intégrale résiduelle.* Note de M. **J. Hadamard**.

Lorsqu'un milieu en repos jusqu'à $t = 0$, dont le mouvement (ou, plus généralement, l'oscillation d'une nature quelconque) obéit à une équation linéaire aux dérivées partielles (E) du type hyperbolique, reçoit, à l'origine des temps, un ébranlement initial M_0, l'effet de cet ébranlement se propage par une onde cheminant en tous sens et analytiquement représentée par une caractéristique de l'équation donnée. Avant le passage de cette onde en un point déterminé quelconque a, aucun effet n'a lieu en ce point. Après le passage de l'onde, on sait que les deux hypothèses contraires sont possibles :

Ou bien (cas de l'équation des ondes sphériques), le principe de Huyghens est vérifié au sens spécial du mot, c'est-à-dire que l'ébranlement M_0 ne produit plus en a aucun effet et (en l'absence de perturbation autre que M_0), le voisinage de a rentre dans le repos;

Ou bien, comme l'ont constaté tout d'abord Poincaré et M. Picard pour l'équation des télégraphistes, l'onde, après son passage, laisse derrière elle un *mouvement résiduel.*

Dans un travail précédent ([1]), j'ai fait, dans quelques cas particuliers, l'étude de ce mouvement résiduel et de l'*intégrale résiduelle* qui le représente, et cherché quelle doit être l'équation (E) pour que l'intégrale résiduelle vérifie une équation aux dérivées partielles distincte de la première.

Plaçons-nous dans le cas contraire. Une première question se pose alors, celle de savoir si l'intégrale résiduelle peut être une solution *quelconque* de (E).

Bornée à ces termes stricts, cette question est résolue dans le sens de la négative par la simple remarque suivante :

L'intégrale résiduelle d'une équation à coefficients analytiques est toujours analytique.

Elle se présente, à ce point de vue, comme les solutions des équations du type elliptique.

On s'assure, en effet, sans difficulté que la partie non analytique de la solution est exclusivement fournie par les termes qui correspondent au passage de l'onde proprement dite. Si ces termes sont nuls (cas de l'intégrale résiduelle), le raisonnement classique qui démontre l'analyticité des solutions dans le cas elliptique redevient valable.

HYGIÈNE INDUSTRIELLE. — *D'un vêtement insubmersible et protecteur contre le froid.* Note de MM. **Charles Richet** et **Georges Noizet.**

On sait que les naufragés, si un torpillage ou un abordage du navire les ont jetés à la mer, meurent plutôt de froid que de submersion; car, dès qu'ils ont une ceinture de sauvetage ou une bouée, ils surnagent. Ils n'en périssent pas moins, quand ils ne sont pas rapidement secourus. En effet la déperdition de calorique dans l'eau froide est si intense qu'au bout d'une demi-heure, d'une heure tout au plus, ils n'ont plus de forces et sont saisis par le froid.

Nous avons donc songé à fabriquer un vêtement qui fût à la fois insub-

([1]) *Bulletin de la Société mathématique de France*, t. XXVIII, 1900, p. 69.

mersible et protecteur contre le froid, ce qui n'avait pas été réalisé encore(¹).

Le principe en est très simple : c'est un vêtement imperméable de toile caoutchoutée, telle qu'on l'emploie pour les ballons dirigeables, presque imperméable aux gaz et, par conséquent, tout à fait imperméable à l'eau. Ce vêtement est tapissé à l'intérieur d'une couche de Kapok, de 15^{mm} environ d'épaisseur, ce qui, par suite de l'extrême légèreté du Kapok, assure à la fois la non-conductibilité au froid et l'insubmersibilité.

Les mains sont libres, et les poignets sont serrés par du caoutchouc qui ne laisse absolument pas passer l'eau.

L'ensemble du vêtement se termine par un capuchon qui dépasse la tête et qu'on serre par une cordelette au-dessus de la tête. A la partie antérieure de ce capuchon est une ouverture par laquelle on peut passer la figure, laquelle est libre, bordée et serrée par une lame mince de caoutchouc qui adhère à la peau, mais qui ne détermine aucune constriction pénible.

Afin d'assurer l'équilibre vertical, aux pieds sont accrochés des poids, qui pour chaque pied sont de $4^{kg},500$ environ. Grâce à ce lest supplémentaire, on se tient droit dans l'eau, laquelle n'arrive qu'à la partie supérieure du thorax. Les poids peuvent être facilement détachés.

Nous avons tous deux sur nous-mêmes, et sur d'autres personnes, expérimenté à maintes reprises cet appareil, au Havre, dans l'avant-port, et nous avons constaté que, même au bout d'une heure et demie, la température de l'eau étant de 7° environ, on n'avait pas la plus faible sensation de froid (sinon, bien entendu, aux mains qui sont nues).

La preuve est donc faite que l'on peut, pendant plusieurs heures, par un vêtement convenable : 1° *se maintenir, malgré les vagues, en équilibre dans l'eau;* 2° *garder la chaleur du corps, malgré la température basse de l'eau ambiante.*

Le seul inconvénient de cet appareil, comme appareil de sauvetage, c'est qu'il est assez long à revêtir : 10 minutes quand on est seul, 3 minutes quand on est aidé.

D'ailleurs on peut concevoir qu'il aura d'autres applications que celles d'un costume de sauvetage. Il serait d'un usage excellent pour les travaux des pontonniers; pour les voyageurs et pilotes en avions survolant la mer,

---

(¹) Nous avions dès 1915 commencé nos recherches, sans jamais songer à les tenir secrètes, de sorte que l'idée très simple qui, dès cette époque, nous avait guidés, a pu être par d'autres, au moins partiellement, mise à exécution.

ou en hydravions; pour les réparations des navires, et peut-être pour d'autres opérations navales ou industrielles encore, dans lesquelles l'immersion prolongée en eau froide est nécessaire.

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la désignation de deux Membres de la Division des Sciences mathématiques, deux Membres de la Division des Sciences physiques et deux Membres non résidants qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, formeront la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *H. Bazin*.

MM. **É. Picard** et **Lecornu**, **Haller** et **A. Lacroix**, **Sabatier** et **Flahault** réunissent la majorité absolue des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce le décès de M. **Edmund Weiss** Correspondant de l'Académie pour la Section d'Astronomie, survenu à Vienne (Autriche) le 21 juin 1917.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Emmanuel-Joseph Boudin. *Leçons de Calcul des probabilités faites à l'Université de Gand de* 1846 *à* 1891, publiées avec des notes et des additions, par Paul Mansion.

2° *Congrès de l'Étang et de l'élevage de la Carpe*, tenu en 1918 sous la présidence de M. H. Gomot. *Mémoires et comptes rendus* publiés par MM. Louis Roule et Ernest Poher. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

M. Louis Fabry, élu Correspondant pour la Section d'Astronomie, adresse des remercîments à l'Académie.

M. Aug. Chevalier adresse des remercîments pour la subvention qui lui a été accordée sur le *Fonds Bonaparte* en 1918.

GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE. — *Surfaces applicables l'une sur l'autre.* Note de M. Bertrand Gambier.

1. Soient deux surfaces *réelles* S et S_1 applicables l'une sur l'autre; je les suppose *analytiques* afin de pouvoir parler des points imaginaires de S ou S_1. Un point *réel* M de S a pour homologue, dans l'application sur S_1, un point M_1 qui peut être *réel ou imaginaire :* dans le premier cas, il existe sur S au voisinage de M une portion réelle σ que l'on peut supposer réalisée physiquement au moyen d'un tissu flexible et inextensible et que l'on peut transporter sur S_1 afin d'en recouvrir la portion correspondante σ_1. Je dirai alors que pour le morceau de surface σ, l'application est de première espèce. Dans le second cas, il existe sur S au voisinage de M une portion σ plus ou moins étendue qui ne peut être transportée et déformée *physiquement* de façon à s'appliquer sur la surface S_1; la transformation n'en reste pas moins intéressante au point de vue analytique; je dirai que pour ce morceau de surface σ l'application est de seconde espèce.

2. Je rappelle un exemple connu d'application de seconde espèce. A tout point M (φ, v) de la surface pseudosphérique

$$x = \sin\varphi \cos v, \qquad y = \sin\varphi \sin v, \qquad z = \cos\varphi + \log \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2},$$

je fais correspondre le point $M_1(\varphi_1, v_1)$ de la même surface défini par les relations

$$\sin\varphi_1 = a \sin\varphi, \qquad v = a v_1,$$

où a est une constante réelle comprise entre 0 et 1. Cette correspondance applique la surface sur elle-même; un point de la surface peut être considéré comme point M ou point M_1; dans le premier cas, pour toute la pseudo-

sphère, la correspondance est de première espèce; dans le second cas elle est de seconde espèce pour toute la région où le rayon du parallèle reste compris entre a et 1.

3. Le but de cette Note est de montrer que, dans l'étude des surfaces applicables l'une sur l'autre, l'application de seconde espèce constitue un phénomène très général et non exceptionnel et qu'il existe même des couples de surfaces réelles S et S_1 applicables l'une sur l'autre telles que tout point réel de chacune ait pour correspondant un point imaginaire de l'autre.

L'exemple le plus curieux est fourni par les surfaces applicables sur le paraboloïde de révolution. M. Darboux indique au Tome 3 de sa *Théorie des surfaces* comment à toute courbe sphérique Γ *réelle ou imaginaire* correspond, à une translation près, un couple et un seul de deux surfaces *réelles* S et S_1 applicables toutes deux sur le paraboloïde $x^2+y^2=2pz$. Quelle que soit la courbe Γ on obtient ce curieux résultat :

a. L'une des deux surfaces, S par exemple, peut être réalisée en tissu inextensible et parfaitement flexible, puis être étalée complètement sur une certaine fraction du paraboloïde; cela pourra même, en général, se réaliser sans couture ni coupure;

b. Pour l'autre surface S_1 chaque point réel a pour homologue un point imaginaire du paraboloïde : au point de vue expérimental, rien ne peut donc déceler que S_1 soit applicable soit sur S, soit sur le paraboloïde.

4. La surface de révolution, définie en coordonnées semi-polaires (r, θ, z) par l'équation $z=f(r)$, admet pour ds^2

$$ds^2=[1+f'^2(r)]\,dr^2+r^2\,d\theta^2.$$

En égalant le coefficient de dr^2 à une fonction impaire arbitraire de r^2, j'obtiens f par une quadrature; en faisant correspondre au point $M(r, \theta)$ de la surface le point $M_1(r_1=ir,\ \theta_1=i\theta)$ de la même surface, je réalise une application de deuxième espèce de la surface sur elle-même.

Je retrouve la pseudosphère avec une nouvelle application sur elle-même en prenant $1+f'^2(r)=\frac{1}{r^2}$.

Si p est un entier positif non nul, l'équation

$$z=\frac{r^{2p+2}}{(2p+2)\sqrt{2}}+\frac{1}{2p\sqrt{2}\,r^{2p}}$$

définit une famille de surfaces algébriques de cette catégorie.

5. Il est facile de généraliser cet exemple par la considération de l'élément linéaire

$$ds^2 = v^p(du^2 + dv^2),$$

qui contient en particulier à une infinité de surfaces de révolution réelles. Pour chaque valeur de p on a une infinité de surfaces applicables soit chacune sur elle-même, soit chacune sur les autres d'une infinité de façons de première espèce. A ces divers modes s'ajoute l'application de seconde espèce définie par $u = ju_1$; $v = jv_1$, j étant une quelconque des racines imaginaires de l'équation $x^{p+2} - 1 = 0$. Quand p est égale à $4s$ ou à $-4(2s+1)$, où s est un entier positif, les surfaces de révolution sont algébriques. Pour p égal à 2 on obtient les développées des surfaces minima.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les zéros de la fonction $\zeta(s)$.* Note de M. **Harald Cramér**, présentée par M. Appell.

Soit $V(z)$ une fonction de la variable complexe $z = x + yi$ définie par la série

$$V(z) = \sum_{\gamma > 0} e^{\rho z},$$

absolument convergente pour $y > 0$. Ici, la somme s'étend à tous les zéros $\rho = \beta + \gamma i$ de la fonction $\zeta(s)$ de Riemann dont la partie imaginaire γ est positive. Je veux présenter dans cette Note quelques résultats obtenus par l'étude de cette fonction. La méthode suivie s'applique encore à la fonction analogue à $V(z)$ formée avec les zéros de la fonction $\zeta_k(s)$ correspondant à un corps algébrique arbitraire k. Les séries servant à définir ces fonctions sont intimement liées aux séries telles que $\sum \frac{x^\rho}{\rho}$, dont on connaît le rôle prédominant dans la théorie analytique des nombres premiers et des idéaux, mais qui n'ont guère été étudiées que pour des valeurs réelles de la variable.

I. Par des théorèmes connus relatifs à la croissance de $\zeta(s)$, on parvient à la relation

$$V(z) = \frac{1}{2\pi i}\int e^{sz}\frac{\zeta'(s)}{\zeta(s)}ds = -\frac{z}{2\pi i}\int e^{sz}\log\zeta(s)\,ds,$$

les intégrales étant prises le long de la ligne brisée joignant les points $+i\infty$, 0, 1, $1+i\infty$; cependant le point singulier $s=1$ doit être évité par un petit quart de cercle dirigé vers le haut. En nous servant de la relation fonctionnelle bien connue que vérifie la fonction $\zeta(s)$ pour transformer la dernière intégrale, nons obtiendrons par un calcul assez long la relation nouvelle

$$\begin{aligned} V(z) = {} & \frac{z}{2\pi i} e^{z} \sum_{p,m} \frac{1}{mp^m(z-\log p^m)} - \frac{z}{2\pi i} \sum_{p,m} \frac{1}{mp^m(z+\log p^m)} \\ & + \left(\frac{1}{4} + \frac{C+\log 2\pi}{2\pi}\right)\left(1+\frac{1}{z}\right) + \frac{1}{2\pi i} \frac{\Gamma'}{\Gamma}\left(\frac{z}{\pi i}\right) \\ & + \frac{1}{2} e^{z} - \frac{z}{2\pi i} \int_0^1 e^{sz} \log|\zeta(s)|\, ds - \frac{1}{2\pi i z} \int_0^\infty \frac{t}{e^t - 1} \frac{dt}{t+z}, \end{aligned}$$

qui est valable pour $-\pi < \arg z < \pi$. Au second membre, les sommes s'étendent à toutes les puissances p^m des nombres premiers p; à l'exception de la dernière intégrale, tous les termes représentent des fonctions de z partout uniformes. Or, en appliquant un théorème dû à Hermite, on trouve immédiatement que la fonction

$$\frac{1}{z} \int_0^\infty \frac{t}{e^t - 1} \frac{dt}{t+z} - \frac{\log z}{e^{-z} - 1}$$

est partout uniforme; elle est aussi holomorphe à l'origine, de manière qu'on pourra énoncer le théorème suivant :

La fonction $V(z)$ *est méromorphe dans toute partie finie du plan des* z *découpé suivant l'axe imaginaire de l'origine jusqu'à* $-i\infty$. *A l'intérieur du plan découpé, elle n'admet d'autres singularités que les pôles simples* $z = \pm \log p^m$.

La fonction

$$V(z) - \frac{1}{2\pi i}\left(\frac{\log z}{1-e^{-z}} + \frac{C+\log 2\pi - \frac{1}{2}\pi i}{z}\right),$$

est uniforme dans tout le plan et holomorphe à l'origine.

Aux points $z = \pm 2\nu\pi i$, $\nu = 1, 2, \ldots$, $V(z)$ *a des pôles simples avec les résidus* $\frac{1}{2\pi}\left(\arg z - \frac{1}{2}\pi\right)$ *variables avec l'argument de* z. *Les points*

$$z = -\pi i, \quad -3\pi i, \quad \ldots$$

sont encore des pôles simples, les résidus correspondants étant égaux à $-\frac{1}{2}$.

II. Désignons par N(T) le nombre des zéros $\rho = \beta + \gamma i$ satisfaisant à la condition $0 < \gamma \leqq T$; on sait que

$$N(T) = \frac{T}{2\pi}\left(\log\frac{T}{2\pi} - 1\right) + R(T),$$

où $|R(T)| <$ const. log. T, lorsque T tend vers l'infini. Supposons pour un moment que l'hypothèse de Riemann soit vraie, c'est-à-dire que $\beta = \frac{1}{2}$ pour tous les ρ. Dans ce cas nous aurons, en partant de l'expression de $V(z)$ donnée ci-dessus et en y écrivant iz au lieu de z,

$$z\int_0^\infty N(v)\,e^{-vz}\,dv = \sum_{\gamma>0} e^{-\gamma z} = -\frac{C+\log 2\pi z}{2\pi z} + \frac{7}{8} + z p_1(z)\log z + z p_2(z),$$

d'où

$$\int_0^\infty R(v)\,e^{-vz}\,dv = \frac{7}{8z} + p_1(z)\log z + p_2(z),$$

p_1 et p_2 désignant des fonctions holomorphes pour $|z| < \log 2$.

En combinant ce résultat avec un théorème dû à M. Marcel Riesz [1] concernant les intégrales de la forme $\int_0^\infty a(v)e^{-vz}\,dv$, on parvient à la relation

$$\lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int_0^T R(v)\,dv = \frac{7}{8}.$$

Par des considérations un peu plus délicates, on peut montrer encore que ce dernier résultat est en réalité *indépendant de l'hypothèse de Riemann*.

III. Pour étudier la fonction analogue à $V(z)$ formée avec les zéros de la fonction $\zeta_k(s)$ correspondant à un corps algébrique arbitraire k, on doit procéder de la même manière, en utilisant la relation fonctionnelle récemment découverte par M. Hecke que vérifie cette fonction $\zeta_k(s)$. La fonction considérée aura des pôles simples en tous les points $z = \pm\log(Np)^m$, Np désignant la norme d'un idéal premier arbitraire du corps k. On aura aussi une relation analogue à celle trouvée auparavant pour R(T).

---

(1) Il s'agit ici d'un théorème généralisant celui publié par M. Riesz dans les *Acta mathematica*, t. 40, p. 349-361, et qui m'a été communiqué par cet auteur.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Fonctions entières se rattachant aux nombres premiers.* Note de M. **Michel Petrovitch**, présentée par M. J. Hadamard.

Si dans l'intégrale définie

$$\alpha_n = \int_a^b u t^n \, dt \tag{1}$$

on remplace u par diverses fonctions de t réelles, finies, continues et d'un signe invariable pour t compris dans l'intervalle réel, positif et fini (a, b), on peut en former une infinité de séries de puissances

$$F(x) = \alpha_0 - \frac{\alpha_2}{1.2} x^2 + \frac{\alpha_4}{1.2.3.4} x^4 - \ldots \tag{2}$$

Celles-ci représentent une classe de *fonctions entières* de x, du genre *zéro* ou *un*, rentrant dans celle dont je me suis occupé antérieurement [1]. Ce sont des fonctions oscillantes pour x réel, à un nombre illimité d'oscillations; elles ne dépassent pas, en valeur absolue, une certaine limite finie pour aucune valeur *réelle*, finie ou infinie, de x et tendent en oscillant vers zéro lorsque x augmente indéfiniment par valeurs réelles soit positives, soit négatives; leur décroissance, pour x très grand, est au moins aussi rapide que celle de $\frac{h}{x}$ où h est une quantité finie. Ces fonctions ont un nombre illimité de zéros réels positifs et négatifs. Certaines de leurs propriétés fonctionnelles généralisent celles des fonctions trigonométriques élémentaires (*loc. cit.*).

Dans la présente Note je signale l'existence, parmi les fonctions (2), d'une classe de transcendantes qui, par une propriété arithmétique remarquable, se rattachent aux nombres premiers.

Envisageons celles parmi les fonctions (2) dans lesquelles a et b sont des nombres positifs *non entiers*, avec $4 < a < b$ et où

$$u = f(t)\,\theta(t), \tag{3}$$

$f(t)$ étant une fonction arbitraire de t, réelle, holomorphe le long du

---

[1] *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1213-1215, et un Mémoire paru dans les *Publications de l'Académie Royale de Serbie*. 1913.

segment $a \leq t \leq b$ de l'axe réel Ot, gardant un signe invariable le long de ce segment, avec

$$\theta(t) = \left[\frac{\sin \frac{\pi \Gamma(t)}{t}}{\sin \frac{\pi}{t}} \right]^2.$$

La fonction $\theta(t)$, dont on sait, depuis H. Laurent [1], la relation avec les nombres premiers, est holomorphe dans le demi-plan des t à partie réelle positive et, pour t compris entre a et b, est constamment positive et plus petite que $\frac{1}{\sin^2 \frac{\pi}{b}}$.

La propriété que nous avons en vue est la suivante :

La série

$$(4) \qquad \mathbf{S}_{a,b} = \sum_{n=1}^{n=\infty} \mathrm{F}(\overline{2n-1}\pi)$$

converge et a pour somme $-\frac{1}{2}\sum f(p_i)$, *où* $p_1, p_2, p_3, \ldots$ *désignent les nombres premiers compris entre* a *et* b.

En effet, soient λ et μ les deux entiers positifs tels que $\lambda - 1 < a < \lambda$, $\mu < b < \mu + 1$. On peut tracer un rectangle C symétrique par rapport à l'axe Ot, dont les côtés verticaux passent respectivement par $t = a$ et $t = b$, de hauteur suffisamment petite pour que la fonction (3) soit holomorphe à l'intérieur de C et sur C. D'après une formule sommatoire connue et valable dans ces conditions [2], on a

$$(5) \qquad 2\sum_{n=1}^{n=\infty} \int_a^b u(t) \cos(2n-1)\pi t \, dt = 2\,\mathbf{S}_{a,b} = \sum_{n=\lambda}^{n=\mu} (-1)^n u(n).$$

Or, en vertu du théorème de Wilson [3], la fonction $\theta(n)$ prend pour $n > 4$ la valeur zéro si n est un entier composé, et la valeur 1 si n est premier, ce qui achève la démonstration.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 126, 1898, p. 809.
(2) Lindelöf, *Calcul des résidus*, p. 82.
(3) Voir H. Laurent, *loc. cit.*

La formule sommatoire

$$(6)\qquad 2\sum_{n=1}^{n=\infty}\int_a^b u(t)\cos 2n\pi t\,dt=\sum_{n=\lambda}^{n=\mu}u(n)-\int_a^b u(t)\,dt,$$

valable dans les mêmes conditions que (5) (LINDELÖF, *loc. cit.*, p. 80), conduit au résultat suivant :

La série

$$T_{a,b}=\sum_{n=1}^{n=\infty}\Gamma(2n\pi)$$

converge et a pour somme

$$\frac{1}{2}[\Sigma f(p_i)-f(0)].$$

La fonction entière (2) spéciale, correspondant à

$$\alpha_n=\int_a^b \theta(t)t^n\,dt,$$

jouit ainsi de la propriété que *la série* (4) *converge et a pour demi-somme le nombre de nombres premiers compris entre a et b.*

THÉORIE DES NOMBRES. — *Le crible d'Eratosthène et le théorème de Goldbach.* Note de M. **VIGGO BRUN**, présentée par M. Hadamard.

Le théorème de Goldbach est bien connu : *On peut écrire tout nombre pair comme la somme de deux nombres premiers.*

On a maintenant un point de départ pour le traitement de ce problème et des problèmes analogues depuis qu'on a découvert que les nombres premiers de Goldbach peuvent être déterminés par une méthode analogue à celle d'Eratosthène. Le premier qui ait attiré l'attention sur ce fait est Jean Merlin (1).

Dans un Mémoire (2) en cours d'impression, j'ai étudié le crible d'Era-

---

(1) Voir *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2e série, t. 39, 1915. Voir aussi VIGGO BRUN dans *Archiv for Mathematik og Naturvidenskab*, Bund 34, Kristiania.

(2) *Le crible d'Eratosthène et le théorème de Goldbach*, présenté par M. C. STÖRMER à *Videnskapsselskapet i Kristiania*, le 24 janvier 1919.

tosthène en lui donnant la forme suivante : Soient données les séries arithmétiques :

Δ.	$\Delta+\mathrm{D}$.	$\Delta+2\mathrm{D}$.	$\Delta+3\mathrm{D}$.	$\Delta+4\mathrm{D}$.	....
a_1	a_1+p_1	a_1+2p_1	a_1+3p_1	a_1+4p_1	...
a_2	a_2+p_2	a_2+2p_2	a_2+3p_2	a_2+4p_2	....
..	....	....	....	....	...
a_{r-1}	$a_{r-1}+p_{r-1}$	$a_{r-1}+2p_{r-1}$	$a_{r-1}+3p_{r-1}$	$a_{r-1}+4p_{r-1}$	....
a_r	a_r+p_r	a_r+2p_r	a_r+3p_r	a_r+4p_r	...

Les séries s'étendent de o à x. Δ et $a_1, a_2, \ldots, a_r$ sont des nombres entiers ($0<\Delta\leqq\mathrm{D}$, $0<a_i\leqq p_i$). D désigne un nombre entier premier avec les nombres premiers $p_1, p_2, \ldots, p_r$.

Nous posons le problème suivant : *Combien la première ligne contient-elle de termes différents de tous les termes des autres lignes?* Nous désignons ce nombre par $\mathrm{N}(\Delta, \mathrm{D}, x, a_1, p_1, \ldots, a_r, p_r)$ ou plus brièvement par

$$\mathrm{N}(\mathrm{D}, x, p_1, p_2, \ldots, p_r).$$

Nous obtenons la formule fondamentale

$$\begin{aligned}&\mathrm{N}(\Delta, \mathrm{D}, x, a_1, p_1, \ldots, a_r, p_r)\\&\quad=\mathrm{N}(\Delta, \mathrm{D}, x, a_1, p_1, \ldots, a_{r-1}, p_{r-1})-\mathrm{N}(\Delta', \mathrm{D}, p_r, x, a_1, p_1, \ldots, a_{r-1}, p_{r-1})\end{aligned}$$

dans laquelle

$$0<\Delta'\leqq \mathrm{D}\,p_r$$

ou, plus brièvement,

$$\mathrm{N}(\mathrm{D}, x, p_1, p_2, \ldots, p_r)=\mathrm{N}(\mathrm{D}, x, p_1, p_2, \ldots, p_{r-1})-\mathrm{N}(\mathrm{D}\,p_r, x, p_1, p_2, \ldots, p_{r-1}).$$

Nous en déduisons la formule suivante :

$$\begin{aligned}&\mathrm{N}(\mathrm{D}, x, p_1, p_2, \ldots, p_r)\\&\quad=\mathrm{N}(\mathrm{D}, x)-\mathrm{N}(\mathrm{D}p_1, x)-\mathrm{N}(\mathrm{D}p_2, x)-\ldots-\mathrm{N}(\mathrm{D}p_r, x)\\&\qquad+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_2p_1, x)\\&\qquad+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_3p_1, x)+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_3p_2, x, p_1)\\&\qquad+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_4p_1, x)+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_4p_2, x, p_1)+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_4p_3, x, p_1, p_2)\\&\qquad+\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\\&\qquad+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_rp_1, x)+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_rp_2, x, p_1)+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_rp_3, x, p_1, p_2)+\ldots\\&\qquad+\mathrm{N}(\mathrm{D}p_rp_{r-1}, x, p_1, p_2, \ldots, p_{r-2}).\end{aligned}$$

En écartant tous les termes positifs N qui se trouvent à droite d'une ligne verticale déterminée, nous obtenons une formule donnant une limite inférieure de $N(D, x, p_1, p_2, \ldots, p_r)$. En employant cette formule plusieurs fois, nous pouvons calculer une limite inférieure de N en nous servant de l'équation

$$N(d, x) = \frac{x}{d} + \theta, \qquad \text{où} \qquad -1 \leqq \theta < 1.$$

Par une méthode analogue, nous pouvons déterminer une limite supérieure de N. Nous obtenons les théorèmes suivants :

1. Quand sur x nombres consécutifs, nous effaçons les termes de deux en deux, puis de trois en trois, etc., finalement de $p(\sqrt[6]{x})$ en $p(\sqrt[6]{x})$, il restera $N[1, x, 2, 3, 5, \ldots, p(\sqrt[6]{x})]$ termes, où N est déterminé par

$$\frac{x}{\log x} < N[1, x, 2, 3, 5, \ldots, p(\sqrt[6]{x})] < \frac{7x}{\log x},$$

quand $x > x_0$.

2. *Il existe toujours, entre* n *et* $n + \sqrt{n}$, *un nombre dont le nombre de facteurs premiers ne surpasse pas* 11 *quand* $n > n_0$.

Nous pourrions, par cette voie, démontrer un théorème analogue à celui de *Dirichlet :*

3. Chaque série arithmétique dont le premier terme et la raison sont premiers entre eux, contient une infinité de termes dont le nombre de facteurs premiers ne surpasse pas 5.

En étudiant le *crible de Merlin*, j'ai démontré les théorèmes suivants :

4. *On peut écrire chaque nombre pair* x, *plus grand que* x_0, *comme la somme de deux nombres dont le nombre de facteurs premiers (différents ou non) ne surpasse pas* 9.

5. Désignons par $Z(x)$ le nombre de *nombres premiers jumeaux* au-dessous de x, c'est-à-dire de couples de nombres premiers ayant pour différence 2. Nous pouvons alors démontrer que

$$Z(x) < \frac{100x}{(\log x)^2}$$

pour tout $x > x_0$.

MÉCANIQUE. — *Sur la formule de Bernoulli.*
Note de M. ÉMILE COTTON.

La formule bien connu de Bernoulli est valable pour un fluide parfait animé d'un mouvement permanent et pour un filet déterminé du fluide. Cette formule, fondamentale en hydraulique, s'y trouve généralement appliquée dans des conditions bien différentes de celles que nous venons de rappeler : liquide naturel, mouvement non permanent au sens mathématique du mot, tuyau de section finie.

Je voudrais indiquer ici quelle formule doit être substituée à celle de Bernoulli quand on adopte les deux dernières hypothèses. Je suppose encore le liquide parfait; les résultats obtenus présentent néanmoins un intérêt pratique : ils permettent de définir avec précision les grandeurs à évaluer quand on veut comparer à propos de la conservation de l'énergie mécanique un liquide naturel, tel que l'eau, aux liquides parfaits de la Mécanique rationnelle.

1. Le théorème de Bernoulli étant une forme particulière du principe des forces vives, on peut partir de l'équation générale qui le traduit dans le cas des fluides parfaits, telle qu'elle est donnée au n° 10 de l'article IV-17 de l'édition française de l'Encyclopédie des Sciences mathématiques. Elle se simplifie en supposant qu'il s'agit d'un liquide incompressible, de densité constante, en admettant que la force extérieure rapportée à l'unité de masse, F, dérive d'une fonction de forces, et en appliquant la formule de Green. Je ne donnerai pas ici le détail de ces transformations, dont voici, en quelques mots, le résultat.

Imaginons dans l'espace occupé par un liquide parfait de densité ρ une surface fermée fixe S; soit E le volume intérieur, qui est censé entièrement rempli par le liquide. Appelons v la vitesse, p la pression, U la fonction des forces extérieures (rapportées à l'unité de masse).

L'énergie cinétique de la masse liquide intérieure à E varie avec le temps. *La dérivée par rapport au temps de cette énergie cinétique est égale à la somme des flux à travers* S, *vers l'intérieur, de trois vecteurs obtenus en multipliant le vecteur vitesse respectivement par* $\frac{1}{2}\rho v^2$, p *et* $-\rho$U. En d'autres termes,

elle est donnée par l'intégrale de surface

$$\int_S \left(\frac{1}{2}\rho v^2 + p - \rho U\right) v \cos\theta \, dS, \tag{1}$$

où θ désigne l'angle du vecteur vitesse et de la normale intérieure.

2. Supposons que S soit constitué par la paroi S' d'un tuyau imperméable dans lequel se meut le liquide et par deux cloisons fictives S_1 et S_2 qui ne se coupent pas. Admettons que l'énergie cinétique du liquide intérieur à E reste constante; les flux correspondant à S' sont nuls ainsi que la dérivée de l'énergie cinétique, et l'on peut dire alors que *la somme des flux des trois vecteurs précédents est la même pour les deux cloisons* S_1, S_2 *quand on prend ces flux vers l'intérieur de* E *pour l'une des cloisons, vers l'extérieur pour l'autre*.

Donnons à ce dernier énoncé une forme voisine de la forme classique du théorème de Bernoulli. Appelons σ une cloison fictive quelconque séparant le tuyau en deux parties, désignons par la même lettre l'aire de cette cloison et posons

$$\left\{ \begin{array}{ll} V\sigma = \int_\sigma v \cos\theta \, d\sigma, & V'^2 = \frac{1}{V\sigma}\int_\sigma v^3 \cos\theta \, d\sigma, \\ P = \frac{1}{V\sigma}\int_\sigma pv \cos\theta \, d\sigma, & U' = \frac{1}{V\sigma}\int_\sigma Uv \cos\theta \, d\sigma. \end{array} \right. \tag{2}$$

$V\sigma$ est le débit de la cloison à l'instant considéré, V la vitesse normale moyenne par rapport à l'aire de la cloison. On peut dire que V'^2, P, U' sont les *moyennes par rapport au débit* du carré de la vitesse, de la pression et de la fonction des forces.

La somme

$$\frac{1}{2}V'^2 + \frac{P}{\rho} - U'$$

a même valeur pour les cloisons S_1 *et* S_2.

3. Ce résultat repose sur l'hypothèse de la constance de l'énergie cinétique du liquide entre les deux cloisons considérées. Écartons-la, revenons aux notations et hypothèses du n° 1 et calculons la variation de l'énergie cinétique du liquide intérieur à E pendant un intervalle de temps t_0, $t_0 + T$.

Ce calcul fait intervenir deux intégrations, l'une prise par rapport au temps t, l'autre étendue à la surface S ; on peut intervertir l'ordre de ces

intégrations, puisque la surface S est fixe. En divisant par T le résultat obtenu, et désignant la variation par la notation habituelle Δ, il vient

$$(3)\qquad \frac{1}{T}\Delta\int_E \frac{1}{2}\rho v^2 dE = \int_S dS\int_{t_0}^{t_0+T}\left(\frac{1}{2}\rho v^2 + p - \rho U\right) v\cos\theta\frac{dt}{T}.$$

Si l'énergie cinétique du liquide remplissant E ne varie pas constamment dans le même sens, mais va tantôt en croissant, tantôt en décroissant, on peut choisir t_0 et T de façon que le premier nombre soit nul.

4. Supposons maintenant que la pression et la vitesse considérées comme fonctions du temps aient des oscillations dont les amplitudes maxima soient assez faibles pour qu'on puisse regarder leurs puissances et leurs produits comme négligeables; admettons que U est indépendant du temps. Nous dirons que le mouvement est *hydrauliquement permanent* quand ces conditions seront réalisées.

Dans ce cas, on peut, d'une façon approchée, calculer le second membre de l'équation (3) en remplaçant simplement, dans l'intégrale (1), v, p, $\cos\theta$ par leurs valeurs moyennes par rapport au temps

$$v' = \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} v\,dt, \qquad \ldots.$$

Dans les mêmes conditions, T étant pris assez grand, on peut remplacer par zéro le premier membre de l'équation (3).

En résumé, *pour un liquide parfait animé d'un mouvement hydrauliquement permanent, l'équation de Bernoulli est pratiquement applicable sous la forme donnée au n° 2, en y remplaçant pour le calcul des intégrales* (2) v, p, $\cos\theta$ *par leurs valeurs moyennes pendant un intervalle de temps assez long.*

Dans un travail plus développé, je montrerai comment ces résultats s'étendent aux gaz.

THERMODYNAMIQUE. — *Comment Carnot a calculé l'équivalent mecanique de la chaleur. Un document inédit.* Note de M. C. RAVEAU.

I. Autorisé, par la très grande bienveillance de M. le Secrétaire perpétuel M. E. Picard, à prendre connaissance, en vue d'une réimpression, des manuscrits confiés à l'Académie par Hippolyte Carnot et M. Adolphe Carnot, j'ai été assez heureux pour trouver, dans les quelques passages restés inédits, un texte qui nous renseigne définitivement sur la façon dont Sadi Carnot a calculé l'équivalent mécanique de la chaleur :

« S'il est reconnu que les gaz ne changent pas de température lorsqu'ils se dilatent sans produire de puissance motrice, lorsque, par exemple, soumis à une pression constante, ils s'échappent par une petite ouverture dans une autre capacité où ils sont soumis à une pression moindre mais également constante, il s'ensuivrait :

1° Que la consommation de puissance motrice produit du calorique;

2° Que la quantité produite est précisément celle dégagée par le gaz lors de sa réduction de volume.

» En effet, si l'on comprime un gaz, à moitié par exemple, en maintenant sa température à un degré constant, puis qu'on le laisse échapper par une petite ouverture pour pénétrer dans un vase où la pression soit maintenue au degré où elle était d'abord, ce gaz sera ramené à la fin de l'opération précisément à l'état primitif; il y aura une quantité de puissance motrice consommée égale à celle qui est nécessaire pour réduire le gaz à moitié de son volume. »

Un croquis nous montre, centrés sur le même axe, deux réservoirs cylindriques, un tube qui les réunit et un ajutage conique qui prolonge ce tube à l'intérieur d'un des réservoirs. A chacun de ces cylindres est relié un corps de pompe dans lequel un piston maintient constante la pression. Les réservoirs sont encore en communication par l'intermédiaire d'une pompe qui ramène le gaz à son point de départ, de façon à répéter ou à prolonger indéfiniment l'expérience.

Ainsi Carnot, qui mourut en 1832, avait tracé exactement le plan de l'expérience que Joule et W. Thomson exécutèrent en 1854 [1].

II. Ce qui avait amené Carnot à penser que la détente des gaz sans travail extérieur n'entraîne aucune variation de température, c'est une expérience dont il dit (*loc. cit.*, p. 91) : « M. Gay-Lussac a fait voir (dit-on) que si l'on mettait en communication entre eux deux récipients, l'un vide, l'autre plein d'air, la température s'élevait autant dans l'un qu'elle s'abaissait dans l'autre. » Les variations de température n'étaient, quand Gay-Lussac les lisait sur des thermomètres à alcool, que d'une fraction de degré; s'il s'était agi de la température réelle du gaz dans l'un et l'autre ballon, la différence de densité eût été très petite entre les deux masses, en équilibre de pression. Le retour à l'équilibre complet, par conductibilité calorifique, aurait bien ramené le gaz à la température initiale. Il n'en a pas fallu plus à R. Mayer pour tirer une conclusion.

---

[1] On trouve également un programme très précis dans un paragraphe de l'*Extrait des Notes inédites de Sadi Carnot*, etc., p. 96.

Carnot est plus prudent. Il a calculé, dans les *Réflexions sur la puissance motrice du feu* [p. 53, 54 (29 de la réimpression de 1878)], la variation de température qu'entraîne pour l'air une réduction brusque de moitié de son volume. Il sait que, dans une détente parfaitement adiabatique du gaz, la différence de température qui devrait s'établir entre les deux ballons de Gay-Lussac atteindrait plusieurs dizaines de degrés. Dès lors les densités et les masses totales dans les deux ballons seraient notablement différentes et les variations de température en plus et en moins devraient l'être également pour que le retour à l'équilibre rendît au gaz sa température première. L'expérience de Gay-Lussac ne légitime donc aucune conclusion arrêtée (¹). A la différence de Mayer, Carnot n'en déduit de conséquences que sous forme conditionnelle et se préoccupe de les vérifier.

III. *Le calcul numérique de* E *était déjà fait dans les* Réflexions.

Carnot s'était proposé de vérifier que le rendement en travail d'une machine parfaite ne dépend que des températures des sources. Il lui fallait pour cela calculer les aires ΔW de cycles limités par deux segments d'isothermes t, $t + \Delta t$ très voisins et deux côtés à volume constant v, $v + \Delta v$. De plus il fallait connaître la quantité de chaleur ΔQ mise en jeu le long d'une des parties isothermes.

Pour l'air, il avait remarqué, dans les *Réflexions* [p. 43-46 (23-24)], que

---

(¹) Gay-Lussac avait donné à son Mémoire le titre modeste de *Premier essai pour déterminer les variations de température qu'éprouvent les gaz en changeant de densité, et considérations sur leur capacité pour le calorique*. Il avait parfaitement remarqué l'influence perturbatrice des récipients et des thermomètres. Pour une pression initiale de 76^{cm} de mercure, les variations de température observées sur le thermomètre à alcool étaient notablement inégales; elles étaient presque décuplées avec le thermomètre à air.

Les *Procès-verbaux des séances de l'Académie, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août* 1835, publiés par MM. les Secrétaires perpétuels, nous apprennent que le Mémoire de Gay-Lussac, lu dans la séance du 15 septembre 1806 (t. III, p. 423), fut examiné par Laplace, Delambre et Haüy. Ce dernier lisait, le 1er décembre, un Rapport étendu (p. 459).

Le travail fut publié dans le Tome I des *Mémoires de Physique et de Chimie de la Société d'Arcueil*, p. 180-205. Un résumé très succinct se trouve dans le Tome LXIV (1807), p. 324, des *Annales de Chimie*.

la chaleur de compression, à 6° (ou à 0°), à partir de la pression atmosphérique, était égale à la chaleur nécessaire pour élever la température de 1° sous pression constante, soit (d'après Delaroche et Bérard) 0,267, quand la variation relative de volume $\frac{\Delta v}{v}$ atteignait $\left(\frac{1}{116}+\frac{1}{267}\right)$. La première fraction était la valeur que Poisson avait calculée pour $-\frac{1}{v}\left(\frac{\partial v}{\partial t}\right)_{\text{adiab.}}$ en partant de la vitesse du son; la seconde était le coefficient de dilatation des gaz (d'après Gay-Lussac). Choisissant pour Δv la valeur ci-dessus; pour t, 0°; pour Δt, 0°,001, Carnot considérait un cycle dont l'aire était

$$\Delta W = \frac{\partial p}{\partial t}\,0{,}001\;\Delta v = \frac{p}{t}\,0{,}001\;\Delta v = \frac{p}{267}\,0{,}001\;\Delta v,$$

c'est-à-dire précisément, à une puissance près de 10, le quotient du travail de compression $p\Delta v$ par la chaleur correspondante à Δv, soit 0,267.

Carnot n'a donc eu qu'à jeter un coup d'œil sur la page 81 (44) des *Réflexions* pour transformer la valeur 0,000000372 de l'aire ΔW en 0,372, dont il a donné l'inverse approximatif 2,70.

R. Mayer écrit au contraire que l'excès $C - c$ de la chaleur spécifique à pression constante sur la chaleur spécifique à volume constant est l'équivalent du travail de dilatation sous pression constante dans une variation de température de 1°. A aucun moment, dans son calcul, Carnot ne considère cette différence. Poisson lui-même (*Procès-verbaux*, t. III, p. 563 et 594-597) avait calculé la fraction $\frac{1}{116}$ sans parler d'aucune quantité de chaleur [1].

IV. Une fois en possession du principe de l'équivalence, il n'est pas douteux que Carnot ait fait une remarque aujourd'hui classique et reconnu que le rendement à toute température d'un de ses cycles est, pour un gaz, et, par suite, pour un corps quelconque, le quotient de $E\,\Delta t$ par $267 + t$. Des valeurs du rendement qu'il avait calculées dans le cas de l'eau et de l'alcool, il pouvait alors, par une simple multiplication, tirer celles de E :

476, 407, 408 (eau); 413 (alcool),

dont la moyenne se trouve être la valeur très approchée 426.

---

[1] Cf. DÉCOMBE, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 268.

OPTIQUE. — *Sur l'absorption par les milieux troubles. Influence du diamètre et du nombre des particules.* Note (¹) de MM. **Charles Chéneveau** et **René Audubert**, présentée par M. Lippmann.

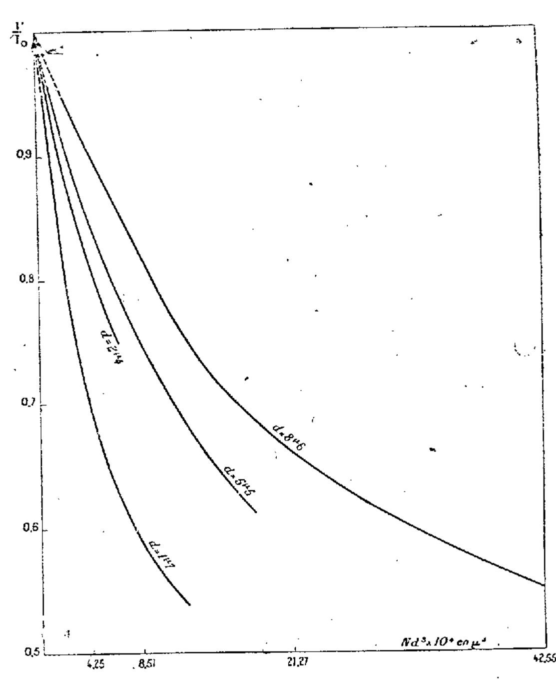
1. Lord Rayleigh a établi, en partant de la théorie de la diffraction, que la quantité de lumière I transmise par un milieu trouble constitué par des particules dont les dimensions sont petites par rapport à la longueur d'onde λ de la lumière incidente d'intensité I_0 était donnée par la relation $\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{kNd^6}{\lambda^4}}$ pour une épaisseur unité, N étant le nombre de particules de diamètre d par unité de volume.

2. Nous avons étudié l'absorption par les milieux troubles dont les particules ont des dimensions supérieures à la longueur d'onde de la lumière incidente, en faisant varier systématiquement le nombre de particules et leur diamètre. Nos déterminations ont porté principalement sur des suspensions de gomme-gutte ou de mastic sélectionnées par centrifugation fractionnée (ce choix a été guidé par ce fait que les particules sont dans ce cas sphériques et transparentes); mais nous avons pu étendre nos résultats à des émulsions d'huile dans l'eau et d'eau dans l'huile, à des précipités très fins de chlorure d'argent et de sulfate de baryum et à des inclusions de sphérules liquides dans des résines solides. Les mesures d'absorption ont été effectuées à l'aide du spectrophotomètre Féry pour les longueurs d'onde $\lambda = 0^{\mu},644$ et $\lambda = 0^{\mu},498$; les numérations et les diamètres ont été déterminés au moyen du microscope.

3. Nous avons représenté nos résultats par des courbes en portant en ordonnées le rapport $\frac{I}{I_0}$ de l'intensité transmise à l'intensité initiale et en abscisses, soit le nombre N de particules, soit le diamètre d. Nous avons remarqué que ces courbes ne s'étageaient pas toujours par ordre de grandeur croissante de N ou de d. Nous avons été ainsi amenés à prendre comme variable indépendante le produit Nd^3 qui, à un facteur constant près, représente le volume total des particules ou leur masse totale : nous avons alors constaté que l'anomalie précédente disparaissait. Les courbes obtenues dans ces conditions sont indiquées, pour le mastic par exemple, dans la figure ci-après.

(¹) Séance du 10 mars 1919.

Poursuivant notre idée de faire intervenir le volume des particules nous avons ensuite, après de nombreuses recherches, trouvé une relation entre



le rapport $\frac{I}{I_0}$ et les quantités $N d^3$. Si l'on porte, en effet, en abscisses les valeurs de $\log N d^3$ et en ordonnées les valeurs correspondantes de

$$\log\left[-\log\left(1-\frac{I}{I_0}\right)\right],$$

on obtient des droites

$$\log\left[-\log\left(1-\frac{I}{I_0}\right)\right]=\log K-\alpha \log N d^3.$$

Ces droites ont même coefficient angulaire pour la gomme-gutte et le mastic. De la même manière, nous avons reconnu que l'ordonnée à l'origine est liée au diamètre par la formule

$$\log K = \log A + \beta \log d.$$

En résumant tous ces résultats, on obtient alors la relation suivante :

$$1-\frac{I}{I_0}=e^{-\frac{A d^{\beta}}{(N d^3)^{\alpha}}}.$$

L'expérience montre que α est uniquement fonction de la longueur d'onde, que β dépend seulement de la nature de la particule et que A varie à la fois avec la longueur d'onde et la nature de la particule. La valeur de ces coefficients est, en évaluant N en nombre de particules par μ^3 et d en μ :

	α.		β.	A.	
	$\lambda = 0^\mu,644$.	$0^\mu,498$.		$\lambda = 0^\mu,644$.	$0^\mu,498$.
Mastic............	0,5	0,4	0,5	$1,8.10^{-2}$	$1,0.10^{-2}$
Gomme-gutte.....	0,5	0,4	1,0	1,1 »	0,6 »

Aux erreurs d'expérience près, les valeurs calculées par la formule précédente, valable seulement pour les particules dont le diamètre est supérieur à la longueur d'onde, sont identiques aux valeurs observées.

4. On peut se demander si, en la modifiant, la formule de Lord Rayleigh peut être appliquée aux grosses particules. En la remplaçant par une formule plus générale (¹)

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{A}{\lambda^n}},$$

A étant une certaine fonction de N, de d et des propriétés optiques des particules et du milieu dans lequel elles sont en suspension, l'expérience montre, en effet, que l'on a pour une suspension déterminée la relation linéaire

$$\log\left(-\log\frac{I}{I_0}\right) = \log A + n \log\lambda.$$

D'autre part, dans les limites où nous nous sommes placés, nous avons trouvé que la fonction A était de la forme $A = KNd$, K étant un coefficient ne dépendant uniquement que des propriétés optiques des granules et du milieu intergranulaire.

Il est donc légitime d'appliquer aux suspensions à grosses particules une formule de la forme suivante, dérivant de celle de Lord Rayleigh :

$$1 - \frac{I}{I_0} = 1 - e^{-\frac{KNd}{\lambda^n}}.$$

5. En résumé, nous croyons pouvoir dire que, pour une longueur d'onde donnée, deux relations assez simples existent dans le cas de milieux à grosses particules entre l'absorption $1 - \frac{I}{I_0}$ et les propriétés physiques de la suspension, c'est-à-dire la grosseur des particules et leur nombre.

(¹) BOUTARIC, *Thèse de doctorat*, 1918.

PHYSIQUE. — *Sur les lois de l'écoulement des liquides par gouttes dans des tubes cylindriques.* Note de M. L. **Abonnenc**, présentée par M. J. Violle.

Dans une précédente Note j'ai indiqué les résultats relatifs à l'écoulement de l'eau dans des tubes cylindriques de faible diamètre extérieur. Ces résultats confirment ceux qu'a obtenus Vaillant avec des tubes cylindriques de plus grand diamètre.

Le poids p d'une goutte d'eau qui tombe à l'extrémité d'un tube cylindrique est une fonction parabolique de la fréquence de chute N, fonction de la forme

$$p = \alpha D + bN - \frac{c}{d}N^2.$$

Dans cette formule, D et d désignent les diamètres extérieur et intérieur du tube, α, b, c trois constantes positives. Les nombres b et c peuvent prendre une série de valeurs qui sont entre elles comme des puissances de 2 successives, 2, 2^2, 2^3, ... Si donc on désigne par β et γ deux valeurs particulières de b et c, on peut poser

$$b = m\beta, \qquad c = n\gamma;$$

m et n étant des puissances de 2, positives si β et γ représentent les plus petites valeurs de b et c.

Dans le cas de l'eau, en posant $m = 1$, $n = 1$ pour les tubes de diamètre extérieur D compris entre 1^{mm} et 2^{mm} environ, on a : $m = 2$, $n = 2$, pour les tubes où D varie entre 2^{mm} et 5^{mm}; $m = 4$, si D est compris entre 5^{mm} et 7^{mm}; avec $n = 4$, si d est assez grand (supérieur à 1^{mm} environ), $n = 8$, si d est petit.

J'ai, depuis, expérimenté sur des tubes de diamètre extérieur encore plus grand, supérieur à 8^{mm} et de diamètre intérieur faible (inférieur à 1^{mm}). Pour ces tubes, on a

$$m = 8, \qquad n = 16,$$

ce qui confirme la loi de variation de m et de n, par puissances de 2.

Pour les tubes qui correspondent à une même valeur de m, α est sensiblement constant; ce facteur diminue si m augmente :

$$m = 1, \qquad \alpha = 1720,$$
$$m = 2, \qquad \alpha = 1570,$$
$$m = 4, \qquad \alpha = 1410.$$

Les dernières mesures que j'ai faites, avec des tubes de diamètre extérieur supérieur à 8^{mm}, fournissent des valeurs de α oscillant autour de 1380. On peut donc ajouter au Tableau précédent

$$m = 8, \quad \alpha = 1380.$$

Les lois de l'écoulement de l'eau dans un tube cylindrique se résument ainsi dans la formule

$$p = \alpha D + m\beta N - n\frac{\gamma}{d}N^2.$$

J'ai étendu les mesures faites à d'autres liquides (liquides purs et solutions) en opérant sur un grand nombre de tubes.

Comme dans le cas de l'eau, le poids des gouttes est une fonction parabolique de la fréquence de chute de la forme précitée, m et n variant comme les puissances successives de 2.

Il existe une relation remarquable entre les valeurs de α, β, γ relatives à deux liquides différents. Soient T la tension superficielle d'un liquide, η son coefficient de viscosité, ρ sa masse spécifique, les résultats expérimentaux permettent d'écrire, pour un même tube, $\alpha = AT$, A étant une constante indépendante du liquide, mais pouvant prendre des valeurs différentes selon les diverses catégories de tubes.

On a d'autre part, à un facteur constant près qui est une puissance de 2,

$$\beta = B\eta, \qquad \gamma = C\rho,$$

B et C étant deux constantes indépendantes du liquide.

On peut donc résumer les lois de l'écoulement des liquides dans des tubes cylindriques par la formule

$$p = ATD + mB\eta N - n\frac{C}{d}\rho N^2$$

A, B, C ayant les significations indiquées plus haut.

Dans le cas de l'eau et de tubes de diamètre extérieur faible, mais de diamètre intérieur relativement grand, j'ai signalé un phénomène intéressant de changement de régime, caractérisé par le fait que la courbe $p = f(N)$ se compose de plusieurs branches continues. On passe d'une branche à l'autre par variation brusque du poids des gouttes pour certaines valeurs de N. J'ai observé depuis ce même phénomène pour l'eau dans le cas de tubes de diamètre extérieur quelconque; et j'ai pu constater qu'il s'observe encore plus fréquemment avec certains liquides purs (benzine, acétone, etc.).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur l'écrouissage du plomb, de l'étain et du thallium.* Note de M. **Paul Nicolardot**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Hirn a fondé une méthode de détermination de l'équivalent mécanique de la chaleur sur l'écrasement d'un bloc de plomb parce que, suivant l'opinion générale, le plomb ne s'écrouit pas et aucune objection sérieuse n'a encore été soulevée contre une telle hypothèse.

M. Loutchinski a essayé de montrer que le plomb après trempe (de 270°, 250° et 150° à 0°) deviendrait plus dur; il a également constaté que le plomb fondu possède un coefficient magnétique dix fois plus grand que celui du plomb déformé mécaniquement (martelage ou tréfilage).

L'observation suivante de MM. Ewing et Rosenhain est très intéressante :

« Dans le plomb qui a été fortement pressé, la recristallisation se poursuit à toute température depuis celle d'une salle ordinaire jusqu'au point de fusion. »

Pour l'étain, M. Cohen a, le premier, attribué à l'écrouissage l'altération à la température ordinaire, de ce métal déformé mécaniquement (feuilles, fils, etc.) parce qu'au-dessous de 18°, dit-il, « l'étain écroui est métastable par rapport à l'étain non écroui et qu'au-dessous de 18°, il l'est aussi bien par rapport à l'étain non écroui qu'à l'étain gris ».

Cependant aucune mesure relative à l'écrouissage du plomb et de l'étain ne semble avoir été exécutée jusqu'ici; de même pour le thallium.

En réalité, ces trois métaux s'écrouissent et leur recuit, malgré sa rapidité, est soumis aux mêmes règles que celui des autres métaux. Pour mettre le phénomène en évidence d'une manière nette et le mesurer, il faut opérer extrêmement vite à cause de la rapidité avec laquelle ces métaux se recuisent à la température ordinaire. Dans tous mes essais, l'intervalle de temps s'écoulant entre le moment où le lingot de métal était écrasé sous le choc du mouton et celui où la première empreinte était formée, ne dépassait pas une dizaine de secondes. Le lingot employé avait la forme d'un cylindre de 13^{mm} de hauteur et 18^{mm} de diamètre. Par le choc du mouton, la hauteur du lingot était réduite à la moitié environ de sa grandeur primitive. Les empreintes étaient produites sur le lingot, avec une bille de 10^{mm} de diamètre, sous une charge constante de 10^{kg} et pendant 5 secondes. Elles étaient mesurées ensuite au microscope sous un grossissement de 44,5 diamètres. Par suite de l'inégalité de déformations, la dureté est différente à la périphérie et au centre du lingot. Les empreintes ont été prises vers

la périphérie. Ce sont les résultats mêmes de ces mesures agrandies, qui sont indiquées. La dureté ainsi mesurée est toujours inférieure à la dureté réelle du métal écroui, et cela pour deux raisons : échauffement du métal et commencement du recuit spontané.

	Plomb		Thallium		Étain.	
Température.	10°-13°.	17°.	16°.	17°.	16°.	17°.
Ecroui	50	50-53	77,8	77,9	46	46
2 minutes après	63,5-63,0	70	81,9	86,8	»	»
4 »	60	79-80	82	88,8	»	»
6 »	62-65	80	»	»	»	»
10 »	64-63	»	84	89	»	»
30 »	»	»	85	90	48	49
60 »	»	»	87,7	90,8	50	55
4 heures après	»	»	88,1	91,2	54	57
5 »	88	85	»	»	»	»
Recuit à 100°	88	86	90,4	91,2	60	60

Il importe de montrer ici qu'il y a bien écrouissage suivi d'un recuit spontané extrêmement rapide. Si cette explication est exacte, la température doit intervenir pour retarder le recuit, si elle s'abaisse.

Les lingots, aussitôt après compression au mouton et prise d'une empreinte, ont été plongés dans la neige carbonique d'où ils ont été retirés à intervalles réguliers, pour marquer de nouvelles empreintes. Les résultats sont indiqués seulement pour le plomb et le thallium. Sous l'action du froid, l'étain écroui passe en partie à son état allotropique; le phénomène se complique alors.

	Plomb.	Thallium.
Écroui	52	77
Après 3 heures dans la neige carbonique	53	77
» 6 »	55	77
» 9 »	55	77
» 24 »	57	77

Le recuit spontané du plomb et du thallium n'a donc pas pu se produire parce que la température était trop basse. Si on laisse ces métaux se réchauffer, on obtient sur les mêmes échantillons, après les avoir retirés de la neige carbonique :

	Plomb.	Thallium.
2 minutes après	60	80
4 »	67	83
6 »	75	84
10 »	75	87
20 »	76	90
30 »	80	93
60 »	81	93
Recuit à 100°	85	94

Les petites modifications observées sur le plomb maintenu dans la neige carbonique tiennent à son recuit pendant la durée des essais. Si en effet, au lieu de retirer l'essai de temps à autre, pour y marquer des empreintes, on le laisse pendant 16 heures de suite, on retrouve la même empreinte (52, dans le cas de cet essai) qu'après l'avoir retiré du mouton.

En résumé, le plomb, le thallium et l'étain s'écrouissent. Ils se recuisent spontanément à la température ordinaire et d'autant plus vite que celle-ci est plus élevée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'action des iodures alcooliques sur le phosphate neutre de sodium en solution aqueuse.* Note ([1]) de M. **Octave Bailly**, présentée par M. Charles Moureu.

H. King et L. Pyman ([2]), se basant sur l'analogie de la fonction acide des phosphates monoacides avec la fonction phénolique d'une part, et sur l'action bien connue des phénols sodés sur la monochlorhydrine de la glycérine en milieu aqueux d'autre part, ont eu l'idée de faire réagir, dans ce même milieu, la même chlorhydrine sur le phosphate trisodique, ce qui les conduisit à une élégante synthèse des α-glycérophosphates. Or, j'ai montré par la suite que la réaction de King et Pyman comportait un mécanisme particulier ([3]) permettant de supposer que les dérivés halo-

([1]) Séance du 10 mars 1919.

([2]) H. King et L. Pyman, *Trans. Ch. Soc.*, t. 105-106, 1914, p. 1238.

([3]) Octave Bailly, *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 677. Il y a formation transitoire de glycide et de phosphate bisodique qui s'unissent ensuite l'un à l'autre :

$$PO(ONa)^3 + CH^2Cl - CH.OH - CH^2.OH$$
$$= PO(ONa)^2.OH + \overset{\frown O \frown}{CH^2 - CH} - CH^2.OH + NaCl,$$
$$PO(ONa)^2.OH + \overset{\frown O \frown}{CH^2 - CH} - CH^2.OH = PO(ONa)^2O - C^3H^5(OH)^2.$$

génés dont l'halogène est situé au voisinage d'un oxhydrile alcoolique, seuls capables d'engendrer une fonction glycidique au contact des alcalis, étaient seuls susceptibles de réagir sur le phosphate trisodique pour donner naissance aux monoéthers orthophosphoriques correspondants. J'ai voulu voir s'il en était réellement ainsi, ou bien si l'action des dérivés halogénés sur le phosphate trisodique en liqueur aqueuse ne constituait pas une méthode plus générale de synthèse des acides monoalcoylorthophosphoriques. J'ai été ainsi amené à étudier l'action des dérivés halogénés gras sur PO^4Na^3. La présente Note a pour but d'exposer les résultats obtenus avec les iodures alcooliques.

J'ai constaté que, conformément à la seconde alternative ci-dessus, les iodures alcooliques réagissent sur le phosphate neutre de sodium en solution aqueuse avec formation notable du monoéther phosphorique correspondant, mais dans le cas des premiers termes de la série seulement :

$$PO(ONa)^3 + RI = PO(ONa)^2OR + NaI.$$

Les expériences ont porté sur les iodures de méthyle, d'éthyle, d'allyle, de propyle, d'isopropyle et d'isobutyle qu'on a fait réagir, en proportion équimoléculaire, sur le phosphate trisodique, en solution aqueuse demi-normale. On a opéré en vase clos, à la température de 60° avec les iodures de méthyle et d'allyle, et à la température de 100° avec les autres iodures. La proportion de monoéther phosphorique formée a atteint

Pour 100.		
73,55	avec	$I\,CH^3$,
50,64	»	$I\,C^2H^5$,
51,84	»	$I\,CH^2-CH:CH^2$,
39,20	»	$I\,CH^2-CH^2-CH^3$,
15,26	»	$I\,CH\begin{cases}CH^3\\CH^3\end{cases}$,
10,65	»	$I\,CH^2-CH\begin{cases}CH^3\\CH^3\end{cases}$.

On a effectué l'extraction du monoéther, après élimination du phosphate non combiné, à l'état de sel de calcium très peu soluble, même à froid. Les rendements en méthyl et en éthylphosphates de calcium, qui ont été respectivement de 62,5 et de 42,5 pour 100 par rapport aux corps réagissants, dépassent de beaucoup ceux fournis par la méthode de Cavalier [1],

[1] CAVALIER, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 7e série, t. 18, 1899, p. 449.

seule méthode générale de préparation des monoéthers phosphoriques d'alcools monovalents bien étudiée, consistant dans l'action directe de l'anhydride phosphorique sur ces alcools.

Parmi les nombreux alcoylphosphates neutres alcalins et alcalino-terreux préparés au cours de ce travail, je citerai les suivants qui n'ont pas encore été décrits :

Désignation.	Formules.	Solubilités.
Méthylphosphate de strontium.....	$PO(O.Sr.O)O.CH^3 + H^2O$	1,24 pour 100 à 14°
Méthylphosphate de potassium.....	$PO(OK)^2O.CH^3$	toutes proportions
Méthylphosphate d'ammonium.....	$PO(O.AzH^4)^2O.CH^3$	toutes proportions
Méthylphosphate de sodium.......	$PO(O.Na)^2O.CH^3 + 6H^2O$	52,12 pour 100 à 12°,5
Éthylphosphate de strontium.......	$PO(O.Sr.O)O.C^2H^5 + 2H^2O$	1,29 pour 100 à 20°
Éthylphosphate de sodium.........	$PO(O.Na)^2O.C^2H^5 + 3H^2O$	toutes proportions
Propylphosphate de calcium.......	$PO(O.Ca.O)O.C^3H^7 + 2H^2O$	0,25 pour 100 à 18°,5
Propylphosphate de strontium.....	$PO(O.Sr.O)O.C^3H^7 + 2H^2O$	1,96 pour 100 à 18°,5
Isopropylphosphate de calcium....	$PO(O.Ca.O)O.CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 2H^2O$	0,09 pour 100 à 24°
Isopropylphosphate de strontium..	$PO(O.Sr.O)O.CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 3H^2O$	0,40 pour 100 à 20°
Isopropylphosphate de sodium.....	$PO(O.Na)^2O.CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 2H^2O$	toutes proportions
Isobutylphosphate de calcium.....	$PO(O.Ca.O)O.CH^2-CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 2H^2O$	0,19 pour 100 à 18°
Isobutylphosphate de strontium...	$PO(O.Sr.O)O.CH^2-CH\langle{}^{CH^3}_{CH^3} + 2H^2O$	0,89 pour 100 à 18°
Allylphosphate de strontium.......	$PO(O.Sr.O)O.CH^2-CH:CH^2 + H^2O$	1,80 pour 100 à 20°

J'ajouterai enfin :

1° Qu'outre une quantité prépondérante de monoéther, il se forme toujours, dans l'action des iodures alcooliques sur le phosphate trisodique, une petite quantité de diéther monophosphorique :

$$PO(ONa)^3 + 2RI = PO(OR)^2ONa + 2NaI;$$

2° Que les composés obtenus sont bien des monoéthers phosphoriques (*alcoylphosphates*) et non des corps tautomères (*alcoylphosphinates*) dans lesquels le résidu alcoolique serait directement soudé au phosphore (analogie avec l'action des iodures alcooliques sur l'arsénite de sodium en liqueur aqueuse). En effet, ces composés sont hydrolysables avec régénération de l'acide phosphorique, et leurs coefficients d'hydrolyse se confondent avec ceux des monoéthers phosphoriques déterminés par J. Cavalier;

3° Qu'il résulte de la comparaison des chiffres figurant dans le Tableau ci-dessus et de ceux antérieurement déterminés par Pelouze (¹) et par Cavalier (²), exprimant la solubilité des alcoylphosphates de baryum et de calcium, non mentionnés dans ce Tableau, que, d'*une façon générale*, la solubilité des alcoylphosphates alcalino-terreux dérivés d'alcools monovalents va en diminuant du sel de baryum au sel de calcium en passant par le sel de strontium. Alors que les sels de baryum sont notablement solubles, les sels de calcium sont presque insolubles.

GÉOLOGIE. — *Sur les anomalies magnétiques du bassin parisien.* Note de M. **R. Dubuisson**, présentée par M. Pierre Termier.

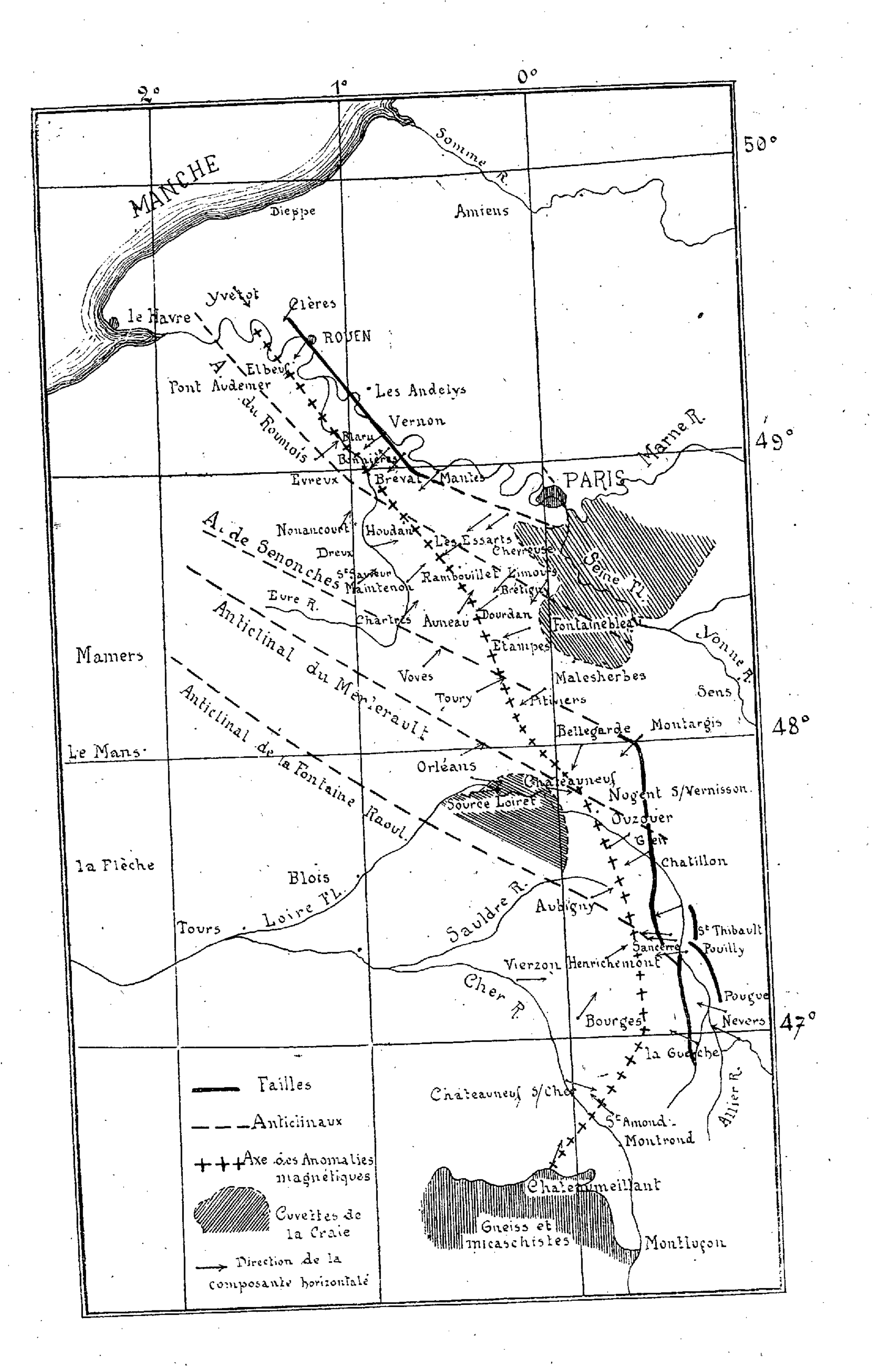
On sait que les trois éléments mesurables qui déterminent en chaque point du globe les forces agissant sur une aiguille aimantée, déclinaison D, inclinaison I, composante horizontale H, sont fonctions des coordonnées géographiques. M. Angot reprenant et complétant les travaux de M. Moureaux (voir *Annales du Bureau central météorologique*, 1898 et 1908) a montré qu'il était possible d'exprimer D, I et H par des formules de la forme $D = a + b\varphi + c\lambda + d\varphi^2 + e\varphi\lambda + f\lambda^2$, où φ et λ désignent la latitude et la longitude; $a, b \ldots f$ des paramètres variant avec le temps.

Or, dans certaines régions, l'observation fournit pour D, I et H des valeurs notablement différentes des valeurs théoriques, avec un écart supérieur aux erreurs d'expériences. On est donc amené à supposer qu'il existe une *force perturbatrice*. M. Angot a calculé pour plus de 600 stations françaises les composantes de cette force. Il a de plus fait voir, à propos de la Bretagne, que, si l'on trace sur une carte en chaque station la composante horizontale, ces forces convergent vers une ligne qui constitue un *axe d'anomalie*.

Il était intéressant d'appliquer la même méthode au bassin parisien, qui offre une anomalie magnétique des plus curieuses, et de rechercher s'il existe des relations entre ce phénomène et la tectonique du bassin.

Dès 1892, la question avait fait l'objet d'un intéressant échange de vues à la Société Géologique, entre MM. de Lapparent, Dollfus et Marcel Bertrand.

(¹) Pelouze, *Ibid.*, 2ᵉ série, t. 2, 1833, p. 37.
(²) Cavalier, *loc. cit.*, et Cavalier et Prost, *Bull. Soc. chim.*, 3ᵉ série, t. 23, 1900, p. 678.



2°
1°
0°
50°
49°
48°
47°
MANCHE
Somme R.
Dieppe
Amiens
Yvetot
Clères
le Havre
ROUEN
Elbeuf
Pont Audemer
Les Andelys
Vernon
A. du Roumois
Marne R.
Evreux
Bréval
Mantes
PARIS
Nonancourt
Houdan
Les Essarts
Chevreuse
Dreux
A. de Senonches
Rambouillet
Limours
Maintenon
Seine Fl.
Eure R.
Chartres
Auneau
Dourdan
Fontainebleau
Anticlinal du Merlerault
Yonne R.
Mamers
Étampes
Voves
Malesherbes
Toury
Pithiviers
Sens
Anticlinal de la Fontaine Raoul
Bellegarde
Montargis
Le Mans
Orléans
Châteauneuf
Nogent S/Vernisson
Source Loiret
Ouzouer
Gien
Chatillon
la Flèche
Blois
Sauldre R.
Aubigny
Tours
Loire Fl.
St Thibault
Sancerre
Pouilly
Vierzon
Henrichemont
Cher R.
Pougues
Bourges
Nevers
la Guerche
Failles
Anticlinaux
Axe des Anomalies magnétiques
Cuvettes de la Craie
Direction de la composante horizontale
Châteauneuf S/Cher
St Amand-Montrond
Allier R.
Châteaumeillant
Gneiss et micaschistes
Montluçon

Mais, comme la position de l'axe des anomalies magnétiques n'était pas nettement déterminée à cette époque, il ne paraît pas inutile de la reprendre.

La carte ci-contre a été dressée suivant la méthode indiquée par M. Angot et d'après ses données numériques.

L'axe des anomalies magnétiques prend naissance au sud vers Châteaumeillant, en bordure des roches anciennes, décrit une large courbe devant La Guerche, Nevers, Pougues et entre dans le Sancerrois où il suit la vallée de la Sauldre dans sa partie Sud-Nord, franchit la Loire à Ozouer-sur-Loire, s'incurve vers l'Ouest, passe au sud de Bellegarde, présente un point d'inflexion et se dirige ensuite en ligne droite vers le Nord-Ouest par Rambouillet, Houdan, la Vallée de l'Eure, coupe la Seine entre Elbeuf et Rouen et se perd sur la côte de la Manche au delà d'Yvetot.

Au simple aspect de la carte, on est frappé du parallélisme qui se manifeste entre cet axe et les lignes de failles.

L'axe est parallèle, au Sud, au système de failles du Sancerrois et du Nivernais; au Nord, au pli faille de Rouen. Il s'ensuit qu'au Sud, il coupe obliquement les anticlinaux, mais qu'au Nord il devient parallèle à la direction générale des plissements.

A examiner de plus près les directions des forces perturbatrices et leurs grandeurs, deux faits apparaissent :

1° Quand l'axe magnétique coupe un anticlinal, il y a convergence des forces perturbatrices vers l'intersection et l'anomalie tend à devenir plus intense. Ce phénomène est particulièrement visible dans le Sancerrois à la traversée de l'anticlinal de la Fontaine Raoul, et à Aubigny à la traversée de l'anticlinal du Merlerault. A Pougues, Nevers, Cosne, Pouilly, la force perturbatrice est de 7 à 10 $\frac{1}{10000}$ de gauss. Elle atteint 29 à Sancerre, 35 à Henrichemont. Elle est de 16 à Aubigny contre 8 seulement à Châtillon-sur-Loire.

Plus au Nord, le phénomène est moins net parce que l'axe magnétique tend à devenir parallèle aux plis.

2° C'est dans le Sancerrois, région de soulèvement, que l'intensité de l'anomalie est maxima, et c'est dans l'Orléanais, zone d'ennoyage des plis, qu'elle est la plus faible. A Châteauneuf-sur-Loire, à Orléans, à la Source du Loiret, à Cercottes, la force perturbatrice est nulle ou presque nulle.

L'aire d'ennoyage passée, la perturbation reprend une valeur sensible de 10 à 15 $\frac{1}{10000}$ de gauss.

En résumé, il y a parallélisme entre l'axe des anomalies magnétiques et les failles. Mais celles-ci n'influent pas sur la perturbation elle-même, car

d'un même côté de l'axe, les déviations de l'aiguille aimantée sont concordantes, que l'on soit à droite ou à gauche d'une faille.

Il paraît exister une relation entre les plissements et l'intensité des forces perturbatrices, celles-ci se trouvant renforcées dans les dômes et les anticlinaux, affaiblies dans les aires d'ennoyage.

MÉTÉOROLOGIE. — *Périodicité des vagues atmosphériques.* Note [1] de M. **Joseph Lévine**. (Extrait.)

La méthode des dépressions ne permet à la Météorologie de remplir à peu près sa tâche principale, la prévision du temps, qu'au jour le jour, tandis que dans un domaine voisin, celui de la marée océanique, on est arrivé à faire la prévision, d'une façon extrêmement précise, aussi longtemps d'avance qu'on peut le désirer.

Ce résultat merveilleux a été obtenu grâce aux travaux de Newton, de Laplace, de lord Kelvin et de beaucoup d'autres savants, qui ont réussi à rattacher directement aux phénomènes cosmiques les données purement locales, sans que soit exigée la connaissance préalable de la forme du phénomène en plein océan.

Pour que la Météorologie puisse s'engager dans cette voie féconde, il est nécessaire de s'assurer d'abord que la pression, envisagée au point de vue purement local, est bien un phénomène périodique et, dans l'affirmative, de voir si cette période n'excède pas les limites de nos observations barométriques. Cette période est appelée à remplir auprès de la Météorologie le rôle dévolu au saros des Chaldéens pour la marée océanique, c'est-à-dire à former le cadre approximatif dans lequel on pourrait appliquer l'analyse harmonique.

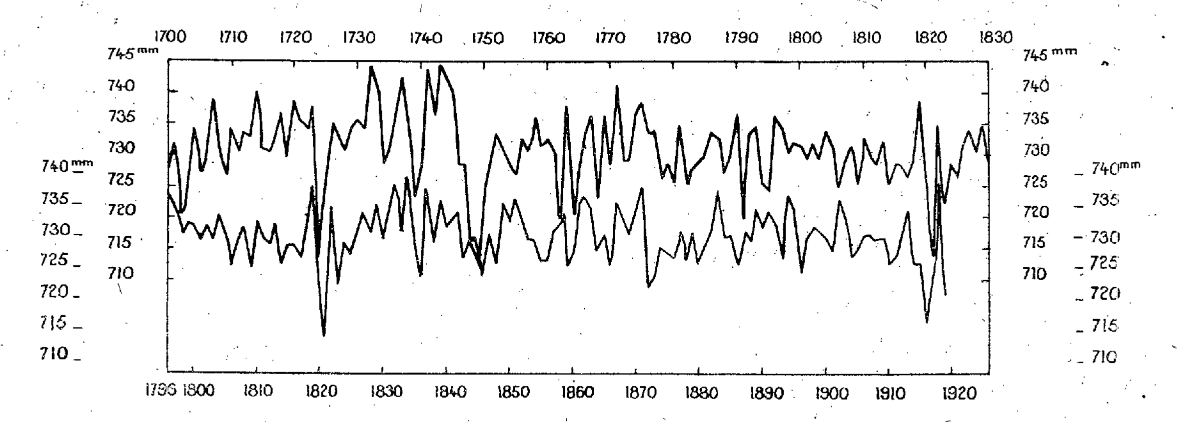
J'ai tracé une courbe extrêmement intéressante à cet égard : c'est la courbe des minima barométriques annuels à Paris. Elle est en années civiles, sauf la partie qui va de 1753 à 1808 inclus, comptée en années météorologiques [2].

---

[1] Séance du 24 février 1919.

[2] On trouvera les minima des années antérieures à 1878 dans le Mémoire de Renou (*Annales du Bureau central météorologique*, t. I, 1880, p. B. 71 et 77), et les minima postérieurs à cette date dans les résumés du Parc Saint-Maur (t. II des *Annales*). Pour l'année courante, j'ai pris le minimum du 5 janvier.

Quoiqu'elle ne soit pas entièrement homogène, parce qu'il m'a été impossible de me procurer les observations textuelles du XVIIIe siècle, et que nombre d'observations anciennes soient douteuses, son allure générale montre bien que nous nous trouvons là devant une loi naturelle qui se manifeste par une période de 96 ans environ.



Cette période, qui dépend sans doute d'une autre beaucoup plus grande, est légèrement variable, comme beaucoup d'éléments astronomiques; en effet, elle paraît s'être raccourcie de 2 ans d'une révolution à l'autre. A son tour, elle se subdivise assez nettement en plusieurs sections, dont la première, qui nous intéresse particulièrement, correspond aux années 1724-1739, 1821-1836, 1916-1931 (?).

Mais, de même que le saros ramène des éclipses du Soleil et de la Lune de grandeur graduellement variable, allant même jusqu'à la disparition et l'apparition de nouvelles, les phénomènes météorologiques évoluent aussi; et le calcul harmonique s'impose.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la prévision des grains orageux en Afrique occidentale.* Note de M. **Henry Hubert**.

On savait déjà (1) qu'en Afrique occidentale les grains orageux suivaient une trajectoire grossièrement orientée Est-Ouest et qu'ils se déplaçaient

(1) H. Hubert, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1881.

avec une vitesse de l'ordre de 60^{km} à 75^{km} à l'heure. Mais du fait que la trajectoire était considérée comme n'étant pas rigoureusement constante et que le grain orageux semblait n'avoir souvent que des dimensions réduites, il paraissait difficile de prévoir avec quelque précision les points de passage successifs du météore.

En tant que Chef de la mission hydrologique au Sénégal, il m'a été possible d'obtenir des Commandants de cercle de cette colonie l'établissement de fiches relatives aux orages et aux pluies observés au cours de l'année 1918 dans un certain nombre de localités. Le dépouillement de ces fiches a permis de mettre en évidence un certain nombre de faits nouveaux; parmi ceux-ci il en est qui se rapportent à la prévision des grains orageux.

Bien que, pour un observateur isolé, la direction d'où viennent les grains soit loin d'être constante, on est en droit de considérer qu'au Sénégal tout au moins la direction *moyenne* est bien Est-Ouest. C'est en effet la plus fréquemment signalée et c'est la seule qui écarte les contradictions résultant soit d'erreurs personnelles, soit de changements de direction indiscutables, mais accidentels.

La vitesse *moyenne* de propagation, déduite des meilleures observations faites, est voisine de 60^{km} (58) à l'heure, avec des extrêmes de 44^{km} et 72^{km}. Il est à noter que le chiffre obtenu est celui donné pour l'Europe occidentale, fait qui paraît intéressant si l'on considère que dans l'Ouest-Africain les grains ont, comme en France, une direction moyenne constante (mais nécessairement de sens inverse) et si l'on admet, comme je suis porté à le faire, qu'ils sont véhiculés par le même courant aérien.

Durant la période d'hivernage où il n'y a que des pluies d'orage, les jours où l'on observe celles-ci se trouvent généralement séparés par des périodes de calme. Si l'on choisit l'un de ces jours on voit que non pas une, mais plusieurs stations signalent à la fois des orages. Or, si, conformément aux données de l'observation, on reporte sur une série de cartes de la colonie, à raison d'une carte pour chaque quart d'heure, par exemple, la position des orages observés (position déduite de la vitesse et de la trajectoire moyennes), on constate que ces orages se groupent dans une période relativement courte et qu'ils débutent vers le même moment pour toutes les stations situées sur le même méridien.

Bien que ces orages simultanés soient souvent indépendants, même quand ils sont assez voisins les uns des autres, leur ensemble forme cependant un tout qui est à proprement parler un grain orageux, et cela est si vrai que, lorsque deux orages simultanés sont observés l'un au nord, l'autre au sud

d'une zone de calme très étendue, l'heure du passage dans cette zone de la ligne qui joint la partie frontale des deux orages est marquée par un crochet de grain. D'ailleurs le groupement des orages et leur déplacement en bloc se trouvent confirmés d'une façon saisissante dès qu'on projette, cinématographiquement, la succession des cartes établies suivant les données précédentes (1).

Les faits dont il vient d'être question sont susceptibles d'être généralisés pour l'ensemble d'un hivernage et toutes les probabilités sont pour qu'ils soient applicables aux régions de l'Ouest-Africain autres que le Sénégal.

Ceci étant, comme, du fait du groupement des orages, la longueur de la ligne de grain se trouve dépasser fréquemment la centaine de kilomètres, au lieu de quelques kilomètres qu'on était tenté de lui attribuer (2), la prévision du passage du météore en un point déterminé ne devient plus aléatoire comme elle paraissait l'être jusqu'ici. Comme, de plus, les recherches entreprises ont montré que la distance parcourue par un grain a généralement plusieurs centaines de kilomètres (3), il serait aisé, et peu coûteux, d'établir un service de prévisions des grains orageux fonctionnant au moins pour certaines localités, comme Dakar, par exemple, où les effets mécaniques de ceux-ci peuvent être à redouter (soit pour l'aviation, soit pour les services maritimes). Pour Dakar, notamment, il serait possible, dans la majorité des cas, d'annoncer, une dizaine d'heures à l'avance, le moment du passage probable d'une ligne de grain et les dimensions approximatives du nuage de grain. Mais, comme les phénomènes mécaniques et pluviométriques du grain sont essentiellement discontinus et se modifient à chaque instant, on ne peut prétendre pouvoir prédire, à aussi lointaine échéance, que le passage au-dessus d'une localité déterminée se traduira nécessairement par une rafale ou une averse. Par contre, il sera généralement possible de l'annoncer 2 heures à l'avance, ce qui, dans la pratique, est largement suffisant, puisqu'on aura déjà été prévenu 8 heures plutôt de l'arrivée prochaine du météore.

En raison des applications immédiates auxquelles peuvent donner lieu les

---

(1) Ce procédé montre bien que la conception du groupement en un bloc de plusieurs orages simultanés paraissant indépendants n'est pas une simple vue de l'esprit car, au cours de la progression de l'ensemble, on observe soit la réunion de deux orages distincts, soit le dédoublement d'un orage isolé.

(2) Le chiffre de 400^{km} a été dépassé à plusieurs reprises.

(3) On peut souvent compter sur un millier de kilomètres.

recherches entreprises au Sénégal, je crois désirable qu'elles soient continuées et appliquées à l'ensemble de l'Afrique-Occidentale française. En les étendant seulement aux régions habitées par des sédentaires, on arriverait déjà à connaître la répartition des grains sur une surface 10 fois supérieure à celle du Sénégal. On pourrait aussi sans doute mettre mieux en évidence le rythme suivant lequel les grains orageux paraissent se succéder dans l'Ouest-Africain.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur un appareil destiné à l'étude de la formation et de la persistance des brouillards.* Note de MM. **A. Trillat** et **M. Fouassier**, présentée par M. J. Violle.

La condensation de l'humidité de l'air sous forme de brouillard ne dépend pas seulement de la quantité de vapeur d'eau et des variations brusques de la température : elle est soumise à l'influence d'autres facteurs parmi lesquels la présence de particules solides, liquides ou ionisées semble jouer un rôle capital. L'influence de ces facteurs a été étudiée principalement par Coulier, Mascart, Aitken, C.-T.-R. Wilson et Langevin. Rappelons que Coulier imagina dès 1875 un appareil très simple pour montrer l'action des fumées sur la condensation de la vapeur d'eau sous forme de brouillard, et que l'ingénieux « compte-poussières » d'Aitken a fourni des données intéressantes sur le nombre de germes de condensation existant dans l'air.

Au cours de travaux entrepris, pendant la guerre, sur les nuages artificiels, nous avons été amenés à étudier les conditions atmosphériques les plus propices à la formation et à la tenue de ces nuages, en même temps que le rôle de diverses particules en suspension dans l'atmosphère.

La construction de l'appareil que nous avons établi et qui répond à ce double but repose sur les principes suivants que nous avons vérifiés expérimentalement :

1° L'aptitude plus ou moins grande d'une masse d'air calme, dont on connaît la température, la pression et le degré hygrométrique, à former un brouillard, dépend surtout de la présence plus ou moins persistante de particules solides ou liquides en suspension dans l'atmosphère ;

2° La détente nécessaire, pour provoquer l'apparition du brouillard pour une espèce de particules déterminées, est d'autant plus faible que le nombre de particules actives dans l'air examiné est plus grand.

Description et usage de l'appareil. — I. L'appareil se compose d'un ballon de verre, de 10^{l} de capacité, muni de deux tubulures latérales de 1^{m} de longueur sur 5^{cm} de diamètre, disposées horizontalement dans le prolongement l'une de l'autre. L'une de ces tubulures est fermée par un oculaire permettant d'observer un disque noirci formant l'extrémité du deuxième tube. Le col du ballon est fermé par un bouchon à deux ouvertures. L'une d'elles est traversée par un tube muni d'un robinet permettant de rétablir la pression atmosphérique dans le ballon ou d'y introduire les germes de condensation à étudier. La seconde ouverture, munie d'un tube en T, met l'intérieur du ballon en communication, d'une part, avec une poire en caoutchouc à double effet, d'autre part, avec un manomètre à colonne de mercure muni d'un viseur.

Pour étudier les qualités de l'atmosphère d'une région déterminée, on expurge d'abord plusieurs fois l'air du ballon par aspiration de l'air ambiant non filtré. On ferme le robinet adjacent, et à l'aide de la poire, on produit une surpression de quelques millimètres, que l'on note. On rétablit brusquement la pression atmosphérique ; et l'on observe si, pour cette détente, l'apparition du brouillard s'est produite, ce dont on se rend facilement compte par la disparition partielle ou totale du disque noir. On recommence l'opération, en ayant soin de renouveler chaque fois l'air du ballon, jusqu'à ce que ce résultat soit atteint; le degré d'aptitude de l'air à former le brouillard est mesuré par le manomètre. De détentes égales ou inférieures à 1^{mm} on peut conclure que l'air du ballon, et par suite l'air extérieur, est très favorable à la condensation de l'humidité sous forme de brouillard.

C'est le cas par exemple d'un air renfermant des particules très actives et saturé d'humidité. Par une manœuvre analogue on évaluera la persistance du brouillard.

II. L'appareil permet en outre d'étudier séparément les influences exercées sur la condensation de l'humidité de l'air par la nature des poussières en suspension. On sait que l'atmosphère renferme d'innombrables corpuscules de dimensions très variables et qui peuvent être de l'ordre de $\frac{1}{100}$ de μ, invisibles par conséquent à moins d'être, accidentellement, en grandes masses. Ils peuvent être d'origine minérale (Tissandier), végétale ou organique (Pasteur). Leur examen montre qu'ils se comportent très différemment suivant leur origine : les uns jouent le rôle de noyaux de condensation très actifs, provoquant la condensation de l'humidité dans un air très éloigné de la saturation; d'autres n'agissent que dans le voisinage de celle-ci; d'autres enfin sont dépourvus de toute activité.

En attendant les résultats d'une étude plus complète, nous pouvons résumer ainsi les premières observations faites avec notre appareil et qui confirment en les complétant celles des auteurs ci-dessus cités.

Les fumées provenant de la combustion du charbon, des produits végétaux et surtout des produits animaux, sont douées d'une grande activité. Toutefois, d'après nos essais, on doit attribuer une partie de cette activité

aux produits gazeux qui accompagnent ces fumées et qui sont plus ou moins ionisés. Les sels ammoniacaux, le chlorure de magnésium, les émanations d'acides minéraux jouissent à un très haut degré de la propriété de condenser l'humidité de l'air sous forme de brouillard. Les poussières solides qui proviennent de calcaires, de silicates et de l'oxyde de fer et qui constituent la majeure partie du sédiment aérien, sont moins actives et forment des brouillards moins persistants. Quant aux microorganismes, nous avons déjà signalé qu'ils étaient susceptibles de condenser l'humidité sous forme de nuages microbiens [1].

Parmi les poussières plus ou moins actives que nous avons examinées, les unes sont solubles dans l'humidité qu'elles retiennent, d'autres sont insolubles. Les premières nous ont spécialement fourni des brouillards plus persistants que les seconds. Peut-être ces résultats expliquent-ils la différence que l'on observe parfois entre la tenue des brouillards des villes et celle des brouillards des champs.

Malgré son imperfection du début, nous pensons que cet appareil, qui repose sur le principe de celui de Coulier, mais dont la destination est différente, peut être utilisé dans les stations météorologiques, les camps d'aviation, etc. à l'effet de se renseigner sur l'aptitude plus ou moins grande d'un air à former un brouillard et de mesurer le degré de persistance de ce brouillard.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *La variation diurne du courant électrique vertical de la Terre à l'air* (observations faites à Jersey). Note de M. **Marc Dechevrens**, présentée par M. Branly.

La dispersion continue dans l'air de l'électricité négative du sol n'aura chance d'une solution que lorsqu'on saura le moyen de connaître et d'enregistrer toutes les variations de ce phénomène, en particulier sa variation diurne. Jusqu'ici ce qu'on en pouvait connaître se déduisait, avec assez d'incertitude encore, de deux observations longues et délicates portant sur le degré de conductibilité de l'air et sur son potentiel électrique.

Si j'interprète correctement des observations que j'ai faites à Jersey (archipel anglo-normand de la Manche), il est facile de mesurer instanta-

---

(1) *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1441.

nément et d'enregistrer par la photographie les plus minutieuses variations du courant électrique vertical qui va de la Terre à l'atmosphère.

Ce courant ne peut manquer d'être actif le long d'un bon paratonnerre. Si l'on pouvait y intercaler un galvanomètre, ses moindres variations seraient dévoilées. Dans ce but, j'ai utilisé la Tour d'acier de 55^m qui fait partie de l'Observatoire Saint-Louis, à Jersey, et où les observations anémométriques ont été interrompues dès le début de la guerre.

Posée et rivée sur quatre massifs de granit par de gros boulons qui les traversent sur $4^m,5$ de profondeur, cette longue charpente métallique est déjà en contact électrique avec la terre; je m'en suis assuré. Mais, pour plus de sûreté, on lui a annexé deux plaques épaisses de cuivre rouge de 1^{m^2} enterrées à son pied, à une vingtaine de mètres l'une de l'autre. Au cours des expérimentations présentes, j'ai été amené à sectionner les larges bandes de cuivre qui rattachaient les plaques à la base de la Tour. Ainsi séparées et mises en circuit par la terre au travers d'un voltmètre, les deux plaques de cuivre rouge n'ont accusé l'existence que d'une très faible force électromotrice d'un centième de volt au plus. Pratiquement, ces deux prises de terre sont neutres entre elles et n'engendrent pas de courant électrique par contact avec la terre humide : c'était important à mon point de vue.

Voici maintenant comment je pense avoir capté le courant électrique vertical qui s'élève le long de la Tour. L'une des deux plaques de cuivre a été remise en liaison avec le pied de la Tour; l'autre, par l'intermédiaire d'un fil sous plomb et sous terre, a été rattachée à la borne positive (+) d'un galvanomètre enregistreur; enfin de la borne négative (—) j'ai fait partir un fil isolé qui a été élevé le long de la Tour et fixé à son plus haut sommet.

Dans ces conditions, le galvanomètre accuse un voltage 15 à 20 fois supérieur à celui qu'avaient montré les deux plaques seules. Le courant qui apparaît ici ne vient donc pas d'elles, mais bien de l'admission de la Tour entre elles. Du moment que leurs actions séparées sur cette Tour se neutralisent, on ne peut que conclure, me semble-t-il, que le courant électrique qui traverse le galvanomètre pour monter au sommet est le courant vertical de dispersion de l'électricité négative du sol qui a pris les deux voies qui lui sont ouvertes vers l'atmosphère, par ce fil et par la Tour.

J'ai mis ce courant en observation et j'en ai photographié les variations. Voici sa variation diurne moyenne pour un certain nombre de journées non troublées, de juin à novembre 1918 :

Variation horaire du courant électrique vertical négatif à Jersey.
(L'unité : 0,0001 volt.)

Heures.	Juin, 15 jours.	Juillet, 10 jours.	Août, 13 jours.	Septembre, 4 jours.	Octobre, 3 jours.	Novembre, 10 jours.	Moyennes, 55 journées.
Minuit....	— 47	— 60	— 66	— 50	— 37	— 38	— 49,7
1h.......	— 54	— 77	— 81	— 60	— 42	— 48	— 60,3
2........	— 67	— 88	— 94	— 65	— 44	— 57	— 69,2
3........	— 85	—101	—107	— 71	— 46	— 62	— 78,7
4........	—101	—115	—121	— 81	— 46	— 69	— 88,8
5........	—106	—126	—132	— 92	— 45	— 78	— 96,5
6........	— 98	—124	—134	— 95	— 41	— 84	— 96,0
7........	— 77	—106	—121	— 82	— 34	— 82	— 83,7
8........	— 49	— 73	— 89	— 56	— 21	— 69	— 59,5
9........	— 19	— 33	— 42	— 26	— 5	— 43	— 28,0
10........	10	8	10	0	12	— 8	5,3
11........	39	44	58	22	24	29	36,0
Midi......	63	72	95	44	43	63	63,3
13h.......	80	95	120	71	54	89	84,8
14........	91	110	135	101	61	106	100,7
15........	95	118	142	120	61	109	107,5
16........	96	118	140	121	56	98	104,8
17........	94	113	129	102	46	77	93,5
18........	85	102	106	73	33	52	75,2
19........	67	85	76	44	19	30	53,5
20........	38	59	41	22	5	14	29,8
21........	5	27	7	4	— 8	2	6,2
22........	— 22	— 8	— 24	— 15	— 19	— 10	— 16,3
23........	— 39	— 39	— 48	— 34	— 29	— 23	— 35,3
Moyen voltage....	0,1534	0,1478	0,1401	0,1405	0,1574	0,1672	0,15007

Ce phénomène météorologique se rapproche notablement, et cela se conçoit, de la variation diurne du potentiel électrique de l'air par son minimum du matin et son maximum de l'après-midi. Il s'éloigne énormément, par contre, de celle du courant horizontal tellurique qui affecte la forme d'une marée électrique.

Un fait confirme ma conclusion qu'il s'agit du courant vertical de dis-

(1) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 108.

persion de la charge négative de la Terre, c'est que ce courant vertical ne semble connaître qu'une seule cause de trouble, la pluie. Au Congrès international de Physique de Paris, en 1900, Exner disait qu'en général on peut avancer que des charges négatives accompagnent plus souvent les météores aqueux et que par eux la Terre recevait en somme de l'électricité négative. Depuis que j'enregistre le courant de la Tour de Jersey il n'est pas de pluie, petite ou grande, graduelle ou instantanée, qui n'ait marqué son influence par un accroissement simultané du voltage. De là le petit nombre de journées sans trouble indiqué ci-dessus dans plusieurs mois de la période d'observations.

Notons encore le fait suivant. Les perturbations électromagnétiques d'origine cosmique, qui troublent si puissamment le courant horizontal tellurique, sont sans influence sur le courant vertical de dispersion dans l'air, quand les deux électrodes qu'on annexe à la Tour et au galvanomètre sont bien neutres l'une par rapport à l'autre. Si cette neutralité n'est pas préservée, surtout si l'électrode attachée au galvanomètre est *négative*, l'autre et la Tour devenant positives, tout est transformé. Non seulement la variation diurne enregistrée est *renversée* dans ses phases, mais elle participe à la double oscillation variable du courant horizontal et à toutes les perturbations grandes ou petites provenant des troubles de la photosphère solaire. La raison d'un changement si radical est toute dans l'existence d'un courant souterrain entre les deux électrodes qui ne sont plus neutres : ce courant participe à toutes les vicissitudes du courant horizontal tellurique.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur quelques propriétés optiques des émulsions bactériennes.* Note de M. **Fred Vlès**, présentée par M. Y. Delage.

Les méthodes de dosage usuelles des bactéries (numération directe en cellule quadrillée, numération indirecte par rapport à une émulsion sanguine étalonnée, poids sec d'un culot de centrifugation, etc.), sont minutieuses et longues, et difficilement applicables à des problèmes semi-industriels, comme la production en grande quantité d'émulsions bactériennes destinées à des vaccins; aussi quelques auteurs ont-ils, en pareils cas, fait appel à des méthodes plus rapides fondées sur l'observation des pertes que subit la lumière en traversant l'émulsion considérée (diaphanoscopie, opacimétrie, etc. : Dreyer, Douglas, Vlès, Gosio, etc.). La plupart de ces procédés ont été empiriques, et aucune étude de la théorie des phéno-

mènes n'a encore été donnée, malgré tout l'intérêt qu'on aurait eu à savoir jusqu'à quel point peuvent être égales deux émulsions bactériennes de même opacité.

Nous avons effectué à cette intention une série de recherches, d'abord au spectrophotomètre, ensuite au moyen d'*opacimètres* (sortes de photomètres monochromatiques construits pour le dosage courant des émulsions bactériennes) sur des émulsions de diverses bactéries vivantes, et principalement de bacilles typhiques, récoltées dans l'eau à partir de cultures sur gélose.

I. L'ensemble des pertes que subit un faisceau lumineux traversant une émulsion bactérienne brute relève d'un complexe de phénomènes qu'on peut diviser en deux groupes : (*a*) *Des phénomènes indépendants des bactéries elles-mêmes*, et reliés principalement aux propriétés propres du liquide interbacillaire, chargé de matières colorantes empruntées aux milieux de culture et de matériaux colloïdaux divers. L'étude spectrale des matières colorantes des milieux de culture usuels nous a montré que ces matières absorbent principalement les courtes radiations du spectre visible et doivent renforcer de ce côté les pertes dans le complexe; la comparaison des courbes spectrophotométriques d'émulsions de bacilles bruts et d'émulsions de bacilles lavés par centrifugation corrobore cette hypothèse. Une mesure diaphanométrique en lumière blanche, procédé pratique de beaucoup d'auteurs, est donc exposée à des erreurs fortuites assez considérables tenant à l'intervention de ces facteurs contingents des milieux de culture; au contraire, leur influence peut être fortement diminuée en restreignant les radiations employées à la plage spectrale d'absorption minima de ces milieux; c'est ce que nous avons réalisé dans nos opacimètres.

(*b*) *Des phénomènes dépendant des bactéries elles-mêmes*. L'étude spectrophotométrique d'émulsions de bactéries non chromogènes (B. typhique) vivantes et lavées, montre qu'elles ne possèdent pas de bandes d'absorption nettement différenciées : l'élimination fondamentale croît d'une façon à peu près continue et progressive vers les courtes longueurs d'onde. Quelle est la nature de cette élimination? Les valeurs numériques trouvées ne s'accordent pas avec une loi exponentielle du type de celle de Beer-Lambert; dans la limite des concentrations où nous avons pu expérimenter (grossièrement de 5 à 25 milliards de bactéries par centimètre cube) elles ne répondent pas davantage à la loi de lord Rayleigh pour les « milieux troubles », même si l'on fait subir à celles-ci les corrections qu'a indiquées

Boutaric pour le cas de grosses particules. Nous avons vraisemblablement affaire à un mélange de phénomènes très divers (réfraction, etc.) venant se greffer sur la diffraction [1]. Des formules empiriques permettent de représenter en première approximation l'élimination des radiations, à longueur d'onde constante, par une expression de la forme $\frac{I}{I_0} = Kc^{-1} + R$ (c = concentration), les constantes K et R étant des fonctions linéaires de la longueur d'onde λ telles qu'on doit avoir, comme phénomène principal à concentration constante, $\frac{I}{I_0} = \alpha\lambda + \beta$. Autour de cette droite fondamentale, un certain nombre de phénomènes secondaires, tenant peut-être au liquide interbactérien, créent des irrégularités, surtout importantes aux courts λ, peu nombreuses pour les bacilles lavés, plus accentuées pour les émulsions brutes, très complexes dans des émulsions vaccinales partiellement bactériolysées.

II. L'étude de l'élimination bactérienne au moyen d'opacimètres à radiations sélectionnées (plage spectrale sur λ 620 environ, région où le liquide interbacillaire avait son absorption minima) [2] conduit à quelques notions importantes sur les relations entre la transmission d'une émulsion bactérienne et les caractéristiques de ses éléments. *La transmission paraît liée assez directement à la quantité de substance présente dans l'émulsion.* On a en effet sensiblement $\frac{I}{I_0} = ep^{-1} + f$, p étant *le poids sec de bactéries* par centimètre cube d'émulsion (bactéries lavées par centrifugation, puis desséchées à poids constant), e et f des constantes dépendant de certaines conditions expérimentales, et peut-être de la spécificité bactérienne. Une seconde relation peut être mise en évidence avec *les dimensions des éléments* de l'émulsion; si n est le nombre des bactéries par centimètre cube, v le volume moyen de ces bactéries (déterminé approximativement en assimilant la bactérie à son cylindre inscrivant), on a

$$\frac{I}{I_0} = (An^{-1} + B)(Cv^{-1} + D).$$

(1) Il faut noter que nous sommes ici dans un cas très particulier, où la concentration de l'émulsion lui donne une opacité considérable : une émulsion d'une vingtaine de milliards de bacilles typhiques par centimètre cube, sur 3cm d'épaisseur, possède une opacité de l'ordre de celle de quatre feuilles de papier à lettre superposées.

(2) VINCENT et MURATET, *La fièvre typhoïde*, Paris, Masson, 1re éd., 1916, p. 256; 2e éd., 1917, p. 242.

Cette expression à deux termes se compensant fait penser au théorème de Bridge. Il est curieux de constater, par des expériences sur des bacilles autres que les typhiques, que les constantes de la formule précédente sont peut-être indépendantes de l'espèce. Il y a donc, à transmission égale, une compensation possible, entre les dimensions des éléments et leur nombre, dans une sorte de quantum différant assez peu (tout au moins dans les limites de nos expériences) d'une fonction simple de la quantité de substance nv. La même expression rend compte de l'élimination par des émulsions d'éléments beaucoup plus gros (*hématies* de chien, de mouton)[1]. Quant au rôle optique de la répartition des éléments dans l'émulsion, une étude de sarcines à éléments groupés et d'émulsions en évolution d'agglutination (tant que les bactéries sont réparties dans toute la masse du liquide) n'a pas montré que le groupement ait une influence sensible sur la transmission, tout se passant comme si les éléments du groupe conservaient leur individualité.

Les conséquences pratiques de ces recherches sont que l'on peut tirer d'une mesure de transmission lumineuse à travers une émulsion bactérienne, une notion approchée sur la quantité de substance bactérienne présente dans l'émulsion, à condition de se donner un certain nombre de limites expérimentales, et en particulier de restreindre la mesure à des radiations peu affectées par les propriétés du liquide interbactérien.

BACTÉRIOLOGIE. — *De la pathogénie du choléra. Le gastro-entérotropisme des vibrions.* Note de M. G. SANARELLI, présentée par M. E. Roux.

Au cours de mes recherches sur le choléra, j'ai été amené à étudier l'endotoxine des vibrions cholériques. En faisant agir sur ces derniers pendant 24 heures, à 37° C., une dilution de pancréatine (1 pour 100), en milieu légèrement alcalin (1 pour 1000 de carbonate de soude), additionné de quelques gouttes de toluène, leur enveloppe seulement est atteinte. Le protéide, représentant le corps microbien non digéré, reste en suspension colloïdale dans le liquide et garde intacts son pouvoir antigène et sa toxicité. On s'en assure en l'injectant dans la veine du lapin ou du cobaye. La dose minima mortelle de cette liqueur correspond à la dose minima mortelle de vibrions vivants.

---

(1) Il ne serait donc pas impossible de fonder une méthode rapide de dosage des hématies sur un procédé opacimétrique.

La voie péritonéale ne se prête guère à ce dosage, car par le péritoine l'absorption du protéide en question, ainsi que l'absorption de vibrions chauffés est beaucoup plus lente. Il s'ensuit que pour tuer un cobaye ou un lapin par injection péritonéale, il faut une dose plusieurs fois plus forte d'endotoxine ou de vibrions chauffés que la dose minima mortelle d'une culture vivante de vibrions.

D'autre part, en constatant que les lésions provoquées par ce protéide sur la muqueuse gastro-entérique, chez le cobaye particulièrement, sont identiques aux lésions qui déterminent la mort des animaux injectés avec les vibrions chauffés, j'ai été conduit à rechercher s'il ne fallait pas rattacher à de semblables lésions du tube digestif, la mort des animaux tués par une injection de vibrions vivants. Les auteurs qui se sont occupés jusqu'ici de cette question, l'ont attribuée, par contre, au processus péritonéal.

Dans une Note antérieure ([1]), j'ai fait remarquer chez les cobayes qui ont reçu dans le péritoine une dose mortelle de vibrions vivants, que l'infection péritonéale est jugulée au moment de leur mort et qu'il faut, par conséquent, rechercher la cause de celle-ci en dehors de ce processus péritonéal. C'est ce que je fais dans la présente Note, en me basant sur les faits consignés plus haut et dans la Note précédente. Les voici, en résumé :

Les vibrions injectés dans le péritoine se déversent rapidement dans la circulation générale, à travers les capillaires lymphatiques de l'épiploon. Dans le sang, ils ne s'arrêtent non plus longuement : ils y déterminent une vibrionémie plus ou moins intense, mais passagère. Leur point d'attraction est le tube digestif. Ils y parviennent, en effet, promptement et en très grand nombre si la dose injectée est massive, en provoquant dans les parois intestinales un processus flogistique très grave.

Ces cobayes ne meurent donc de péritonite pas plus que d'une intoxication ou d'une infection générale. Ils meurent d'une gastro-entérite très aiguë, causée par l'accumulation de vibrions dans les parois du tube digestif.

Lorsque le processus morbide a une évolution moins rapide, les vibrions abandonnent entièrement, non seulement la cavité péritonéale, mais encore la circulation, pour se cantonner et se multiplier uniquement dans les parois digestives.

Dans ce cas, à l'autopsie, on trouve un tableau anatomique et bactériologique identique au tableau nosographique du choléra typique de l'homme.

([1]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 69.

Il est à remarquer toutefois que le nombre plus ou moins grand de vibrions répandus dans les différents segments du tube digestif n'est pas proportionnel avec leur état diarrhéique plus ou moins accusé.

La gravité de la gastro-entérite et son issue sont, par conséquent, sous la dépendance de la quantité de vibrions qui parviennent à franchir la barrière épiploïque ainsi que du pouvoir toxique qu'ils exercent sur les parois intestinales. Cela explique pourquoi la dose des vibrions à injecter, vivants ou morts, est un facteur essentiel dans le sort de la prétendue péritonite cholérique.

Au cours des recherches dont il s'agit, j'ai constaté, en outre, qu'il peut se produire pareillement une expulsion de vibrions par la muqueuse gastrique, accompagnée d'œdème du tissu conjonctif sous-muqueuse et interglandulaire, desquamation épithéliale, lésions profondes des follicules glandulaires, hypersécrétion aqueuse ou muco-séreuse et achlorhydrie.

Lorsqu'à la suite de ces altérations la réaction du contenu gastrique devient alcaline, les vibrions, en atteignant l'estomac, ne meurent plus. Ils y multiplient, au contraire, abondamment.

L'ablation de l'épiploon augmente la gravité de ces gastro-entérites d'origine péritonéale, l'épiploon étant à la fois un organe d'enrichissement phagocytaire et une puissante barrière contre l'invasion vibrionienne. Cela permet de comprendre le mécanisme encore obscur des immunisations non spécifiques contre le choléra péritonéal.

Dans les cas d'évolution très lente, la muqueuse buco-pharyngienne devient, à son tour, une voie d'expulsion des vibrions.

Enfin, dans ces formes très lentes, aboutissant néanmoins à la mort, on constate parfois, chez le cobaye, cette paralysie intestinale décrite chez l'homme sous le nom de choléra sec; et, comme dans le choléra humain, on peut déceler, dans ces formes, des agglutinines spécifiques circulantes dans le sang ou l'intervention d'infections secondaires.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et demie.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 24 MARS 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE. — *Quantité de mouvement totale et vitesse moyenne du jet de gaz sortant d'un réservoir qui se vide par une tuyère.* Note (¹) de M. A. RATEAU.

Dans ma précédente Communication, du 3 mars, j'ai montré comment on peut calculer, en tenant compte du covolume, les états successifs d'un gaz à haute pression à l'intérieur d'un récipient qui se vide par une tuyère dans une enceinte indéfinie, l'atmosphère par exemple. La présente Note est consacrée au calcul de la quantité de mouvement totale et de la vitesse moyenne du jet gazeux depuis le début de l'écoulement jusqu'à la fin.

Ce problème se présente dans quelques questions de la technique, en particulier dans celle du recul des canons. Il peut être envisagé de différentes façons, intermédiaires entre les deux cas extrêmes suivants :

1° La tuyère étant déterminée de manière qu'elle ne permette pas la détente complète du gaz jusqu'à la pression de l'enceinte d'aval (une tuyère seulement convergente, par exemple), on veut connaître la quantité de mouvement totale du jet *correspondant exactement à la vitesse du gaz dans la dernière tranche de cette tuyère.*

2° Ou bien on suppose que la tuyère s'adapte automatiquement aux conditions instantanées de l'écoulement, *de telle sorte que la détente complète du gaz puisse s'effectuer*, et l'on cherche la quantité de mouvement totale (maximum) qui correspond à cette détente complète.

(¹) Séance du 17 mars 1919.

C'est plutôt sous ce deuxième aspect que le problème se présente communément, et c'est le seul dont je m'occuperai ici.

J'aurais voulu donner des formules tenant compte du covolume, comme dans mes deux Notes précédentes; mais les expressions que j'ai obtenues, même en bornant l'approximation aux termes du premier ordre, sont si compliquées qu'elles ne se prêtent pas aux calculs numériques. Pour rester dans le cadre des applications pratiques, je suis donc obligé de négliger le covolume. L'erreur ainsi commise sera d'ailleurs relativement plus petite que dans les calculs des Notes précitées, car la vitesse moyenne du jet gazeux se rapproche de la vitesse initiale, ainsi que nous allons le voir, et nous pouvons toujours calculer celle-ci, en tenant correctement compte du covolume, par la formule (4) de ma Note du 17 février.

Soit ϖ_0 le poids de gaz, à la pression p_0, contenu initialement dans le réservoir, et soit aussi u le volume spécifique du gaz, lorsque, après détente adiabatique, la pression est devenue p.

La relation de détente adiabatique,

$$(1) \qquad p u^{\gamma} = p_0 u_0{}^{\gamma},$$

où γ représente le rapport $\frac{C}{c}$ des chaleurs spécifiques du gaz, donne, pour poids ϖ du gaz restant dans le réservoir,

$$(2) \qquad \varpi = \varpi_0 \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{1}{\gamma}};$$

d'où

$$(3) \qquad d\varpi = \frac{\varpi_0}{\gamma} p_0^{-\frac{1}{\gamma}} p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} dp;$$

ou encore, en posant, comme précédemment, $k = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$,

$$(3') \qquad d\varpi = (1-k)\varpi_0 p_0^{k-1} p^{-k} dp.$$

La quantité de mouvement $d\mathrm{M}$, correspondant à ce poids $d\varpi$ qui sort du réservoir, est

$$d\mathrm{M} = w \frac{d\varpi}{g},$$

où w représente la vitesse du jet après détente complète jusqu'à la pression p_a de l'enceinte d'aval; et l'on a

$$w^2 = \frac{2g}{k} pu \left[1 - \left(\frac{p_a}{p}\right)^k\right].$$

Supposons, pour préciser, que cette enceinte d'aval soit l'atmosphère

($p_a = 1$), et remplaçons u par sa valeur en p, d'après (1); il vient

$$(4)\qquad w^2 = \frac{2g}{k} p_0^{1-k} u_0 (p^k - 1).$$

La quantité de mouvement totale M du jet, depuis le commencement de l'écoulement, où la pression dans le réservoir est p_0, jusqu'à la fin, où elle est devenue $p_a = 1$, s'écrit donc, en remplaçant w par sa valeur (4), et $d\varpi$ par sa valeur (3'):

$$(5)\qquad M = \varpi_0 \sqrt{\frac{2}{g} p_0 u_0} \cdot \mathfrak{J}$$

avec

$$(6)\qquad \mathfrak{J} = \frac{1-k}{\sqrt{k}} p_0^{\frac{k}{2}-1} \int_1^{p_0} \frac{\sqrt{p^k - 1}}{p^k} dp.$$

Cette intégrale $\mathfrak{J}$ n'est pas exprimable en termes finis, sauf pour quelques valeurs particulières de k, par exemple pour $\frac{1}{k}$ entier ou multiple entier de $\frac{1}{2}$.

Je donnerai d'abord le développement général en série, par lequel on peut calculer $\mathfrak{J}$. A cet effet je développe le binome $(p^k - 1)^{\frac{1}{2}}$, mis sous la forme $(1 - p^{-k})^{\frac{1}{2}} p^{\frac{k}{2}}$, suivant les puissances de p^{-k} que je remplacerai, pour simplifier l'écriture, par y $(p^{-k} = y)$. J'obtiens ainsi

$$(7)\qquad \mathfrak{J} = \frac{1-k}{\sqrt{k}} \left[\frac{2}{2-k} - \frac{y_0}{2-3k} - \sum_2^\infty \frac{1.3\ldots(2n-3)}{2^{n-1} n!} \frac{y_0^n}{2-(2n+1)k} \right].$$

Toutefois, cette formule n'est pas applicable si $k = 0$; de plus, l'un des termes a un dénominateur nul lorsque $\frac{1}{k}$ est un multiple entier de $\frac{1}{2}$. Dans ce cas ce terme est à remplacer par un terme logarithmique ainsi qu'on le verra, par exemple, dans la formule (12) relative au cas d'intégrabilité où $k = \frac{2}{7}$.

Pour $k = 0$, je reprends (6) où je remplace p^k par $1 + k\mathcal{L}p$, $\mathcal{L}$ étant le symbole des logarithmes naturels, et je trouve

$$(8)\qquad \mathfrak{J} = \frac{1}{p_0} \int_1^{p_0} \sqrt{\mathcal{L}p}\, dp \qquad (\text{pour } k = 0).$$

Cette nouvelle intégrale n'est pas non plus exprimable en termes finis; le développement en série donne

$$(9)\qquad \mathfrak{J} = 2 \frac{\sqrt{\mathcal{L}p_0}}{p_0} \sum_1^\infty \frac{n}{2n+1} \frac{(\mathcal{L}p_0)^n}{n!} \qquad (\text{pour } k = 0).$$

Heureusement, dans les deux cas principaux qui nous intéressent $\left(k = 0{,}2\right.$, pour les gaz très chauds, et $k = \frac{2}{7}$, pour les gaz parfaits aux températures ordinaires$\left.\right)$, l'intégration est possible. Pour la réaliser faisons, dans l'intégrale, le changement de variable $p^k = 1 + z^2$. Nous obtenons

$$(10)\qquad \mathfrak{z} = \frac{2(1-k)}{k^{\frac{3}{2}}(1+z_0^2)^{\frac{1}{k}-\frac{1}{2}}}\int_0^{z_0} z^2(1+z^2)^{\frac{1}{k}-2}\,dz,$$

qui, pour $k = 0{,}2$, $\frac{1}{k} = 5$, donne, après retour à p^k et en posant, pour simplifier l'écriture, $p = y$,

$$(11)\qquad \mathfrak{z} = \frac{40\sqrt{5}}{63}\sqrt{1-y_0}\left[7 - y_0 - 1{,}2y_0^2 - 1{,}6y_0^3 - 3{,}2y_0^4\right];$$

et de même, pour $k = \frac{2}{7}$, $\frac{1}{k} = 3{,}5$:

$$(12)\qquad \mathfrak{z} = \frac{5}{48}\sqrt{\frac{7}{2}}\left[\sqrt{1-y_0}\,(8 - 2y_0 - 3y_0^2) - 3y_0^3\,\mathfrak{L}\,\frac{1+\sqrt{1-y_0}}{\sqrt{y_0}}\right].$$

Maintenant, la vitesse moyenne w_m du gaz, pendant tout l'écoulement, s'obtient en divisant cette quantité de mouvement totale par la masse du gaz qui est sortie du réservoir :

$$\frac{\varpi_0 - \varpi_a}{g} = \frac{\varpi_0}{g}(1 - p_0^{k-1});$$

et le rapport μ de cette vitesse moyenne à la vitesse initiale w_0 du gaz, qui est donnée par

$$w_0 = \sqrt{\frac{2g}{k}p_0 u_0 (1 - p_0^{-k})},$$

s'obtient par la relation

$$(13)\qquad \mu = \frac{w_m}{w_0} = \frac{\sqrt{k}.\mathfrak{z}}{(1-p_0^{k-1})\sqrt{1-p_0^{-k}}}.$$

Les formules précédemment établies pour $\mathfrak{z}$ conduisent ainsi à

$$(14)\qquad \mu = \frac{1-k}{\left(1-y_0^{\frac{1}{k}-1}\right)\sqrt{1-y_0}}\left[\frac{2}{2-k} - \frac{y_0}{2-3k} - \sum_2^{\infty}\frac{1.3\ldots(2n-3)}{2^{n-1}.n!}\,\frac{y_0^n}{2-(2n+1)k}\right],$$

pour k quelconque, sauf $k = 0$;

$$(15)\qquad \mu = \frac{2}{p_0 - 1}\sum_1^{\infty}\frac{n}{2n+1}\,\frac{(\mathfrak{L}p_0)^n}{n!},$$

pour $k = 0$;

$$\mu = \frac{8}{63(1 - y_0^4)}[7 - y_0 - 1{,}2\,y_0^2 - 1{,}6\,y_0^3 - 3{,}2\,y_0^4], \tag{16}$$

pour $k = 0{,}2$, en posant $p^{-0{,}2} = y$; et, enfin, à

$$\mu = \frac{5}{48(1 - y_0^{2,5})}\left[8 - 2y_0 - 3y_0^2 - \frac{3y_0^3}{\sqrt{1 - y_0}}\,\mathcal{L}\,\frac{1 + \sqrt{1 - y_0}}{\sqrt{y_0}}\right], \tag{17}$$

pour $k = \frac{2}{7}$, en posant $p^{-\frac{2}{7}} = y$.

Telles sont les relations générales que je voulais établir. Elles ne sont pas très simples, et l'on comprend que l'introduction du covolume les aurait rendues par trop difficiles à manier.

Grâce à ces relations, nous pouvons calculer assez rapidement la vitesse moyenne du jet pour une valeur assignée à k, et ensuite la quantité de mouvement totale par (5) et (13).

Le Tableau suivant indique les valeurs de μ ainsi déterminées, pour des pressions initiales p_0 égales à $1 + \varepsilon$, 10, 100, 500, 1000 kg : cm², et pour les valeurs de k égales à $0, \frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{2}{7}$ qui correspondent, respectivement, aux valeurs $1, \frac{10}{9}, \frac{5}{4}, \frac{7}{5}$ du rapport γ des chaleurs spécifiques. La dernière de ces valeurs s'applique aux gaz parfaits froids, la troisième aux gaz des canons. La valeur $\gamma = 1$ n'est donnée qu'à titre de limite, car ce rapport est toujours, en réalité, supérieur à l'unité. Mais il peut s'en approcher, ainsi que l'a montré M. J. Rey, dans sa Communication du 3 mars, à propos des vapeurs de pétrole (¹).

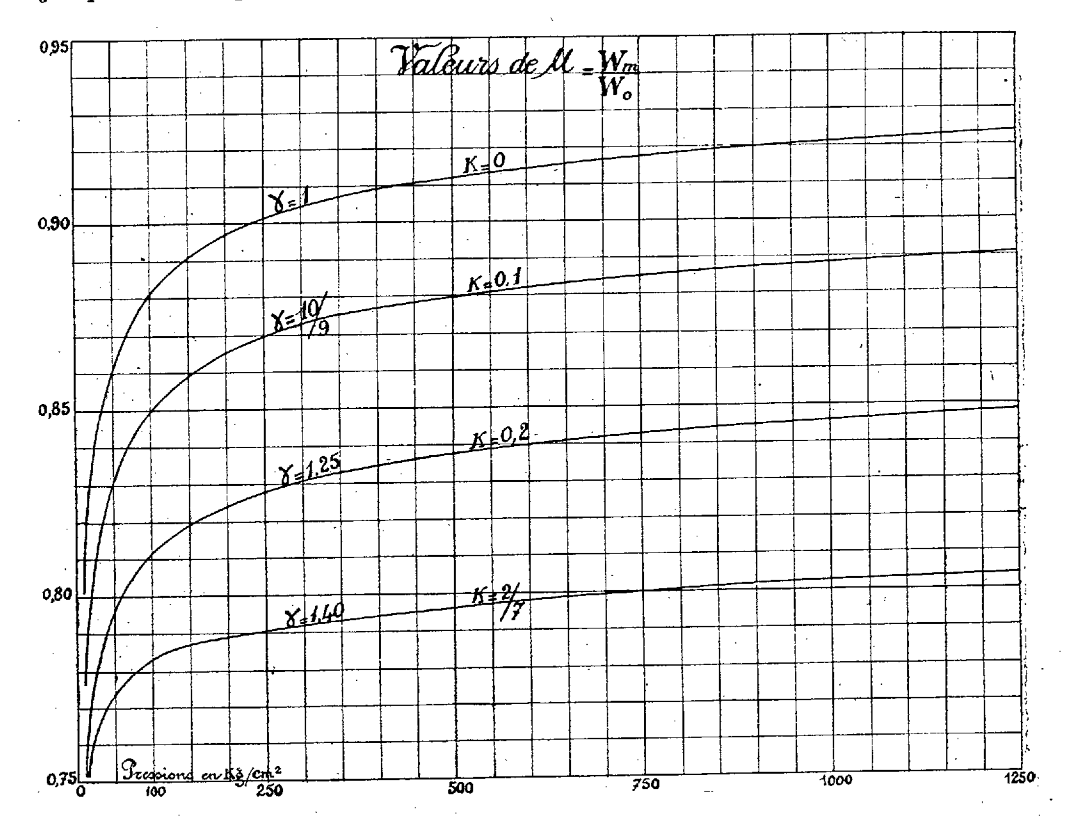
Valeurs de $\mu = \frac{w_m}{w_0}$.

p_0 (kg : cm²).	$1+\varepsilon$.	10.	100.	500.	1000.
$k = 0$	$\frac{2}{3}$	0,801	0,882	0,912	0,921
0,1	$\frac{2}{3}$	0,778	0,850	0,880	0,888
0,2	$\frac{2}{3}$	0,752	0,812	0,838	0,846
0,286	$\frac{2}{3}$	0,733	0,783	0,796	0,803

Le graphique donne, plus complètement, les courbes de $\mu = \frac{w_m}{w_0}$ en

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 509.

fonction de la pression initiale p_0, jusqu'à 1250 kg : cm², pour les quatre valeurs ci-dessus indiquées de γ. Il permet d'y relever μ par interpolation, avec une suffisante approximation, pour toutes valeurs de γ et de p_0 jusqu'à 1250 kg : cm².



Ces courbes partent de la valeur commune $\mu = \frac{2}{3}$, pour une pression peu supérieure à l'unité; un calcul très simple montre, en effet, que, lorsque les écarts de pression dans le réservoir sont petits par rapport à la pression atmosphérique, la vitesse moyenne est précisément toujours égale aux $\frac{2}{3}$ de la vitesse initiale. Elles s'élèvent rapidement d'abord, plus lentement ensuite, et atteignent des chiffres très supérieurs à $\frac{2}{3}$.

Il est remarquable que, pour les écoulements des gaz sous très fortes pressions, la vitesse moyenne des jets se rapproche autant de la vitesse

initiale. Mais cette propriété s'atténue à mesure que le coefficient K s'élève. Le calcul montre que μ serait uniformément égal à $\frac{2}{3}$, quelle que soit la pression initiale p_0, si k pouvait atteindre la valeur $\frac{1}{2}$, correspondant à $\gamma = 2$, très supérieur, il est vrai, à la limite, $\frac{5}{3}$, que l'on envisage pour les gaz naturels.

ÉLECTRO-MÉCANIQUE. — *Conditions de stabilité de la marche synchronique des alternateurs accouplés sur réseau à tension constante.* Note [1] de M. A. **Blondel**.

Pour faciliter la discussion, je commencerai par étudier un cas simplifié :

1° *Cas particulier.* — On suppose qu'il n'y a pas compoundage ($k'_t = k'_d = 1$), et que les oscillations induites dans les circuits des inducteurs [2] sont négligeables ($\sigma_t = \sigma_d = 1$). Ce cas peut se présenter quand l'alternateur ne comporte pas de circuits amortisseurs Leblanc, que ses pôles sont feuilletés, et que le circuit d'excitation a une impédance extérieure suffisante (celle de la dynamo excitatrice augmentée au besoin de bobines de self-induction) pour annuler sensiblement les oscillations dans le circuit excitateur.

L'équation (17) (p. 443) dans laquelle on remplace E_t et E_d par leur valeur, se réduit alors à l'équation du second degré

$$K' x^2 + bx + c = 0 \tag{1}$$

en posant [3]

$$\left\{\begin{aligned} b = {} & U_t U_d\left(1 + 2r\frac{\nu}{q}\right)\left(\frac{1}{\omega^2 L_d} - \frac{1}{\omega^2 L_t}\right) + \lambda\left(\frac{U_d I_d}{\omega L_d} + \frac{U_t I_t}{\omega L_t}\right) - \frac{hE^2}{\omega^2 q} \\ & + r\left[\frac{E^2}{\omega^3 L_d L_t} + U_d I_t\left(\frac{1}{\omega^2 L_d} - \frac{2}{\omega^2 L_t}\right) + U_t I_d\left(\frac{2}{\omega^2 L_d} - \frac{1}{\omega^2 L_t}\right)\right] \\ c = {} & \Pi + \frac{V_d U_d}{\omega L_d} + \frac{V_t U_t}{\omega L_t}. \end{aligned}\right. \tag{2}$$

(1) Reçue dans la séance du 17 mars 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 439.

(3) J'appelle λ la self-induction des bobines de réactance intercalées entre l'alter-

Les deux racines $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4K'c}}{2K'}$ seront complexes si $b^2 < 4K'c$ et donneront lieu alors à une oscillation propre de pseudo-fréquence

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{c}{K'} - \left(\frac{b}{2K'}\right)^2}. \tag{3}$$

Le régime de l'alternateur en oscillation libre ou forcée restera stable si les deux racines sont ou réelles et négatives (degré d'amortissement supérieur à l'unité), ou complexes avec une partie réelle négative (mouvement oscillatoire amorti), comme ce sera généralement le cas. La condition pour que le régime reste oscillant ($b^2 < 4K'c$) exige $c > 0$. Il en sera toujours ainsi tant que la puissance réactive Π n'est pas négative et *très grande*. La condition de stabilité *nécessaire et suffisante* est alors que le coefficient de x dans (2) soit positif ($b > 0$).

D'apres l'équation (2), l'explication de l'instabilité des alternateurs dans certains cas $b < 0$ ne peut être attribuée, croyons-nous, ni à la self-induction additionnelle λ, qui donne deux termes toujours positifs, donc stabilisateurs, sauf dans la marche à vide où λI s'annule; ni aux pertes ν par hystérésis et Foucault, ni à la résistance r qui donnent des termes généralement assez petits, ni *a fortiori* au terme de variation cinétique de l'hystérésis $\frac{hE^2}{\omega^2}$, qui est négligeable [1].

---

nateur et les barres de départ des feeders. Dans l'équation (12) et suivantes, E_t et E_d doivent être considérées comme représentant les forces électromotrices rapportées à la pulsation unité. Ici, pour plus de clarté, nous écrirons $\frac{E_t}{\omega}$ et $\frac{E_d}{\omega}$; le terme en r de l'équation (17) se trouve ainsi lui-même divisé par ω.

[1] En effet, $\frac{h}{\omega^2}E^2$ est la perte totale par hystérésis de la machine en marche normale, divisée par la vitesse de pulsation ω comprise généralement entre 150 et 314; tandis que $\frac{E^2}{\omega^2 L_d L_t}$ est de même ordre de grandeur que le carré du courant de court-circuit. $q\frac{rE^2}{\omega^3 L_d L_t}$ est donc beaucoup plus grand que la perte totale par effet Joule dans l'induit de l'alternateur en marche normale, divisée également par la vitesse de pulsation ω.

On remarquera d'ailleurs que, dans toutes nos équations, les courants I_t I_d n'interviennent que dans les facteurs correctifs et que les termes principaux sont exprimés en fonction des composantes de la tension aux bornes U; celle-ci est constante et son décalage de phase ζ par rapport à la phase de l'axe polaire (phase de la force électromotrice théorique E_t) est seul variable et dans des limites beaucoup plus faibles qu'on ne le croit généralement. Dans la marche à vide, son décalage est nul, $U_t = U$ sensiblement. Il en est de même du courant I_d, à moins que les deux alternateurs aient des excitations mal réglées et inégales.

L'effet d'une différence entre les deux réactances peut, dans certains cas, être prépondérant par rapport aux autres termes; il sera positif si $L_d < L_t$; négatif si $L_d > L_t$. Le premier cas se présentera si les pôles inducteurs sont larges par rapport à l'espace interpolaire et si le circuit inducteur est fortement saturé, ce qui en réduit la perméabilité; cependant, ce cas est plus rare avec les alternateurs à pôles qu'avec les alternateurs à inducteur cylindrique contenant les circuits excitateurs logés dans des encoches, comme c'est le cas pour certains types de turbo-alternateurs; pour ces derniers, les carcasses du stator et du rotor sont toutes deux analogues à celles d'un moteur asynchrone, et la saturation étant beaucoup plus grande suivant le circuit inducteur direct que suivant le circuit transversal, L_d sera inférieur à L_t et d'autant plus que l'entrefer sera plus faible et que la saturation produite par les ampères-tours inducteurs sera plus forte [1].

Le second cas se présentera avec des alternateurs à pôles saillants si les espaces interpolaires de l'inducteur sont grands par rapport à la largeur des pôles, et surtout si l'entrefer sous les pôles est court et si le circuit magnétique inducteur est peu saturé; car toutes ces conditions augmentent L_d.

2° Cas général. — *L'effet des circuits inducteurs directs et transversaux n'est pas négligeable.* L'équation caractéristique prend la forme développée

$$K' x^4 + b x^3 + c x^2 + d x + e = 0, \tag{4}$$

---

(1) L'influence des termes en $\frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{\omega L_d} - \frac{1}{\omega L_t}\right)$ sera d'autant plus grande que ω sera plus petit. De même, dans les oscillations forcées, la puissance amortissante correspondante est proportionnelle à $\frac{\varepsilon}{\omega}$.

en posant les simplifications d'écriture [1]

$$\sigma_d L_d = L'_d, \qquad \sigma_t L_t = L'_t; \qquad \frac{k'_d}{\sigma_d} = \gamma_d, \qquad \frac{k'_t}{\sigma_t} = \gamma_t.$$

$$(5)\left\{\begin{aligned}
b &= U_d U_t\left(1 + 2r\frac{\nu}{q}\right)\left[\frac{1}{\omega^2 L'_d} - \frac{1}{\omega^2 L'_t}\right] + K'(\gamma_d m_d + \gamma_t m_t) + \lambda\left(\frac{U_d I_d}{\omega_d L'_d} + \frac{U_t I_t}{\omega L'_t}\right) \\
&\quad - \frac{h}{\omega^2 q}E^2 + \frac{r}{\omega}\left[\frac{E^2}{\omega^2 L'_d L'_t} + U_d I_t\left(\frac{1}{\omega L'_d} - \frac{2}{\omega L'_t}\right) + U_t I_d\left(\frac{2}{\omega L'_d} - \frac{1}{\omega L'_t}\right)\right] \\
c &= \left(1 + 2r\frac{\nu}{q}\right)\left(\frac{U_d^2}{\omega L'_d} + \frac{U_t^2}{\omega L'_t}\right) + \left(1 + 2r\frac{\nu}{q}\right)U_t U_d\left[\frac{\gamma_t m_t + m_d}{\omega L'_d} - \frac{\gamma_d m_d + m_t}{\omega L'_t}\right] \\
&\quad + \lambda\left[\frac{U_d I_d}{\omega L'_d}(\gamma_t m_t + m_d) + \frac{U_t I_t}{\omega L'_t}(\gamma_d m_d + m_t)\right] + K'\gamma_d m_d \gamma_t m_t + H \\
&\quad - \frac{hE^2}{\omega^2 q}(\gamma_d m_d + \gamma_t m_t) + 2r\left(\frac{U_d I_d}{\omega L'_d} + \frac{U_t I_t}{\omega L'_t}\right) \\
&\quad + \frac{r}{\omega}\left\{\frac{E^2}{\omega^2 L'_d L'_t}(m_d + m_t) + U_d I_t\left[\frac{\gamma_t m_t + m_d}{\omega L'_d} - \frac{2(\gamma_d m_d + m_t)}{\omega L'_t}\right]\right. \\
&\qquad\qquad \left. + U_t I_d\left[\frac{2(\gamma_t m_t + m_d)}{\omega L'_d} - \frac{\gamma_d m_d + m_t}{\omega L'_t}\right]\right\}, \\
d &= \left(1 + 2r\frac{\nu}{q}\right)\left[\frac{U_d^2}{\omega L'_d}(\gamma_t m_t + m_d) + \frac{U_t^2}{\omega L'_t}(\gamma_d m_d + m_t)\right] + H(\gamma_d m_d + \gamma_t m_t) \\
&\quad + \left(1 + 2r\frac{\nu}{q}\right)U_t U_d\left[\frac{\gamma_t}{\omega^2 L'_d} - \frac{\gamma_d}{\omega^2 L'_t}\right]m_d m_t \\
&\quad + \lambda\left[\frac{U_d I_d}{\omega L'_d}\gamma_t + \frac{U_t I_t}{\omega L'_t}\gamma_d\right]m_d m_t - \frac{h}{\omega^2 q}E^2\gamma_d m_d \gamma_t m_t \\
&\quad + 2r\left[\frac{U_d I_d}{\omega L'_d}(\gamma_t m_t + m_d) + \frac{U_t I_t}{\omega L'_t}(\gamma_d m_d + m_t)\right] \\
&\quad + \frac{r}{\omega}\left[\frac{E^2}{\omega^2 L'_d L'_t} + U_d I_t\left(\frac{\gamma_t}{\omega L'_d} + \frac{2\gamma_d}{\omega L'_t}\right) + U_t I_d\left(\frac{2\gamma_t}{\omega L'_d} - \frac{\gamma_d}{\omega L'_t}\right)\right]m_d m_t, \\
e &= \left[\frac{U_d^2}{\omega L'_d}\gamma_t + \frac{U_t^2}{\omega L'_t}\gamma_d + H\gamma_d\gamma_t\right]m_d m_t \\
&\quad + 2r\left[\frac{U_d}{\omega L'_d}\left(I_d + \frac{\nu}{q}U_d\right)\gamma_t + \frac{U_t}{\omega L'_t}\left(I_t + \frac{\nu}{q}U_t\right)\gamma_d\right]m_d m_t.
\end{aligned}\right.$$

---

[1] Dans ces développements, on supprime les termes du second ordre. On pourrait également négliger les termes en r, ν et h $\Big($ou tout au moins les termes en $\frac{r}{\omega}$ propor-

Pour que l'alternateur soit stable, il faut que les quatre racines de (4), réelles ou complexes conjuguées, soient à partie réelle négative. Les conditions *nécessaires et suffisantes* s'obtiennent en appliquant le déterminant d'Hurwitz : tous les coefficients K', b, c, d, e doivent être positifs et doivent satisfaire à l'inégalité [1]

$$(6) \qquad d(bc - K'd) - eb^2 > 0,$$

que j'écrirai

$$K'\left(\frac{d}{b}\right)^2 - c\left(\frac{d}{b}\right) + e < 0.$$

Ces coefficients sont, on le voit, très généralement positifs. Tant que le compoundage est nul ou faible ($0 < k'_d < 1$), les coefficients c, d, e qui contiennent des termes positifs importants sont plus positifs que b [2]. Ce dernier peut devenir négatif si $L'_t = \sigma_t L_t$ est petit par rapport à $L'_d = \sigma_d L_d$. Dans la marche en charge d'un alternateur exactement compoundé ($\gamma_d = 0$), ou même hyper-compoundé ($\gamma_d < 0$), le coefficient b est également le terme sensible de (4). Mais, pour la marche à vide ($I = 0$, $U_d = 0$), le plus léger hyper-compoundage rend l'alternateur instable ($e < 0$). D'une façon générale, le compoundage tend toujours à favoriser l'instabilité.

D'après la condition (6), l'équation du deuxième degré en $\left(\frac{d}{b}\right)$ obtenue en égalant à zéro son premier terme doit avoir deux racines réelles; d'où une condition auxiliaire nécessaire plus simple : $c^2 - 4K'e > 0$.

Dans le cas où l'alternateur est dépourvu de circuit amortisseur ($k'_t = \sigma_t = 1$), l'équation caractéristique se réduit au troisième degré et se traiterait de la même manière, en faisant $e = 0$ dans l'équation de conditions (6) [3].

---

tionnels à la variation cinétique des pertes par effet Joule) dans les coefficients toujours grands c et d. Pour vérifier l'homogénéité de ces formules, on peut remarquer que ω, x et m ont les dimensions T^{-1}, K' est exprimé en joules $\times T^{-1}$.

[1] Quand b et e sont petits, on a sensiblement la condition *a fortiori* $bc > K'd$, d'une application plus simple.

[2] Ce terme en b est généralement petit dans l'équation du quatrième degré, car il ne contient (à part le terme en K') que des variations cinétiques des pertes et le terme en $\frac{1}{\omega}\left(\frac{1}{\omega L'_d} - \frac{1}{\omega L'_t}\right)$.

[3] Cette équation du troisième degré se déduit de celle du quatrième en faisant

Les circuits amortisseurs rajoutés sur les inducteurs sont négligeables par rapport au circuit d'excitation quand celui-ci provient d'une batterie; mais lorsque la self extérieure du circuit d'excitation (excitatrice) devient importante, le circuit amortisseur contribue, pour une part plus ou moins importante, à réduire les coefficients σ_d et m_d. m_d sera d'autant plus faible qu'il y aura plus de cuivre sur les inducteurs et moins de résistance dans le circuit extérieur; m_t sera d'autant plus faible que l'on mettra plus de cuivre dans les amortisseurs et que ceux-ci envelopperont plus complètement l'induit; σ_t sera d'autant plus grand que les encoches dans lesquelles seront logées les barres de l'amortisseur seront plus fermées et que l'entrefer sera plus grand; σ_t et m_t seront plus grands tous les deux que dans un moteur asynchrone et σ_t sera surtout grand si l'espace interpolaire, dans lequel il n'y a pas de fer, est grand par rapport à la largeur des pôles.

3° *Influence éventuelle des variations cinétiques des excitatrices.* — Lorsque l'arbre de l'excitatrice est solidaire de celui de l'alternateur, les deux machines subissent les mêmes oscillations de vitesse angulaire. La force électromotrice induite dans le circuit de l'excitatrice subit ainsi (sauf dans certains cas particuliers) une variation cinétique périodique qui se traduit dans les équations (3) et (9) d'une précédente Note, p. 440, par l'addition aux seconds membres des termes

$$(7)\qquad \mathfrak{V}(E_{md}) = \frac{E'_{md}}{\omega}\frac{d\theta}{dt}; \qquad \mathfrak{V}(E_{mt}) = 0.$$

On introduit ainsi dans l'équation caractéristique développée les deux termes en E'_{md}

$$(8)\qquad \begin{cases} -x^2\dfrac{Vd}{\omega L'_d}m'_d E'_{md} \quad \text{et} \quad -x\dfrac{Vd}{\omega L'_d}\gamma_t m_t m'_d E'_{md} \\ \text{avec} \\ \qquad m'_d = \dfrac{M_d}{L_{md}} = \sqrt{(1-\sigma_d)\dfrac{L_d}{L_{md}}}. \end{cases}$$

Ils modifient dans le mauvais sens, mais seulement faiblement, les coefficients franchement positifs e et d; ces variations cinétiques seront donc généralement peu dangereuses pour la stabilité.

$L_{mt} = \infty$ ou $m_t = 0$ et $k'_t = 1$, quand on suppose qu'il n'y a pas d'amortisseurs, ou $L_{md} = \infty$ ou $m_d = 0$ avec $k'_d = 1$, quand on suppose qu'il n'y a pas d'oscillations dans le circuit d'excitation. Dans les deux cas on a $e = 0$, et l'on peut diviser par x.

Remarque. — On peut remarquer que si l'on substitue les valeurs des différents $\mathcal{V}(I)$, solutions de l'équation caractéristique générale, dans l'expression $\mathcal{V}(P)$ servant de point de départ à ma précédente Note (p. 440), cette expression n'est plus de la forme que l'on avait supposée au départ. Cela prouve simplement qu'au cours des opérations faites pour trouver l'intégrale générale, il s'est introduit des solutions étrangères provenant des oscillations apériodiques des circuits inducteurs. Cela ne réduit nullement la légitimité de la solution, car $\mathcal{V}$ peut représenter une variation quelconque des I et de P; et il n'a de valeur particulière que pour les variables principales U_t et U_a.

MÉTÉOROLOGIE. — *Réflexions préliminaires sur les mouvements généraux de l'atmosphère.* Note (¹) de M. **H.-H. Hildebrandsson.**

Avant qu'il soit possible d'étudier sérieusement les *causes* des mouvements généraux de l'atmosphère, il faut d'abord, et *indépendamment de toute théorie préconçue*, chercher à déterminer avec précision ce qui se passe actuellement dans l'atmosphère, c'est-à-dire constater par des observations directes *quels sont ces mouvements et quelle en est la nature*. Depuis les débuts de la météorologie dynamique, au milieu du siècle dernier, cette recherche a été le but principal des météorologistes.

Nous avons récemment exposé les principaux résultats obtenus sur les mouvements généraux de l'atmosphère grâce à ces recherches empiriques, qui ont étudié :

A. Les grands courants de l'atmosphère indiqués par le mouvement des cyclones et des anticyclones;

B. Les directions moyennes des nuages observées en différents pays et surtout de 1896 à 1897, pendant l'année dite *des nuages* [2];

C. Les observations aéronautiques;

D. La confirmation des résultats précédents par des phénomènes d'origine volcanique.

(¹) Séance du 17 mars 1919.

(²) De mai 1896 à décembre 1897, tous les établissements météorologiques du monde ont fait des observations et mesures continues de nuages d'après un programme adopté par le Comité permanent météorologique.

De toutes ces observations nous avons tiré les résultats suivants trouvés *sans aucune théorie préconçue*, directement par des observations faites d'après les méthodes différentes :

1° Autour de l'équateur thermique, il y a un grand courant de l'Est à l'Ouest. Il est faible, en général, à la surface terrestre (calmes équatoriaux), mais très constant et très fort (34^m par seconde), dans les couches supérieures de l'atmosphère (*courant équatorial*).

2° Dans les zones tempérées, il règne des courants de l'Ouest à l'Est.

3° Dans les régions supérieures, ces courants sont déviés à droite dans l'hémisphère boréal et à gauche dans l'hémisphère austral.

Ainsi, le courant équatorial de l'Est devient successivement Sud Est, Sud, Sud Ouest et Ouest, contre-alizé de l'hémisphère boréal et Nord Est, Nord, Nord Ouest et Ouest, contre-alizé de l'hémisphère austral. Ces courants supérieurs alimentent du côté équatorial les hautes pressions des tropiques. De la même manière, les courants de l'ouest des zones tempérées deviennent en haut respectivement Nord Ouest et Sud Ouest et alimentent du côté polaire les maxima tropicaux.

4° De ces maxima soufflent dans les couches inférieures les alizés du Nord Est et du Sud Est vers l'équateur, et d'autre part, les vents du Sud Ouest-Ouest dans l'hémisphère boréal et du Nord Ouest-Ouest dans l'hémisphère austral vers les zones tempérées.

5° Les moussons n'appartiennent pas aux mouvements généraux de l'atmosphère ; il faut les considérer comme des perturbations grandioses (analogues au Mistral, Bera, etc.), et leur hauteur ne dépasse guère 4500^m. Au-dessus, les grands courants de l'Ouest et de l'Est sont comme à l'ordinaire.

6° Dans les régions polaires, les observations sont encore peu nombreuses. Cependant, il semble que les vents d'Est sont fréquents à la surface terrestre au-dessus des latitudes 60°-70°, mais qu'en général, des vents de Nord Ouest-Sud Ouest soufflent au-dessus dans les régions supérieures.

7° Plus la hautenr est grande, plus les vents d'Ouest sont constants dans les zones tempérées, d'où l'on doit conclure que les cyclones et les anticyclones sont des phénomènes qui naissent dans des couches inférieures de l'atmosphère.

8° Or, *un courant supérieur direct de l'équateur vers les pôles n'existe pas, ni un courant inférieur en sens inverse des pôles à l'équateur*.

9° Cependant il y a un échange lent de l'air le long des méridiens, causé

par les tourbillons cycloniques et anticycloniques qui se succèdent sans arrêt dans les zones tempérées. En effet, chacun de ces tourbillons transporte d'un côté, de l'air du Sud au Nord, et de l'autre côté, du Nord au Sud. Du reste, comme l'air a un mouvement ascendant dans les cyclones et descendant dans les anticyclones, on voit que les masses de l'air des différentes latitudes deviennent peu à peu mélangées.

Ces résultats ont été obtenus directement par des recherches empiriques poursuivies depuis 50 années, en grande partie par mon ami regretté Léon Teisserenc de Bort et moi-même, sans aucune théorie préconçue. Les représentations des mouvements généraux de l'atmosphère, publiées jusqu'ici, sont en général déduites de considérations théoriques plus ou moins mal fondées. On a connu assez bien depuis longtemps la direction moyenne du vent, à un grand nombre de stations dans toutes les parties de la terre et notre connaissance du régime des vents sur les mers a aussi été très détaillée. Mais les mouvements des couches supérieures de l'atmosphère ont été, jusqu'aux dernières années, presque inconnus. On s'est basé sur les deux principes de Halley (1686) et de Hadley (1735). Le premier est le suivant : la température de l'air va en décroissant de l'équateur aux pôles, et il doit constamment exister un vent supérieur ou courant équatorial, soufflant de l'équateur aux pôles, et un vent inférieur, ou courant polaire, soufflant des pôles à l'équateur. Le second est le suivant : quelle que soit la direction suivie par un courant atmosphérique, la rotation terrestre dévie ce courant à droite dans l'hémisphère boréal, à gauche dans l'hémisphère austral.

Selon les résultats donnés plus haut, la loi de Halley n'est pas vraie (3° et 8°). En effet, le *courant équatorial* ou contre-alizé est dévié de plus en plus à droite, et devient aux tropiques un vent de l'*Ouest;* sa marche vers le pôle est arrêtée. La circulation verticale a lieu, non entre équateur et pôles, mais seulement entre équateur et tropiques.

Le principe de Hadley a été prouvé par la théorie mathématique et vérifié par les expériences bien connues de Foucault et d'autres. Cette force H est donnée par la formule $H = 2v\omega \sin\varphi$ où v est la vitesse du courant, ω la vitesse de rotation terrestre et φ la latitude. Mais on a négligé une autre conséquence de la rotation terrestre prouvée par Coriolis, Ekholm et d'autres; *les courants ascendants sont transportés de l'Est à l'Ouest, et les descendants de l'Ouest à l'Est* avec une force $V = 2v\omega \cos\varphi$. Ainsi H croît vers les pôles comme $\sin\varphi$ et V décroît comme $\cos\varphi$.

En me basant sur ces résultats empiriques, j'ose exprimer les idées sui-

vantes sur le mécanisme de ces mouvements de l'atmosphère. En admettant que c'est la chaleur du Soleil qui est la source principale de chaque mouvement de l'atmosphère, il est évident qu'elle doit être la plus efficace autour de l'équateur. La surface terrestre y est le plus fortement échauffée et les courants ascendants très grands, mais les courants ascendants sont par la rotation terrestre transportés de l'Est à l'Ouest, par la force V. C'est le vent d'Est tropical (1°).

Cependant, la température diminue de l'équateur aux pôles. Or, il faut qu'une circulation verticale s'établisse, mais les observations prouvent que celle-ci a lieu, non entre l'équateur et les pôles, mais seulement entre l'équateur et les tropiques.

En effet, le grand courant équatorial de l'Est est dévié en haut vers les pôles et devient le contre-alizé qui souffle au nord de l'équateur, comme nous l'avons vu, successivement de Sud Est-Sud-Sud Ouest et devient près du tropique un vent de l'Ouest descendant. La pression augmente et un maximum se forme, d'où coule vers l'équateur l'alizé de Nord-Nord Est-Est du sol jusqu'à la hauteur moyenne de 1^{km} à 2^{km}. Au fur et à mesure qu'il avance vers l'équateur thermique, il s'échauffe, monte en haut, alimente et renforce le courant équatorial de l'Est (3° et 4°).

De ce maximum barométrique les gradients barométriques s'abaissent vers le Nord et engendrent les vents dominants de la zone tempérée de l'Ouest à l'Est (le tourbillon polaire). Comme dans chaque tourbillon cyclonique, l'air a une composante vers le centre près du sol et une composante en dehors dans le haut. Ainsi les vents soufflent en moyenne du Sud Ouest-Ouest à la surface terrestre et de l'Ouest-Nord Ouest dans les couches supérieures.

Ces vents du Nord Ouest au-dessus de la zone subtropicale alimentent le maximum du tropique boréal et, en descendant, prennent successivement les directions Nord et Nord Est, se confondant avec l'alizé. Au sud de l'équateur, les phénomènes sont symétriques (2°, 3°, 4°).

Les maxima tropicaux, situés entre le grand courant équatorial de l'Est et les vents de l'Ouest des zones tempérées, se dissolvent en tourbillons anticycloniques. En effet, H.-C. Russel, à Sydney, a trouvé le premier que les anticyclones fixes indiqués sur les cartes des isobares moyennes des tropiques sont causés par *une série d'anticyclones* qui passent continuellement *de l'Ouest à l'Est* (1) à des latitudes presque constantes, de la même manière que la basse pression au sud de l'Islande en hiver est due à la série

(1) Dans les anticyclones, l'air est descendant.

continuelle de dépressions qui traversent cette partie de l'Atlantique Nord. M. W. Lockyer a déterminé la vitesse de ces anticyclones et l'a trouvée environ 9° en longitude par jour partout dans l'hémisphère austral.



Les régions arctique et antarctique limitent vers les pôles les grands courants de l'Ouest des zones tempérées. De ces régions froides, des vents de l'Est soufflent à la surface terrestre, tandis que des vents opposés de l'Ouest règnent en haut (6°). Entre ces courants de l'Est et les vents de l'Ouest au sud d'eux, il se forme, dans le grand courant de l'Ouest, des tourbillons cycloniques, qui, comme à l'ordinaire, ne sont pas fermés en haut; de la même manière au bord d'une rivière se forment des tourbillons dans lesquels l'eau coule près de la rive en sens inverse du courant.

Le régime des vents ainsi trouvé par notre discussion des résultats empiriques est identique à celui trouvé par M. W. Lockyer pour l'hémisphère austral. Nous reproduisons ici la figure qu'il a donnée pour faire voir la circulation dans l'hémisphère austral. Nous avons le grand courant de l'Est

près de l'équateur et le courant en sens contraire de l'Ouest sur la zone tempérée (les braves vents de l'Ouest des marins), les anticyclones entre ces deux courants et les cyclones jusqu'à 60°-70° de latitude.

Sur l'hémisphère boréal, la distribution des terres et des mers cause des perturbations multiples dans les couches inférieures, mais nous avons constaté que ces perturbations, les moussons, etc., disparaissent à une hauteur de 4-5^{km} tout au plus au-dessus de la surface terrestre (5°).

M. E. **Roux** fait hommage à l'Académie d'un ouvrage de M. **H. Violle**, intitulé *Le choléra*, dont il a écrit la préface.

CORRESPONDANCE.

M. **Charles Pérez** adresse un rapport sur les travaux qu'il a exécutés à l'aide de la subvention qui lui a été accordée sur le *Fonds Bonaparte* en 1909.

M. **Ernest Vessiot** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Géométrie, par l'élection de M. *Emile Picard* comme Secrétaire perpétuel.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques propriétés générales des fonctions entières liées au théorème de M. Picard.* Note [1] de M. **Gaston Julia.**

J'ai montré antérieurement que l'introduction d'un paramètre continu dans une fonction entière pouvait conduire à de nouvelles propositions sur la répartition des racines des équations $f(z) = a$. Par exemple, on peut toujours trouver une direction Oz_0 telle que les rayons Oz_a joignant l'origine aux racines z_a de l'équation $f(z) = a$, admettent Oz_0 pour rayon limite, et cela *quel que soit a*, sauf peut-être une valeur de a.

(1) Séance du 17 mars 1919.

I. Considérons maintenant la famille des fonctions $f_n(z) = f(z\sigma^n)$, σ étant un nombre complexe quelconque de module > 1. Elle dépend du paramètre entier n. Dans une couronne (C, Γ) limitée par deux cercles de centre O (ou par deux courbes fermées quelconques entourant l'origine), il peut arriver que la famille $f_n(z)$ soit normale. Toutes les fonctions limites de la suite des $f_n(z)$ sont alors identiques à la constante infinie, ce qui veut dire que, pour $n > n_0$, $|f(z)|$ est $>$ M dans les couronnes ($C\sigma^n$, $\Gamma\sigma^n$), n_0 étant choisi assez grand dès que M est donné : autrement dit $f(z)$ tend uniformément vers l'infini dans les couronnes ($C\sigma^n$, $\Gamma\sigma^n$). Mais ceci est certainement impossible si $\Gamma = \sigma C$, c'est-à-dire si la couronne (C, Γ) est un domaine fondamental de la substitution $(z, z\sigma)$ compris entre un cercle quelconque C et son transformé $C\sigma$. Car cela équivaudrait à dire qu'à l'extérieur d'un cercle assez grand on a $|f(z)| > M$, ce qui est absurde. Il doit donc exister dans la couronne (C, $C\sigma$) un point au moins z_0 où la suite des f_n n'est pas normale. Si on l'entoure d'une aire circulaire arbitrairement petite $\mathfrak{D}$, on conclura aisément que, *dans l'ensemble des aires* $\mathfrak{D}$, $\sigma\mathfrak{D}$, $\sigma^2\mathfrak{D}$, ..., $\sigma^n\mathfrak{D}$, ..., *la fonction* $f(z)$ *prend toute valeur finie, sauf peut-être une valeur exceptionnelle.*

Ce qui précède s'applique évidemment à toute fonction uniforme ayant un point singulier essentiel isolé, qu'on peut supposer à l'infini.

II. Définissons alors l'ensemble $\mathcal{E}$, *l'ensemble formé des points autour desquels la suite des* $f_n(z)$ *n'est pas normale.* D'après I, $\mathcal{E}$ contient un point au moins dans toute couronne $(C, \sigma C)$ (C étant une courbe fermée quelconque entourant l'origine). Si un point z_0 appartient à $\mathcal{E}$, tous les $z_0\sigma^{\mp n}$ ($n = 1, 2, \ldots, \infty$) appartiennent aussi à $\mathcal{E}$. Tout point-limite de points de $\mathcal{E}$ appartient à $\mathcal{E}$. En particulier, l'origine est un point de $\mathcal{E}$: cela peut, d'ailleurs, se voir *a priori*. Les points de $\mathcal{E}$ ne sont jamais isolés : tout point de $\mathcal{E}$ est limite de points de $\mathcal{E}$. Cela résulte de ce que, si une suite $f_{n_p}(z)$, dont tous les termes f_{n_p} sont holomorphes dans une petite aire circulaire $\mathfrak{D}$, converge vers une limite en tout point de cette aire, sauf peut-être au centre; elle converge aussi au centre. *L'ensemble* $\mathcal{E}$ *est donc un ensemble parfait.* Tout point ζ de $\mathcal{E}$ jouit de la propriété que nous avons reconnue au point z_0 dans le paragraphe I : il y a une valeur au plus que ne puisse prendre $f(z)$, dans les aires $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{D}\sigma$, ..., $\mathfrak{D}\sigma^n$, ..., $\mathfrak{D}$ étant une aire arbitrairement petite entourant z_0.

L'ensemble parfait $\mathcal{E}$ se transforme en lui-même par la substitution $(z, z\sigma)$. Ses points s'accumulent en particulier autour du point à l'infini. Il peut être, quant à sa structure.

1° Ou *superficiel*. Exemple : fonctions elliptiques. Tout point du plan appartient à $\mathcal{E}$;

2° Ou *continu linéaire*. Exemple : e^z; pour σ réel, $\mathcal{E}$ se confond avec l'axe imaginaire;

3° Ou *parfait discontinu*. Certaines fonctions entières, vérifiant des équations fonctionnelles simples, sont dans ce cas. Par exemple, si l'on pose $P(z) = z\sigma + z^p$, la fonction entière $f(z)$ qui satisfait à l'équation

$$f(\sigma z) = P[f(z)]$$

aura (σ étant donné) un ensemble $\mathcal{E}$ partout discontinu *dès que p sera assez grand*.

III. Il est curieux que ce dernier exemple fournisse aisément des fonctions entières $f(z)$ pour lesquelles existe une couronne (C, Γ) entourant l'origine et telle que, dans les couronnes $(C\sigma^n, \Gamma\sigma^n)$, $f(z)$ *tende uniformément vers l'infini*. Toutes ces couronnes ont même épaisseur relative finie que la couronne initiale (C, Γ).

Il peut se faire d'ailleurs que les courbes (C, Γ) limitant la couronne ne soient pas des cercles de centre O. On peut former des fonctions entières $f(z)$ ayant cette propriété et *d'ordre fini aussi élevé qu'on voudra*. C'est là une circonstance extrêmement remarquable si l'on songe que c'est seulement pour les fonctions d'ordre $< \frac{1}{2}$ que MM. Wiman et Lindelöf avaient montré l'existence d'une suite infinie de *cercles* entourant l'origine, sur lesquels $f(z)$ tend vers l'infini.

Les résultats précédents seront développés dans un Mémoire où l'on trouvera, en outre, des propriétés qui n'ont pu trouver place ici.

MÉCANIQUE. — *Sur la théorie analytique des turbines hydrauliques*. Note [1] de M. A. **Petot**, présentée par M. Appell.

On néglige d'ordinaire, dans la théorie analytique des turbines hydrauliques, les pertes de charge dues aux frottements et aux chocs; l'objet de cette Note est de montrer comment on pourrait en tenir compte, avec une approximation suffisante et sans trop de complications. Soient v, u, w les

---

[1] Séance du 17 mars 1919.

vitesses absolue, d'entraînement et relative à l'entrée de la roue; α l'angle de v avec u, et β celui de w avec le prolongement de u; v_1, u_1, w_1, α_1, β_1 les mêmes éléments à la sortie; r et r_1 les rayons moyens et m le rapport $\frac{r_1}{r}$, $k\frac{v^2}{2g}$ et $k'\frac{w_1^2}{2g}$ les pertes de charge à introduire. On trouve tout d'abord que le rendement hydraulique interne ρ, fonction de l'angle α, et du degré de réaction ε, peut être déterminé avec une approximation d'autant meilleure que l'expression

$$(1)\qquad \lambda = \frac{m^2}{2\cos\alpha \sin^2(\alpha_1+\beta_1)}[\sin^2\beta_1 + k'\sin^2\alpha_1 - 2\sin\beta_1\cos\alpha_1\sin(\alpha_1+\beta_1)]$$

a une valeur absolue plus faible.

On a ensuite à chercher le maximum d'une fonction des deux variables α_1 et ε. Les valeurs optima de ces variables sont données par les formules

$$(2)\qquad \operatorname{tang}\alpha_1 = \frac{\sin\beta_1\cos\beta_1}{k'+\sin^2\beta_1},$$

$$(3)\qquad 1-\varepsilon = \frac{m(1+k)}{2\cos\alpha}\sqrt{\frac{k'+\sin^2\beta_1}{k(1+k')}}.$$

L'angle α_1 ainsi obtenu est inférieur à $\frac{\pi}{2}-\beta_1$; il diffère donc assez nettement de ceux admis d'après Euler et Poncelet. Quant à la formule (3), comme elle doit donner pour ε une valeur positive, elle montre que les turbines à réaction sont caractérisées par l'inégalité

$$(4)\qquad \frac{4k\cos^2\alpha}{m^2(1+k)^2} > \frac{k'+\sin^2\beta_1}{1+k'}.$$

Si cette inégalité est vérifiée, ce qui paraît être le cas général, on a pour le rendement maximum la valeur

$$(5)\qquad \rho = 1 - \frac{2k(1-\varepsilon)}{1+k},$$

qui met en évidence le rôle avantageux du fonctionnement avec réaction. Mais il faut noter que le degré de réaction ne peut pas être pris arbitrairement; il est fixé par l'équation (3) et varie avec le genre de turbine, en sorte que l'on a finalement

$$(6)\qquad \rho = 1 - \frac{m}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{k(k'+\sin^2\beta_1)}{1+k'}}.$$

Si l'inégalité (4) devenait une égalité, on aurait une turbine limite, à degré de réaction nul, et l'on obtiendrait encore le rendement maximum; mais, si elle changeait de sens, on ne pourrait plus atteindre ce maximum du rendement qu'en faisant de la réaction négative; nous laisserons ce cas de côté.

La vitesse absolue v est ensuite donnée par la formule

$$(7) \qquad v^2 = \frac{mg\mathrm{H}}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{k' + \sin^2\beta_1}{k(1+k')}},$$

et la vitesse d'entraînement u par l'équation de régime

$$(8) \qquad uv\cos\alpha = g\mathrm{H},$$

qui a encore la même forme que dans la théorie de Poncelet. De là, on passe aux autres éléments β, w, w_1 et v_1, dont on obtient les valeurs en considérant les triangles des vitesses à l'entrée et à la sortie de la roue.

Si l'on admet que les nombres k, k' et $\sin^2\beta_1$ sont sensiblement compris entre 0,1 et 0,2, ce qui est vraisemblable, l'expression λ, qui prend ici la valeur

$$(9) \qquad \lambda' = -\frac{m^2(k' + \sin^3\beta_1)}{2(1+k')\cos\alpha},$$

est aussi, au signe près, une quantité du même ordre de grandeur, un peu inférieure ou un peu supérieure aux précédentes, suivant que la turbine est centripète ou centrifuge; on est donc, d'après ce qui a été dit au début, dans de bonnes conditions pour obtenir une approximation pratiquement acceptable.

L'étude des variations de cette expression λ, considérée comme fonction de l'angle α_1, montre d'autre part que l'on arriverait, au besoin, à plus de précision dans les calculs, en prenant cet angle égal à $\frac{\pi}{2} - \beta_1$. Cela tient à ce que λ a alors la valeur

$$(10) \qquad \lambda'' = \frac{m^2(k^2\cos^2\beta_1 - \sin^2\beta_1)}{2\cos\alpha},$$

qui est très petite. Le rendement théorique maximum serait, il est vrai, un peu diminué, mais d'une façon minime.

Ces résultats peuvent être étendus, sous la même forme, aux turbines à tube de succion et aux turbines à libre déviation; ils ne sont que peu

modifiés quand on tient compte de la troisième perte de charge $k''\frac{w^2}{2g}$, considérée dans la méthode graphique de M. Rateau.

On a fait un grand nombre d'expériences sur les turbines, mais il serait difficile d'en déduire, avec quelque précision, les valeurs moyennes de k et de k' pour chaque genre de turbine, parce que les machines d'expérience ont été établies d'après les anciennes formules. Il semble donc qu'il y aurait intérêt à faire une nouvelle série d'essais avec des turbines construites d'après les considérations précédentes.

MÉCANIQUE. — *Sur la synthèse statique des constructions.* Note de M. Charles Rabut, présentée par M. L. Lecornu.

J'ai exposé ailleurs [1] la genèse de la *synthèse statique des constructions.* J'énonçais le problème en ces termes : « *Introduire dans un ouvrage en construction des réactions internes susceptibles de mesure exacte et déterminées* a priori *de manière à abaisser le plus possible la fatigue maxima des matériaux.* » Cette définition convient exactement aux cas traités par moi en 1904 et par M. Freyssinet en 1913, car on a alors réglé en position et intensité dans le premier cas une tension, dans le second une compression. Depuis, j'ai obtenu le résultat cherché sans introduction d'aucune force auxiliaire, en assignant à la courbe des pressions son point de passage dans deux sections au lieu d'une, sans agir directement sur l'intensité de la poussée. On obtient ainsi l'élimination des deux inconnues hyperstatiques, aussi bien qu'en assignant à une seule poussée sa position et son intensité. Il faut seulement, bien entendu, qu'on se ménage encore la libre disposition de deux paramètres arbitraires, soit les abscisses des deux *sections réglées*, soit les ordonnées des points de passage dans ces sections. Ces deux paramètres sont à déduire d'un calcul préalable exprimant que le *rendement* de la construction est optimum, c'est-à-dire que la fatigue maxima des matériaux, dans l'ensemble de l'ouvrage, est minima par rapport au prix qu'on veut y mettre, ou inversement que le prix est minimum par rapport à la fatigue permise. La légitimité évidente de cette seconde méthode conduit à l'admettre comme entrant dans l'essence même de la synthèse statique dont la définition doit être élargie en conséquence.

---

[1] *Revue générale des Sciences*, 30 avril 1918.

Dans le problème de minimum ci-dessus défini, on doit, en principe, considérer comme variables indépendantes, non seulement les deux paramètres dont la libre disposition élimine l'élément hyperstatique, mais toutes celles des dimensions de l'ouvrage qui ne lui sont pas imposées par sa destination même : ces dimensions, dont la disposition reste libre pour améliorer le rendement, je les appellerai *dimensions résistantes*.

D'après cela : « *La synthèse statique a pour objet d'assurer à une construction son meilleur rendement en disposant, non seulement de ses dimensions résistantes, mais aussi, moyennant l'introduction de disposifs spéciaux, temporaires ou permanents, de tout ou partie des paramètres vectoriels de la résultante des forces intérieures agissant sur une ou plusieurs sections de l'ouvrage.* »

Cette définition élargie laisse entier l'avantage de permettre le calcul exact des fatigues réelles par une simple application des règles de la Statique et du postulat de Navier, c'est-à-dire en résolvant des équations du premier degré, alors que dans une construction hyperstatique le calcul des fatigues par les règles correctes de la résistance des matériaux exigerait l'intégration généralement impraticable d'un système d'équations différentielles linéaires du quatrième ordre. La synthèse statique apparaît ainsi comme le troisième et dernier stade de l'évolution scientifique de l'art de bâtir : le premier stade étant la théorie de la Résistance des matériaux ou calcul préalable des fatigues d'après le postulat de Navier complété, en pratique, par d'autres hypothèses que l'expérience a gravement infirmées; le second stade étant l'Auscultation, ou mesure *a posteriori* des fatigues réelles. La synthèse statique est une *auscultation active*, génératrice des dimensions résistantes.

Pour fixer le point d'application de la poussée sur une section déterminée, je fais de cette section un *joint* et j'entends par là la surface de contact de deux parties de l'ouvrage, soit exécutées sur place, soit fabriquées d'avance. Pour obliger la poussée à passer par un certain point de cette surface, j'en fais un *point fort*, c'est-à-dire aux abords duquel la matière soit pratiquement incompressible dans la direction de la poussée (ou plus simplement suivant la direction normale au joint, si elle n'en diffère pas trop). Ce résultat s'obtient en fixant à chacune des deux parties que sépare le joint, une tige en acier (simple ou multiple) normale au joint en ce point même; la section de cette pièce est calculée pour résister à la poussée, sa longueur pour la transmettre aux parties qu'elle arme, aidée au besoin d'armatures secondaires appropriées. On peut, en même temps, interposer

entre ces parties une plaque plus compressible qu'elles, par exemple en fibro-ciment si elles sont en métal ou en béton. Ce dispositif peut être considéré comme une simplification du *joint flexible* de M. Mesnager, qui a lui-même remplacé avec avantage la *rotule* dont l'emploi dans tant d'ouvrages en France (mais surtout en Europe centrale) a eu pour effet certain d'augmenter beaucoup leur prix, en vue d'une réduction bien problématique de leur fatigue.

HYDRAULIQUE. — *Sur les coups de bélier dans les conduites de diamètre variable.* Note (¹) de M. G. GUILLAUMIN, présentée par M. J. Boussinesq.

I. Considérons une conduite forcée de diamètre variable et soient : y le coup de bélier en mètres d'eau, σ la section, u le débit. En comptant les abscisses positivement de l'aval vers l'amont et les vitesses positivement de l'amont vers l'aval, les deux équations du problème s'écrivent, avec les hypothèses usuelles,

$$(1) \qquad \begin{cases} g\dfrac{dy}{dx} = \dfrac{1}{\sigma}\dfrac{du}{dt}, \\ g\dfrac{dy}{dt} = \dfrac{a^2}{\sigma}\dfrac{du}{dx}. \end{cases}$$

Nous proposant, pour l'instant, d'étudier seulement l'effet de la variation de diamètre, nous admettrons que la vitesse de propagation a est constante, ce qui revient à supposer la conduite d'égale résistance.

Admettons que la conduite soit tronconique et posons

$$r = r_0(1 + \mu x),$$

r désignant le rayon au point d'abscisse x, r_0 le rayon au distributeur, μ une quantité qui sera toujours très petite.

On trouve, comme solution générale du système (1),

$$(2) \qquad y = \frac{f'\left(t - \dfrac{x}{a}\right) - \varphi'\left(t + \dfrac{x}{a}\right)}{1 + \mu x},$$

$$(3) \qquad u = \text{const.} - \pi g r_0^2 \left\{ \mu \left[f\left(t - \frac{x}{a}\right) - \varphi\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] + \frac{1 + \mu x}{a} \left[f'\left(t - \frac{x}{a}\right) + \varphi'\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] \right\}.$$

(¹) Séance du 17 mars 1919.

Si l'on tient compte des conditions initiales ($y = 0$, $u = u_0$ pour $t \leq 0$) et de la condition à la limite amont ($y = 0$ pour $x = l$), on obtient

$$(2') \qquad y = \frac{f'\left(t - \frac{x}{a}\right) - f'\left(t + \frac{x}{a} - \theta\right)}{1 + \mu x},$$

$$(3') \qquad u = u_0 - \pi g r_0^2 \left\{ \mu \left[f\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a} - \theta\right) \right] + \frac{1 + \mu x}{a} \left[f'\left(t - \frac{x}{a}\right) + f'\left(t + \frac{x}{a} - \theta\right) \right] \right\},$$

égalités dans lesquelles on a posé $\theta = \frac{2l}{a}$.

Les déterminations successives, pour $t > 0$, de la fonction arbitraire f (identiquement nulle pour $t \leq 0$) sont à calculer, dans chaque cas particulier, en faisant intervenir la condition au distributeur.

II. Le débit et le coup de bélier résultent de deux ondes se propageant en sens contraire en se déformant. Le coup de bélier va diminuant pour l'onde qui se propage dans le sens des sections croissantes et inversement. Le coefficient de variation entre deux sections d'abscisses x_1 et x_2 est évidemment :

$$\frac{1 + \mu x_1}{1 + \mu x_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1}{\sigma_2}}.$$

Ce résultat concorde avec celui établi par M. Eydoux en envisageant la transmission du coup de bélier dû à une fermeture brusque dans une conduite formée d'un grand nombre de tronçons à caractéristiques progressivement variables ([1]).

III. On peut se rendre compte d'un autre effet produit par la variation de diamètre en examinant le cas particulièrement simple d'une fermeture brusque du distributeur effectuée dans un temps ε inférieur à θ. Au temps ε, on a en effet, en désignant par v_0 la vitesse de régime initiale au distributeur :

$$\frac{a v_0}{g} = a \mu f(\varepsilon) + f'(\varepsilon).$$

On peut d'ailleurs poser

$$f(\varepsilon) = \delta \varepsilon f'(\varepsilon),$$

([1]) *Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 265. La Note de M. Eydoux contient une erreur de calcul dans le passage à la limite, mais le résultat n'en subsiste pas moins.

δ désignant un coefficient positif, inférieur à l'unité, dont la valeur exacte dépend de la loi de fermeture. D'où :

$$y = f'(\varepsilon) = \frac{av_0}{g(1 + a\mu\delta\varepsilon)}.$$

Le coup de bélier en fin de fermeture brusque dépend donc de la loi de fermeture du distributeur, contrairement au cas des conduites à section constante; il est renforcé quand la conduite est convergente vers l'amont ($\mu < 0$) et atténué dans le cas inverse. Si la fermeture brusque complète est faite dans un temps très petit, on retrouve pour le coup de bélier la valeur bien connue $\frac{av_0}{g}$.

IV. Si l'on envisage le cas d'une fermeture linéaire, déjà considéré par M. de Sparre, et si l'on suppose également le coup de bélier inférieur à la pression statique, la condition à la limite aval s'écrit :

$$(4) \qquad \frac{v_1}{v_0}\lambda(t)\left[1 + \frac{f'(t)}{2y_0}\right] = 1 - \frac{g}{v_0}\left[\mu f(t) + \frac{f'(t)}{a}\right],$$

avec

$$\lambda(t) = \lambda_0 - kt,$$

λ représentant toujours le rapport entre la surface ouverte actuelle du distributeur et la surface ouverte correspondante à la vitesse de régime maxima v_1.

On trouve aisément pour $0 < t < \frac{\lambda_0}{k}$:

$$y = \frac{av_0}{g}\,\frac{\left(1 - \frac{\beta}{\alpha}t\right)^{\frac{\mu}{\beta}-1} - 1}{\rho_0\left(1 - \frac{\mu}{\beta}\right)},$$

pour $\frac{\lambda_0}{k} < t < \theta$:

$$y = \frac{av_0}{g}\,\frac{(1+\rho_0)^{1-\frac{\mu}{\beta}} - 1}{\rho_0\left(1 - \frac{\mu}{\beta}\right)}\,e^{a\mu\left(\frac{\lambda_0}{k} - t\right)},$$

avec

$$\rho_0 = \frac{av_0}{2gy_0}, \qquad \alpha = \frac{1+\rho_0}{a}, \qquad \beta = \frac{k\rho_0}{a\lambda_0}.$$

Le coup de bélier en fin de fermeture, c'est-à-dire au temps $\frac{\lambda_0}{k}$, peut

s'écrire, sans erreur appréciable,

$$y = \frac{av_0}{g}\left\{1 - \frac{2\mu g y_0}{k v_1}\left[\frac{1+\rho_0}{\rho_0} L(1+\rho_0) - 1\right]\right\}.$$

PHYSIQUE. — *Sur la structure spectrale des rayons* J. Note de MM. R. Ledoux-Lebard et A. Dauvillier, présentée par M. Villard.

Le professeur Barkla et miss White [1] ont récemment signalé l'existence d'une nouvelle série de rayons X caractéristiques, découverts par la méthode de l'absorption à partir des éléments les plus légers (C, O et Al) et se plaçant immédiatement au-dessus des rayons K dans l'échelle des fréquences.

Il était d'un grand intérêt théorique de chercher à déterminer leur structure spectrale, plus simple encore peut-être que celle de la série K. On sait que l'ensemble des trois groupes de la série L des éléments lourds comprend au moins 19 radiations monochromatiques et que la série K en contient quatre. On pouvait penser que la série J se réduirait peut être à une seule qui aurait constitué alors le spectre ultime de l'atome.

Le seul élément à la fois de plus petit nombre atomique ($N = 5$) et de propriétés physiques telles qu'il puisse être utilisé comme anticathode est le *bore*. De plus l'extrapolation des résultats de Barkla montre que ses rayons J($\lambda = 0,42$ U. A.) doivent tomber dans la bande d'absorption de l'argent et que, par conséquent, l'étude, par la méthode photographique, de son spectre de raies est particulièrement indiquée.

Un fragment de bore pur fondu fut disposé dans un tube à afflux cathodique relié à une pompe avec interposition d'un réfrigérant (— 85° C.) pour condenser la vapeur de mercure. Par suite de la faible conductibilité thermique de cet élément, le point d'impact des rayons cathodiques était porté à une température voisine de celle de fusion (2300° C.), ce qui limitait la puissance dépensée dans l'ampoule à une cinquantaine de watts.

Les rayons étaient observés à travers une fenêtre en mica de $0^{mm},01$ d'épaisseur environ et sous un très petit angle à partir de la surface bombardée, de façon à réaliser une source linéaire d'éclat maximum. Ils traversaient ensuite le collimateur du spectrographe dont les fentes étaient assez larges pour permettre l'irradiation de

---

(1) *Phil. Mag.*, t. 34, octobre 1917, p. 277.

toute la face cristalline. Un cristal de calcite et deux de sel gemme furent superposés de telle sorte que les faces de clivage considérées p se trouvaient dans un même plan passant par l'axe de rotation. La vitesse de rotation ne fut que de 45' à l'heure à cause de la très faible émissivité du bore. La plaque photographique fut disposée assez loin du cristal afin de réaliser une mise au point parfaite, la source vraie étant un point situé entre l'anticathode et le collimateur. Cette condition apparut importante et il fut ainsi possible d'obtenir, dans certains cas, des raies nettes et extrêmement fines.

Les spectres furent effectués sous la tension maximum de 60 kilovolts environ. Les cristaux de sel gemme donnèrent seuls des réflexions appréciables. Les spectres continus étaient très réguliers, les discontinuités K du brome et de l'argent de la plaque très nettes et la plus courte longueur d'onde était émise conformément à la relation du quantum. Dans un cas où le bore était partiellement enchâssé dans une masse d'étain refroidie par un courant d'eau et où une très faible partie des rayons cathodiques pouvait rencontrer l'étain, on observa les quatre raies de ce métal. Pour éviter cette cause d'erreur, le fragment de bore fut ensuite maintenu dans une pince faite de deux fils de molybdène et le faisceau cathodique, parfaitement fixe, creusa un cratère au centre du fragment. Le doublet K_α du molybdène n'était alors qu'à peine visible. Les spectres continus (faces p et a_1) observés ici étaient uniquement dus au bore, mais aucune raie de longueur d'onde voisine de $\lambda = 0,43$ U.A. ni même contenue dans l'intervalle $1,0 < \lambda < 0,2$ U.A. ne put être décelée bien que les régions continues fussent d'une intensité notable, fait remarquable pour un élément de poids atomique inférieur à ceux des gaz de l'air. Si donc les rayons J du bore sont émis avec une intensité appréciable, par rapport au spectre continu, ils constituent une raie unique qui coïncide avec la discontinuité K de l'argent.

Nous pensons plutôt que les atomes n'ont, pour les rayons J, qu'une émissivité extrêmement faible et hors de proportion avec l'émissivité K. Nous avons, en effet, observé, au spectromètre de Bragg et par la méthode d'absorption, la discontinuité J de l'aluminium. Elle est très faible et ne dépasse pas 3 pour 100 de l'intensité du rayonnement voisin, même avec une fente collimatrice excessivement fine (largeur angulaire : 2'), un filtre d'aluminium épais (3^{mm}) et une absorption élevée réalisée dans la chambre d'ionisation par du bromure de méthyle. Nous avons observé cette discontinuité J_{Al} pour la longueur d'onde $\lambda = 0,361 \pm 0,001$ U. A. (en prenant $\lambda_K^{Ag} = 0,488$ U. A.), en accord avec la valeur $\lambda = 0,37$ U. A. obtenue par Barkla avec d'autres méthodes.

CHIMIE MINÉRALE. — *Méthode de traitement du béryl pour en extraire la glucine.* Note de **M. H. Copaux**, présentée par M. A. Haller.

Le béryl, sous sa variété opaque et pierreuse, est un minéral assez répandu, qu'on trouve, en particulier, dans le Limousin, comme sous-produit de l'exploitation du feldspath, et à Madagascar, comme résidu du triage de belles variétés multicolores et précieuses, connues sous les noms de *béryls d'or*, d'*aiguemarines*, etc.

Ce béryl pierreux, qui est, en pratique, le seul minerai de la glucine, possède, en général, une composition très voisine de celle qui répond à la formule $Al^2O^3.6SiO^2.3GlO$, soit 67 pour 100 de silice, 19 pour 100 d'alumine et 14 pour 100 de glucine. Il est très réfractaire à l'action des acides, mais sensible à l'action des alcalis caustiques, qui, dès la température de 400° environ, le transforment en un silico-aluminate de glucine et d'alcali, que les acides attaquent ensuite aisément.

C'est là un mode de désagrégation commode, connu d'ailleurs depuis Vauquelin, mais dont l'inconvénient réside dans l'élimination ultérieure des $\frac{67}{100}$ de silice du minerai, qu'on retrouve à l'état gélatineux.

Après avoir essayé ce procédé, et d'autres encore, au cours de l'année 1913, je n'en ai pas été satisfait, et je me suis alors proposé d'établir une méthode de traitement du béryl, qui permette d'extraire plus commodément la glucine, et qui facilite l'utilisation de cette matière, assez peu connue, en somme, bien qu'elle ne soit en aucune façon un oxyde rare.

La méthode à laquelle je me suis arrêté consiste essentiellement à désagréger le béryl par le fluosilicate de sodium, à une température de 850° environ.

Le fluosilicate de sodium, SiF^6Na^2, est une poudre cristalline blanche, que la chaleur décompose à partir de 750°, en fluorure de sodium, sel fusible à 980°, et en fluorure de silicium, gaz très actif, qui réagit sur les oxydes du béryl de la manière suivante :

La silice reste inattaquée.

La glucine, par double échange avec le fluorure de silicium, donne de la silice, et du fluorure de glucinium GlF^2, qui se fixe sur le fluorure de sodium à l'état de fluoglucinate de sodium, GlF^4Na^2, sel soluble dans l'eau, à raison de 28g par litre à 100° :

$$2GlO + SiF^4 = SiO^2 + 2GlF^2,$$
$$2GlF^2 + 4NaF = 2GlF^4Na^2.$$

L'alumine, par une réaction analogue, se transforme en fluo-aluminate de sodium, AlF^6Na^3, cryolite artificielle à peine soluble dans l'eau, ou, plus exactement, qui n'éprouve au contact de l'eau bouillante qu'une faible décomposition hydrolytique [1]. Ainsi, en reprenant le produit de la réaction par l'eau bouillante, on rassemblera toute la glucine en solution, laissant à l'état d'un sable facile à filtrer toute la silice, celle du minerai comme celle qui vient de la réaction.

En pratique, on mêle 1 partie de béryl en poudre avec 2 parties de fluosilicate de soude, et l'on chauffe en creuset à 850°.

La masse frittée, remise en poudre sans difficulté, est épuisée à trois reprises par l'eau bouillante, et le fluoglucinate de sodium passe dans le liquide filtré, avec un peu d'alumine et de silice, dissoutes à la faveur de l'excès de fluorure de sodium, mais en proportions telles que si on les rapporte aux 14 parties de glucine du minerai, il ne reste guère plus de 1 partie d'alumine et 1 à 2 parties de silice, au lieu de 19 et de 67, primitivement contenues.

Pour achever la purification, on traite la solution aqueuse par un petit excès de soude caustique bouillante, qui précipite à la fois glucine, alumine et silice, entraînant du fluor; on redissout le précipité dans l'acide sulfurique, on concentre fortement pour expulser le fluor, et l'on fait cristalliser enfin la glucine à l'état de sulfate, forme de purification très efficace, en ce que le sulfate de glucinium, $GlSO^4 + 4H^2O$, n'est isomorphe, ni avec le sulfate d'alumine, ni avec le sulfate ferrique, qui est aussi présent en petite quantité.

Une fois en possession du sulfate de glucinium, on peut le transformer à volonté en d'autres dérivés de la glucine, s'il en est besoin.

Il est à noter que cette réaction du fluorure de silicium est l'inverse de celle qu'ont appliquée Fremy et Verneuil dans leur première synthèse minéralogique du rubis, et qui consistait à faire réagir le fluorure d'aluminium sur de la silice, pour former du fluorure de silicium gazeux et de l'alumine cristallisée; c'est donc une réaction réversible. Mais dans le cas présent, le fluorure de sodium, produit par la décomposition du fluosilicate, déplace entièrement l'équilibre, en fixant les fluorures de glucinium et d'aluminium à l'état de fluosels alcalins, très stables.

Finalement, on recueille environ les neuf dixièmes de la glucine du minerai, le reste échappant au traitement, soit parce que la soude ne précipite pas intégralement la glucine dans les eaux d'épuisement fluorées, soit

(1) Différence de solubilité déjà signalée par Pollack (*Trans. Roy. Soc. Dublin*, 1904, p. 139).

parce qu'il est assez difficile de faire réagir totalement des corps pulvérulents.

Cependant, si l'on se limite aux petites quantités de matière employées en analyse, on peut, en forçant la dose initiale de fluosilicate, extraire à peu près complètement la glucine du minerai et fonder sur cette réaction un procédé de dosage du béryl, dont voici le mode opératoire.

Dosage de la glucine dans le béryl. — On mélange 5g de béryl finement pulvérisé avec 20g de fluosilicate de soude, on introduit la poudre enveloppée de papier dans un petit creuset de terre ou de graphite, et l'on chauffe à 850° environ, pendant 30 à 40 minutes. Après refroidissement, la masse est pulvérisée, épuisée à trois reprises par l'eau bouillante, et les liquides aqueux, filtrés et réunis, sont portés au volume de 1 litre. On en prélève 300^{cm^3} qu'on évapore dans une capsule de platine avec un excès d'acide sulfurique jusqu'à fumées blanches, pour chasser l'acide fluorhydrique.

On reprend par l'eau et l'on précipite par l'ammoniaque.

Si le précipité contient du fer en quantité notable, on le dissout dans l'acide acétique, on enlève le fer par le nitroso-B-naphtol, et les eaux filtrées sont reprécipitées par l'ammoniaque à l'ébullition, soutenue pendant plusieurs minutes. Dans ces conditions, le fer est éliminé complètement, et sans entraînement de glucine. Le nouveau précipité, formé de glucine, d'un peu d'alumine, et d'un reste de silice, est lavé, calciné et pesé, traité ensuite par quelques gouttes d'acides fluorhydrique et sulfurique, qu'on évapore dans le creuset de platine, pour chasser le reste de silice.

L'alumine est enlevée par fusion du résidu avec trois fois son poids de carbonate de soude, puis dissolution dans l'eau de l'aluminate de soude, suivant le procédé de MM. Wunder et Wenger (1), et la glucine, qui reste pour résidu, est enfin pesée.

Ce procédé, plus rapide que les méthodes ordinairement proposées, est exact à une demi-unité près, par défaut, de la teneur en glucine du minerai.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Réactif et méthode de dosage de l'ozone.* Note (2) de M. Louis Benoist, présentée par M. A. Haller.

Cherchant un réactif de l'ozone beaucoup plus sensible que les réactifs employés jusqu'ici, j'ai songé à essayer une substance fluorescente, le phénomène de la fluorescence se prêtant à une observation optique d'une grande sensibilité; j'ai trouvé que la fluorescéine résout très heureusement la question.

Si, dans un flacon d'oxygène faiblement ozonisé, on introduit quelques centimètres cubes d'une solution très diluée de fluorescéine (par exemple

(1) Wunder et Wenger, *Zeits. analyt. Ch.*, t. 51, 1912, p. 470.

(2) Séance du 17 mars 1919.

au titre 10^{-6}) on constate, après agitation de quelques secondes, la disparition absolument intégrale de la fluorescence, avec complète décoloration du réactif; pour une solution plus concentrée (par exemple à 10^{-3}) la couleur ne disparaît pas entièrement; elle est seulement très affaiblie, passant au jaune clair; mais la fluorescence est encore intégralement détruite. L'oxygène pur, non ozonisé, ne produit aucune action.

Par conséquent, si l'on prend comme caractère essentiel, très sensible et très facile à saisir avec le dispositif indiqué plus loin, le phénomène de la disparition totale de la fluorescence, une solution diluée et titrée de fluorescéine est éminemment apte à déceler l'ozone.

On doit toutefois se demander si la présence de certains gaz capables d'agir sur la florescéine ne peut être une cause d'erreur : comme vapeurs nitreuses, chlore, gaz carbonique.

Or on sait déjà que la fluorescéine n'est pas attaquée, même à chaud, par les oxydants faibles, comme l'acide nitrique dilué, ou le ferricyanure de potassium. J'ai constaté, par la méthode et le dispositif optique indiqués plus loin, qu'une solution très diluée d'acide nitrique fumant (donc mélangée d'acide nitreux) n'a absolument aucune action sur la fluorescéine, même à poids égal; il faut arriver à mettre en présence cent fois plus d'acide que de fluorescéine, pour qu'une diminution notable de fluorescence commence à se produire; et ce n'est que pour un poids d'acide 10^5 fois plus grand que la fluorescéine est complètement détruite. Par conséquent, les traces de vapeurs nitreuses contenues dans l'air atmosphérique ne sauraient produire aucun effet appréciable sur le nouveau réactif.

On sait, par contre, que le chlore décompose aisément la fluorescéine; mais de notables quantités de ce gaz dans l'air sont aisées à reconnaître et à éliminer; quant à de faibles traces, elles seront sans action; en effet, si l'on mélange une eau de chlore étendue à 10^{-3} et une solution de fluorescéine à 10^{-6}, on n'observe aucune diminution sensible de fluorescence, bien que le poids du chlore soit alors trois fois plus grand, au moins, que celui de la fluorescéine en présence.

L'acide carbonique concentré (gaz pur, ou eau de Seltz) détruit la fluorescence d'une solution diluée de fluorescéine; mais l'eau de Seltz, étendue au centième, ne produit déjà plus d'effet appréciable sur une solution à 10^{-6}, bien que le poids de CO^2 soit alors vingt à trente fois supérieur à celui de la fluorescéine. Il est d'ailleurs facile d'éliminer l'acide carbonique préalablement au dosage de l'ozone dans l'air.

Pour établir une méthode précise de dosage de l'ozone par la fluorescéine, il restait à déterminer le rapport en poids suivant lequel a lieu la réaction.

Après avoir rempli d'oxygène ozonisé [produit dans des conditions

maintenues bien constantes comme régime électrique ([1]) et vitesse de passage] une série de flacons à l'émeri, de volumes exactement connus, j'ai dosé concurremment l'ozone, dans les uns (pris de deux en deux dans la série) par l'iodure de potassium amylacé et l'hyposulfite de soude, et, dans les autres, par une solution titrée de fluorescéine ajoutée par doses successives jusqu'à ce que, après agitation prolongée, la fluorescence cessât de disparaître, l'observation étant faite à l'appareil fluorométrique indiqué plus loin. Il était tenu compte, bien entendu, des volumes gazeux déplacés par l'introduction des réactifs.

D'après plusieurs séries d'expériences, la réaction paraît bien avoir lieu entre deux molécules d'ozone et une molécule de fluorescéine, suivant le rapport en poids $\frac{96}{332} = 0,29$. Le plus petit poids d'ozone dosable par cette méthode sera donc sensiblement le tiers du plus petit poids de fluorescéine dont on pourra avec certitude constater la fluorescence.

Or le dispositif simple que voici m'a permis d'obtenir de la méthode son maximum de rendement, avec une grande facilité d'emploi.

Une lampe Nernst (ou toute autre donnant aussi une lumière très blanche et très intense) est enfermée dans une boîte entièrement noircie dont la paroi supérieure porte deux ouvertures presque contiguës, supportant deux tubes à essai en verre bien incolore : l'un reçoit la dissolution de fluorescéine à examiner; l'autre, servant de tube témoin, contient un volume égal d'eau distillée. L'obscurité extérieure étant faite, on observe dans chaque colonne liquide la caustique par réfraction due au dioptre convergent formé par le fond du liquide; c'est sur cette caustique que se manifeste la fluorescence, par opposition avec le tube témoin, dans des conditions de sensibilité extrême.

C'est ainsi qu'une solution de fluorescéine à 10^{-9}, c'est-à-dire au milliardième, présente encore une fluorescence nettement observable; il ne serait probablement pas impossible d'aller encore plus loin en augmentant l'intensité et la concentration de la lumière.

Or, à ce degré, 3^{cm^3} de fluorescéine à 10^{-9} perdant leur fluorescence sous l'action de 10^{-9} gramme d'ozone, on voit que la méthode peut déceler et doser jusqu'à un millionième de milligramme d'ozone, alors que les méthodes déjà connues ne vont guère qu'au millième de milligramme. J'ai vérifié directement que l'extinction de la fluorescence se manifestait encore très nettement pour des traces d'ozone ne bleuissant plus l'iodure de potassium amylacé.

([1]) Emploi avantageux des courants de haute fréquence.

Le dispositif précédent se prête à de véritables dosages par voie photométrique, en constatant, par comparaison avec une série de tubes témoins contenant des solutions de fluorescéine méthodiquement graduées, l'abaissement de titre éprouvé par une solution donnée, employée comme réactif sous un volume donné; on en déduit le poids de fluorescéine détruite.

Il n'est pas inutile de faire remarquer que la présente méthode, outre son extrême sensibilité, offre aussi comme avantage l'emploi d'un seul réactif.

Quant au produit de la réaction, voici dès maintenant quelques observations faites : la chaleur paraît le détruire assez facilement, sans reformer d'ailleurs la fluorescéine primitive; l'addition d'ammoniaque ne rétablit pas la fluorescence; le poids final, après dessiccation, est à peine un peu inférieur au poids primitif. Ce corps, sans être d'ailleurs explosif, présente peut-être quelque rapport avec les ozonides.

GÉOPHYSIQUE. — *Un point de vue nouveau sur la métallogenèse.* Note de M. **Adrien Guébhard**, présentée par M. H. Douvillé.

Malgré le fait, trop souvent constaté, de l'arrêt de certains gisements minéraux en profondeur, malgré la rareté des minerais proprement dits au milieu des laves, la provenance magmatique des métaux est demeurée comme un article de foi auquel devait être subordonnée l'explication de faits souvent contradictoires. Alors, c'était au rôle de l'eau qu'on recourait, intermédiaire complaisant, pour justifier de seconde main certaines apparences d'évidente infiltration *per descensum* plutôt que *per ascensum* et de dépôt stalagmitoïde plutôt que de sublimation.

Or un instant de réflexion suffit à faire comprendre que l'origine nucléaire ne saurait être, pour les métaux, qu'une exception. Quelles qu'aient été, en effet, les conditions physiques ou chimiques dans lesquelles s'est primitivement entourée d'une croûte, la fonte originelle de notre globe, il est certain que cette coque, aussitôt close, a fait cloison entre toutes les substances, qui, précédemment liquéfiées, avaient déjà rejoint la masse pyrosphérique et toutes celles que leur volatilité maintint en suspension dans l'atmosphère, encore en gestation de tous les éléments de la future lithosphère.

Si l'on connaissait exactement la température de ce moment important de la géogenèse et qu'on possédât une échelle des points critiques de toutes les substances constitutives de notre globe, on pourrait, d'un trait de plume,

diviser cette liste en deux, comprenant d'un côté toutes les substances qui, définitivement emprisonnées dans le magma, ne peuvent plus nous être connues que par des rejets volcaniques, et celles, au contraire, qui, longtemps restées à l'état de vapeurs, ne se sont que peu à peu liquéfiées, puis solidifiées, pour édifier au-dessus de la protosphère l'actuelle lithosphère.

Malheureusement les données sur les points critiques des composés inorganiques, surtout métalliques, sont des plus rares et tout ce que nous pouvons préjuger de la température même de l'occlusion de la croûte, c'est qu'elle dut être amplement supérieure à 1850°, température où, à la pression ordinaire, se forment les scories des hauts fourneaux. Mais ce qui est bien certain, c'est qu'entre cette température et celle de 365° où put apparaître l'eau, durent subsister à l'état de vapeurs, en combinaisons variées, des composés relativement légers d'à peu près tous les métaux, même les plus lourds. Ne voit-on pas, dans nos laboratoires, le peroxyde d'osmium bouillir à la même température que l'eau? Qu'était-ce, aux températures de l'époque, malgré des pressions dépassant l'actuelle, au début, d'un poids total qu'on peut estimer égal, défalcation faite seulement de la partie éruptive, à celui de toute notre présente lithosphère, eau comprise?

Il faut bien se rendre compte, en effet, qu'en dehors des épanchements volcaniques, c'est de l'atmosphère seule qu'ont pu provenir tous les éléments de la portion de croûte superposée au premier plancher siliceux de la protosphère. C'est du ciel que sont tombés, vers 800°, sous forme de déluge alcalin, comme l'a depuis longtemps signalé M. H. Douvillé (¹), les masses brûlantes qui, ravinant le plancher primitif en même temps que les crêtes volcaniques, rassemblèrent dans les chenaux géosynclinaux les éléments presque anhydres des futures roches cristallophylliennes (²).

Entre temps, et au milieu des tourbillonnements dont M. E. Belot croit avoir découvert la loi (³), durent se produire, au gré de réactions chimiques où pouvaient se contre-balancer les excès de la pression et de la chaleur, des averses plus ou moins localisées de substances métalliques, pluies lourdes, pluies de feu, s'infiltrant par le double effet de la capillarité et de la

(¹) H. Douvillé, *Les premières époques géologiques* (*Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 221).

(²) Voir ma Note : *A propos de l'écorce sédimentaire* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 694).

(³) E. Belot, *L'origine des formes de la Terre et des Planètes*, in-8°, 1918, 214 pages, 46 figures, 3 planches.

pesanteur, dans les moindres fissures du plancher incandescent, pour y produire ces *veines* dont les études de M. S. Taber ont établi la genèse à chaud et sous pression ([1]). Retrouvaient-elles en profondeur une température supérieure à celle où elles venaient de se condenser? Elles pouvaient, en redistillant, donner en hauteur des produits de sublimation, d'origine tout autre que magmatique.

L'eau, pendant très longtemps, même à l'état de vapeur, demeure totalement étrangère à ces premiers phénomènes de la métallogénèse ; et, lorsqu'elle intervient après 365°, sous forme liquide, ce fut seulement pour remanier, comme solvant universel, tous les dépôts faits sans elle, tout en opérant dans l'atmosphère, encore incomplètement dégorgée, le déblayage final des derniers composés volatils, parmi lesquels il serait intéressant de savoir si ne figurèrent pas longtemps, à côté d'acides très actifs, quelques sels de fer ([2]).

En tout cas, on le voit, la thèse de l'origine endogène des gîtes métalliques doit être fortement amendée. Entretenue surtout par la persistante confusion des roches granitoïdes avec les roches éruptives ([3]), elle n'a dû qu'à la formule magique des « émanations minéralisatrices » de pouvoir survivre à la démonstration faite du caractère sédimentaire des masses cristallophylliennes ([4]). Qu'à ce mythe infernal soit substituée la réalité logique des cataractes célestes, et ce sera sans aucune difficulté que l'on comprendra, parmi tant d'autres singularités inexpliquées, comment ont pu venir à nous certains métaux lourds qui, à l'état libre, eussent dû être depuis longtemps, précipités au plus profond des arcanes barysphériques.

([1]) STEPHEN TABER, *The Mechanics of Vein Formation* (*Trans. Am. Inst. of Mining Engineers*, Colorado Meeting, septembre 1918, p. 1189-1222).

([2]) Sans préjudice, pour celui-ci, des provenances magmatiques. En faisant fondre du basalte dans un creuset de graphite, A. Fleischer [*Untersuchungen zum Beweise der Ausdehnung des Basalts beim langsamen Erstarren* (*Zeitschr. d. d. geol. Ges., Berlin*, 1907, p. 122-131, voir p. 127)] a obtenu un culot lenticulaire de très bon acier.

([3]) Voir ma Note : *Sur une manière nouvelle de comprendre le volcanisme et les apparences pseudo-éruptives du granite* (*Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 150).

([4]) Sédimentation, sans doute, fort différente de celle qu'envisagent seuls les ouvrages classiques. Sédimentation *anhydre*, de pluies de feu, de ruisseaux de fonte, sur un plancher incandescent; mais sédimentation autrement importante, comme effets, comme masse et comme durée (voir ma Note précitée sur l'*Ecorce sédimentaire*), que celle des formations hydriques dont l'actualité a seule accaparé toute l'attention des observations superficielles.

GÉOLOGIE. — *Le groupe volcanique Banne d'Ordanche, Puy-Loup, Puy-Gros, du massif des Monts-Dore. Une fracture volcanique et hydrothermale remarquable.* Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Le deuxième centre principal du massif volcanique des Monts-Dore n'est pas un volcan régulier à symétrie radiale, comme le volcan du Sancy, car il offre une architecture différente et un tout autre groupement de ses volcans secondaires. Si le point culminant, la Banne d'Ordanche (alt. 1515^m) représente, de même que le Sancy, le culot cratérique (ici basaltique) d'un grand volcan secondaire; ce dernier est situé en alignement, avec huit autres volcans, sur une fracture éruptive, de direction NE et chacun de ces volcans *a déversé ses laves de part et d'autre de cette fracture remarquable* qui se prolonge au SO par la *faille hydrothermale* de La Bourboule, donnant issue, en plein granite, aux sources arsenicales de cette localité. La topographie souligne cette disposition linéaire des centres éruptifs, qui forment dans ce massif volcanique une *crête continue et irrégulière*, dont la Banne d'Ordanche, le Puy-Long (1467^m), le Puy-Loup (1479^m) et le Roc-Blanc (1368^m) constituent les principaux sommets. Cette disposition est liée à une dislocation importante du substratum (¹).

Sur un second alignement parallèle, se montrent les puys Tenon (1393^m) et Lourdinette, le Piton (1370^m) et la Roche-Malvialle (1371^m). Un troisième, de même direction, est jalonné par le centre du Puy-Gros (1482^m), les puys May (1416^m) et Mouteyron, tandis que le quatrième comprend le dôme de Temboine, le puy de la Montilhe, et les volcans 1382^m et 1360^m.

Le groupement en quatre lignes parallèles, de direction NE de presque tous les volcans secondaires (une vingtaine) constituant la partie haute du massif précité, n'est pas fortuit. Il est en relation avec la faille de La Bourboule et très vraisemblablement avec des dislocations parallèles qui sont celles de toutes les fractures post-hercyniennes de ce territoire.

Cette *région élevée*, qui correspond à la *partie la plus affaissée* du soubassement, est caractérisée par son bossellement et ses pics (dômes et culots cratériques) et elle *est excentrique* par rapport à la région basse, en direction de la vallée de la Miouse, dans laquelle se sont étalées des coulées épaisses de trachyte, d'ordanchite et d'andésite à olivine formant une palmure

(¹) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 824.



Carte d'une partie du groupe volcanique Banne d'Ordanche, Puy-Loup, Puy-Gros.

γ, ζ granite et Archéen; *r* Permien; *ol* Oligocène; ρ rhyolite; τ, τ*q*, τα, τφ trachyte, trachyte quartzifère, trachy-andésite, trachyte phonolite; α*a*, α*b* andésite basaltoïde à hornblende, andésite à olivine; ω_i, ω_m, ω_s ordanchite inférieure, moyenne, supérieure (3 séries); αλ andési-labradorite; λ labradorite; λβ labradorite-basalte; β basalte; β_t basalte téphritique ophitique; β_s basalte téphritique non ophitique; *gl* moraines glaciaires; T tourbières; *f* failles.

typique. Elle contraste également avec celle-ci en raison de son voisinage avec les volcans du Sancy et de l'Aiguiller qui ont gêné, de leur côté, l'écoulement des laves.

Un point apparaît d'abord clairement sur une carte géologique : c'est le *dôme-coulée rhyolitique* de la Gâcherie, datant presque du début des éruptions des Monts-Dore, enfoui ensuite sous les dernières projections et coulées de la Banne d'Ordanche, puis exhumé, en partie, postérieurement, par l'érosion.

La *Banne d'Ordanche* a émis la série suivante, visible : 1, trachyte à biotite; 2, trachy-andésite; 3, andésite à olivine; 4 et 5, ordanchite (deux séries de coulées); 6, basalte téphritique ophitique, et 7, basalte à titanomagnétite.

Le *Puy-Loup* a fourni sur 500^{m} de haut la succession suivante de coulées, alternant avec des projections : 1° basalte reposant sur le granite; 2° trachyte à biotite; 3° trachy-andésite; 4° ordanchite; 5° trachyte et trachy-andésite à augite (2 coulées); 6° labradorite; 7° andésite à olivine, et 8° basalte téphritique. La grande coulée de trachy-andésite (3°) de Laqueuille est issue vraisemblablement du *Puy-Loup*.

Les éruptions du *Puy-Gros*, assez différentes (andésite, basalte téphritique non ophitique, trachyte et basalte) ne furent pas terminées par l'édification du dôme de trachyte à biotite et augite qui couronne cette colline et qui, moutonné au Nord, entaillé au Sud, forme une pittoresque colonne de prismes, culminant la Dordogne de près de 500^{m}. Elles se poursuivirent en effet sur les flancs de ce dôme par l'ouverture de fractures qui donnèrent issue au Nord-Ouest et à l'Est à des basaltes, des trachytes et à des trachytes quartzifères, tandis que plus à l'Est se dressait le Puy-May (andési-labradorite) et le volcan 1382^{m}, qui a fourni à l'Ouest une coulée de trachyte domitique et à l'Est une coulée d'andésite à olivine. Le volcan 1382^{m} est flanqué de la colline 1320^{m}-1348^{m} bordant le lac et le ruisseau de Guéry, où l'on observe des labradorites, des basaltes et des basanites.

La série éruptive du groupe volcanique Banne d'Ordanche, Puy-Gros, Puy-Loup est très variée, mais présente une répartition qui est *presque l'inverse de celle du Sancy*, où dominent les *trachytes*, *trachy-andésites* et *andésites variées*, tandis que ces laves offrent ici un développement relativement restreint comparativement aux *rhyolites*, *labradorites*, *basaltes téphritiques* et *ordanchites*, étudiés en partie par Michel Lévy et M. Lacroix et riches en minéraux titanifères (titanaugite, titanomagnétite). Les *basaltes* et les *trachytes-phonolites* sont sensiblement à égalité dans les deux groupes

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les actions mutuelles des basses pressions et des hautes pressions.* Note de MM. **G. Reboul** et **L. Dunoyer**.

I. Nous avons indiqué dans quelles conditions (¹) la route suivie par une dépression pouvait être modifiée sous l'action de zones de vents dus à des perturbations météorologiques coexistantes.

Il existe une action analogue pour les hautes pressions; la règle correspondante peut s'exprimer ainsi : *Lorsqu'il y a, dans le voisinage d'une haute pression, une zone de vents dont les directions, sensiblement parallèles, vont vers l'intérieur de la haute pression, celle-ci est appelée sur la région que couvre la zone de vents.*

Nous faisons, pour l'application de cette règle, les mêmes restrictions que nous avons faites pour celle des vents d'appel pour dépressions. Malgré ces restrictions, les conditions météorologiques dans lesquelles peut être appliquée la règle telle que nous l'énonçons sont assez fréquentes : dans le courant de l'année 1904, sur la collection de cartes publiées par le Bureau central météorologique, l'application de la règle aurait pu être faite dans 246 cas; elle aurait conduit à de bons résultats dans 168 cas, ce qui donne un *coefficient de certitude* moyen de 0,68.

Ce coefficient dépend des saisons. Voici les valeurs pour les divers mois de l'année 1904 :

Mois.	Coefficient de certitude.
Janvier	0,46
Février	0,65
Mars	0,60
Avril	0,72
Mai	0,75
Juin	0,66
Juillet	0,85
Août	0,70
Septembre	0,76
Octobre	0,80
Novembre	0,50
Décembre	0,50
Été	0,74
Hiver	0,58

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 457.

A l'inverse de ce que nous avons dit pour les dépressions, l'application de la règle des *vents d'appel* pour les hautes pressions sera plus avantageuse pendant les mois d'été que pendant les mois d'hiver. Le *coefficient de certitude* varie également suivant la direction dans laquelle la haute pression est appelée; les divers cas d'application se répartissent comme il suit pour l'année 1916 et les six premiers mois de 1917 :

Direction d'appel.	Nombre total de cas.	Cas favorables.	Coefficient.
N	110	70	0,64
NE	99	73	0,74
E	51	37	0,72
SE	8	6	0,75
S	5	3	0,56
SW	8	4	
W	5	3	
NW	7	4	

On voit que la règle n'a d'intérêt pratique que pour les directions comprises entre le SE et le NE, et pendant le semestre d'été.

II. Il est facile de déduire de ces règles les faits connus sur les actions mutuelles des dépressions ou des hautes pressions.

Premier exemple. — Une dépressiou tend à tourner autour d'une haute pression dans le sens des aiguilles d'une montre.

Représentons l'une à côté de l'autre, avec leurs vents correspondants, une haute pression et une dépression théoriques, la haute pression se trouvant, par exemple, à l'est de la dépression. On voit que les vents du secteur nord de la haute pression, qui sont orientés W ou SW, produisent un appel de la dépression : celle-ci aura donc un mouvement dextrorsum par rapport au centre de la haute pression. D'ailleurs, les vents du secteur sud de la dépression seront vents d'appel pour la haute pression et faciliteront le même mouvement.

Deuxième exemple : Dorsales de dépressions. — On donne ce nom aux isobares qui s'avancent en pointe au sein d'une zone dépressionnaire plus ou moins diffuse. L'arête des dorsales est la ligne qui passe par les sommets de ces isobares. Elle sépare deux régions où s'indiquent souvent deux centres de dépression. En langage topographique, c'est la ligne de faîte d'une

crête inclinée. Si, comme il arrive normalement, les vents s'écoulent de l'arête des dorsales sur les versants, c'est-à-dire vers les poches dépressionnaires qui s'étendent de part et d'autre, chacun des deux versants est une zone d'appel pour la poche opposée. Finalement, *une dépression unique se creuse à la place même où se trouvait l'arête des dorsales.*

Troisième exemple : Dorsales de hautes pressions. — Supposons au contraire que des isobares, s'avançant en pointe vers le sommet ou le plateau supérieur d'une zone de hautes pressions, figurent les courbes de niveau d'un thalweg. Ce seront des dorsales de hautes pressions. Si, comme il arrive normalement, les vents s'écoulent sur les versants du thalweg vers l'arête des dorsales, ces versants constituent chacun une région d'appel pour la zone de haute pression qui lui est opposée. *A l'aire de dépression relative marquée par l'arête des dorsales succède alors une aire de haute pression.*

Nous avons indiqué les circonstances géographiques et saisonnières qui faisaient varier le coefficient de certitude des règles relatives aux vents d'appel. Il est clair que l'on devra tenir compte des mêmes circonstances dans les actions des dépressions et des hautes pressions les unes sur les autres.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur les orages de froid et leurs trajectoires.* Note (¹) de M. **Albert Baldit**, présentée par M. J. Violle.

On a coutume de classer les orages en deux catégories : orages de chaleur et orages de dépression. Les premiers s'observent de préférence dans la zone de pression uniforme et un peu basse qui sépare deux anticyclones; ils sont souvent locaux et sans trajectoire définie. La situation caractéristique des seconds est une protubérance plus ou moins nette des isobares qui se forme dans la partie Sud des dépressions et qu'on appelle le *sac* ou la *poche d'orages*. Ces derniers se déplacent à la façon des grains et parcourent des espaces souvent considérables.

La classe d'orages dont il s'agit ici, et que nous appellerons *orages de froid* pour mettre en évidence la cause de leur formation, est nettement

(¹) Séance du 17 mars 1919.

différente des deux autres. Elle comprend un nombre relativement considérable d'orages, qui étaient considérés jusqu'ici comme isolés et dont les trajectoires apparaissaient comme capricieuses et inexplicables.

Les sondages aérologiques nombreux, effectués en France depuis 1914, nous ont permis de donner une explication satisfaisante de leur trajectoire et de préciser en même temps leur formation.

Ces orages sont dus à l'arrivée d'une vague de froid ou d'un noyau de froid. La vague de froid est constituée par un domaine de basses températures s'avançant sur un front étendu grossièrement rectiligne; le noyau de froid est formé par un domaine limité où la baisse de température est nettement plus grande que dans les régions qui l'entourent. Les vagues de froid progressent généralement du Nord vers le Sud, entraînant la zone orageuse qu'elles produisent; mais, dans cette zone, les orages se déplacent du Sud vers le Nord, en sens inverse de la vague de froid.

Un exemple particulièrement net d'orage de cette catégorie que nous avons observé à Châlons-sur-Marne montrera le mécanisme de ces phénomènes.

Le 5 mai 1917, un anticyclone (770^{mm}) se trouve sur les Iles Britanniques. En France, la pression baisse régulièrement et lentement depuis le 1er, mais elle marque encore 760^{mm} le 5, à 7^h, dans la région de Châlons. La température est assez élevée, les maxima atteignant ou dépassant légèrement 25° depuis le 3. La situation semble cependant normale, sans caractéristique orageuse, si l'on se reporte aux cartes isobariques du 5.

Mais si l'on trace les courbes isothermiques de 7^h, on remarque une modification profonde dans la distribution des températures : le 4 mai, l'isotherme de 5°, orientée sensiblement de l'Ouest vers l'Est, est à la hauteur des Shetland. Le 5 mai, elle entraîne le nord de l'Écosse. Le 6 mai, elle atteint le sud des Iles Britanniques. L'isotherme de 10°, qui lui est sensiblement parallèle, progresse avec elle en la précédant vers le Sud. Le déplacement de ces isothermes indique la progression d'une vague de froid qui, venant des régions polaires, atteint le Nord de la France dans la journée du 5 mai, et l'on a, à 7^h du matin, le 5 et le 6 à Paris, Châlons et Nancy :

	Paris.	Châlons-sur-Marne.	Nancy.
Le 5, à 7^h	17°	17°	14°
Le 6, à 7^h	7°	6°	7°

La vague de froid a donc occasionné une baisse de température de 10°. D'après les températures observées en avion, la baisse a été sensible en hauteur, dans les 2000 premiers mètres.

Le vent au sol et en altitude présente des particularités non moins frappantes. A partir de 18^h, le 4 mai, le vent souffle des directions sud depuis le sol jusqu'à 5000^m au moins. Dans l'après-midi du 5, après une accalmie qui se manifeste jusque vers 1000^m, les vents du Nord s'établissent dans les couches inférieures, tandis que les vents du Sud dominent toujours dans le haut. Vers la fin de l'après-midi, les vents du Nord gagnent de plus en plus, et, le 6, ils dominent à toute hauteur. Le sondage aérologique de $17^h 35^m$ donne :

De 0^m à 1800^m	Vents de Nord-Ouest à Nord-Nord-Ouest	Vitesse 5^m à 6^m
De 1800 à 2400	Vents de Ouest à Nord-Ouest	Vitesse 2 à 3
De 2400 à 3200	Vents de Sud-Sud-Ouest	Vitesse 2
De 3200 à 5000	Vents de Sud	Vitesse 5

L'orage lui-même éclate vers 18^h. Il est formé par la réunion d'un certain nombre de foyers orageux épars qui se déplacent vers les régions Nord, tandis que l'ensemble de l'orage se propage nettement dans la direction du Sud. Le 6 mai, à $16^h 20^m$, le tonnerre est entendu à Clermont-Ferrand et une forte averse est enregistrée de $18^h 30^m$ à $19^h 15^m$. Le vent, qui était du Sud ou du Sud-Est, passe au Nord-Est. La distance de Châlons-sur-Marne à Clermont est bien celle qu'a dû parcourir la vague de froid depuis son passage dans la région de Châlons dans l'après-midi du 5 mai.

Ainsi, lorsque les vents du Nord, en glissant à la surface du sol, refoulent les vents du Sud; ceux-ci, formés d'air chaud et humide, se précipitent vers le haut en un courant ascendant violent. La condensation qui en résulte provoque la formation de cumulus isolés, lesquels se développent rapidement jusqu'à devenir de véritables cumulo-nimbus producteurs d'orages. En même temps, par suite de la persistance des vents du Sud, dans la hauteur, l'orage qui se forme au sein de ce courant se déplace dans une direction opposée à celle de la vague de froid.

Si l'on étudie ces orages en l'absence de cartes d'isothermes ou d'isallothermes, ils ne sembleront se rattacher à aucun ensemble plus général et seront regardés comme des orages erratiques. Mais, si on les étudie à l'aide des cartes de température, on pourra généralement suivre leur propagation de la même façon que celle des orages de dépression ou des grains. La ligne de discontinuité de la température remplacera la ligne de discontinuité de la pression barométrique.

PHYSIOLOGIE. — *Étude du mécanisme de l'action des graisses dans l'utilisation et l'assimilation des albuminoïdes.* Note de M. F. **Maignon**, présentée par M. E. Leclainche.

Dans deux Notes précédentes (28 juillet, 12 août 1918), nous avons établi que *les graisses agissent sur les albuminoïdes de la ration alimentaire, en diminuant leur toxicité et en augmentant leur pouvoir nutritif.* Cette dernière assertion repose sur les faits suivants : 1° avec la graisse, le minimum d'albumine nécessaire est environ trois fois moindre qu'avec l'amidon; 2° la ration albumine-amidon assurant la fixité du poids renferme un quart de calories de plus que la ration albumine-graisse susceptible de produire le même effet. *Comment expliquer ces résultats?* Les zootechniciens avaient constaté depuis longtemps que l'administration modérée d'huile, ou mieux de graines oléagineuses, exerçait une action favorisante sur l'assimilation. Crusius, en 1859, montra l'influence de la richesse du lait en graisse sur l'accroissement des veaux soumis au régime lacté. Crevat, J. Kuhn concluent de ces faits que les graisses favorisent la digestion des principes alimentaires et en particulier des albuminoïdes, en excitant la sécrétion des sucs digestifs.

Cette explication purement digestive est-elle suffisante? Ne s'agit-il dans nos expériences que d'une action favorisante sur la digestion? Nous ne le pensons pas. L'écart entre les minima d'albumine nécessaire avec la graisse et avec l'amidon (1 à 3) est trop considérable. D'autre part, cette hypothèse n'explique pas l'action sur la toxicité.

A notre avis, *les graisses interviennent dans la reconstitution synthétique des molécules protéiques.* Cette hypothèse trouve un point d'appui solide dans les beaux *travaux de Maillard* (¹) *sur le rôle de la glycérine dans la protéogenèse, comme agent de condensation des acides aminés.* L'auteur a montré que cette substance opère la soudure des amino-acides au moyen de la liaison — CO — NH — qui est celle des acides aminés dans les molécules protéiques.

La glycérine agirait par sa fonction alcool ; elle serait l'objet d'une éthérification temporaire, puis d'une régénération après rupture de l'éther et soudure des parties restantes.

(¹) L. Maillard, *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 1078; *C. R. Soc. Biol.*, t. 71, 1911, p. 546; *Genèse des matières protéiques et des matières humiques.* Paris, 1913.

Les sucres, qui sont des alcools polyatomiques, devraient, *a priori*, jouir de la même propriété.

Maillard a montré que, lorsque le sucre est en excès, la fonction aldéhydique masque complètement la fonction alcool. Au lieu de peptides, l'auteur a obtenu des matières mélanoïdiques et humiques, dont il a ainsi réalisé la synthèse. Toutefois, en agissant en présence d'un excès d'amino-acides, on peut concevoir qu'une molécule de ces substances soit sacrifiée pour le blocage de la fonction aldéhyde, et que les autres, en présence des oxhydriles du glucose, subissent une condensation peptidique. L'auteur admet la possibilité de cette réaction, mais il ne lui attribue qu'un rôle tout à fait accessoire dans les conditions expérimentales réalisées *in vitro*.

L'expérimentation physiologique corrobore pleinement les conclusions du chimiste. Tandis que nous avons obtenu facilement la fixité prolongée du poids, sur le rat blanc, avec tous les mélanges expérimentés d'albumine-graisse, dans lesquels la graisse variait par rapport à l'albumine dans la proportion de $\frac{1}{4}$ à 2, ce résultat n'a pu être obtenu avec l'albumine et l'amidon que plus rarement et avec le seul mélange albumine-amidon parties égales. Lorsque la proportion d'albumine augmentait, le mélange devenait toxique, et lorsqu'elle diminuait l'amidon en excès semblait ne plus permettre l'utilisation de l'albumine.

Néanmoins, des rats ont été maintenus ainsi en équilibre de poids pendant deux ou trois mois. Chez ces animaux, l'utilisation de l'albumine a donc été possible avec le seul concours de l'amidon; mais elle a été moins bonne qu'avec la graisse, du moment que la ration nécessaire correspondait à $50^{Cal},75$ et contenait $5^{g},59$ d'albumine, au lieu de $39^{Cal},50$ et $2^{g},77$ d'albumine, qui étaient l'expression de la ration albumine-graisse parties égales, équivalente comme valeur nutritive.

Pourquoi faut-il, avec les hydrates de carbone, une quantité d'albumine beaucoup plus grande qu'avec la graisse pour couvrir les besoins azotés de l'économie? Pourquoi, en un mot, *le rendement de l'albumine est-il moindre avec l'amidon, si les fonctions alcool des sucres peuvent, dans certaines conditions, jouer le rôle peptidique des fonctions alcool de la glycérine?* Cela tient en grande partie, à notre avis, à ce que dans les graisses la glycérine n'est pas seule à intervenir dans l'utilisation des protéines. Les acides gras jouent certainement un rôle des plus importants, bien que d'un autre ordre, rôle de remaniement moléculaire des amino-acides.

Cette hypothèse est basée sur l'analogie chimique existant entre les acides gras provenant des graisses et les acides aminés des molécules pro-

téiques, qui ne sont autres que des acides de la série grasse ayant subi le phénomène de l'amination. Cette homologie chimique nous permet de comprendre la production de graisse aux dépens de l'albumine, phénomène démontré par nos expériences sur la caséine [1] et qui consiste en une formation d'acides gras aux dépens d'acides aminés protéiques. Le phénomène inverse a, d'ailleurs, été réalisé par S. Baudi [2], qui a combiné des acides gras avec des acides aminés tels que le glycocolle et l'alanine, préparant ainsi des corps qu'il a appelés *lipoprotéides*, dans lesquels les caractères physico-chimiques des graisses sont complètement masqués. Ces corps sont peu solubles ou insolubles dans l'éther et non colorés par les réactifs histologiques des matières grasses.

Du moment que des acides gras peuvent être extraits de la molécule albumine, *on conçoit que des acides gras provenant des graisses puissent inversement fusionner avec le noyau amino-acide d'une protéine en formation et permettre l'édification d'une molécule albumine, qu'il n'eût pas été possible d'obtenir avec les seuls amino-acides disponibles, sans le concours des graisses.* Les acides gras contribueraient ainsi à opérer le remaniement des albumines ingérées et à les transformer en albumines spécifiques. Cette conception n'est pas une pure hypothèse, du moment que les travaux de Baudi démontrent la possibilité de fixer des acides gras sur des acides aminés. *Il résulte de ces combinaisons un remaniement des amino-acides provenant des albumines ingérées, grâce auquel certains de ces acides, qui n'auraient pas été utilisables pour la formation d'albumines spécifiques déterminées peuvent le devenir.*

On s'explique ainsi le meilleur rendement de l'albumine en présence des graisses, de même que l'action atténuante de ces substances sur la toxicité des protéines, par la réduction au minimum des déchets inutilisables. On s'explique aussi que les graisses (*huile de foie de morue*) puissent favoriser la croissance et combattre efficacement la dénutrition azotée dans la cachexie tuberculeuse ou diabétique.

Si cette théorie est exacte, les deux phénomènes de l'assimilation des albumines et des graisses doivent être concomitants et, pour mieux dire, confondus. Les travaux de Champy (*Archives d'Anatomie comparée*, t. 13, 1911) sur les phénomènes histologiques de l'absorption prouvent qu'il en est ainsi. Les observations de cet auteur, ainsi que celles d'Altmann et de

---

(1) *Comptes rendus*, t. **166**, 1918, p. 1008.
(2) *Biochem. Zeitschr.*, t. **17**, 1909, p. 543.

Nicolas, montrent également que la synthèse des albumines dans l'épithélium intestinal précède celle des graisses. Les acides gras seraient employés au remaniement des acides aminés pendant la protéogenèse, et ce n'est que la partie non utilisée qui serait reconstituée à l'état de graisse.

ZOOLOGIE. — *La structure de la mésoglée et l'origine des cellules sexuelles du* Parantipathes larix (*Esper*). *La question du feuillet moyen chez les Cœlentérés.* Note de M. **J.-L. Dantan**, présentée par M. Edmond Perrier.

La mésoglée a été, pendant longtemps, considérée comme une lamelle anhyste, mais l'on sait, depuis peu, que, dans beaucoup de groupes (Acalèphes, Alcyonnaires, Hexactiniaires, Zoanthaires, Cérianthaires), elle renferme des éléments figurés : ceux-ci, dans le sous-embranchement des Cténaires, constituent un véritable mésoderme.

Brook avait cru que la mésoglée des Antipathaires était anhyste, sauf pour le genre *Cladopathes* où il a reconnu la présence de cellules étoilées, semblables à celles des Actinies. Van Pesch, dans son beau travail sur les Antipathaires de l'expédition du Siboga, a montré que la mésoglée d'un assez grand nombre d'espèces contient des cellules, mais il n'en a jamais observé d'étoilées.

Des recherches que j'ai été amené à faire sur le *Parantipathes larix* m'ont montré que, dans cette espèce, la mésoglée contient des cellules étoilées, ramifiées, reliées les unes aux autres par leurs prolongements. Dans les petits polypes des extrémités des branches, la mésoglée est mince et ne contient guère que de fins canalicules reliant l'ectoderme à l'endoderme : les cellules y sont peu nombreuses. Elles deviennent, au contraire, abondantes dans les gros polypes du tronc et surtout dans les septa.

Le corps des cellules, constitué par un noyau volumineux, ovalaire et par une mince couche de cytoplasme, est enveloppé d'une capsule de mésoglée plus transparente, souvent difficile à voir, qui est, sans aucun doute, le produit, non encore complètement transformé, de sa secrétion. Cette enveloppe est comparable à la capsule de cartilage qui entoure les chondroblastes. Comme, d'autre part, cette mince couche transparente se retrouve autour des canalicules dans lesquels cheminent les prolongements, il faut admettre que tout le protoplasme a le pouvoir de sécréter la substance mésogléenne, ou, si cette faculté est dévolue au noyau, que le produit est rejeté par la cellule tout entière.

Les cellules mésogléennes, qui peuvent se multiplier à l'intérieur de la lamelle de soutien, comme le montre la division directe des noyaux, ne sont pas confinées à l'intérieur de la substance qu'elles ont sécrétée : elles forment encore à sa surface, externe et interne, un revêtement le plus souvent discontinu, puisqu'il est traversé par les fibres musculaires, dont les fibrilles s'insèrent sur ce support plus résistant. Il résulte de là que, dans le *Parantipathes larix*, la lamelle de soutien non seulement n'est pas anhyste, comme l'a prétendu Brook, mais encore n'est pas formée par l'un des deux feuillets primordiaux : *elle provient de l'activité propre des cellules qu'elle renferme ou de celles qui la tapissent*. De plus, dans cette espèce, et vraisemblablement dans tout le groupe, il existe, entre l'ectoderme et l'endoderme, un tissu conjonctif typique, *qui forme un véritable feuillet moyen* (*mésenchyme*) au sens large du mot. L'embryogénie seule pourra montrer s'il doit être considéré comme un mésoblaste parenchymateux ou un mésenchyme plus ou moins tardivement différencié : la première hypothèse nous paraît plus plausible par ce que nous savons des Cténophores et des autres Métazoaires.

Van Pesch a déjà signalé, chez le *Sibopathes Gephura* (Van Pesch), dans la mésoglée, des cellules identiques à celles de la base de l'ectoderme, et il les considère, pour cette raison, comme étant d'origine ectodermique. Cette intéressante observation me semble venir à l'appui du résultat de mes recherches sur le *Parantipathes larix*. En effet, les éléments de la partie profonde de l'ectoderme n'appartiennent vraisemblablement pas à ce feuillet : ce sont des cellules conjonctives qui, avec l'aide de celles qui sont incluses dans la substance interstitielle, ont sécrété la lamelle de soutien.

Les observations précédentes conduisent, naturellement, à penser qu'il existe toujours, à la surface de la gelée mésogléenne, pourvue ou non de cellules, une mince couche protoplasmique, avec noyaux, qui a un pouvoir de sécrétion, et que l'ensemble de ce double revêtement vivant et de son produit forme le mésoderme qui, ici comme partout ailleurs, a pour fonction de produire le squelette, d'assurer les échanges entre les divers tissus et aussi de donner les cellules sexuelles.

Les divergences des auteurs sur l'origine des cellules reproductrices des Cœlentérés sont bien connues : les uns ont admis que les produits génitaux se forment aux dépens de la couche profonde de l'ectoderme, les autres qu'ils prennent naissance, contre la mésoglée, dans le feuillet interne. Ces faits qui paraissent surprenants s'expliquent aisément par notre interprétation : les éléments sexuels, chez les Cnidaires comme chez tous les Méta-

zoaires, dérivent du mésoderme, soit de sa zone externe, soit de sa partie interne, soit encore de sa région moyenne, comme j'ai pu l'observer dans le *Parantipathes larix*. Dans cette espèce, d'après Brook, les ovules seraient formés dans l'assise la plus profonde de l'endoderme et ne seraient jamais enveloppés par la mésoglée. Mes préparations m'ont montré qu'au contraire les ovules, même très jeunes, sont toujours contenus dans la lamelle de soutien et ne diffèrent alors que par leur taille, un peu plus grande, des cellules mésogléennes; ils résultent de leur transformation : ceci paraît certain.

D'autre part, il a été observé que les ovules possèdent, souvent, au début de leur développement, des mouvements amiboïdes, qui leur permettent de se rendre, des points où ils ont pris naissance, dans les bourgeons sexuels; c'est là, encore, un des caractères des cellules mésenchymateuses.

Enfin cette interprétation explique ce fait que, chez les *Périphyllides*, les cellules génitales ne seraient pas de provenance endodermique, bien que situées dans la partie profonde de ce feuillet, mais auraient une origine embryogénique indépendante.

On peut objecter que l'apparition du mésoderme chez beaucoup de Cœlentérés, sauf les Cténophores, est tardive et que ce feuillet ne se forme peut-être pas aux dépens des téloblastes. Il est facile de répondre : qu'il est toujours impossible de distinguer, dans le feuillet moyen des Métazoaires, le mésoderme primaire du mésoderme secondaire et qu'en particulier, chez les Cténophores, tout le monde admet qu'il existe un véritable mésoblaste, bien qu'une partie des cellules mésogléennes semblent dériver des feuillets voisins.

Puisqu'il n'est pas possible de distinguer, chez l'adulte, ce qui provient des téloblastes du mésenchyme, je me crois autorisé, même si le mésoderme n'apparaissait que tardivement et ne se formait pas aux dépens de cellules embryonnaires, à admettre, chez tous les Cœlentérés, l'existence d'un feuillet moyen qui donne naissance aux produits génitaux.

BACTÉRIOLOGIE. — *Du rôle du microbe filtrant bactériophage dans la fièvre typhoïde*. Note de M. F. d'Herelle, présentée par M. Roux.

Dans une Note précédente j'ai indiqué le rôle joué par un microbe filtrant bactériophage au cours de la dysenterie bacillaire : l'étude de plusieurs cas de gravités diverses m'avait permis de conclure que la pathogénie et la pathologie de cette affection étaient dominées par deux facteurs

agissant en sens contraire, un bacille dysentérique, agent pathogène, et un microbe bactériophage, agent d'immunité. L'étude de vingt-huit cas de fièvre typhoïde, dont quatorze ont pu être suivis journellement, me permet de poser les mêmes conclusions en ce qui concerne cette dernière maladie : dans tous les cas observés j'ai pu constater, à un moment coïncidant avec l'amendement définitif des symptômes, la présence dans les fèces d'un microbe filtrant bactériophage doué de virulence pour le bacille pathogène.

En employant le terme de *virulence* appliqué au microbe bactériophage je donne à ce mot son sens ordinaire : de même qu'une bactérie est virulente pour un animal donné en raison de son aptitude à se développer dans le corps de cet animal et à sécréter des substances toxiques, le microbe bactériophage est virulent pour un bacille donné en raison de son aptitude à se développer aux dépens de ce bacille et à sécréter des substances lysantes. La virulence du microbe bactériophage pour un bacille donné varie considérablement tant d'une souche à une autre que pour une même souche isolée chez un malade aux différents stades de la maladie. En se rapportant à une Note dans laquelle j'ai décrit la technique de la recherche du microbe bactériophage, on peut se rendre compte qu'il est aisé de mesurer l'intensité de son développement ainsi que l'intensité de son action bactéricide pour un bacille donné. Examinant chaque jour les fèces d'un malade, on peut comparer entre eux les résultats journaliers obtenus, ce qui permet de suivre les variations de la virulence du microbe bactériophage pour les divers bacilles qu'il attaque et de traduire graphiquement ces résultats en une courbe qui indique les fluctuations de la lutte entre le microbe bactériophage et le bacille pathogène.

La virulence du microbe bactériophage isolé des fèces d'un typhique ne se limite pas, en général, au bacille pathogène; elle s'étend, au même moment et d'une manière plus ou moins marquée, à quelques-uns ou à tous les bacilles du groupe *B. coli-B. typhi-B. dysenteriæ*, à l'exclusion de tous autres. Le fait s'observe particulièrement dans les cas de gravité faible ou moyenne. Une question se pose : s'agit-il de microbes bactériophages différents possédant chacun un pouvoir bactéricide pour l'un de ces bacilles, ou bien s'agit-il d'un même microbe possédant, en plus de la virulence acquise dans l'intestin pour le bacille pathogène, une virulence accessoire pour les autres bacilles du groupe? La seconde hypothèse est certainement la vraie car j'ai constaté qu'un microbe bactériophage, provenant d'un cas de dysenterie et continuellement entretenu depuis en culture aux dépens du

bacille de Shiga, possède après un millier de passages *in vitro* un pouvoir bactéricide énergique vis-à-vis des bacilles typhiques et paratyphiques.

Dans les cas graves l'action bactéricide est plus spécifique et se limite, en général, au bacille pathogène et au *B. coli* qui, lui, est toujours attaqué. Dans certains cas très graves la spécificité devient telle que seul le bacille pathogène isolé du malade lui-même est attaqué, qu'il provienne d'ailleurs d'une hémo- ou d'une coproculture, à l'exclusion des bacilles provenant de souches de laboratoire ou de bacilles, même récemment isolés, provenant d'autres malades.

Le microbe bactériophage reste-t-il cantonné dans l'intestin ou passe-t-il à un moment donné dans la circulation? Je n'ai pu le vérifier chez l'homme faute de pouvoir faire des prises de sang assez répétées. Dans la maladie provoquée chez le rat blanc par l'ingestion de culture du *Bacillus typhi murium*, maladie offrant quelque analogie avec la fièvre typhoïde de l'homme, j'ai nettement constaté un passage momentané du microbe bactériophage dans le sang entre le quatrième et le sixième jour après le repas infestant chez les rats qui résistaient à l'infection.

Dans tous les cas étudiés, quelle qu'en soit la gravité, l'apparition chez le microbe bactériophage de la virulence pour le bacille pathogène a été précédée d'une exaltation de la virulence pour le *B. coli* qui a toujours débuté au cours du second septenaire et a très rapidement atteint une grande intensité. L'activité s'est maintenue pour ce bacille durant tout le cours de la maladie et n'a cessé de se manifester d'une manière appréciable que dans le courant de la convalescence; parfois pourtant elle était encore élevée lors de la sortie de l'hôpital. Par contre, l'époque de l'apparition de la virulence pour le bacille d'Éberth a grandement varié suivant la gravité de la maladie. Dans les cas de gravité faible ou moyenne, l'activité du microbe bactériophage s'est manifestée pour le bacille typhique avant la fin du second septenaire et a cessé au début ou au cours de la convalescence; l'activité a donc été parallèle pour le bacille pathogène et pour le *B. coli*. Dans les cas graves, l'activité, pour le bacille typhique, n'a commencé à se manifester d'une manière énergique que vers le début de l'amélioration définitive; elle a persisté plus ou moins longtemps, dans certains cas, jusque vers le milieu de la convalescence. Dans les formes à rechute et à recrudescences, la virulence du microbe bactériophage ne s'est exaltée pour le bacille pathogène, d'une manière marquée, qu'au déclin de la rechute ou de la dernière recrudescence; l'activité s'est maintenue jusqu'à

la convalescence. Dans presque tous les cas, j'ai noté une activité faible et momentanée au déclin de chaque défervescence.

En résumé, dans les 28 cas de fièvre typhoïde étudiés, et sans exceptions, l'amélioration définitive a toujours coïncidé avec l'apparition, dans les fèces, d'un pouvoir bactéricide extrêmement énergique pour le bacille pathogène. Ce pouvoir bactéricide, cultivable en série en dehors de l'organisme, ne peut être attribué, en l'état actuel de nos connaissances, qu'à un microorganisme antagoniste. Étant donnée la coïncidence constante de l'apparition de ce pouvoir antagoniste avec le début de la guérison, il est difficile de ne pas y voir une relation de cause à effet.

A 16 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *H. Bazin*, présente, par l'organe de M. le Président, la liste suivante :

En première ligne	M. **Eugène Cosserat**
En deuxième ligne	M. **Magnus de Sparre**
En troisième ligne, ex æquo, par ordre alphabétique	MM. **Philippe Barbier** **Robert de Forcrand.**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures et demie.

É. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE JANVIER 1919.

Œuvres de G.-H. Halphen, publiées par les soins de C. JORDAN, H. POINCARÉ, É. PICARD, avec la collaboration de E. VESSIOT. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1918; 1 vol. 25cm.

La correspondance du duc de La Rochefoucauld d'Enville et de Georges-Louis Le Sage, conservée à la bibliothèque de Genève, par E. JOVY. Paris, Henri Leclerc, 1918; 1 fasc. 22cm,5.

Introduction à la Chimie générale, par H. COPAUX. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1919; 1 vol. 17cm,5. (Présenté par M. Haller.)

Nouvelle contribution à l'étude des glandes de l'orbite, par N. LŒWENTHAL. Genève, Geory et Cie, 1916; 1 fasc. 24cm.

Canada. Ministère des Mines. Division des mines. *Rapport annuel de la production minérale au Canada durant l'année civile* 1916, par JOHN MC LEISH B. A. Ottawa, J. de Labroquerie Taché, 1918; 1 vol. 24cm,5.

List of officers and members and minutes of proceedings of the Royal Society of Canada, 1917. Ottawa, Royal Society of Canada, 1917; 1 vol. 24cm.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 10 mars 1919.)

Note de M. *L. Lecornu*, Sur l'écoulement des fluides :

Page 484, ligne 18, *au lieu de* décroît entièrement, *lire* décroît constamment.

Note de M. *Félix Michaud*, Les théories émissives et le principe de Doppler-Fizeau :

Page 507, ligne 2, *au lieu de* Michaux, *lire* Michaud.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 31 MARS 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MINÉRALOGIE. — *Les laves leucitiques de Trébizonde et leurs transformations.* Note de M. A. LACROIX.

Il y a quelque trente ans, j'ai signalé (¹) l'existence d'un centre volcanique leucitique sur le bord sud-est de la mer Noire. En 1896, je m'étais proposé de l'explorer, mais c'était au lendemain des massacres d'Arménie et les autorités turques mirent tant d'obstacles à l'exécution de mon programme que je dus le restreindre à l'exploration des abords immédiats de Trébizonde. Je pus cependant montrer (²) que le Boz Tepeh, auquel est adossée la ville, est formé de coulées de leucittéphrites alternant avec des tufs pépériniques, extrêmement riches en enclaves de tout genre et particulièrement en enclaves homœogènes et en blocs de roches volcaniques antérieures. Des coulées de leucitites à haüyne plus récentes occupent le fond de la vallée de la Tapahanas et forment des necks sur la côte (Hagios Andréas). Enfin dans la basse ville et sur le rivage se voient des tufs à facies palagonitique d'une leucitite à olivine.

Plus tard, j'ai entrepris l'étude chimique de cet ensemble, mais les analyses fournirent des résultats si singuliers que j'en ai différé la publication. Alors qu'il était légitime de penser que la potasse y dominait largement sur la soude, ce dernier alcali, au contraire, prédomine sur la potasse; la

---

(¹) *Comptes rendus*, t. 110, 1890, p. 302.
(²) *Ibid.*, t. 128, 1899, p. 128.

seule explication possible est que le minéral trapézoédrique caractéristique de ces roches est non pas de la leucite, mais de l'analcime.

Des faits analogues ont été constatés depuis lors dans diverses régions et ont conduit à discuter les deux alternatives suivantes : ou bien ces laves ont été originellement leucitiques et la leucite y a été transformée par métasomatose en analcime, ou bien ce dernier minéral y est primaire [1], comme dans les monchiquites. D'autres observations ont été accumulées qui montrent que la formation de l'analcime dans un magma fondu n'est pas impossible et j'ai personnellement apporté quelques arguments en faveur de cette hypothèse.

Désireux de tirer cette question au clair en ce qui concerne les roches de Trébizonde, j'ai fait refaire (par M. Raoult) les analyses de toutes mes roches, afin d'avoir une certitude complète sur les faits; je me propose aujourd'hui de les exposer et de les discuter. Ils présentent de l'intérêt à un point de vue général.

Les roches de Trébizonde peuvent être divisées en deux groupes : l'un caractérisé par la présence d'un feldspathoïde de la famille sodalite-haüyne, l'autre par la leucite.

Je m'occuperai tout d'abord du premier. Les roches qui le constituent se trouvent surtout en blocs dans les tufs; je ne les ai vues en place qu'en un seul point, sur la côte, à la pointe d'Eleusa. Le type le plus commun est gris, à cassure esquilleuse finement cristalline; des phénocristaux d'apatite, d'andésine, d'augite zonée, d'un minéral cubique du groupe sodalite-haüyne sont disséminés dans une pâte, à plus ou moins gros éléments suivant les échantillons, formée de microlites lamelleux d'orthose et de plagioclases à faibles extinctions (oligoclase), avec des cristaux du minéral cubique, d'augite et de magnétite : c'est la composition des *ordanchites* du Mont-Dore. L'analyse d'un échantillon, recueilli au cimetière arménien, a fourni les résultats suivants : SiO^2 53,90; Al^2O^3 17,43; Fe^2O^3 3,71; FeO 2,71; MgO 2,13; CaO 9,36; Na^2O 3,54; K^2O 4,31; TiO^2 0,58; P^2O^5 0,43; Cl 0,09; SO^3 0,06; H^2O à 105° C. 0,36; H^2O au rouge 1,58; = 100,19.

Tandis qu'une roche aussi riche en feldspathoïdes devrait présenter un déficit sur la quantité de silice feldspathisable, le calcul montre que toute la silice est feldspathisée, et ceci peut être expliqué à la lumière de mes observations sur les laves à feldspathoïdes du Mont-Dore [2]. Le minéral cubique

---

(1) J.-D. MacKensie, *The Crowsnest Volcanics* (*Canada Geol. Surv. Museum*, Bulletin n° 4; *Geol. Series*, n° 20, 1914, et *Amer J. of Sc.*, t. 39, 1915, p. 571).

(2) *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 581.

est à peu près entièrement décomposé, comme l'indique d'ailleurs la faible teneur en Cl et en SO^3 indiquée plus haut. Cette décomposition met en liberté de la silice et de l'alumine, mais, comme la roche est riche en augite, ces oxydes sont dissimulés dans le calcul et viennent augmenter la teneur en anorthite; on peut remarquer, en effet, que le plagioclase moyen calculé est une andésine à 30 pour 100 d'anorthite, alors que l'examen microscopique indique un feldspath moins calcique.

Arrivons aux roches leucitiques. Les *leucittéphrites*, grises et poreuses, sont caractérisées par des cristaux d'augite et du minéral trapézoédrique existant à la fois en phénocristaux et en microlites; ils sont associés à un plagioclase lamelleux, à extinctions longitudinales, et à de la magnétite. Quant aux trapézoèdres, ils sont constitués par de l'analcime. Les vacuoles de la roche sont inégalement réparties et tapissées par des cristaux de christianite. Les proportions relatives du pyroxène et des éléments blancs varient avec les coulées; celles du sommet du Boz Tepeh sont les plus leucocrates et en même temps (originellement) les plus leucitiques, celles du port sont plus riches en augite et plus feldspathiques : ce sont les deux types extrêmes de la série.

Plus diverses sont les *leucitites;* ce sont des roches noires et compactes, à facies basaltique. Un premier type constitue les coulées de la vallée de la Tapahanas et le neck d'Hagios Andréas, sous cette réserve que la roche de ce dernier gisement est riche en biotite presque intacte, alors que ce minéral manque ou est très résorbé dans les coulées. Des phénocristaux de haüyne bleue et d'augite sont distribués au milieu d'un mélange de petits trapézoèdres, avec inclusions en couronnes, d'augite et de titanomagnétite.

Un autre type, plus mélanocrate, se trouve en blocs dans le tuf à facies palagonitique; des cristaux d'olivine, d'augite aplatie suivant h^1 et très maclée, atteignant 1^{cm}, forment avec de petits trapézoèdres de 1^{mm} à 2^{mm} des phénocristaux distribués dans un feutrage de gros microlites allongés d'augite qui enserrent des trapézoèdres incolores; à signaler encore un minéral du groupe sodalite-haüyne en partie altéré. Quant au tuf luimême, il est constitué par des fragments anguleux réunis par de la christianite. Au microscope, on voit que ces fragments sont essentiellement formés par un verre, d'un brun rouge, présentant les mêmes phénomènes de biréfringence que le verre des tufs palagonitiques de Sicile; il existe, en outre, des phénocristaux identiques à ceux de la roche précédente.

Les analyses suivantes correspondent aux types moyens de ces roches. *Leucittéphrites :* 1. Flanc ouest du Boz Tepeh; 2. Port de Trébizonde.

3. *Leucitite à haüyne et biotite* de Hagios Andréas. 4. *Leucitite à olivine*, Gusel Seraï.

	1.	2.	3.	4.
SiO^2	51,14	47,94	45,48	41,92
Al^2O^3	17,93	14,42	17,63	11,47
Fe^2O^3	5,22	6,28	5,24	7,58
FeO	1,99	2,83	3,26	2,89
MgO	1,65	4,81	3,39	9,57
CaO	9,61	13,48	10,30	17,82
Na^2O	4,27	2,99	5,78	1,31
K^2O	3,48	1,59	2,13	1,54
TiO^2	0,43	1,05	0,68	1,72
P^2O^5	0,71	0,32	0,43	0,34
H^2O	0,31	0,96	0,85	0,65
	2,94	3,69	4,54	3,37
CO^2	0,21	»	»	»
	99,89	100,36	99,99 (1)	100,43 (2)

Ces analyses montrent qu'à l'exception du n° 4 il existe une prédominance de la soude sur la potasse; le rapport des alcalis présente des variations 0,53; 0,32; 0,23; 0,76, plus grandes que celles généralement observées dans une même province pétrographique entre des roches aussi rapprochées les unes des autres par leur teneur en silice ([3]). Ce fait est déjà une présomption en faveur de l'hypothèse d'une épigénie de la leucite par de l'analcime, qui est rendue encore plus vraisemblable par la constance d'une zéolite très potassique, la christianite, dans toutes les laves de ce groupe existant à Trébizonde. Sa distribution y est très irrégulière, elle matérialise l'action inégale des circulations d'eau superficielles qui ont déplacé la potasse de la leucite, comme dans l'expérience de Lemberg, pour la transporter ailleurs ([4]) et la remplacer par la soude. Cette substitution

(1) Y compris Cl 0,21; SO^3 0,07.

(2) Y compris Cl 0,16; SO^3 0,09.

(3) Dans les roches (analcim-basalts) du Monte Ferru (Sardaigne), dont M. Washington considère l'analcime comme primaire (*Amer. J. of Sc.*, t. **22**, 1914, p. 743), la teneur en potasse est en moyenne beaucoup plus faible que dans les roches de Trébizonde; elles ne renferment pas de zéolite potassique.

(4) Je n'ai pas multiplié les analyses, mais l'examen d'un grand nombre de plaques minces d'échantillons recueillis dans les diverses parties du Boz Tepeh y montrent de telles variations dans les proportions de christianite qu'il n'est pas douteux que la teneur en potasse y subit des oscillations considérables, et c'est là un argument en faveur de mon hypothèse.

est d'autant plus facile que l'analcime ne diffère de la leucite que par la nature de l'alcali dominant et par l'existence d'une molécule d'eau. L'hypothèse de cette évolution chimique peut d'ailleurs être vérifiée dans quelques gros trapézoèdres de la lave de Gusel Seraï qui montrent, lorsqu'on les examine de près, des cassures irrégulières limitant des plages plus réfringentes que l'analcime et qui ne sont autres que des restes de leucite non transformée.

On voit que la même cause, l'action des circulations de l'eau superficielle, conduit à des résultats inverses lorsqu'elle s'exerce sur les deux groupes de roches considérées. Dans les ordanchites, il y a départ de soude par destruction de la haüyne (avec un résidu colloïde de silice et d'alumine) et par suite élévation du rapport $\frac{K^2O}{Na^2O}$, alors que dans les roches à leucite il y a élimination de potasse qui est remplacée par de la soude, ce qui entraîne la formation d'un nouveau minéral cristallisé.

Les faits qui viennent d'être exposés montrent avec quelle prudence il convient d'utiliser le résultat des analyses des roches à feldspathoïdes; il est bien évident que toutes les analyses qui viennent d'être données sont impuissantes à fournir une idée exacte des relations magmatiques des roches de la province pétrographique de Trébizonde puisque les rapports essentiels qui permettraient de les établir sont faussés par des transformations chimiques et minéralogiques d'origine secondaire.

D'autre part, une importante question de nomenclature se pose ici, comme pour tous les cas si nombreux de métasomatose. Comment qualifier de telles roches? Il me semble nécessaire de mettre en relief leur composition minéralogique originelle à l'aide d'une définition minéralogique et de préciser ensuite leur composition chimique actuelle. Ce double desideratum peut être satisfait en faisant précéder du préfixe *méta* le nom de la roche considérée au point de vue de sa composition originelle, et de le faire suivre de sa formule chimico-minéralogique actuelle avec adjonction de la lettre μ. Les roches décrites plus haut recevront ainsi les dénominations suivantes :

	Métaordanchite...........	μ[II.5.2(3).3]
	Métaleucittéphrite.........	μ[II.5.2(3).(3)4]
2.	Métaleucittéphrite.........	μ['III.5'.3.4]
3.	Métaleucitite à haüyne.....	μ[II.(III).'8.2'.4]
4.	Métaleucitite à olivine......	μ{[III(4).7(8).'4.3'] III(4).2.3.3(1)2}

Ces formules mettent en évidence que la métaordanchite a acquis la

composition chimique d'une shoshonite, les métaleucitites celle de néphélinites, et enfin les métaleucittéphrites celle d'andésites.

La transformation de la leucite en analcime n'est qu'une étape dans les modifications que ce minéral peut subir sous l'influence des circulations d'eau superficielle. Par fixation de deux molécules de silice et élimination de l'eau, l'analcime peut, à son tour, se transformer en albite; les cristaux drusiques d'analcime des laves d'Arudy (Basses-Pyrénées) fournissent de beaux exemples d'une telle pseudomorphose. C'est certainement ainsi qu'il faut interpréter les roches à leucite albitisée que nous avons signalées jadis ([1]), A. Michel-Lévy et moi, en coulées dans le Culm de Clermain (Saône-et-Loire), et dont la composition chimique est la suivante (analyse de M. Pisani, communiquée par M. Albert Michel-Lévy) :

SiO^2.	Al^2O^3.	Fe^2O^3.	FeO.	MgO.	CaO.	Na^2O.	K^2O.	TiO^2.	P^2O^5.	Perte au feu.	
52,50	16,42	2,10	3,95	7,65	8,41	3,85	2,34	1,17	0,08	1,60	= 100,07

Cette métaleucittéphrite a ainsi acquis une composition d'andésite [II'.5.3.3(4)] comme les roches de Trébizonde.

Cette sensibilité de la leucite aux actions secondaires ([2]) est sans doute l'une des causes de l'extrême rareté des roches à leucite reconnaissable dans les formations paléozoïques.

ASTRONOMIE. — *L'Observatoire de Le Monnier dans la rue Saint-Honoré.* Note ([3]) de M. G. BIGOURDAN.

Au collége d'Harcourt, Le Monnier manquait d'un bon emplacement pour ses instruments, d'ailleurs alors assez faibles.

En le quittant (1742), il essaya de s'établir à l'Observatoire royal, où il travailla par intervalles en 1741 et 1742; mais, presque aussitôt, il s'installa dans le jardin des Capucins de la rue Saint-Honoré. Grâce aux puissants

---

([1]) *Bull. Service Carte géol. France*, n° 45, t. VII, 1895.

([2]) L'étude des blocs de roches leucitiques rejetés par l'éruption du Vésuve de 1906, a permis de décrire de nombreux cas de transformations variées sous l'influence des agents pneumatolytiques émanés du magma lui-même (A. LACROIX, *Nouv. Arch. du Muséum*, t. 2, 1909).

([3]) Séance du 17 mars 1919.

appuis qu'il sut se ménager (¹), il parvint à établir là un observatoire parfaitement outillé qui, pour les instruments, fut même le mieux doté de Paris, sans excepter celui de l'Académie.

Ce couvent des Capucins, avec le jardin et les dépendances, occupait la majeure partie du grand quadrilatère limité aujourd'hui par les rues Saint-Honoré, Cambon (²), de Rivoli et de Castiglione; la rue Rouget-de-l'Isle et une partie de la rue du Mont-Thabor ont été tracées sur l'emplacement de ce jardin.

Sur les terrains conventuels il avait été bâti deux petites maisons par des particuliers qui en avaient l'usufruit pour un certain nombre d'années; l'un d'eux était Le Monnier, qui eut là son observatoire et son habitation, pour lesquels un compte de 1790 (³) indique ainsi la redevance annuelle : *Logement de M. Le Monnier et des instrumens de l'Académie des Sciences,*

(¹) Protégé de Mme de Pompadour, il fut l'astronome ordinaire de Louis XV, comme son frère *Louis-Guillaume* (1717-1799) en fut le jardinier-botaniste et le médecin. D'après Lalande pour l'astronome, et d'après Cuvier pour le botaniste, c'est le duc d'Ayen, dernier maréchal de Noailles, qui les fit connaître au roi. L'astronome était voisin du maréchal, dont l'hôtel était surmonté d'une guérite où ont observé divers astronomes.

Le Monnier était astronome de la marine et professeur au Collège de France. Aux ouvrages de lui que nous avons déjà cités (*H. C.*, 1741; — *Obs.* ☾, 1751-1773), il faut ajouter les suivants, auxquels nous aurons à renvoyer parfois :

Degré du Méridien entre Paris et Amiens (avec Maupertuis, Clairaut et Camus), 1740, in-8° (Abréviation : *Degré du M.*).

La Théorie des Comètes, 1743, in-8° (*Th. des Com.*).

Institutions astronomiques, 1746, in-4° (*Inst. astr.*).

Nouveau Zodiaque, 1755, in-8° (*N. Zod.*).

Abrégé de pilotage de Coubart, nouvelle éd. 1766 (*Pilot.*).

Astronomie nautique lunaire, 1771, in-8° (*Astr. Naut.*).

Description et usages des principaux instruments d'Astronomie, 1774, in-folio (*Descript.*).

Lois du magnétisme, 1776, in-8° (*Lois du M.*).

Mémoires concernant diverses questions d'Astronomie, [*de Navigation*] *et de Physique*. Quatre parties, 1781-1788, in-4° (*Mém.*, I, II, ...).

(²) Toutefois, le domaine du couvent s'arrêtait à 25m, en moyenne, du côté oriental actuel de la rue Cambon.

(³) *Archives Nat.* Carton S 3705, dans lequel on trouve beaucoup de documents sur ce couvent, notamment les titres de propriété, etc. Voir aussi les plans N II, Seine, 185, 575; N III, Seine, 903, 1045.

une année.... 500#; et Le Monnier dit que ce loyer était payé par le Roi, c'est-à-dire par l'État.

Le « logement des instrumens » fut bâti une première fois en 1742, et Le Monnier commença d'y observer la même année, le 14 mai.

Ce premier observatoire, ou « petit pavillon », sur lequel nous n'avons aucun renseignement, fut démoli en mars 1752, et rebâti aussitôt (¹) à la même place, sur de plus grandes dimensions.

Les observations commencèrent le 20 mai 1752 dans ce nouvel observatoire, sur lequel Le Monnier ne donne non plus aucun détail; mais je l'ai trouvé figuré sur un plan sans date (*Arch. nat.*, N. II, Seine, 75), indiquant un projet de lotissement d'une partie des terrains du couvent, et qui pourrait remonter à l'époque (1773-1778) où il était question de transférer le couvent dans la rue de Provence; le plan N. III, Seine, 903, donne même le projet des nouveaux bâtiments projetés.

Sur ce plan de lotissement, l'observatoire est indiqué par un rectangle de 7^m de long sur $5^m,50$ de large, la longueur étant sensiblement parallèle à des constructions du couvent et à la rue Saint-Honoré; il n'était donc pas orienté Nord-Sud, quoiqu'il ne renfermât guère que des instruments méridiens : peut-être des circonstances locales avaient fait adopter cette orientation particulière.

Incidemment, le 20 mai 1752 (C.4, 8), Le Monnier avertit qu'il commence de prendre les hauteurs au quart de cercle mobile « sur la voûte de la porte du nouvel observatoire ». Ailleurs, le 21 janvier 1758 (C.4, 10) il dit : « ... ma grande pendule reste en haut, proche la tour orientale ».

Plus tard, en 1773 (*Obs.* ☾, IV, viij) il ajoute : « Dans la tour de mon nouvel observatoire, le quart de cercle mobile, à compter de 1760, sera désormais sur un pilier de pierre isolé, autour duquel agit librement l'observateur placé sur un faux plancher de charpente et où l'on a laissé, jusqu'au pilier, un intervalle ou cadre vide d'environ 2 pouces ».

Pour l'altitude, cet observatoire est élevé de 2 à 3 toises au-dessus des

---

(¹) Voici ce que dit Le Monnier relativement aux observations faites dans l'intervalle : « 1751, le 28 juillet. Dorénavant les observations seront faites avec l'ancien instrument des passages et mon quart de cercle mobile ordinaire. » — 1752, mars. « Les observations suivantes ont été faites dans le haut de mon appartement...; quant aux hauteurs, il a fallu les prendre sur l'appui de la grande fenêtre de mon salon d'en bas... » — 1752, mars 27; l'instrument des passages est à la fenêtre de l'escalier en haut.

moyennes hauteurs de la Seine. Le sol paraît avoir été assez défavorable, car Le Monnier se plaint de l'effet de la poussée des terres sur le mur méridien (*Descript.*, p. 6).

Coordonnées. — Voici les valeurs assez concordantes que nous trouvons, dans *Mém. Acad.* notamment, toujours par rapport à la méridienne et à la face sud de l'Observatoire de l'Académie :

$\Delta\mathcal{L} =$ 33″ O.	$\Delta\varphi = +1'50''$	Le Monnier [d'ap. le plan de Paris de Delisle (C.4,5,6)];
2^s	1.50	Le Monnier (*Mém. Acad.*, 1743, p. 359);
$34''\frac{1}{3}$	1.49	Lalande (*Ibid.*, 1755, p. 480);
$2^s,3$	$1.49\frac{1}{2}$	Le Monnier (*Ibid.*, 1788, p. 9 et *Obs.* ☾, III, iij, 28, 33, 37, ...).

D'autre part, en reportant sur le plan de Paris à 2^{mm} par mètre, le projet de lotissement ci-dessus, on trouve que le point de croisement C des diagonales du rectangle qui figure l'observatoire occupe la position suivante : Supposons prolongé vers la rue Saint-Honoré le côté oriental de la rue Rouget-de-l'Isle, et sur ce prolongement, à partir du pont A correspondant au côté nord de la rue du Mont-Thabor, prenons $AB = 35^m,6$; puis en B menons vers l'Est une perpendiculaire à AB, et enfin à partir de B prenons $7^m,2$: on tombera ainsi sur le pont C, qui est aujourd'hui dans les dépendances d'un cirque, et qui d'ailleurs se trouve, par rapport à la perpendiculaire et à la méridienne, 3371^m au Nord et 706^m à l'Ouest; nous adoptons ces derniers nombres qui donnent :

$$\Delta\mathcal{L} = 0^\circ 0' 34'',65 = 0^m 2^s,310\ \text{O}; \qquad \Delta\varphi = +1'49'',15; \qquad \varphi = +48^\circ 52' 0'',15.$$

INSTRUMENTS.

En quittant le Collége d'Harcourt, Le Monnier emporta rue Saint-Honoré les 8 premiers des instruments suivants :

1. Le *quart de cercle* mobile de Laponie, de 2 pieds de rayon, et dit le *petit*.

2. Le *quart de cercle* mobile de $2\frac{1}{2}$ pieds ou 32 pouces de rayon, construit en 1735, qui était sa propriété personnelle, et dont il se servit toute sa vie.

3. Le *quart de cercle* mobile (P) de 32 pouces de rayon, construit en 1670, employé d'abord par Picard, puis pendant 40 ans par La Hire, et dont Le Monnier se servait encore en 1767.

4. Le *secteur* de Graham, employé au cercle polaire, et qui avait 9 pieds de rayon. Cet instrument, semblable à celui de Bradley, fut décrit par Camus et est figuré dans *Degr. du M.* En 1739 il servit à vérifier l'amplitude de l'arc de Picard, entre Paris et Amiens. Du 27 juin 1738 au 8 mars 1740, Le Monnier, à la demande de Bradley, y détermina l'aberration des fixes, récemment découverte.

5. La *lunette méridienne* que nous connaissons et qui était montée sur un pied ordinaire de quart de cercle. Il ne l'employa plus que bien rarement; il pensait que les passages étaient donnés aussi exactement par les grands quarts de cercle muraux. On sait que, de même, Halley, qui avait d'abord adopté cet instrument, l'abandonna ensuite.

6. Son ancienne *pendule*, construite, dit-il, par Thiout.

7. Une seconde et excellente *pendule*, construite par Graham (1).

8. Sa *montre* de Graham, « de la construction la plus parfaite ».

Dans la suite, Le Monnier acquit les instruments suivants :

9. Un *quart de cercle mural* de 5 pieds de rayon, tout en cuivre, constitué par des règles passées au laminoir et construit par Jonathan Sisson en 1743; il est décrit et figuré dans *Lal. Astr.*, II, 155 et Pl. XIX. Le Monnier le reçut le 13 avril 1743, l'installa aussitôt et commença immédiatement d'en faire usage.

Cet instrument portait deux divisions, l'une intérieure en 90°, l'autre extérieure en 96 parties (*Obs.* ℂ, IV, 3); Le Monnier vérifia l'arc de 90° en 1772 (*Obs.* ℂ, IV, vj) et contrôla les divisions par comparaison avec le quart de cercle de $7\frac{1}{2}$ pieds de rayon (*Obs.* ℂ, IV, p. iij). Les subdivisions étaient données par des verniers (*Mém. Acad.*, 1743, p. 359).

Plus tard cet instrument fut prêté quelque temps à Lalande pour faire à Berlin, en 1751, des observations correspondant à celles de La Caille au Cap.

10. Un *quart de cercle mural* tout en cuivre, de $7\frac{1}{2}$ pieds de rayon, construit en 1753 par John Bird et tout semblable à celui que le même artiste venait de construire pour l'Observatoire de Greenwich.

11. Un *grand télescope* de Short, système Cassegrain, de 1m,56 de long (2), monté équatorialement.

---

(1) C'est sans doute celle qui fut rétablie en 1775 (*Mém. Acad.*, 1775, p. 483). Le registre C, 4.10, au 1er janvier 1758, parle d'une nouvelle pendule.

(2) J_3 Bernoulli dit 9 pieds (*Lettres astr.*, p. 143) et Delambre 3 pieds (*Hist. astr. au XVIIIe siècle*, p. 233).

12. Une *lunette achromatique* de Short, de 10 $\frac{1}{2}$ pieds de foyer et 3^{po}6-7 lignes d'ouverture, acquise en 1765.

13. Une *pendule* de Julien le Roi.

14. Un *micromètre* à la boîte duquel pouvait s'appliquer un niveau, de manière à vérifier l'horizontabilité des fils; une révolution de la vis micrométrique était divisée en 40 parties.

15. Diverses *lunettes* ordinaires de longueurs variées : 7 $\frac{1}{2}$ pieds; 9 pieds; 15 pieds; 18^{pi} et $2^{po}4^{l}$ d'ouverture; un télescope de Passement de 2 $\frac{1}{2}$ pieds.

Ces derniers instruments n'appartenaient sans doute pas tous à Le Monnier qui, en outre, fit aussi usage parfois du *quart de cercle* mobile de Bird, de 15 pouces de rayon, appartenant au duc de La Rochefoucault (*Mém.*, IV, p. 8-9 et 47).

16. Une *boussole* acquise de la succession de de Mairan (*Mém. Acad.*, 1773, p. 441).

GÉOLOGIE. — *Les divisions stratigraphiques du Terrain houiller du Nord de la France.* Note de MM. **Ch. Barrois** et **P. Pruvost.**

Depuis des années, des documents sont réunis au Musée houiller de Lille dans le but d'édifier une classification stratigraphique générale, détaillée, de toutes les veines du bassin, en fixant leur nombre, leur liste exacte, leurs caractères individuels et leur ordre normal. Une étude analytique de ce genre nous a paru nécessaire avant que puisse être tentée une vue synthétique de la structure du bassin, plus satisfaisante que celles qui ont été proposées jusqu'à ce jour : nous y avons travaillé en collaboration avec M. Paul Bertrand, et bien qu'elle ait été interrompue par la guerre, un certain nombre de points sont acquis et des progrès réalisés sur les connaissances dont nous sommes redevables à MM. Olry, de Soubeyran, Boulay, Zeiller. Un premier aperçu en fut donné dès 1914, dans une Conférence aux Ingénieurs de l'Ecole des Mines de Liége, et plus récemment en 1918 dans une thèse inaugurale, dont les circonstances ont retardé la publication dans l'un et l'autre cas.

Les indications fournies par les *toits* des veines nous ont permis de les répartir en trois séries parallèles, caractérisées respectivement par des débris fossiles ayant vécu dans des millieux différents: à l'air libre (plantes), dans des eaux douces (animaux limnicoles), dans la mer (animaux marins). Leur répartition a appris que certains toits pouvaient être identifiés au

nord et au sud du bassin, bien que la composition chimique de la veine elle-même, fut assez différente pour qu'on ait généralement reculé devant leur assimilation. Nous sommes ainsi arrivés à suivre certains repères d'un bout à l'autre du Nord, d'Ostricourt à Anzin. Nous éprouvons plus de difficultés à les suivre au delà, dans le Pas-de-Calais, où les veines offrent des épaisseurs et des intervalles différents et où les faunes marines nous échappent encore.

Aussi, ne sommes-nous pas encore en mesure de donner le catalogue précis des veines successives vers l'établissement duquel tendent nos efforts; nous voudrions aujourd'hui indiquer le groupement de ces veines et les grandes divisions de l'ensemble.

Le groupement des veines en faisceaux, tel que nous l'avons proposé, a l'avantage d'offrir plus de précision que ci-devant, puisqu'il admet des limites tranchées entre les divers termes (couches repères, poudingues, veines directrices) et qu'il s'appuie sur la base de la paléontologie stratigraphique. Nous avons mis en l'œuvre pour l'établir, tous les débris organiques, tant de la flore, dont les études de MM. P. Bertrand et A. Carpentier ont si excellemment précisé la distribution; que des faunes terrestre, aérienne, limnique ou marine, découvertes et décrites par nos soins, de façon à obtenir un ensemble de caractères diagnostics pour chacun des faisceaux distingués, que nous définissons dans le tableau ci-contre.

Les caractères paléontologiques de ces subdivisions ont été vérifiés constants, aussi bien en suivant les couches houillères de l'Est à l'Ouest à partir de la frontière belge, qu'en parcourant le bassin du Nord dans les différents méridiens du Nord au Sud, à travers les trois bandes ou plis parallèles que nous y avons distingué, et où ils se répètent suivant une même succession. C'est ainsi que le niveau marin de la veine Poissonnière (fosse Déjardin d'Aniche) est représenté par la 6e passée au toit de Philippe (F. Ledoux d'Anzin), veine n° 3 (F. Lagrange d'Anzin), 6e veine du Nord (F. n° 3 d'Ostricourt), passée du traçage (F. n° 5 d'Ostricourt) dans les charbons maigres du Nord, par la veine Bernard d'Aniche dans les demi-gras du Centre, par la veine Renard d'Anzin dans les charbons gras renversés du Midi.

Au niveau marin de la passée du toit de Laure (Aniche) correspondent: la 1re passée au mur d'Élisabeth (F. Ledoux d'Anzin), la 1re passée au mur de V. du Nord ou Burny (à Vicoigne), la passée au mur de V. n° 6 (F. Déjardin d'Aniche), la passée au mur de 12e V. (F. n° 3 d'Ostricourt)

	Faisceaux de couches.	Faunes successives.	Invasions marines.
Assise de Bruay à *Anthracomya Phillipsi* Will.	FAISCEAU D'ÉDOUARD (ép. 350m).	Zone à *Rhizodopsis Wachei* Pruv. et *Rhadinichthys Lerichei* Pruv.	
	Veine Édouard (Lens).		
	FAISCEAU DE DUSOUICH (200m).	Zone à *Estheriella Reumauxi* Pruv. et *Estheria Simoni* Pruv.	
	Veine Arago (Lens).		
	FAISCEAU D'ERNESTINE (175m).	Apparition de l'*Anthracomya Phillipsi.*	
	Veine Omérine (Lens).		
Assise d'Anzin à *Naiadites carinata* Sow.	FAISCEAU DE SIX-SILLONS (250m).	Disparition des *Naiadites.* Faune de transition avec celle de Bruay.	
	Veine Six-Sillons (Lens).		
	FAISCEAU DE CUVINOT. (300m).	Niveaux limniques rares, à *N. carinata.* Disparition des *Carbonicola.*	
	Veine Jacques (Aniche).		
	FAISCEAU DE MEUNIÈRE (200m).	Zone à *Carbonicola similis* Brown et *Anthracomya pulchra* Hind.	
	Veine Poissonnière (Aniche).		Poissons marins, *Productus scabriculus.*
Assise de Vicoigne à *Estheria striata* Münst.	FAISCEAU DE MODESTE (250m).	Zone à *Anthracomya Williamsoni* Brown et *Leaia tricarinata*, f. *minima* Pruv.	
	Veine Noélie (Aniche).		
	FAISCEAU D'OLYMPE (150m).	Zone à *Carbonicola acuta* Sow. et *Carbonicola aquilina* Sow.	Passée de Laure à *Productus.* Veine du Nord à *Lingules.*
	Grès de Flines.		Grès de Flines à encrines.
Assise de Flines.	FAISCEAU DE FLINES (200m).	Zone à *Productus carbonarius* Kon. et *Glyphioceras reticulatum* Phill.	Faune exclusivement marine.
	Ampélites de Bruille (70m env.).		

pour la bande septentrionale; la 4e passée au toit de V. n° 9 (F. Thiers d'Anzin), la veine n° 32 (F. bleuse-borne d'Anzin), la veine trois-filons ou 1re passée au toit de Denise (F. d'Haveluy), la passée au mur de Gabrielle (F. L'archevêque d'Aniche) pour la bande centrale; la passée entre Sophie et Jumelles (F. de Douchy); la passée entre moyenne-veine et grande-veine (F. Dutemple d'Anzin) pour la bande méridionale.

Chose remarquable, les variations du monde végétal sont parallèles à celles du monde animal. Chacun de nos faisceaux est défini aussi par une flore spéciale, suivant les déterminations de M. P. Bertrand, et les époques de transformation profondes de la faune correspondent exactement à celles où la flore change d'aspect. Ainsi nous voyons que le moment choisi par nous pour marquer la limite inférieure de l'assise de Bruay, où, dans les lacs houillers, la *Naiadites carinata* cède la place à la faune à *Anthracomya Phillipsi*, coïncide avec celui où la flore d'Anzin à *Alethopteris Davreuxi* et *Lonchopteris Bricei* est remplacée par celle de Bruay à *Linopteris obliqua*. De même l'époque du grès de Flines, où la faune exclusivement marine commence à céder la place aux associations limniques de *Carbonicola* et *Anthracomya*, correspond à celle où la flore à *Pecopteris aspera* est remplacée par celle à *Nevropteris Schlehani*.

Sur la base des divisions stratigraphiques que nous indiquons, il est possible d'obtenir, avec les bassins houillers voisins, une assimilation des veines plus précise que les comparaisons proposées jusqu'à ce jour. La considération du bassin belge en fournit la preuve. Les niveaux inférieurs de ces bassins ont même faune et ils ont été suivis de proche en proche : les ampélites de Bruille continuent celles de Chokier-Baudour, l'assise de Flines = l'assise d'Andenne, le grès de Flines = le poudingue d'Andenne. Mais pour les couches plus élevées de la série houillère, les idées sont encore flottantes; voici les points qui nous paraissent établis, grâce aux documents réunis par MM. Stainier et A. Renier.

L'assise de Châtelet, riche en invasions marines et en niveaux limniques à *Carbonicola acuta* et poissons, correspond exactement au faisceau d'Olympe. La partie inférieure de l'assise de Charleroy est synchronique du faisceau de Modeste, limité par la V. Poissonnière (Aniche), reconnaissable dans le niveau marin de Grand-Bac, Duchesse (Belgique), qui se poursuit en Westphalie par celui de Catharina. L'assise des Flénus belges qui surmonte celle de Charleroy doit être assimilée, d'après les caractères actuellement reconnus de sa faune, au sommet de l'assise d'Anzin et à la partie inférieure (non à la totalité) de celle de Bruay.

Ainsi l'emploi combiné des caractères fournis d'une façon indépendante et dans des couches différentes par les faunes marines, les faunes limnicoles et les flores subaériennes nous a permis de distinguer dans l'épaisseur des sédiments westphaliens une succession d'épisodes qui se retrouvent constants à très grande distance et d'apporter un peu d'ordre dans l'histoire de formations qui à première vue semblaient des dépôts essentiellement locaux.

PALÉONTOLOGIE. — *Les Nummulites, évolution et classification.* Note de M. **H. Douvillé.**

Les classifications adoptées jusqu'à présent sont fondées uniquement sur les caractères de la coquille, sans se préoccuper des relations réelles de parenté; elles sont purement artificielles.

Bruguière propose en 1792 le genre *Camerina* pour les pierres lenticulaires, décrites et figurées par plusieurs auteurs; il distingue les espèces *striata*, *lævigata* et *tuberculata*, *nummularia*, principalement d'après leur taille petite, moyenne ou grande.

Lamarck (1804) change *Camerina* en *Nummulites*, reprend le nom de *lævigata* pour les formes de Villers-Cotterets, ajoute celui de *globularia* pour celles de Retheuil, change *tuberculata* en *scabra* (du Soissonnais), et *nummularia* en *complanata*. Il distingue, en outre, le genre *Lenticulina* pour des formes à dernier tour plus détaché et à ouverture visible, *planulata* et *variolaria*.

D'Archiac, dans sa monographie, distingue les groupes suivants : læves (*complanata*, *distans*, *gizehensis*), — reticulatæ (*intermedia*), — subreticulatæ (*lævigata*), — punctulatæ (*Brongniarti*, *perforata*, *Lucasana*), — striatæ (*Ramondi*, *Murchisoni*, *planulata*, *variolaria*, *striata*).

Prever a proposé récemment (1902) [1] de reprendre les noms de *Camerina* et *Lenticulina*, mais en s'appuyant sur un caractère négligé jusqu'alors : Carpenter avait signalé depuis longtemps, dans *N. lævigatus*, l'existence de fines ramifications sur le bord des cloisons; ce sont des parties de la lame spirale dépourvues de pores; elles constituent de véritables *franges*, et plus tard leur existence a été reconnue dans plusieurs striées, *atacicus*,

[1] *Le Nummuliti della Forca di Presta, nell' Apennino centrale e dei dintorni di Potenza nell' Apennino meridionale* (*Mem. Soc. pal. suisse*, vol. 29, 1902).

contortus, *planulatus*; j'ai pu m'assurer qu'elles existaient également dans les granuleuses (punctulatæ de d'Archiac) *aturicus* (*perforatus*), *Brongniarti*. Dans ces dernières, comme dans les subréticulées, on voit se développer sur ces franges, à l'intérieur des loges, des granules ou des cloisons plus ou moins complètes donnant naissance à un véritable réseau; c'est une forme particulière de l'endosquelette, si fréquemment observé dans les Foraminifères. J'avais pensé, pour cette raison (*C.R.S.G.*, 17 mars 1902), que les subréticulées ne devaient pas être distinguées des granuleuses. C'est sur ce caractère que s'est appuyé Préver, reprenant le nom de *Camerina* pour les réticulées (*intermedia*, *tuberculata*, *Brongniarti*) et celui de *Lenticulina* pour celles qu'il considère comme dépourvues de réseau (*atacica*, *complanata*, *aturica*); mais il considère comme réticulées non seulement les espèces qui ont un véritable réseau, mais encore celles qui n'ont que des franges, comme *N. planulatus*. D'après ce que j'ai dit plus haut, les espèces les plus importantes des *Lenticulina* de Préver, comme *atacica* et *aturica*, sont réellement frangées et devraient passer dans les *Camerina*. On peut alors se demander ce qui resterait dans ce second groupe.

En réalité, ce caractère est d'importance très irrégulière; il ne se montre que dans des échantillons exceptionnels, d'une conservation particulière, de sorte que, très souvent, il est impossible de savoir si son absence est réelle ou résulte seulement d'une conservation imparfaite. C'est ce qui explique que Préver ait pu méconnaître l'existence des franges dans certaines espèces comme *atacicus* et *aturicus* ([1]).

On voit quelles difficultés soulève l'interprétation proposée par Préver; dans tous les cas il semble nécessaire de distinguer les formes simplement frangées, qui sont des striées ou des méandriformes, de celles dans lesquelles les franges s'anastomosent et donnent ainsi naissance à un véritable réseau, avec ou sans granules, réticulées, granuleuses ou subréticulées. Mais, dans toutes ces distinctions, il n'est question ni de l'évolution des formes, ni de leur parenté réelle; il était du reste presque impossible de l'établir lorsqu'on admettait que *N. planulatus* était la forme primitive, la souche de tout le groupe.

([1]) Il faut ajouter que Préver a subdivisé chacun des genres en deux sous-genres d'après la présence ou l'absence de granules : ainsi *Camerina* comprend *Laharpeia* (*tuberculata*, *Brongniarti*) et *Bruguieria* (*planulata*, *intermedia*), de même *Lenticulina* est divisé en *Gümbelia* (*aturica*) et en *Hantkenia* (changé plus tard, comme préoccupé, en *Paronæa* (*complanata*, *atacica*).

Les travaux récents devaient modifier complètement cette manière de voir : M. Stuart Menteath avait découvert, au-dessous des couches de Bos d'Arros, une importante faune de Nummulites, analogue à celle qui avait été rencontrée dans les sondages profonds du Bordelais; je montrais en 1913 que cet ensemble de couches représentait l'Éocène inférieur; cet étage était donc largement représenté dans la région pyrénéenne et il fallait lui attribuer, au moins dans la partie occidentale, toutes les couches situées au-dessous du poudingue de Palassou. Dans cette faune de Nummulites, *N. planulatus* ne jouait plus qu'un rôle secondaire.

En 1914, Parona citait dans le Maëstrichtien de la Tripolitaine une Nummulite très voisine de *N. Fraasi*, de La Harpe, et moi-même j'étais amené à reconnaître que le Foraminifère que j'avais signalé dans les couches à *Hippurites cornucopiæ* du cap Passaro, était bien une Nummulite (*N. deserti*, de La H.). L'apparition de ce groupe remontait donc dans le Crétacé supérieur, il avait été signalé par Seunes dans le Danien des Pyrénées et il était largement développé, comme nous venons de le voir, dans l'Éocène inférieur; il devenait possible d'en reconstituer la phylogénie.

Un groupe de la même famille, les *Operculines*, se développe le premier à la partie supérieure du Danien, *Op. Heberti* dans les Pyrénées, *Op. canalifera* dans l'Inde et en Afrique; des espèces très voisines, *Op. ammonea*, *Op. Thouini*, caractérisent par leur abondance certaines assises de l'Éocène inférieur; les tours successifs de la lame spirale se recouvrent directement, ce qui les distingue des Nummulites; le même caractère se retrouve dans les *Assilines* à test plus épais et à spire plus serrée, fréquents dès la base de l'Éocène inférieur; beaucoup de ces formes sont granuleuses (*Op. granulosa*, *Ass. granulosa-Leymeriei*). Dans ces mêmes couches les Nummulites vont pulluler, les unes lenticulaires ne diffèrent guère de *N. deserti* que par une taille un peu plus grande; les autres, plates, semblent pouvoir être rattachées à *N. Fraasi*, elles ressemblent beaucoup à certaines Operculines et n'en diffèrent que par un très léger écartement des tours successifs de la lame spirale.

Ce deuxième groupe est représenté dès la base de l'Éocène inférieur, au sud de Gan, par de petits échantillons de *N. Murchisoni*, difficiles quelquefois à distinguer des Operculines du groupe de l'*Op. canalifera*. La même espèce, accompagnée d'une forme voisine à spire irrégulière, persiste dans les niveaux plus élevés; la taille augmente, la spire se resserre, d'abord dans *N. distans* de l'Yprésien de Bos d'Arros, puis encore davantage dans les formes du Lutétien (*polygyratus*, *complanatus*) qui finissent par atteindre

un diamètre de 12^{cm}; à ce moment, conformément à une loi d'évolution souvent citée, le rameau disparaît brusquement. Comme dans les Operculines et les Assilines, des granules se développent assez souvent sures filets, aussi bien dans *N. irregularis* que dans les formes voisines de *N. complanatus* (*N. gizehensis*), sans qu'on puisse cependant considérer ces formes granuleuses, comme représentant un rameau distinct.

Les formes lenticulaires évoluent parallèlement et constituent une branche beaucoup plus ramifiée : elles débutent par une espèce mégasphérique A de très petite taille, *N. Guettardi*, mais déjà sa compagne microsphérique B, *N. globulus*, atteint un diamètre de 4 millimètres. On distingue aux pôles de la coquille un granule plus ou moins saillant; d'autres granules peuvent se développer au pourtour, puis envahir progressivement toute la surface; on passe ainsi à des formes granuleuses de même taille, tout à fait caractéristiques, *N. Lucasi*, A et B.

N. globulus présente dans les Corbières des variétés aplaties qui forment passage à une forme extrême, *N. exilis*, nov. sp., dans laquelle les divers tours ne se recouvrent que partiellement; c'est une forme intermédiaire entre les Nummulites et les Assilines.

Ce premier rameau s'éteint avec l'Éocène inférieur, mais à côté se développe un rameau plus vigoureux, de spire plus lâche et de taille plus grande : l'espèce type *N. atacicus*, avec granule médian plus ou moins persistant, atteint 15 millimètres de diamètre au sommet de l'Éocène inférieur dans l'est du golfe aquitanien; les filets qui normalement sont tourbillonnants deviennent alors méandriformes. A l'Ouest, l'espèce se développera moins, mais elle donnera naissance à des formes variées granuleuses ou aplaties, tandis qu'elle traversera le Lutétien sans se modifier notablement pour se transformer ensuite en *N. contortus-striatus*, dans l'Éocène supérieur. A ce moment elle enverra une colonie dans le bassin de Paris, mais celle-ci trouvant des conditions moins favorables ne pourra s'y développer et ne sera représentée que par des formes naines, *N. Heberti-variolarius*, dans l'Auversien, puis *N. Orbignyi-wemmelensis* dans le Bartonien, mutation dégradée, rappelant tout à fait *N. exilis*.

Les formes aplaties apparaissent de bonne heure à côté de *N. atacicus* : dès la base de l'Éocène inférieur, c'est *N. planulatus* qui, à l'Yprésien, se développera sur le rivage du Royannais et pénétrera seul dans le bassin de Paris pour y constituer la florissante colonie bien connue.

Les granuleuses apparaîtront ici de la même manière que dans le rameau du *N. globulus* : quelques granules se montreront d'abord autour de la pus-

tule médiane, c'est *N. pustulosus* (nov. sp.), puis ils envahiront progressivement la surface de la coquille, sur les filets et entre les filets; c'est le caractère de *N. granifer* (nov. sp.). Cette espèce persistera dans le Lutétien inférieur, puis dans le Lutétien supérieur ne présentera plus que des granules entre les filets; c'est *N. aturicus* (*perforatus*) qui atteint à ce niveau sa plus grande taille, devient presque sphérique, puis disparaît.

Un autre rameau se détache de *N. planulatus*, toujours suivant le même procédé, apparition de granules dans la partie centrale et formation d'un réseau plus ou moins complet; c'est d'abord *N. aquitanicus-girondicus*, dans l'Éocène inférieur, puis *N. lævigatus* et *N. Brongniarti* dans le Lutétien. De ces deux espèces, la première colonise le bassin parisien, tandis que la seconde la suivra un peu plus tard pour s'arrêter dans le bassin de la Loire, à l'Auversien.

Un développement analogue de l'endosquelette donne dans l'Éocène supérieur, en partant de *N. contortus*, d'abord une granuleuse *N. Garnieri*, puis une réticulée franche *N. Fabianii*.

Avec le Lutétien supérieur, *niveau des grandes Nummulites*, le groupe avait atteint le maximum de son développement; aussitôt après il commence à décliner, et l'arrêt de développement qui l'avait atteint dans le bassin parisien, pendant l'Auversien, va à l'époque oligocène, s'étendre dans toute la Mésogée; c'est le *niveau des petites Nummulites*. Elles paraissent dériver du couple *contortus-striatus* : ce sont des formes lenticulaires, *miocontortus*, *vascus*, *Rosai*, difficiles à distinguer les unes des autres, — une forme plate, à spire rappelant les Operculines, *N. Bouillei*, — et enfin une réticulée, *intermedius-Fichteli*, dérivée probablement de *N. Fabianii*.

L'histoire des Nummulites se trouve ainsi reconstituée dans ses grandes lignes; elle nous donne quelques indications sur ce qu'on peut appeler le *mécanisme de l'évolution*.

La première branche est un exemple d'une évolution simple et régulière, se traduisant principalement par l'augmentation progressive de la taille (¹); elle s'est déroulée dans la zone qu'on peut appeler *optima*, c'est-à-dire celle où les conditions de vie étaient les plus favorables (zone néritique moyenne).

L'évolution de la deuxième branche est bien plus complexe : le rameau le plus persistant correspond aux formes dont l'habitat est le plus étendu, c'est-à-dire aux striées. Elles augmentent d'abord de taille, en passant de *deserti* à *globulus*, puis à *atacicus*, à filets d'abord radiés puis tourbil-

(¹) Voir Depéret, *Les transformations du monde animal*, Livre V.

lonnants; le maximum de taille est atteint dans l'Est avec la variété méandriforme qui semble disparaître brusquement. Ce premier rameau est remplacé dans l'Ouest par un rejet moins évolué, du type tourbillonnant, qui persiste pendant le Lutétien, puis se modifie légèrement dans l'Éocène supérieur en devenant *N. contortus*. Ces formes striées se rencontrent à peu près dans tous les faciès; elles ont en somme peu évolué, mais elles ont donné naissance à des rameaux secondaires beaucoup plus importants.

L'animal trouvant dans la zone optima des conditions de vie plus favorables, devient plus vigoureux, se nourrit mieux et sécrète plus de calcaire; l'endosquelette se développe et c'est ainsi que prennent naissance les granuleuses et les réticulées. On conçoit ainsi que ces formes restent confinées dans la zone néritique moyenne de l'ouest du bassin aquitanien : elles ne pénètrent ni dans le fond du golfe, ni sur le rivage nord (Royannais). Les conditions étaient là moins favorables et c'est au contraire un type aminci, amaigri (*N. exilis*, *N. planulatus*) qui va s'y développer avec les Operculines, et qui peuplera seul la région parisienne plus froide. Ce n'est que plus tard pendant le Lutétien, à l'époque où les Nummulites auront atteint leur apogée, que les granuleuses pourront s'étendre vers le Nord.

Aussitôt après, le déclin se fera sentir brusquement, d'abord dans le bassin de Paris où à partir de l'Éocène supérieur on ne rencontrera plus que des formes naines (*variolaria*, *Orbignyi*), puis dans la Mésogée où les Nummulites seront toutes de petite taille pendant l'Oligocène, puis disparaîtront définitivement.

Dans tous les cas que nous venons d'examiner, l'évolution semble dépendre de deux facteurs, tout d'abord des conditions ambiantes plus ou moins favorables, et aussi de l'énergie ou de la vigueur des individus permettant à certains d'entre eux seulement de profiter de ces conditions; ainsi se produit l'évolution ascendante qui peut s'arrêter brusquement lorsque la croissance a été trop rapide ou exagérée (*gigantisme* du Dr Larger), et dans ce cas, le rameau meurt aussitôt après avoir atteint son maximum. Mais il peut arriver aussi que la sève s'épuise, alors le rameau décline, puis dépérit peu à peu, avant de s'éteindre tout à fait.

Quant à la naissance des rameaux, elle semble bien résulter d'une adaptation aux conditions de vie; ils apparaissent à l'origine comme des *races*, épaisses, minces ou naines; celles-ci persistent plus ou moins longtemps, puis évoluent à leur tour.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Mutations brusques dans la formation d'une nouvelle race microbienne.* Note [1] de MM. **Charles Richet** et **Henry Cardot.**

Nous avons étudié jour par jour, pendant une période de plus de quatre mois, la modification qu'exerce un milieu arsenical sur la fonction essentielle (formation d'acide lactique) d'un micro-organisme (un ferment lactique pur), et nous avons ainsi pu constater une accoutumance si forte et si stable, qu'il s'agit d'une véritable nouvelle race.

Le liquide de culture était du petit lait, presque complètement neutralisé, filtré et stérilisé à 112°. Le sel arsenical était AsO^4K^3 (neutralisé par KOH), à la dose de 2g66 par litre. Dans ce milieu, le ferment normal, non accoutumé, pousse à peine.

Les dosages d'acide lactique et les réensemencements étaient faits, tantôt après 24 heures, tantôt après 48 heures de culture à 40°. Des précautions spéciales ont été prises, soit pour l'ensemencement, pratiqué à l'aide du fil de platine, soit pour assurer une température *rigoureusement égale à tous les tubes de culture* d'une même expérience [1].

La quantité de liquide employée pour les cultures était de 10^{cm^3}. La solution de potasse servant au dosage était additionnée de phénolphtaléine. On déduisait, bien entendu, de l'acidité trouvée après fermentation, la faible acidité initiale du milieu.

Les milieux de culture n'ont pas pu être préparés simultanément, pour constituer une masse homogène suffisant à toute la durée de l'expérience; ils l'ont été successivement, la technique opératoire ne subissant aucune variation. D'ailleurs, le petit lait stérilisé subit à la longue des modifications chimiques, peut-être notables, si l'on en juge par les changements graduels de sa coloration.

En étudiant avec attention les chiffres donnés par les dosages, et la figure ci-jointe (*fig.* 1) qui donne la représentation graphique de cette longue expérience, on voit :

1° Que, contrairement à ce qu'on aurait pu penser *a priori, l'accoutumance ne s'est pas faite progressivement, graduellement, mais par une série de brusques variations, ou, si l'on veut, de mutations ;*

2° Que chacune de ces brusques mutations se traduit par *un accroissement subit et intense de la multiplication microbienne* [2] ;

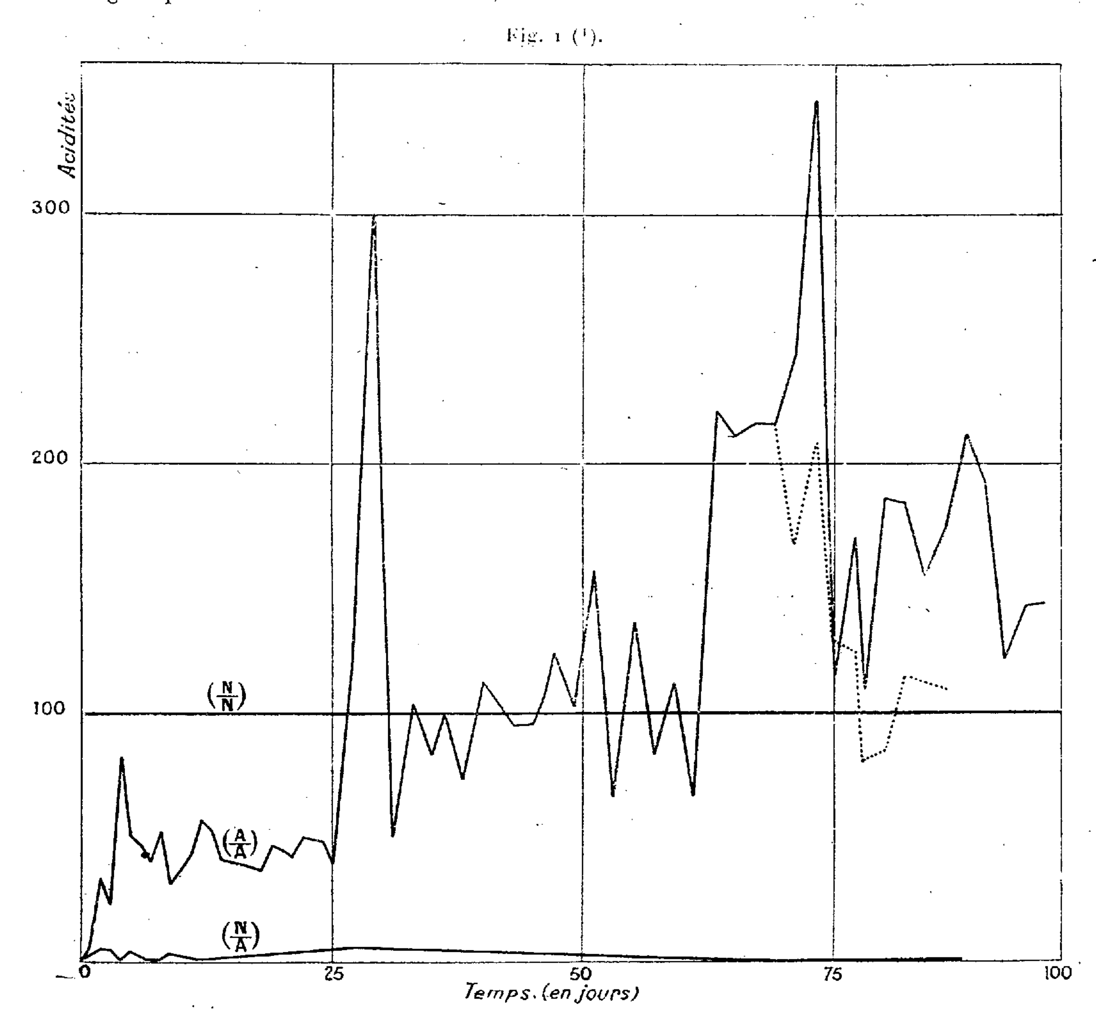
---

[1] Séance du 24 mars 1919.

[2] Dans le cours des trois mois, les variations maxima de température ont été de 2°, c'est-à-dire de 39° à 41°; les variations au cours de la journée n'ont pas dépassé un demi-degré.

3° Que ces brèves et intenses périodes de suractivité sont séparées par d'assez longues périodes de stabilité relative ;

Fig. 1 [1].



4° Qu'après chaque variation brusque, chaque période de stabilité qui lui succède

---

[1] Le pointillé indique le croît du ferment A quand il a été transporté sur milieu normal $\frac{A}{N}$. Le croît $\frac{N}{N}$ est toujours pris pour unité = 100.

correspond à un niveau d'acidité plus élevé que le niveau de la période antécédente ;

5° Que, grâce à ces mutations soudaines, passagères, mais laissant un résidu, le microbe s'est si bien adapté au milieu arsenical que son croît (pour les 12 derniers ensemencements) est devenu sur l'arsenic égal à 159, alors que le ferment normal sur milieu normal ne donne que 100 (²).

II. L'accoutumance à l'arsenic n'est pas strictement limitée au milieu de culture sur lequel elle a été réalisée. Elle persiste sur un liquide de culture différent de celui où le ferment transformé a vécu. Au 58ᵉ réensemencement (toujours sur petit lait), nous avons transporté le ferment normal $\frac{N_{58}}{N}$ et le ferment accoutumé $\frac{A_{58}}{A}$ dans un milieu très différent du petit lait et bien plus favorable d'ailleurs à la fermentation (infusion de radicelles d'orge additionnée de lactose). Dans ce liquide, additionné d'arséniate de potasse à la dose de 2,66 pour 1000, le ferment accoutumé poussait très bien (103 pour 100 du ferment normal en milieu non arse-

---

(¹) Il a été constaté par la numération qu'il y a très sensiblement proportionnalité entre le nombre des bacilles et les acidités trouvées dans les diverses cultures, soit en milieu normal, soit en milieu arsenical.

(²) Il est intéressant de rapprocher de cette expérience les résultats antérieurement obtenus par l'un de nous (CHARLES RICHET, *La fermentation lactique et les sels de thallium. Étude sur l'hérédité* (*Annales de l'Institut Pasteur*, t. XXXI, 1917, p. 51-59) dans l'accoutumance du ferment lactique à un sel de thallium.

Dans un cas, on a comparé l'activité des fermentations sur lait additionné de 0g,5 par litre de nitrate de thallium, pour un ferment normal, d'une part, et pour un ferment constamment réensemencé sur le milieu toxique, de l'autre. En supposant égales à 100 les acidités formées par le ferment normal, celles qu'on a trouvées pour les cultures successives du ferment arsenical ont été : 100, 120, 108, 87, 128, 132, 151, 155, 154, 139, 148, 370, 212, 207, 180, 200.

Dans une autre expérience, on a porté un ferment déjà accoutumé à des doses faibles de thallium sur un milieu renfermant 1g,5 de nitrate de thallium par litre, dose qui arrête complètement la croissance d'un ferment non habitué. Si le ferment normal donne sur milieu normal une acidité de 100, le ferment cultivé sur un liquide contenant 1g,5 de nitrate de thallium donne, dans la série des 12 premiers jours de culture : 6, 65, 33, 8, 31, 8, 27, 17, 44, 87, 90, 102.

Dans ces deux cas, on voit que l'accoutumance ne s'établit pas tout de suite, ni suivant une progression régulière, mais qu'il y a, pour ainsi dire, une période d'hésitation et une série d'oscillations dans l'activité des cultures.

On peut appeler, avec de Vries, *prémutation* cette période préparatoire à la mutation définitive.

nical), alors que, dans ce même milieu arsenical, le ferment normal ne poussait pas du tout.

III. Comment se comporte le ferment accoutumé, quand on le reporte sur milieu normal?

La culture arsenicale $\frac{A_{46}}{A}$ a été reportée sur petit lait normal — c'est le pointillé de la figure 1 — à partir du réensemencement suivant, et alors on a trouvé, en donnant toujours à $\frac{N}{N}$ la valeur 100 :

Numéros des réensemencements.	Acidité par rapport à $\frac{N}{N}$.	
47	167	
48	208	
49	129	
50	125	
51	81	moyenne = 100,6
52	85	
53	115	
54	112	
55	110	

Ainsi, vers le cinquième jour, le microbe paraissait revenu à son état primitif. Mais *ce retour à l'état primitif n'était qu'une apparence*. Le microbe accoutumé est resté accoutumé. Après ces neuf passages sur milieu normal, il a conservé son pouvoir de vivre et de bien vivre, — comme l'indique la colonne noire A de la figure 2 — dans une solution arsenicale, où il produit une fermentation sensiblement égale à celle du ferment qui n'a pas quitté l'arsenic.

Numéros des réensemencements.	Ferment normal sur milieu normal.	Ferment normal sur milieu arsenical.	Ferment accoutumé reporté, après neuf passages sur milieu normal, sur le liquide arsenical.
56	100	4,4	141
57	100	7,5	156

Il semble donc que la nouvelle race (accoutumée à l'arsenic) soit stable, puisqu'elle a victorieusement résisté à neuf passages successifs sur milieu normal, sans perdre son pouvoir de végéter sur l'arsenic.

Nous croyons devoir dégager de ces faits quelques conclusions générales importantes pour la théorie de l'hérédité et des mutations :

1° On peut constater sur les microbes des mutations brusques, liées direc-

tement aux modifications du milieu extérieur ([1]), comme en témoignent déjà des observations analogues faites sur les végétaux supérieurs et plus

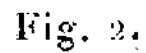
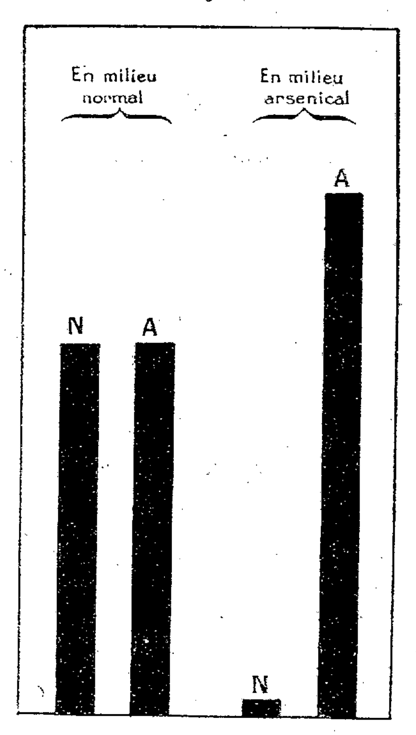


Fig. 2.



rarement sur les animaux. *Natura facit saltus*, contrairement au vieil adage scolastique.

([1]) Nos expériences établissent qu'il y a mutations brusques pour les formations de nouvelles races microbiennes. Nous ne connaissons dans la science à cet effet que des observations de Mme V. Henry et de L. Markes.

Mme Victor Henri [*Étude de l'action métabiotique des rayons ultraviolets. Production de formes de mutation de la bactéridie charbonneuse* (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1032)] a observé la transformation brusque de la bactérie charbonneuse sous l'action des rayons ultraviolets. Mais on ne peut guère comparer une brusque

2° Les mutations brusques, même dans le milieu modificateur, sont suivies d'un *retour presque complet, mais non complet*, à l'ancienne forme. Après chaque mutation persiste un *résidu de mutation*, qui est notable et stable, fait qui, croyons-nous, n'a pas encore été observé.

Si nous prenons deux expressions symboliques pour traduire ce phénomène en appelant *force de mutation* et *force de stabilité* les deux puissances antagonistes qui agissent sur la fonction du microbe en milieu arsenical, on voit que la force de mutation est soudaine et violente, mais qu'elle s'épuise vite, et que bientôt la force de stabilité ramène le microbe *incomplètement* à son état primitif.

3° On peut dire qu'il s'agit bien là d'une race nouvelle, malgré l'identité des caractères morphologiques, par ce fait qu'elle pousse très bien dans un milieu très toxique pour toute autre race. Même après neuf passages sur milieu normal, notre nouvelle race de ferment lactique a conservé intégralement sa fonction caractéristique et spéciale qui est de pousser sur milieu arsenical.

Nous trouvons donc ici un cas très net de l'hérédité d'un caractère acquis sous l'influence d'une modification expérimentale du milieu.

---

altération, qui détermine en quelques secondes, un état tératologique, encore qu'il soit stable, à une prolongée anomalement.

Lewis H. Marks (*Ueber einen arsenfesten Bakterienstamm*, *Zeitschrift für Immunitätsforschung und experimentelle Therapie*, t. VI, *Originale*, 1910, p. 293-298) est parvenu, après trois années consécutives de culture sur de l'agar additionné de quantités croissantes d'acide arsénique, à obtenir une race de bacille paratyphique supportant une quantité de poison huit fois plus forte que le bacille normal. Cet auteur a constaté que l'augmentation de la résistance vis-à-vis du poison, ne suit pas une progression régulière, mais s'établit par une série d'étapes; il faut en effet attendre un certain temps pour pouvoir passer d'une dose donnée d'arsenic à une dose plus forte. Un microbe accoutumé à une dilution de $\frac{1}{4000}$ d'acide arsénique n'a pas encore repris les propriétés du bacille normal après 90 passages sur milieu normal. Mais la méthode de l'auteur ne lui permettait pas de saisir les modalités, les courbes graphiques de ces mutations. Il n'a pu que les constater au fur et à mesure qu'elles se produisaient, sans qu'il ait d'ailleurs prononcé le mot de mutation.

HYDRODYNAMIQUE. — *Conditions à remplir lorsqu'on veut dans une installation hydraulique augmenter le débit, et par suite le travail sans modifier la conduite.* Note (1) de M. DE SPARRE.

Je suppose une conduite desservant une roue Pelton (2), la vitesse de l'eau dans la conduite, lorsqu'elle travaille à pleine charge, étant v_1 et celle de l'eau à la sortie du distributeur étant

$$v_0 = \sqrt{2g(H - J)},$$

où H est la hauteur de chute et J la perte de charge lorsque la vitesse de l'eau dans la conduite est v_1. On sait que pour que le rendement soit maximum il faut que la vitesse linéaire de la roue soit égale à $\frac{v_0}{2}$; je suppose cette condition réalisée et si alors s désigne la section de la conduite, le travail développé pendant l'unité de temps par la roue travaillant à pleine charge sera

$$(1) \qquad \mathcal{G} = s v_1 \lambda v_0^2,$$

où λ est un facteur constant.

Je suppose maintenant que l'on fasse desservir par cette même conduite, simultanément à la première, une seconde roue dont la vitesse linéaire est u'. La vitesse de l'eau dans la conduite deviendra v et la perte de charge $J\frac{v^n}{v_1^n}$ (3), le facteur n étant d'après Flamant égal à $\frac{7}{4}$ la vitesse de l'eau à la sortie de deux distributions sera alors

$$v'_0 = \sqrt{2g\left(H - \frac{J v^n}{v_1^n}\right)}.$$

Les volumes d'eau débités pendant l'unité de temps par les distributeurs

---

(1) Séance du 24 mars 1919.

(2) Ce qui suit s'applique d'ailleurs presque sans changements au cas d'une turbine *sans réaction* quelconque.

(3) FLAMAND, *Hydraulique*, 3e édition, p. 152. Les formules s'appliqueraient d'ailleurs si l'on prenait pour n une autre valeur.

de l'ancienne roue et de la nouvelle seront, par suite, respectivement

$$sv_1\frac{v'_0}{v_0} \quad \text{et} \quad s\left(v - v_1\frac{v'_0}{v_0}\right),$$

et le travail T développé pendant l'unité de temps par l'ensemble des deux roues (¹)

$$(2) \qquad T = 4s\lambda\left[vu'(v'_0 - u') + v_1\frac{v'_0}{v_0}\left(\frac{v_0}{2} - u'\right)\left(v'_0 - \frac{v_0}{2} - u'\right)\right].$$

Si l'on suppose v_0 et v'_0 donnés, cette expression sera maximum pour $u' = \frac{v'_0}{2}$, et, si l'on pose de plus

$$(3) \qquad x = \left(\frac{J}{H}\right)^{\frac{1}{n}}\frac{v}{v_1}, \qquad a = \left(\frac{J}{H}\right)^{\frac{1}{n}},$$

on aura si $u' = \frac{v'_0}{2}$ pour T la valeur

$$(4) \qquad T_m = \frac{2gH\lambda v_1}{a}sy_m,$$

où

$$y_m = x(1 - x^n) - a\sqrt{\frac{1 - x^n}{1 - a^n}}\left(\sqrt{1 - x^n} - \sqrt{1 - a^n}\right)^2.$$

Mais si, au lieu de prendre $u' = \frac{v'_0}{2}$, on prenait $u' = \frac{v_0}{2}$ ou $u' = v'_0 - \frac{v_0}{2}$, on aurait, pour T, la valeur

$$T_1 = \frac{2gH\lambda v_1}{a}sy_1$$

avec

$$y_1 = 2x\left[\sqrt{(1 - a^n)(1 - x^n)} - \frac{1 - a^n}{2}\right].$$

Si l'on développe y_m et y_1 suivant les puissances ascendantes de x et de a, on a

$$y_m = x(1 - x^n) - a\frac{(a^n - x^n)^2}{4}, \qquad y_1 = x(1 - x^n) - x\frac{(a^n - x^n)^2}{4}.$$

(¹) Le travail développé par une roue lorsque sa vitesse linéaire u est quelconque est, en effet,

$$4sv_1\lambda u(v_0 - u).$$

Or d'une part on a $a < x$, et, comme nous le verrons, on doit pratiquement supposer $x \leqq 0,2$. On en conclut qu'on peut, en pratique, négliger les termes $\frac{a(a^n - x^n)^2}{4}$ et $\frac{x(a^n - x^n)^2}{4}$ et prendre par suite

$$y_m = y_1 = y$$

avec

(5) $$y = x(1 - x^n).$$

On conclut d'abord de là que l'on peut, pour la vitesse linéaire de la seconde roue, prendre une valeur quelconque comprise entre $\frac{v_0}{2}$ et $v'_0 - \frac{v_0}{2}$.

La valeur (5) de y est maxima pour $x^n = \frac{1}{n+1}$ et la valeur correspondante de y est

$$Y = \left(\frac{1}{n+1}\right)^{\frac{1}{n}} \frac{n}{n+1}.$$

Toutefois, en pratique, il ne faut pas prendre pour x la valeur $x = \left(\frac{1}{n+1}\right)^{\frac{1}{n}}$ qui fait prendre à y la valeur Y, mais une valeur faisant prendre à y une valeur différente de Y d'une fraction suffisamment petite (¹).

Nous poserons alors, y ayant la valeur (5),

$$x^n = \frac{1}{n+1} - \varepsilon,$$

$$y = Y\left(1 - \frac{1}{p}\right) = \frac{n}{n+1}\left(\frac{1}{n+1}\right)^{\frac{1}{n}}\left(1 - \frac{1}{p}\right).$$

Nous en déduirons, en négligeant les termes en ε^3,

$$\varepsilon^2 = \frac{1}{p}\,\frac{2n^2}{(n+1)^3},$$

d'où

$$\varepsilon = \frac{n}{n+1}\sqrt{\frac{2}{(n+1)p}}, \qquad x^n = \frac{1}{n+1}\left(1 - n\sqrt{\frac{2}{(n+1)p}}\right).$$

Si nous prenons $p = 10$ et, conformément aux données de Flamant,

---

(¹) Y étant en effet un maximum pour y, une variation assez notable de x n'en donnera qu'une très faible pour y, on pourra donc réduire notablement le débit tout en diminuant fort peu le travail.

$n = \frac{7}{4}$, nous trouverons $x^n = 0,1957$, soit en nombres ronds $x^n = 0,2 = \frac{1}{5}$.

Or x^n est le rapport de la perte de charge à la charge. On pourra donc augmenter la vitesse dans la conduite jusqu'à ce que la perte de charge devienne égale au cinquième environ de la charge [1], mais il n'y aura pas lieu d'aller plus loin. Si en effet on adoptait pour x^n la valeur

$$\frac{1}{n+1} = \frac{4}{11} = \frac{1}{2,75},$$

soit une perte de charge presque double de la précédente, on augmenterait le travail de moins de 11 pour 100. Si l'on suppose que pour la première roue, marchant seule, la perte de charge soit de 5 pour 100 de la charge, donc $a^n = 0,05$, en prenant $x^n = 0,2$ on aurait $v = \frac{xv_1}{a} = 2,21\,v_1$, et en prenant au lieu de cela $x^n = \frac{4}{11}$ on trouverait $v = 3,11\,v_1$. On voit donc qu'une augmentation du débit de 41 pour 100 ne produirait une augmentation du travail que de 11 pour 100.

ZOOLOGIE. — *Un cas intéressant de dimorphisme sexuel chez un Serpent africain* (Bothrolycus ater *Günther*). Note [2] de M. G.-A. **Boulenger**.

Dans toutes les classes de Vertébrés, la présence ou l'absence, ainsi que le degré, du dimorphisme sexuel, qui peut porter sur la structure, la taille, la coloration, parfois sur toutes les trois simultanément, sont bien souvent indépendants des affinités exprimées par les groupements systématiques. Des espèces, des genres voisins peuvent se montrer très différents sous ce rapport. Il suffit de citer : les Singes, les Félis, les Cervides parmi les Mammifères; les Turdides, les Perroquets, les Gallinacés parmi les Oiseaux; les Tortues terrestres, les Lézards proprement dits, les Caméléons parmi les Reptiles; les Grenouilles, les Discoglossides, les Salamandres parmi les

---

[1] On sait qu'au point de vue du coup de bélier l'augmentation de la vitesse de l'eau dans la conduite ne présente aucun inconvénient si la durée de la fermeture totale est inférieure à une période d'oscillation de l'eau et que l'on conserve une même vitesse de fermeture linéaire.

[2] Séance du 24 mars 1919.

Batraciens; les Percides, les Silurides, les Cyprinodontides parmi les Poissons, pour que bon nombre d'exemples viennent à l'esprit.

Chez les Ophidiens, le dimorphisme est parfois absent, le plus souvent il est réduit à une différence dans la longueur de la queue par rapport à celle du corps, différence qui s'exprime par le nombre des plaques ventrales et sous-caudales et qui peut être poussée fort loin : chez le *Tropidonotus sexlineatus* Günther, par exemple. Il est rare de rencontrer deux types de coloration aussi prononcés que chez notre Vipère du Nord, *Vipera berus*, à l'aide desquels on parvient, avec un peu d'expérience, à reconnaître le sexe à première vue ; et il est à noter que l'absence de tout dimorphisme sexuel dans la coloration distingue l'espèce voisine *V. Ursinii* Bonap., si proche qu'elle a été pendant longtemps méconnue ; par contre, le degré de différence entre la longueur de la queue et celle du corps, selon les sexes, est plus prononcé chez celle-ci : il y a compensation.

Le nombre des séries longitudinales d'écailles sur le corps fournit en général des caractères importants pour la spécification chez les Ophidiens ; il y a bien parfois des exceptions au nombre normal, mais elles sont généralement peu fréquentes, sauf chez certains types dont l'étude a été embrouillée par l'importance exagérée que beaucoup d'auteurs ont cru pouvoir attacher à ces différences numériques. Tel est, par exemple, le cas pour les *Tropidonotus* de l'Amérique du Nord voisins de *T. ordinatus* L., groupe souvent désigné sous le nom générique de *Thamnophis* Fitz., ou *Eutœnia* B. et G.

Dans un travail plein d'originalité et très documenté, A.-G. Ruthven (¹) a étudié les variations et les rapports de ces Serpents, en tirant des conclusions fort intéressantes sur la stabilité relative des séries d'écailles, au nombre de 17 à 23 chez les diverses espèces et sous-espèces qu'il s'est efforcé de caractériser sur des bases nouvelles. La coutume, parmi les herpétologues, a été d'indiquer le nombre maximum de ces rangées, à l'exclusion des autres, car elles varient selon les différents points où elles sont comptées. Ainsi, chez le *T. megalops* Kennic., il y a parfois 23 séries en avant du milieu du corps, 21 ensuite, puis 19, enfin 17, et Ruthven a indiqué l'ordre dans lequel se produit l'élimination de chaque série dont résulte la réduction : la 5ᵉ comptée à partir de l'externe, puis la 6ᵉ, puis la 4ᵉ ; il en est de même pour les formes dont le nombre des séries est

(¹) *Variations and genetic relationships of the Garter-Snakes* (*Bull. U. S. Nat. Mus.*, n° 61, 1908).

moins élevé, mais si ce nombre tombe à 15 sur l'arrière du corps, c'est de la disparition de la 7e série que dépend ce minimum.

Il croit que la réduction des séries est régie par l'amincissement du corps à partir du milieu jusqu'à la base de la queue, la grandeur des écailles ne variant guère, et il pense pouvoir étendre cette explication aux formes dérivées, espèces ou variétés, dont la taille s'est trouvée réduite sans que la réduction ait porté, au même degré, sur la grandeur des écailles. Cette théorie semble applicable aux Ophidiens en général. Si nous considérons nos Vipères d'Europe, nous trouvons que la plus grande, *Vipera ammodytes*, a souvent 23 séries d'écailles; celles de taille moyenne, *V. berus, aspis, Latastii*, en ont 21, sauf d'assez rares exceptions; tandis que la plus petite, *V. Ursinii*, en a normalement 19. Chez les Pythons d'Asie et d'Afrique, les grandes espèces (*Python reticulatus, Sebæ, molurus*) ont les écailles plus nombreuses que les petites (*P. regius, curtus*). Les Boas nains d'Amérique (*Ungalia* Gray, *Trachyboa* Peters) sont caractérisés par le nombre peu élevé des rangées d'écailles. Chez les *Psammophis*, les espèces d'assez grande taille, comme *P. sibilans*, ont 17 séries; une espèce plus petite, *P. crucifer*, en a 15; une autre, plus petite encore, *P. pulcher*, en a 13, tandis que l'espèce naine *P. angolensis* n'en a que 11, le nombre le plus réduit parmi les Ophidiens à séries en nombre impair. Enfin, chez les genres plus ou moins dégradés et affectés de nanisme, qu'on a groupés autrefois sous le nom de Calamarides, le nombre des séries d'écailles est presque toujours très restreint.

Ruthven a aussi fait observer que les mâles des Tropidonotes dont il s'est occupé étant plus petits et moins corpulents que les femelles, on devrait s'attendre à trouver chez eux une réduction dans les rangées d'écailles. Ce n'est pourtant pas le cas pour la plupart des formes; cependant, il a pu constater, sur une série de *T. radix* B. et G., une légère tendance à cette réduction : sur 17 mâles, 13 présentent la formule 19-21-19-17, au lieu de 21-19-17, cette seconde formule s'appliquant à 25 femelles sur 31. Il recommande une étude plus étendue de cette question.

Ayant soumis à l'examen l'écaillure de 464 individus de *Vipera berus*, espèce chez laquelle il y a normalement 21 séries d'écailles, je trouve une réduction (19 ou 20) chez 3,74 pour 100 des mâles, 2,81 pour 100 des femelles, et une augmentation (22 ou 23) chez 2,79 pour 100 des mâles, 6,32 pour 100 des femelles, ce qui confirme la prévision de Ruthven.

Enfin, j'ai reconnu récemment qu'un Serpent assez rare dans les collections, *Bothrolycus ater* Günth., du Cameroun, de Fernando Po et de l'Ituri, présente constamment 17 séries d'écailles chez les mâles et 19 chez les

femelles. Les deux sexes, qui se distinguent facilement aux proportions réciproques du corps et de la queue (134 à 147 plaques ventrales et 27 à 34 sous-caudales chez les mâles, 143 à 153 des premières et 16 à 22 des secondes chez les femelles), ont été décrits par G. Andersson [1] comme espèces distinctes, *Pseudoboodon albopunctatus* et *brevicaudatus*, que je n'ai pas tardé [2] à faire rentrer dans la synonymie de *Bothrolycus ater*.

Mais ce n'est qu'à la suite de l'examen d'un nombre assez considérable d'individus (11 mâles et 9 femelles) que j'ai pu me convaincre que le nombre de séries d'écailles est un caractère sexuel secondaire fixé chez cette espèce, exemple unique jusqu'ici, bien que présagé par une légère tendance chez certains Serpents, ainsi que je l'ai dit plus haut.

Le nombre des séries, qui permet de distinguer les sexes, est le même sur les deux tiers ou les trois quarts antérieurs du corps, puis il tombe à 15 pour les mâles et à 17 pour les femelles; enfin, tout à l'extrémité postérieure, il est de 15 (14 par exception) pour les deux sexes. Mon élève, Miss J. Procter, qui a poussé plus loin l'étude des modifications de l'écaillure, a pu constater que la transition de 19 à 17 séries chez les femelles se produit, vers le tiers postérieur du corps, par la fusion des 8e et 9e séries à partir de l'externe; un peu plus loin, les 7e et 8e séries s'unissent pour la réduction à 15, chez les mâles comme chez les femelles. Le mode de réduction est donc différent de ce qui a été constaté chez les Tropidonotes étudiés par Ruthven.

Chez les *Vipera berus* et *aspis* que j'ai examinés, le passage de 21 à 19 séries s'établit généralement par la fusion des écailles des 4e et 5e séries, celle qui les suit portant une carène double.

M. A. **Depage** fait hommage à l'Académie d'une publication intitulée : *Ambulance de « L'Océan ». La Panne.*

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre non résidant, en remplacement de M. *H. Bazin*, décédé.

---

(1) *Bih. Svensk. Vet. Ak. Handl.*, t. 27, 4e Partie, n° 5, 1901.
(2) *Zool. Record*, 1901, *Rept.*, p. 23.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 53,

M. Eugène Cosserat	obtient	.....	35 suffrages
M. Magnus de Sparre	»	.....	13 »
M. Robert de Forcrand	»	.....	3 »
M. Philippe Barbier	»	.....	2 »

M. **Eugène Cosserat**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de deux Membres de la Division des Sciences mathématiques, deux Membres de la Division des Sciences physiques, deux Membres de la Division des Applications de la Science à l'Industrie, qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, formeront la Commission chargée de présenter une liste de candidats à l'une des places vacantes dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie.

MM. **H. Deslandres**, **P. Villard**; **A. Haller**, **H. Le Chatelier**; **A. Rateau**, **G. Charpy** réunissent la majorité absolue des suffrages.

PLIS CACHETÉS.

MM. **Paul Sabatier** et **Georges Gaudion** demandent l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 11 février 1918 et inscrit sous le n° 8486. Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient la Note suivante, dont l'insertion est ordonnée par l'Académie :

CHIMIE ORGANIQUE. — *Déshydrogénation catalytique par le nickel en présence d'hydrogène.* Note de MM. **Paul Sabatier** et **Georges Gaudion**.

On sait que l'hydrogénation des hydrocarbures benzéniques sur le nickel, à une température voisine de 180°, permet d'obtenir les hydrocar-

bures cycloforméniques correspondants. De même, les cyclohexènes et les terpènes, dans ces conditions, conduisent aux cyclanes correspondants.

En particulier, le pinène fournit régulièrement le dihydrure, sans aucune réaction accessoire. Mais le phénomène change d'aspect si l'on élève la température.

Si l'on dirige sur une colonne de nickel maintenu vers 350°-360° des vapeurs de pinène entraînées par de l'hydrogène, on recueille un liquide qui n'est presque pas attaqué par l'acide sulfurique, mais qui est énergiquement attaqué par le mélange sulfo-nitrique. Ce liquide, qui passe à la distillation entre 160° et 175°, est constitué par un mélange d'hydrocarbures benzéniques (cumène et surtout cymène) et d'un hydrocarbure saturé inattaqué par le mélange sulfo-nitrique.

La densité, et surtout l'absence de pouvoir rotatoire, ont conduit à penser que ce dernier est un menthane et non le pinane.

Il y a donc là, simultanément, hydrogénation et déshydrogénation, mais la présence d'hydrogène est indispensable pour que la réaction s'effectue. En effet, si l'on arrête le courant d'hydrogène, on constate au bout de peu d'instants que le liquide recueilli ne contient plus d'hydrocarbures benzéniques, mais est constitué par un mélange de terpènes (surtout du dipentène) provenant simplement de l'isomérisation du pinène par la chaleur. Le nickel n'intervient plus ici que pour favoriser cette isomérisation.

La réaction de déshydrogénation et hydrogénation simultanées sur le nickel en présence d'hydrogène, vérifiée d'abord pour le pinène, a été ensuite appliquée à d'autres composés :

Le limonène n'a fourni que peu de carbure saturé; la presque totalité du produit recueilli est constituée par du cymène mêlé de cumène.

Le camphène a donné des résultats analogues.

Le menthène et le cyclohexène reviennent, respectivement, au cymène et à la benzine.

La réaction a été appliquée aussi à des composés oxygénés :

C'est ainsi que le cyclohexanol a fourni régulièrement le phénol; la pulégone, un mélange de crésol et de thymol; l'eucalyptol, la terpine et le terpinéol se déshydratent en même temps qu'ils perdent de l'hydrogène, et donnent du cymène.

La réaction de déshydrogénation sur le nickel en présence d'hydrogène paraît devoir être avantageuse pour la production de benzols à partir de l'essence de térébentine.

En effet, la pyrogénation de l'essence de térébentine donne un mélange

complexe assez pauvre en benzols, mais où abondent surtout les carbures cycliques éthyléniques ou diéthyléniques.

En dirigeant le mélange, débarrassé des queues de distillation, sur du nickel maintenu à 350°-360° dans un courant d'hydrogène, on obtient un liquide où la proportion de benzols se trouve notablement augmentée.

Au contraire, l'hydrogénation à température basse (vers 180°-200°) n'aurait fourni que des cyclanes (et des carbures forméniques).

CORRESPONDANCE.

M. V. Grignard adresse un *Rapport à l'Académie des Sciences sur l'analyse des produits asphyxiants allemands* [1].

M. André Mayer adresse un *Rapport sur l'étude des substances toxiques utilisées au combat par l'ennemi, poursuivie au Service de Physiologie de l'Inspection des études et expériences chimiques, à la demande de l'Académie des Sciences* [2].

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

La collection complète (1906-1918) de la *Revue bretonne de Botanique pure et appliquée*, dirigée par M. Lucien Daniel. (Présentée par M. Gaston Bonnier.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'analyse situs des variétés algébriques.* Note de M. S. Lefschetz.

1. Soit V_d une variété algébrique à d dimensions à singularités ordinaires, $\{H_u\}$ un faisceau arbitraire de ses sections hyperplanes dépendant du para-

---

(1) Lu à l'Académie, en Comité secret, le 3 mars 1919.
(2) Lu à l'Académie, en Comité secret, le 10 mars 1919.

mètre u. Soient en outre $a_1, a_2, \ldots, a_N$, les valeurs critiques de u, puis, dans le plan de cette variable, traçons des coupures $a_0 a_i$, allant des a_i à un point quelconque a_0 du plan. En se servant de la méthode de subdivision en polyèdres, employée par Poincaré, on peut montrer que : 1° Tout cycle à d dimensions est homologue à la somme de deux autres, dont l'un est dans une section hyperplane arbitraire H, et l'autre est obtenu en associant les cycles à $d-1$ dimensions de H_u aux coupures. Ce dernier cycle peut être déformé de manière à ne pas rencontrer H; 2° Tout cycle à $i < d$ dimensions est homologue à un autre dans H; 3° V et H ont le même indice de connexion à $i \leqq d-2$ dimensions, R_i. Ceci est encore vrai quand $|H|$ est remplacé par un système linéaire convenable $|C|$.

2. Un cycle est *effectif* par rapport à une hypersurface D de V_d s'il y en a un qui lui est homologue, mais ne rencontre pas D. Les cycles, non effectifs par rapport à une H, sont dépendants de ceux que H contient, d'où, si R'_i désigne le nombre de cycles à i dimensions effectifs par rapport à H, $R'_i = R_i - R_{i-2}$, $(2 < i \leqq d)$, $R'_2 = R_2 - 1$. En se servant ensuite de certaines intégrales doubles, on arrive à la formule de M. Alexander

$$R_d = 1 + 2\sum_{1}^{d-1}{}_{i} (-1)^{d-i+1} R_i + 2(-1)^d (d-1).$$

Tout ceci subsiste lorsque l'on remplace $|H|$ par $|C|$ convenable, et même qualitativement quand on considère une hypersurface quelconque. Toutefois, quand au lieu de H on a plusieurs hypersurfaces en formant une réductible, le nombre de cycles effectifs peut croître pour atteindre un maximum $R_{i-2} + \rho_i$, et ρ_i est un *invariant numérique* de V_d. En particulier, $\rho_2 + 1 = \rho$, *nombre de Picard de la variété*, et si ρ_0^i est le nombre d'intégrales i-uples de deuxième espèce, $\rho_0^i = R'_i - \rho_i = R_i - R_{i-2} - \rho_i$. Pour $i = d = 2$, on a là une formule classique de M. Picard, et j'ai déjà fait ailleurs l'étude de certains cas plus généraux ($i = d = 3$; $i = 2$, d quelconque).

Le plus petit commun multiple σ_i des coefficients de torsion à i dimensions de Poincaré est un autre invariant intéressant. En particulier, σ_2 *est égal au nombre* σ *de M. Severi.*

3. Tout ce qui précède prend un intérêt considérable quand on envisage les intégrales de première espèce. Voici la propriété la plus saillante à laquelle je sois arrivé : *Le nombre* ρ *d'une surface algébrique est égal à celui*

des cycles superficiels par rapport auxquels les intégrales doubles de première espèce n'ont pas de période. Pour une V_α, $d > 2$, on n'a ainsi qu'une limite supérieure de ρ. Dans certains cas toutefois, par exemple celui des variétés abéliennes, l'égalité subsiste encore.

4. Ce qui précède attire l'attention sur les propriétés des périodes d'intégrale de première espèce. Une première question se pose de suite : *Une telle intégrale peut être sans périodes?* Probablement pas, mais nous n'avons pu le démontrer que dans certains cas particulier (surfaces intersections complètes, plans doubles). Il s'agit de montrer, par exemple, pour une surface algébrique $F(x, y, z) = 0$, l'impossibilité d'une relation

$$\frac{Q(x, y, z)}{F_z} = \frac{\partial U}{\gamma x} + \frac{\partial V}{\partial y},$$

où Q est un polynome canonique et U, V sont des fonctions rationnelles.

GÉOMÉTRIE SUPÉRIEURE. — *Surfaces applicables sur le paraboloïde de révolution.* Note de M. **Bertrand Gambier**.

1. M. Darboux indique (*Théorie des surfaces*, t. 3) le moyen d'obtenir toutes les surfaces réelles applicables sur le paraboloïde de révolution P, $x^2 + y^2 = 4\tau z$. Nous traçons sur la sphère $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ une courbe sphérique $B(c, c', c'')$ et la courbe conjuguée $B_1(c_1, c'_1, c''_1)$; en désignant par ε l'un des nombres 1, -1 et 0; les formules

$$(1)\quad \begin{cases} x = \dfrac{i\tau}{2}\displaystyle\int c''\,dc' - c'\,dc'' - \dfrac{i\tau}{2}\int c''_1\,dc'_1 - c'_1\,dc''_1 + \dfrac{\varepsilon\tau i}{2}(c' c''_1 - c'' c'_1), \\ y = \dfrac{i\tau}{2}\displaystyle\int c\,dc'' - c''\,dc - \dfrac{i\tau}{2}\int c_1\,dc''_1 - c''_1\,dc_1 + \dfrac{\varepsilon\tau i}{2}(c'' c_1 - c\, c''_1), \\ z = \dfrac{i\tau}{2}\displaystyle\int c'\,dc - c\,dc' - \dfrac{i\tau}{2}\int c'_1\,dc_1 - c_1\,dc'_1 + \dfrac{\varepsilon\tau i}{2}(c\, c'_1 - c' c_1) \end{cases}$$

définissent trois surfaces : S pour $\varepsilon = 1$, S' pour $\varepsilon = -1$, Σ pour $\varepsilon = 0$, réelles toutes trois; les deux premières sont applicables sur P.

J'ai signalé dans ma Note des *Comptes rendus* du 17 mars 1919 que, dans l'application, un point réel de S est homologue d'un point réel de P, mais que, pour S' et P, un point réel de l'une est homologue d'un point imaginaire de l'autre.

On le voit en appelant H la fonction, toujours réelle et supérieure à 1, $cc_1 + c'c'_1 + c''c''_1$ puis, calculant les deux fonctions réelles v et v_1 par l'intégration de deux différentielles totales,

$$(2) \quad dv = \frac{\tau}{H-1} \begin{vmatrix} c & c_1 & dc_1 - dc \\ c' & c'_1 & dc'_1 - dc' \\ c'' & c''_1 & dc''_1 - dc'' \end{vmatrix}, \qquad dv_1 = \frac{i\tau}{H+1} \begin{vmatrix} c & c_1 & dc_1 + dc \\ c' & c'_1 & dc'_1 + dc' \\ c'' & c''_1 & dc''_1 + dc'' \end{vmatrix}.$$

En désignant par r, θ, z les coordonnées semi-polaires d'un point de P, l'application de S sur P s'obtient par les équations

$$(3) \qquad r = 2\tau\sqrt{\frac{H-1}{2}}, \qquad \theta = \frac{v}{2\tau},$$

celle de S' sur P par les équations

$$(4) \qquad r = 2i\tau\sqrt{\frac{H+1}{2}}, \qquad \theta = \frac{iv_1}{2\tau}.$$

Si la courbe B et la courbe B' symétrique par rapport à l'origine sont analytiquement distinctes, S et S' forment deux surfaces analytiquement distinctes; sinon elles sont deux nappes d'une même surface analytique.

Si le cône C qui a pour sommet l'origine et B pour directrice est réel, ou du moins représenté par une équation à coefficients réels, chacune des trois surfaces S, S' et Σ admet l'origine pour centre.

J'appelle A la courbe à torsion constante définie par

$$x = \int c''\,dc' - c'\,dc''; \qquad y = \int c\,dc'' - c''\,dc; \qquad z = \int c'\,dc - c\,dc'.$$

La recherche des courbes à torsion constante est équivalente à celle des surfaces applicables sur P; la solution de l'un ou l'autre problème doit réaliser un progrès important dans la recherche des surfaces à courbure totale constante. La détermination d'une classe importante de surfaces minima est liée intimement à cette même question.

2. Je me suis proposé d'étudier plus spécialement les surfaces S et S' algébriques en utilisant les résultats que j'ai obtenus sur les courbes à torsion constante [1].

---

[1] *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 613.

S, S′ et Σ sont algébriques si A est algébrique et réciproquement. Le cône C est alors algébrique et satisfait à un ensemble de conditions que j'ai étudiées. Les génératrices isotropes de C jouent un rôle important et conduisent, moins simplement toutefois que pour A, à la détermination du degré, de la classe, du genre de S, S′ et Σ.

Pour les points à l'infini de S et S′ le résultat est particulièrement simple : la section de S ou S′ par le plan de l'infini se compose exclusivement des tangentes au cercle de l'infini aux points où le cône C le rencontre.

3. Si l'une des surfaces S, S′ ou Σ admet un plan, un centre ou un arc de symétrie, ou un axe de rotation, cette propriété appartient aux deux autres. La recherche de celles de ces surfaces qui possèdent ces propriétés constitue un problème intéressant auquel s'appliquent les beaux résultats de M. Goursat [1].

Par exemple, si S est symétrique par rapport à un plan Π que l'on peut supposer passant par l'origine, le cône C et le cône conjugué C_1 sont symétriques l'un de l'autre par rapport à Π et réciproquement. Si donc les deux courbes B et B′ sont algébriquement distinctes, il y a deux cas suivant que B_1 est symétrique de B ou B′; dans le premier cas, la symétrie est de première espèce pour S, de seconde pour S′; dans le second cas c'est l'inverse. J'adopte ici les conventions de langage de M. Goursat; cet auteur les réserve pour les surfaces *simples*; ici, bien que S et S′ soient *doubles* en général, il est possible d'étendre la définition des deux espèces de symétrie.

La symétrie par rapport à un point, l'existence d'axes de rotation, donnent lieu à des résultats analogues.

4. L'exemple le plus simple est donné par la cubique de M. Lyon, correspondant à la courbe B :

$$c = \frac{1 + k^2 + t^2}{2k}, \qquad c' = i\,\frac{1 - k^2 + t^2}{2k}, \qquad c'' = \frac{t}{k}, \tag{5}$$

où t est le paramètre et k une constante arbitraire réelle. S et S′ sont de degré 12 et de classe 8. Le plan zOx est plan de symétrie de première espèce pour S, de seconde pour S′; le plan zOy est plan de symétrie de deuxième espèce pour S et de première pour S′.

5. M. Darboux a indiqué comment on peut déduire par dégénérescence

[1] *Annales de l'École Normale*, 1887.

de Σ, S et S′ une surface minima et l'ensemble de ses deux développées, applicables cette fois toutes deux *physiquement* sur la développée d'une caténoïde. Un certain nombre des propriétés précédentes subsistent.

Par exemple, pour la cubique de M. Lyon, effectuons sur la courbe B l'homothétie qui multiplie c, c', c'' par k et faisons ensuite $k = 0$, ce qui revient pour S, S′ et Σ à multiplier chaque coordonnée par k^2 puis à faire ensuite $k = 0$; nous obtenons la surface minima d'Enneper et les développées de cette surface.

GÉOMÉTRIE. — *Énumération des surfaces de Riemann régulières de genre un.* Note de M. **L.-E.-J. Brouwer**, présentée par M. Paul Appell.

Soient S une surface régulière de genre un; $a_1, a_2, \ldots, a_q$ ses points de ramification; si au point a_i les feuillets de la surface se partagent en cycles de r_i feuillets, quatre cas sont à distinguer ([1]) :

I.	$q = 4,$	$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 2.$		
II.	$q = 3,$	$r_1 = 2,$	$r_2 = 3,$	$r_3 = 6.$
III.	$q = 3,$	$r_1 = 4,$	$r_2 = 2,$	$r_3 = 4.$
IV.	$q = 3,$	$r_1 = r_2 = r_3 = 3.$		

Nous traçons une ligne de passage joignant a_1 et a_4 et passant par a_2 et a_3 au cas I; joignant a_1 et a_3 et passant par a_2 aux cas II, III et IV.

Soit R la surface à connexion simple *superposée* à S et se composant par conséquent d'une infinité de feuillets. Représentons R sur le plan euclidien P, la division de R en feuillets par les lignes de passage peut être représentée topologiquement par une division régulière de P en polygones fondamentaux. Ces polygones fondamentaux sont :

Au cas I, des rectangles présentant *deux* orientations différentes et dont la hauteur est à la largeur comme 2 à 1;

Au cas II, des triangles équilatéraux présentant *six* orientations différentes;

Au cas III, des carrés présentant *quatre* orientations différentes;

([1]) Voir, par exemple, Appell et Goursat, *Théorie des fonctions algébriques*, Paris, Gauthier-Villars, 1895, p. 241.

Au cas IV, des rhombes présentant *trois* orientations différentes et dont les angles sont égaux à $\frac{1}{3}\pi$ et $\frac{2}{3}\pi$ respectivement.

En prenant un polygone fondamental de chaque orientation et en joignant ces polygones, on forme un carré C aux cas I et III, un hexagone régulier H aux cas II et IV.

S'il existait deux polygones fondamentaux de P, différemment orientés et représentant le même feuillet de S, il existerait une rotation de P laissant invariants tous les points de S, ce qui évidemment est impossible. Donc, le groupe des transformations de P laissant invariants tous les points de S et *déterminant complètement la surface* S, est un *groupe de translations t*.

En choisissant sur P les axes des coordonnées perpendiculaires à deux côtés de C ou de H respectivement, et l'unité linéaire égale à la distance de deux côtés opposés de C ou de H respectivement, le groupe t, engendré par les deux transformations

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= x + n, \\ y' &= y \end{aligned} \right. \tag{1}$$

et

$$\left\{ \begin{aligned} x' &= x + m, \\ y' &= y + p \end{aligned} \right. \tag{2}$$

(m, n et p représentant des entiers), est assujetti à la seule condition d'être invariant pour une rotation de $\frac{1}{2}\pi$ au cas III, de $\frac{1}{3}\pi$ aux cas II et IV, ce qui entraîne pour m, n et p les conditions suivantes :

Au cas III, m et n divisibles par p et $\left(\frac{m}{p}\right)^2 + 1$ divisible par $\frac{n}{p}$;

Aux cas II et IV, m et n divisibles par p et $\left(\frac{m}{p}\right)^2 + \frac{m}{p} + 1$ divisible par $\frac{n}{p}$;

Au cas I non seulement les entiers m, n et p sont complètement arbitraires, mais on doit encore ajouter la possibilité que t est engendré par la *seule* translation (2).

ASTROPHYSIQUE. — *Température d'équilibre d'un astre gazeux pour un rayon quelconque.* Note [1] de M. **Alex. Véronnet**, présentée par M. B. Baillaud.

Dans une masse gazeuse analogue au Soleil, si l'on suppose la *densité uniforme* dans toute la masse, on aura un cas limite d'équilibre, car la température au centre, et en chaque point, est plus grande que pour tout autre état d'équilibre.

La formule des gaz réels et celle de la pression au centre donnent la relation suivante, entre le rayon r de l'astre et la température centrale T_0 :

$$(1) \qquad rT_0 = \frac{1}{2} f \frac{\mu M}{R}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_0}\right).$$

M et ρ sont la masse et la densité de l'astre, μ et ρ_0 la masse moléculaire et la densité limite du gaz.

En tenant compte de la conservation de la masse $\rho r^3 = \rho_1 r_1^3$ et de la loi de la dilatation cubique de ρ_0, étudiée dans une Note précédente [2] (on néglige ici 1 devant εT), on obtient la valeur de $\rho : \rho_0$, qui donne

$$(2) \qquad \frac{T_0}{T_1}\left(\frac{2}{\alpha_1}\frac{r}{r_1} + \frac{1}{3}\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_1}\frac{r_1^3}{r^3}\right) = 1,$$

où r_1 et T_1 sont le rayon et la température superficielle actuelle du Soleil, d_1, le paramètre caractéristique de l'astre, et ε le coefficient de dilatation dont la valeur maximum est $\varepsilon = 3,14\varepsilon_1$. Il y a là un maximum de T_0 pour $\rho = \frac{1}{4}\rho_0$, comme on l'a vu, d'où, en désignant par l'indice M les valeurs de r et de T_0, au maximum, on obtient

$$(3) \qquad \frac{r_M T_M}{r_1 T_1} = \frac{3}{8}\alpha_1 \qquad \text{et} \qquad \frac{r_M^3}{r_1^3} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1}\frac{d_1}{2}.$$

En donnant à r, dans (2), différentes valeurs, on obtient pour les valeurs

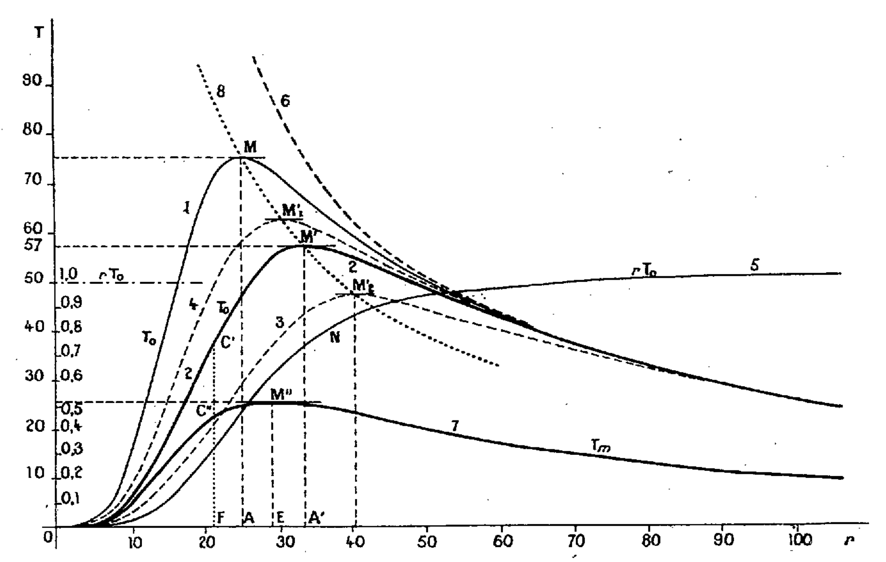
---

(1) Séance du 10 mars 1919.

(2) Voir *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 398. Les valeurs r_1 et T_1 sont le rayon et la température superficielle actuelle du Soleil.

correspondantes de T_0, le Tableau suivant, traduit par les courbes de la figure :

$r : r_1$......	1	2	4	8	10	20	30	50	100	500
ρ.........	1,41	0,126	0,022	2,13	1,09	0,137	0,040	0,009	10^{-3}	10^{-5}
$T_0 : T_1$....	3	24	192	1500	2800	11300	12000	8300	4240	848
$T_0 : 10^6$....	0,018	0,144	1,152	8,00	16,8	67,8	72,3	49,8	25,4	5,10
$T_0 : T_1$....	2	14.5	62	485	943	5620	9300	7940	4240	848
$T_0 : 10^6$....	0,012	0,087	0,371	2,91	5,66	33,7	55,8	47,6	25,4	5,10



Courbes de la température centrale et de la température moyenne d'un astre gazeux en fonction du rayon dans le cas d'une densité uniforme : 1, courbe de T_0 dans le cas d'une dilatation cubique, constante de la densité limite du gaz ; 2, courbe probable avec coefficient de dilatation variable ; 3 et 4, courbes limites ; 5, courbe de rT_0 ; 6, courbe des gaz parfaits ; 7, courbe de la température moyenne avec coefficient de dilatation probable. — Les températures sont en millions de degrés, les rayons sont en rayons solaires, la masse considérée étant celle du Soleil.

Les troisième et quatrième lignes, courbe 1, donnent les valeurs de T_0 par rapport à T_1 et en millions de degrés, dans le cas où l'on regarde le coefficient de dilatation ε comme constant, la température centrale étant le triple de la température superficielle du noyau. La température maximum est alors de 75 millions de degrés, le rayon correspondant de 25,5 fois le rayon solaire et la densité voisine de celle de l'hydrogène normal.

Les cinquième et sixième lignes donnent les mêmes valeurs où l'on tient compte de la variation probable de ε. La température centrale actuelle du Soleil serait alors environ le double de la température superficielle du noyau (première colonne). La température maximum est de 57 millions de degrés avec un rayon égal à 34 et une densité moitié moindre que précédemment, courbe 2.

Les courbes 3 et 4 sont celles obtenues en admettant que la dilatation actuelle du Soleil, par rapport à 0°, est de 12 ou de 4 au lieu de 8, valeur probable. La courbe 6 est celle que l'on obtiendrait en appliquant au Soleil la formule des gaz parfaits, hyperbole équilatère, $rT_o = \frac{1}{2}\alpha$. Toutes ces courbes se confondent vers la droite, avant même $r = 100$, où la densité devient égale au millième de celle de l'air. La masse se comporte alors naturellement, comme un gaz parfait.

La courbe 8 est une autre hyperbole équilatère déterminée par la formule (3) et sur laquelle se trouvera toujours le maximum de température, quelle que soit la loi de dilatation. La courbe 7 donne la température moyenne calculée dans le cas de la variation de ε. Elle est sensiblement égale à la température centrale pour les faibles rayons, cas du Soleil, et aux $\frac{3}{5}$ de cette valeur pour les grandes dilatations, $r > 30$. Le maximum de la température moyenne est de 26 millions de degrés pour $r = 28{,}6\, r_1$. Enfin, la courbe 5 donne les valeurs de rT_0, toujours croissantes avec r d'après (2) et qui tendent vers la limite $\frac{1}{2}\alpha_1$, des gaz parfaits.

Au maximum de température centrale, la pression centrale serait réduite à 1000^{atm}. Il y aurait certainement dissociation des molécules et sans doute ionisation intense, ce qui diminuerait considérablement le poids moléculaire moyen. On démontre que la température maximum est proportionnelle au poids moléculaire, le rayon restant le même. La température maximum de 57 millions de degrés serait ramenée à 260 000 degrés seulement, dans le cas où la masse moléculaire moyenne serait ramenée à l'unité.

CHIMIE-PHYSIQUE. — *Théorie de la solubilité*. Note [1] de M. **Albert Colson**, présentée par M. G. Lippmann.

Par deux voies différentes [2] les principes de la Thermodynamique m'ont conduit à une formule rationnelle qui exprime nécessairement toutes les

---

[1] Séance du 24 mars 1919.

[2] *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 753, et t. 163, p. 57.

particularités de la solubilité : sens du phénomène, points anguleux, eutexie, etc.

L'expérience montre que la concentration C d'une solution, c'est-à-dire le poids de sel anhydre renfermé dans 100^g de solution saturée à T°, varie dans le même sens que la pression osmotique p, et cette condition s'exprime ([1]) par l'égalité $i\frac{dC}{dT} = \frac{dp}{dT}$, i étant un coefficient égal ou supérieur à l'unité; la formule rationnelle de la solubilité devient alors

$$425 \times L = T(V + \varepsilon) i \frac{dC}{dT}.$$

Mais elle n'entraîne plus l'assimilation des corps dissous aux vapeurs saturées, généralement admise ([2]), bien que l'intervention du solvant augmente d'une unité la variance du système en transformation. Ce défaut disparaît dans la nouvelle formule où le travail de transformation à T°, mesuré par la chaleur de saturation L, est relié non seulement à la contraction ε du système final comme dans tout changement d'état, mais encore au volume V de solvant que sature la molécule dissoute. L'importance de cette nouvelle variable V est considérable, car cette quantité (toujours positive et supérieure à la contraction ε) *caractérise la solubilité d'un corps défini*, $SO^4Na^2, 7H^2O$ par exemple, tandis que la concentration ou poids de sel anhydre peut correspondre à divers degrés d'hydratation.

Solubilité d'un sel défini. — D'après la formule, l'allure du phénomène est régie par la valeur de la chaleur de saturation L, et l'on voit que la concentration croît avec T si L est positif, décroît si L est négatif.

Maximum de solubilité. — Ce maximum correspond à $L = 0$ et se rencontre exclusivement dans le cas des corps définis, se dissolvant et se séparant dans le même état : gypse, hydrate de chaux, etc. Autrement, l'isomérisation ou l'hydratation du corps dissous ne donne lieu qu'à des changements brusques figurés par un point anguleux de la courbe de concentration, $C = f(T)$.

Points anguleux. — Si, en effet, par le refroidissement d'une solution saturée d'un sel A, on observe à T° l'apparition d'un sel plus hydraté

([1]) CHESNEAU, *Lois générales de la Chimie*, p. 180-184.

([2]) CHESNEAU, *Ibid.*

$A' = A, nH^2O$, il est manifeste que le volume V du solvant change brusquement dans le rapport de V à $V - nH^2O$.

Ce brusque changement du volume dissolvant à la suite de l'hydratation du sel dénote l'existence de deux valeurs de la *solubilité* à T°, provenant évidemment de ce que chaque corps possède une solubilité propre. Si l'on construit les deux courbes de solubilité des sels A et A' en fonction de la température T, ces deux courbes seront distinctes. Dans le cas qui nous occupe, la concentration est la même à T° pour les deux sels, ce qui veut dire que les deux courbes de *concentration* se coupent à T°. Ce point, qui marque le passage de la solubilité du sel A à celle du sel A', est un point anguleux qui ne correspond ni à un maximum ni à un minimum de saturation si la chaleur de saturation ne change pas de signe.

La rencontre de deux courbes n'a même pas toujours lieu, c'est le cas des hydrates de soude à 10^{mol} et à 7^{mol} d'eau, depuis longtemps signalé par Lœvel dans ses expériences classiques.

D'après mes recherches antérieures, la chaleur de saturation du sel marin reste positive au-dessous de zéro et elle correspond au point anguleux signalé par Duhem (1) à propos de la formation de l'hydrate $NaCl, 2H^2O$.

L'existence de ces points anguleux paraît d'ailleurs fréquente, bien que peu signalée, dans les sels hydratés. Voici comment M. Raynal et moi l'avons mise en évidence dans le cas du formiate de soude. D'une part, la solubilité du formiate croît continuellement de 0° à 60° C.; d'autre part, il se dépose du sel anhydre à 24° et du sel trihydraté vers 18°. Or, en mesurant la différence $F - f$, égale et de signe contraire à L, par la méthode indiquée aux *Comptes rendus*, t. 161, p. 414, nous avons trouvé, pour le sel anhydre à 25°,4 : $F - f = 559$ *frigories* et pour le sel hydraté à 18° : $F - f = 5820$ *frigories*. Donc $\frac{dC}{dT}$ éprouve une très brusque variation, mais reste positif à la température intermédiaire où l'hydrate apparaît, conditions caractéristiques du point anguleux.

Summum de solubilité. — Le sulfate de soude $SO^4Na^2, 10H^2O$ présente une solubilité croissante jusqu'à 33°; or, la concentration décroissante au-dessus de cette température ne correspond plus à cet hydrate, mais au sel anhydre SO^4Na^2 dont on constate le dépôt. Ce n'est donc pas un véritable maximum de solubilité que l'on observe, mais un arrêt dû à la transforma-

(1) Duhem, *Thermodynamique et Chimie*, p. 187.

tion de l'hydrate en sel anhydre, arrêt figuré par un point anguleux, sommet de la figure résultant de l'intersection des deux courbes de concentration. Mais pour qu'il y ait un sommet figurant le summum de solubilité, il faut que la deuxième courbe soit décroissante, ce qui exige que L soit négative à 33°. Les considérations de Pauchon [1], invoquées par Duhem à l'appui de cette décroissance, ne sont pas concluantes parce qu'elles n'indiquent aucun chiffre. Voici, au contraire, celles que j'ai faites à ce sujet dans les conditions de saturation et de température exigées par la formule générale de solubilité, et en opérant dans un vase de Dewar :

Sulfate anhydre à 35° C......... $F-f=$ 2100 calories
Sulfate décahydraté à 32° C..... $F-f=$ 17100 frigories

Ces valeurs établissent le changement brusque de $\frac{dC}{dT}$ et montrent l'adaptation de ma formule à ce cas.

OPTIQUE. — *Sur l'absorption par les milieux troubles. Dispersion par diffusion intérieure.* Note [2] de MM. **Charles Chéneveau** et **René Audubert**, présentée par M. G. Lippmann.

1. Dans une précédente Note, nous avons montré que l'on pouvait indifféremment représenter l'absorption par les milieux troubles à grosses particules, soit par la relation

$$1-\frac{I}{I_0}=e^{-\frac{Ad^{\beta}}{(Nd^{3})^{\alpha}}}, \tag{1}$$

soit par la formule de Lord Rayleigh transformée :

$$1-\frac{I}{I_0}=1-e^{-\frac{KNd}{\lambda^{n}}}. \tag{2}$$

La variation de l'absorption pour les différentes radiations est mise en évidence d'une façon très nette par cette dernière formule, qui permet de déterminer simplement la valeur de n, exposant de la longueur d'onde. En mesurant, en effet, les intensités I' et I'' transmises pour deux longueurs

---

(1) Pauchon, *Comptes rendus*, t. 97, 1883, p. 1555.
(2) Séance du 17 mars 1919.

d'onde λ' et λ'', on a

$$n = \frac{\log\left(-\log\frac{I'}{I_0}\right) - \log\left(-\log\frac{I''}{I_0}\right)}{\log\lambda' - \log\lambda''}.$$

2. Nous avons fait systématiquement l'étude de la variation de n en fonction de N et de d (nombre et diamètre des grains), pour des suspensions de gomme-gutte et de mastic. Les résultats, représentés dans les courbes des figures 1 et 2, sont les suivants :

1° Pour chaque diamètre, les courbes $n = f(N)$ (*fig.* 1) présentent un

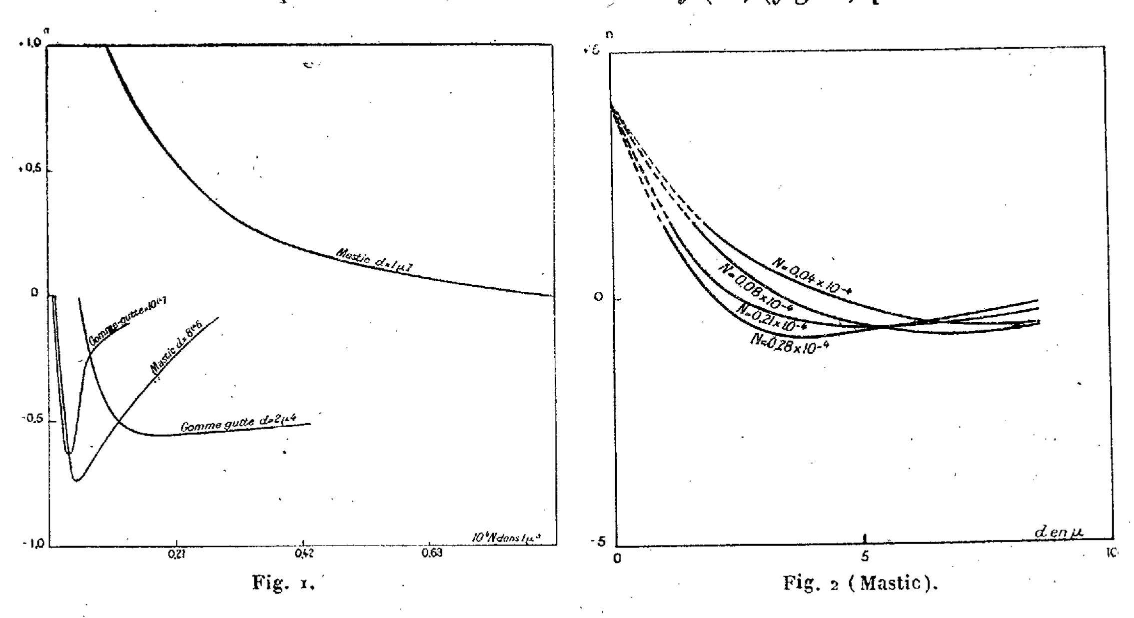


Fig. 1. Fig. 2 (Mastic).

minimum surtout accentué pour les gros diamètres; dans les limites de l'expérience, la loi de variation de n semble, pour de petits diamètres et de grandes concentrations, pouvoir être représentée par la relation

$$n = A + B \log N.$$

2° Les courbes $n = \varphi(d)$ (*fig.* 2) présentent également des minima d'autant plus éloignés de l'origine que N est plus faible ; en outre, les prolongements de ces courbes semblent concourantes au point $n = 4$ pour des valeurs de d voisines de zéro. Ce résultat confirme la loi de Lord Rayleigh pour les petites particules.

3° n est donc une fonction de deux variables, N et d, et peut prendre toutes les valeurs possibles, positives ou négatives, entre une limite supérieure qui est très vraisemblablement 4 et une limite inférieure qui, dans nos expériences, n'a pas dépassé -1. Quand n est positif, le milieu est plus absorbant pour les petites longueurs d'onde; le contraire a lieu quand n est négatif, le rouge étant le plus dispersé. En particulier, à diamètre constant, la dispersion du milieu étant seulement fonction du nombre de particules, n peut passer d'une valeur négative à une valeur positive, quand N diminue. Nous avons obtenu des résultats très nets avec des suspensions de gomme-gutte et de mastic de diamètre $1^{\mu},7$. Pour la première, quand N varie de 4.10^7 à 5.10^6 par centimètre cube, n passe de $-0,75$ à $+0,70$; pour la seconde, quand N varie de $2,5.10^8$ à $1,6.10^7$ par centimètre cube, n passe de $-0,51$ à $+1,0$.

3. Si l'on se reporte aux formules (1) et (2), précédemment établies pour l'absorption par les milieux troubles à grosses particules, on peut obtenir, en les égalant, l'équation approchée suivante représentant, dans les limites de l'expérience, la variation de n :

$$n = \frac{1}{\log\lambda}\left[\log K + \log d + \log N + \frac{A\,d^{\beta}}{(N\,d^3)^{\alpha}}\right].$$

Cette équation représente bien une courbe passant par un minimum quand N ou d sont indifféremment considérés comme variables et, dans les limites où nos déterminations ont été faites, les valeurs observées pour n sont, aux erreurs d'expérience près, égales aux valeurs calculées par la formule. Cette formule montre bien aussi que le minimum de la courbe $n = f(N)$ est d'autant plus accentué que le diamètre est notable, et que, si N est grand. la variation est logarithmique.

4. Si l'on étudie la loi de variation de n pour des mélanges constitués par des particules de différents diamètres, on peut représenter, entre les limites expérimentales, la variation de n avec le nombre N de particules par la loi :

$$n = a + b \log N.$$

5. En portant en abscisses les valeurs de $\frac{I}{I_0}$ et en ordonnées les valeurs correspondantes de n, nous avons obtenu des courbes dont l'allure est analogue à celle des courbes précédentes. Certaines présentent également un minimum et toutes, prolongées, paraissent passer par le point $n = 4$, résultat déjà obtenu en considérant la variation de n par rapport à d.

6. En résumé, l'étude de la variation de l'exposant n de la longueur d'onde dans la formule obtenue en transformant celle de lord Rayleigh pour des milieux à grosses particules (1^{μ} à 12^{μ}) montre que cet exposant dépend à la fois de la grosseur et du nombre des particules. Il peut, en outre, prendre des valeurs indifféremment positives ou négatives suivant que le bleu est plus dispersé que le rouge ou inversement.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la production d'un courant continu par application d'une force électromotrice alternative à un voltamètre à électrodes de platine.* Note (¹) de M. **P. Vaillant**, présentée par M. J. Violle.

On sait qu'un galvanomètre Desprez-d'Arsonval pour courant continu donne d'ordinaire une déviation en courant alternatif du fait de la réaction du circuit mobile sur le noyau et de l'aimantation transversale que prend celui-ci. Cette déviation peut être réduite par la mise en série avec le cadre mobile d'un cadre fixe parcouru par le courant en sens inverse; avec les galvanomètres de types courants, dont la sensibilité est de l'ordre de 10^{-9} ampère, elle est d'ailleurs négligeable tant que le courant alternatif ne dépasse pas 1 milliampère. En s'arrangeant, par l'emploi de shunts et de résistances additionnelles, pour rester en deçà de cette limite, il devient possible d'utiliser l'instrument à l'étude des divers phénomènes de redressement du courant, le galvanomètre permettant de reconnaître une très petite différence d'intensité dans les deux sens.

En particulier, on peut se servir du procédé pour étudier, dans des conditions de grande sensibilité, le phénomène classique de redressement produit par l'interposition, dans un circuit à courant alternatif, d'une cuve électrolytique. Une cuve à électrodes de même nature mais d'inégales dimensions fonctionne toujours plus ou moins comme redresseur, même pour des courants très faibles. La polarisation moyenne des deux électrodes est loin d'être nulle et, en général, n'est pas la même pour toutes deux. Le fait peut d'ailleurs être prévu, si l'on admet que la capacité de polarisation d'une électrode dépend du sens de cette polarisation.

Le montage est en principe le suivant. Sur un secteur à courant alternatif (120 volts) est branché un circuit qui comprend la cuve électrolytique, un rhéostat R et un galvanomètre A de sensibilité convenablement réduite. La cuve porte trois électrodes : une G de grande surface, une seconde P du type Wolaston et une électrode indiffé-

---

(¹) Séance du 10 mars 1919.

rente N. En dérivation sur cette cuve est un second galvanomètre V dont une borne est reliée à N et dont l'autre, par l'intermédiaire d'une grande résistance R' (1 mégohm), peut être reliée à volonté à l'une ou à l'autre des électrodes actives. A fonctionne comme ampèremètre pour le courant continu et V comme voltmètre pour la mesure des polarisations (¹). Avant chaque mesure on s'assure, soit par la mise en court circuit de la cuve, soit par la substitution à cette cuve d'une résistance métallique du même ordre de grandeur, que A et V ne subissent, du fait du courant alternatif, aucune déviation.

Enfin un électromètre monté en homostatique permet de déterminer l'ordre de grandeur de la résistance de la cuve par comparaison avec une résistance étalon branchée sur le même circuit.

On indiquera, dans cette Note, les résultats obtenus sur des électrodes de platine plongées dans de l'eau acidulée par SO^4H^2 (surface de G, 370^{mm^2}; surface de P, 1^{mm^2} environ).

Ces résultats sont rassemblés dans le Tableau suivant : I représente l'intensité efficace en milliampères du courant alternatif dans la cuve, I' l'intensité efficace dans le galvanomètre A, E l'ordre de grandeur en volts de la différence de potentiel alternative entre les électrodes (résistance de la cuve comprise entre 90 et 100 ohms), e_1 et e_2 les polarisations en millivolts de P et de G par rapport à N, i_1 l'intensité en microampères que donnerait la force électromotrice $(e_1 - e_2)$ dans le circuit fermé (cuve — R — A), i l'intensité continue qui se superpose effectivement dans le circuit au courant alternatif I, comptée, positivement dans le sens de i_1.

I.	I'.	E.	e_1.	e_2.	i_1.	i.	
12	0,10	1,2	— 13,7	— 13,0	1,40	1,53	
20	0,12	2	— 5,5	— 13,0	2,84	3,98	
40	0,17	4	+ 19,3	— 9,2	19,0	22,8	
60	0,26	6	+ 30,4	+ 1,3	29,0	29,6	
120	0,11	12	+ 232	+ 179	106	102	dégagement gazeux sur la petite électrode.

La polarisation, d'abord négative et sensiblement égale (²) pour les deux

(¹) En réalité, la fermeture du circuit dérivé N V R' (P, G) fait que N cesse d'être indifférente et se polarise à son tour. Étant donnée la grande résistance de la dérivation, on peut toutefois admettre que cette polarisation reste négligeable.

(²) Bien qu'égales, les deux polarisations ne s'établissent dans leurs valeurs définitives qu'après des temps notablement différents. L'établissement est quasi instantané pour la petite électrode, tandis qu'il nécessite plusieurs minutes pour la grande. Dans chaque mesure, on a attendu que les spots restent stationnaires.

électrodes, diminue lorsque la force électromotrice alternative appliquée augmente, devient positive et va en croissant de plus en plus. Mais elle varie plus vite pour la petite électrode que pour la grande, en sorte que la première devient positive par rapport à la seconde, la différence $e_1 - e_2$ devenant de plus en plus grande. Quant au courant i, bien que différent du courant i_1, il en reste assez voisin pour qu'on puisse attribuer les écarts au fait que la résistance R du circuit est mal connue, de sorte qu'il n'est guère possible d'affirmer qu'en dehors de la polarisation, il intervient d'autres causes de redressement.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la mobilité des atomes d'hydrogène dans les molécules organiques. Action de la phénylhydrazine sur les dioxindols.* Note de M. J. **Martinet**, présentée par M. A. Haller.

Parmi les causes qui peuvent influer sur la mobilité des atomes d'hydrogène, deux sont particulièrement importantes : le voisinage d'éléments à caractère électronégatif et une position particulière par rapport aux doubles liaisons.

Si deux atomes α et β sont unis par une simple liaison, un atome d'hydrogène porté par α est mobile si β porte une double liaison

$$H\alpha - \beta =.$$

Considérons la formule molécule du dioxindol :

H (1)
$C_\alpha OH$ (2)
$C_\beta = O$
N
H

des deux atomes d'hydrogène de son groupement fonctionnement alcool secondaire, l'un (1) est dans la position remarquable indiqué, l'autre (2) est réuni à un atome d'oxygène. Par suite, bien que le groupe carbonyle des dioxindols ait un caractère lactamique et non cétonique, ces corps ont une structure moléculaire qui rappelle celle des alcools-α-cétoniques. Or, on sait que la phénylhydrazine agit sur cette classe de composés pour donner des diphénylhydrazones ou osazones.

Si l'on explique la facilité d'oxydation de la fonction alcool secondaire par sa position vis-à-vis de la double liaison du groupement cétonique, on peut prévoir une action analogue sur le dioxindol. Par action de la phénylhydrazine sur un dioxindol, on obtiendrait donc une phénylhydrazone du type :

$C = N - NH.C^6H^5$

$C = O$

N

H

Une molécule de phénylhydrazine agirait comme oxydant, une autre entrerait en combinaison. L'expérience a confirmé cette manière de voir. Nous avons vérifié le fait sur le dioxindol et cinq de ses homologues choisis dans des groupes variés : le 5-méthyldioxindol, le 5.7-diméthyldioxindol, l'α-naphtodioxindol, le 1.7-triméthylène-dioxindol et le 5-méthyl-1.7-triméthylène-dioxindol.

Le premier de ces dioxindols a été préparé par réduction de l'isatine à l'aide de l'hydrosulfite de sodium en milieu aqueux, les autres par saponification à l'abri de l'air des éthers dioxindol-3-carboniques correspondants.

Pour mettre en évidence l'action oxydante de la phénylhydrazine, nous avons opéré dans une atmosphère d'hydrogène; au contact de l'air la réaction se comporte d'ailleurs d'une manière identique. L'opération a été effectuée dans des milieux variés, eau, alcool, acide acétique ou leur mélange. Les résultats ont toujours été bons.

La réaction est presque immédiate à la température d'ébullition du solvant.

A partir du dioxindol, du méthyl-5-dioxindol, du 5.7-diméthyldioxindol, nous avons ainsi préparé l'isatine-phénylhydrazone (F. 211°), la 5-méthylisatine-phénylhydrazone (F. 268°) et la 5.7-diméthylisatine-phénylhydrazone (F. 272°). La phénylhydrazone de l'α-naphtisatine obtenue à partir de l'α-naphtodioxindol se purifie plus difficilement que celle obtenue à partir de l'isatine elle-même; elle fond à 278° au lieu de 286°. Mentionnons, d'ailleurs, que Hinsberg [1] donne pour ce corps 270°, et récemment, F. Mayer et F. Oppenheimer [2] ont publié un point

---

[1] Hinsberg, *Deutsche Chem. Ges.*, t. 21, 1888, p. 117.

[2] Mayer et Hoppenheimer, *Deutsche Chem. Ges.*, t. 51, 1918, p. 1239.

de fusion égal à 262°. Le triméthylène-1.7-dioxindol donne naissance à la phénylhydrazone de la triméthylène-1.7-isatine (formule I); en milieu alcoolique cristallisé dans l'alcool et dans l'acide acétique, ce produit fond à 142°, tandis que la phénylhydrazone, préparée à partir de l'isatine même, fond à 150°. Mais les deux produits sont identiques d'aspect et de propriétés. Leur mélange en proportions variables fond à des températures toujours comprises entre 142° et 150°.

Ces faits permettent de conclure à l'identité

$C = N - NHC^6H^5$

CO

N

H^2C CH^2

CH^2

(I).

Le 5-méthyl-1.7-triméthylène-dioxindol donne, dans les mêmes conditions, la 5-méthyl-1.7-triméthylène-isatine-phénylhydrazone qui, cristallisée dans l'acide acétique, fond à 177°.

Les dioxindols offrent donc un exemple de corps qui, sans posséder de fonction aldéhydique ou cétonique, donnent avec une grande facilité des phénylhydrazones.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur quelques exemples de « compression de cyclone ».* Note de M. GABRIEL GUILBERT, présentée par M. le général Bourgeois.

Les centres cycloniques plus ou moins profonds présentent parfois le phénomène d'une disparition très rapide, en 24 heures, ou même dans un temps bien moindre.

Les derniers mois ont présenté de beaux exemples de ce phénomène, que nous désignons par « compression de cyclone » et que nous citons ci-après.

29 *septembre* 1918 : Une dépression (baisse de 13^{mm}) se trouve à l'ouest de la Hollande, entourée de vents très forts de Sud-Ouest et de Nord-Est. Le lendemain, le cyclone a disparu avec une hausse de 20^{mm}.

Nos principes de prévision permettent de prévoir ces phénomènes sou-

dains. En particulier, nous avons annoncé au Bureau météorologique militaire, à 1^{mm} près, les variations de pression du 30 septembre au 1er octobre 1918 et spécifié que la pression monterait sur la Hollande et baisserait à Nice, ce qui a été pleinement vérifié.

9 *janvier* 1919 : Un cyclone (727^{mm} avec baisse de $13^{mm},9$ à Holyhead) existe sur l'Irlande. Les vents tempétueux qu'il provoque nous permettent d'annoncer sa disparition avec hausse de 20^{mm} à 25^{mm}. On observe $21^{mm},8$.

18 *janvier* 1919 : Faible dépression en Gascogne (7^{mm} de baisse); vents assez forts du Nord-Est à Arcachon, très fort du Sud-Ouest à Biarritz. Nous annonçons 8^{mm} de hausse et la destruction de la dépression. C'est ce que confirme la carte du lendemain.

Ces prévisions sont la conséquence d'un de nos principes et d'une de nos règles en particulier :

« Toute dépression, entourée de tous côtés par des vents convergents et anormaux par excès, sera comblée sur place dans les 24 heures, quelquefois en 12 heures, avec hausse barométrique maximum au centre. »

De nombreux cas justifient cette règle.

En fait, les excès de vitesse dans les vents de surface éteignent les tempêtes. La destruction totale d'un cyclone est toutefois assez rare, tandis que les modifications de son intensité sont quotidiennes.

Nos principes de prévision exposés dans l'ouvrage : *Nouvelle méthode de prévision du temps*, permettent d'établir chaque jour une délimitation, généralement exacte, des zones de hausse ou de baisse barométrique sur la carte isobarique entière, et même une évaluation numérique souvent approchée, et nous insistons sur ce fait que ces prévisions sont du ressort de tout météorologiste, qu'il soit ou non très expérimenté.

Comme il est hors de doute, sauf exception, que le temps, au sens littéral du mot (état du ciel, précipitations, vent, température), est sous la dépendance de la distribution des pressions, il s'ensuit que toute prévision rationnelle du temps doit s'accompagner de la prévision chiffrée des variations de pression.

Il nous paraît qu'on puisse alors dire, et ce seront nos conclusions :

1° Qu'il y a une relation directe entre les variations de pression et les vents courants de surface, à l'exclusion des vents de montagne ou supérieurs;

2° Que la destruction et l'aggravation des cyclones sont, pour ainsi dire, causées par la convergence ou la divergence des vents de surface;

3° Que, sous toutes les latitudes, l'évolution des cyclones est liée à des causes mécaniques, sans qu'il soit aucunement nécessaire de faire intervenir des actions thermiques, hygrométriques ou extraterrestres : lunaire, solaire ou planétaire.

BOTANIQUE. — *La détermination des bois de deux* Dalbergia *de Madagascar, d'après les caractères de leurs matières colorantes.* Note de M. **Aimé Jauffret**, présentée par M. Gaston Bonnier.

L'étude des matières colorantes des bois n'offre pas seulement un intérêt technique ; au point de vue purement botanique, qui est celui auquel nous voulons nous placer ici, l'examen des réactions colorées, ainsi que des spectres d'absorption que présentent certaines solutions de ces substances, peut encore permettre, en l'absence des autres parties de la plante, l'identification des espèces auxquelles ces bois appartiennent. C'est ce que démontrent bien, par exemple, les recherches que nous venons de faire sur deux *Dalbergia* de Madagascar.

Nous avons traité par différents solvants de la poudre de bois de ces deux *Dalbergia*, et nous avons soumis à divers réactifs les solutions obtenues, en même temps que nous avons déterminé les spectres d'absorption de ces solutions.

Les deux *Dalbergia* étudiés sont le *Dalbergia Perrieri* Drake, ou *manipika* du nord-ouest de Madagascar, et le *Dalbergia ikopensis* Jum. et Perr., qui est l'un des *manary* de la même région.

Normalement, le bois du *D. Perrieri* est de couleur lie de vin, et celui du *D. ikopensis* est d'un rouge brunâtre moins foncé.

Après séjour de 24 heures dans l'alcool à 95°, la poudre du bois de *D. Perrieri* donne une solution qui, filtrée, est rouge, mais devient : orangée par l'acide sulfurique, brun orangé foncé par la soude caustique et l'ammoniaque, rouge orangé par le perchlorure de fer et orangée par le bisulfite de soude.

Dans les mêmes conditions, la solution de *D. ikopensis* est orangée lorsqu'elle a été filtrée et ne change pas de teinte par l'acide sulfurique, tandis qu'elle devient orangé brun par la soude caustique, l'ammoniaque et le perchlorure de fer, et orangée par le bisulfite de soude.

D'autre part, la poudre du *D. Perrieri* donne des solutions : orangée avec l'éther, rouge avec le chloroforme, orangé jaune clair avec le benzène. La

poudre de *D. ikopensis* donne des solutions : orangé clair avec l'éther, le sulfure de carbone et le benzène; orangée avec le chloroforme.

Au point de vue spectroscopique, la solution alcoolique, préparée avec de la poudre de bois du *D. Perrieri* donne un spectre caractérisé par une absorption unilatérale qui va en croissant depuis $590^{\mu\mu}$ et décroît sensiblement dans le violet; et cette même solution additionnée de quelques gouttes d'acide sulfurique présente un spectre avec absorption totale au delà de $536^{\mu\mu}$. Avec la solution alcoolique de la poudre de bois du *D. ikopensis*, on a un spectre dont l'absorption croît depuis $572^{\mu\mu}$ jusqu'à $548^{\mu\mu}$, pour devenir totale au delà.

Tous ces caractères étant, comme nous avons pu nous en assurer, constants pour une espèce donnée, et les bois des nombreuses espèces que nous avons déjà étudiées, en plus des deux précédents, offrant des caractères bien distincts, on voit comment des tableaux, basés sur ces réactions et sur les spectres d'absorption de ces solutions colorées, doivent permettre la détermination des bois de nos collections ou de certains bois importés sous des noms imprécis, surtout au fur et à mesure que ces tableaux pourront être établis avec des échantillons d'origine botanique certaine.

BOTANIQUE. — *Recherches sur le développement comparé de la Laitue au soleil et à l'ombre.* Note de M. **Lucien Daniel**, présentée par M. Gaston Bonnier.

On sait que certaines plantes sauvages exposées à une lumière atténuée subissent des modifications, variable avec les espèces; les entrenœuds sont d'autant plus longs que la lumière est plus faible; l'inflorescence est plus divariquée à l'ombre et la fonction reproductrice y est entravée ou même annihilée. La forme des feuilles peut se modifier; ainsi chez la Campanule à feuilles rondes, qui possède des feuilles lancéolées sur sa tige aérienne, on ne trouve plus à l'ombre que des feuilles rondes. Je me suis proposé de chercher comment se comporte, en pleine lumière et à mi-ombre, aux phases de rosette et de fructification, la Laitue cultivée quand on assure l'harmonie des autres facteurs de croissance ou quand, au contraire, varie le régime de l'eau. J'ai fait mes expériences en 1917, année normale, et en 1918, année à été sec. Les Laitues qui m'ont servi provenaient de graines fournies par un même pied, issu d'une race que je sélectionne avec soin depuis 15 ans; elles furent plantées dans un sol ayant la même composition

physique et chimique, les unes en plein soleil, les autres à une lumière moitié plus faible.

En 1917, les conditions climatologiques relatives à l'eau furent très favorables. Les pieds au soleil fournirent tous une pomme arrondie, à feuilles serrées, tendres et blanches à l'intérieur, au nombre de 30 à 36 suivant les cas. Les plus externes, vertes et recourbées sur le sol, étaient orbiculaires et fortement gaufrées; elles avaient en moyenne 15^{cm} de long sur 20^{cm} de large. Les pieds à mi-ombre ne pommèrent pas; leur rosette très plate avait des feuilles étalées à la façon de l'Épinard, entièrement vertes et à peine bosselées; elles étaient au nombre de 12 à 20; elles avaient en moyenne 17^{cm} de long sur 11^{cm} de large; elles étaient lancéolées à leur sommet; et leur saveur était amère et leur dureté plus grande. A la fin de la phase de fructification qui fut plus précoce au soleil, on constatait des différences tranchées entre les deux séries de Laitues. Les tiges aériennes, venues en pleine lumière, présentaient, en moyennes calculées pour 50 pieds par série, 12 feuilles séparées par des entrenœuds de $2^{cm},5$; l'inflorescence, assez serrée, avait 35^{cm} de hauteur et la longueur totale de la plante, du collet au sommet de la tige, était de 72^{cm}. Les rameaux portant directement les capitules avaient 10^{cm}; le nombre de ceux-ci était de 3287; leur longueur, de 10^{mm}; le nombres des akènes fertiles par capitule était de 24. Chez les Laitues à mi-ombre, les moyennes étaient bien différentes pour le même nombre de pieds. Les feuilles, au nombre de 18, étaient séparées par des entrenœuds de $3^{cm},5$; l'inflorescence divariquée avait 52^{cm} de hauteur; la longueur totale de la plante était de 110^{cm}. Les rameaux portant chaque capitule avaient 12^{mm}; le nombre de ceux-ci était de 425 et leur longueur de 12^{mm}; le nombre des akènes fertiles était de 13 seulement.

En 1918, je recommençai la même expérience. Pendant la phase de rosette, les conditions climatologiques étant sensiblement analogues à celles de 1917, j'obtins des résultats de même nature. Mais après la formation de la pomme au soleil survint une sécheresse assez prolongée qui amena, lors de la montée à fleurs, des phénomènes différents de ceux de 1917; ces différences provenaient de ce que les Laitues à mi-ombre, recouvertes d'un écran laissant passer une partie de la lumière, ne bénéficiaient pas de la rosée de la nuit et refroidissaient moins leur appareil aérien, ce qui les faisait vivre en sol plus sec que les Laitues au soleil. La phase de fructification fut plus retardée encore qu'en 1917 pour les Laitues cultivées à la lumière atténuée. A la fin de cette phase, je trouvai les moyennes suivantes, pour 50 pieds, dans les deux séries d'expériences : au soleil, un pied avait 10 feuilles séparées par des entrenœuds de $1^{cm},8$; l'inflorescence, plus serrée, avait 25^{cm} de long; la hauteur totale était de 45^{cm}; la longueur des rameaux, portant directement les capitules était de 6^{cm}; le nombre de ceux-ci n'était plus que de 2350 et leur longueur de 9^{mm}; ils contenaient seulement 14 akènes fertiles. A mi-ombre, le pied avait 15 feuilles séparées par des entrenœuds de 3^{cm}; l'inflorescence très serrée et réduite avait 15^{cm} de longueur; la hauteur totale était de 60^{cm}; les rameaux portant chaque capitule avaient 4^{cm}; ceux-ci,

au nombre de 31 seulement, avaient 8^{mm} de long et portaient 9 akènes fertiles, de couleur plus pâle, moins bien constitués et à aigrette portée par un pédicelle plus court.

Ces résultats, qui complètent ceux que j'ai rapportés dans mes précédentes Notes, sont intéressants à divers titres. Ils montrent tout d'abord que, contrairement à ce qui se passe pour la Campanule, la lumière atténuée transforme les feuilles orbiculaires de la rosette en feuilles allongées; en même temps elle nuit à la formation de la pomme d'autant plus que la lumière est plus réduite. Par ailleurs, si l'optimum est réalisé pour les autres facteurs du développement, la Laitue se comporte comme le font les autres plantes soumises à une lumière atténuée, et il y a chez elle une corrélation très nette entre les développements respectifs des appareils végétatif et reproducteur. Si le régime de l'eau est réduit, l'action inhibitrice de la lumière sur la croissance est, en mi-ombre, compensée plus ou moins vite, puis annihilée; la taille se réduit en même temps que s'affaiblissent rapidement les facultés reproductrices sexuelles. Donc, dans les limites de l'optimum d'éclairement, la lumière ne permet d'obtenir le maximum de développement qu'à la condition d'assurer l'harmonie complète des autres facteurs et en particulier du régime de l'eau : de là, les bons effets de l'arrosage capillaire continu [1].

Au bord de la mer, où les à-coups de végétation sont plus intenses et plus fréquents qu'à l'intérieur des terres, cette harmonie existe plus rarement et dépend des stations et des saisons variables comme météorologie suivant les années. Quand la plante ne parvient pas à l'établir, sa taille se réduit et son cycle de développement s'abrège. C'est à l'excès de lumière et de chaleur combiné à la raréfaction rapide de l'eau au début des périodes sèches qu'il faut attribuer le nanisme et la courte durée des espèces, des dunes et des tertres, et l'obligation pour elles de végéter seulement au printemps ou à l'automne. C'est aux variations de l'éclairement que sont dus les phénomènes de gigantisme fréquents au bord de la mer, surtout dans les vallées humides très encaissées; les variations de taille des espèces à dimorphisme saisonnier sont elles-mêmes, le plus souvent, la résultante des différences d'éclairement et d'irrigation pendant les saisons où elles poussent, toutes conditions égales d'ailleurs. La prédominance de la multiplication végétative et l'affaiblissement de la valeur sexuelle chez certaines

---

(1) LUCIEN DANIEL, *Sur les effets de l'arrosage capillaire continu* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 525).

espèces s'expliquent de la même façon et j'ai remarqué que ces phénomènes sont plus fréquents et plus accentués au bord de la mer qu'à l'intérieur des terres [1].

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Utilisation du glucose et du lévulose par les plantes supérieures.* Note de M. H. COLIN, présentée par M. Gaston Bonnier.

On sait que le réducteur de la feuille de Betterave offre une composition différente dans le limbe et dans le pétiole. Le rapport du dextrose au lévulose, souvent inférieur à l'unité dans le parenchyme foliaire, croît sur toute la longueur de la nervure médiane et du pétiole; au voisinage du collet, le pouvoir rotatoire du réducteur peut dépasser + 25.

Ce n'est pas là un fait isolé; il se reproduit dans les feuilles de Chicorée et, vraisemblablement, dans la plupart des feuilles à pétiole charnu qui ne renferment pas d'autre hydrate de carbone que le sucre cristallisable et ses produits d'hydrolyse : le glucose est en excès sur le lévulose dans les tissus privés de chlorophylle.

Si le phénomène est général, on doit l'observer aisément sur les tiges et les feuilles *étiolées*, alimentées par une racine ou un tubercule à réserve de saccharose ou d'inuline.

1° *Betterave.* — Les pousses qui se développent sur une souche de Betterave placée à l'abri de la lumière ne reçoivent évidemment que du saccharose, d'ailleurs rapidement hydrolysé ; en l'absence de toute autre substance active, les extraits seraient donc lévogyres si le dextrose et le lévulose se rencontraient dans la même proportion ; l'expérience montre le contraire; dans les feuilles étiolées, le glucose l'emporte sur le lévulose; toutes les mesures sont venues confirmer cette observation déjà ancienne de Corenwinder [2].

2° *Topinambour.* — Il est plus intéressant encore de s'adresser au Topinambour, en raison de la présence de l'inuline à côté du saccharose, dans les tubercules. Ceux-ci, mis en cave au printemps, donnent rapidement de nombreuses tiges étiolées. Le pouvoir rotatoire de la réserve hydrocarbonée est alors voisin de — 50, à 15°, ce qui correspond à cinq parties de lévulose pour deux de dextrose. Le suc des tiges n'en est pas moins nettement dextrogyre, même après l'action des acides ou de la sucrase.

---

(1) LUCIEN DANIEL, *Recherches sur la végétation d'Erquy et l'influence du climat marin sur la végétation* (*Revue bretonne de Botanique*, 1916).

(2) CORENWINDER, *Ann. Agron.*, t. 2, 1876, p. 39.

Sur les jeunes tiges qui se développent normalement à la lumière, on peut constater que la partie souterraine, en relation immédiate avec le tubercule qui se vide, renferme de même un excès de glucose, jusqu'au moment où l'inuline fait son apparition.

Organes analysés.	Dextrose + Lévulose dans 100g de matière fraîche.	Pouvoir rotatoire à 15°.	Rapport du dextrose au lévulose.
Tige souterraine	g 0,95	+11	2,53
	0,90	+10	2,44
Pousses étiolées	3,01	+ 9	2,37
	1,80	+ 9	2,37
	1,90	+ 8	2,28

3° *Chicorée.* — La racine de Chicorée est beaucoup plus riche en lévulose que le tubercule de Topinambour. Après hydrolyse, la réserve hydrocarbonée accuse, en février-mars, un pouvoir rotatoire voisin de —70; le rapport du glucose au lévulose ne dépasse pas 0,20. Malgré cet excès de lévulose dans la racine, les feuilles étiolées contiennent un mélange de dextrose et de lévulose dont le pouvoir rotatoire est généralement supérieur à celui du sucre interverti. De plus, pour une même quantité de lévulose, le glucose est toujours plus abondant à l'intérieur des pétioles incolores que dans les limbes à xantophylle.

Plantes analysées.	Dextrose + Lévulose dans 100g de matière fraîche.	Pouvoir rotatoire à 15°.	Rapport du dextrose au lévulose.
Chicorée à café : feuilles complètes	g 1,19	— 8	1,41
Barbe de capucin. Limbes	1,81	—14	1,19
Barbe de capucin. Pétioles	2,83	0	1,78
Endive. Limbes	2,34	—13	1,22
Endive. Pétioles	2,41	— 2	1,67

L'hypothèse d'une isomérisation est purement gratuite; il est plus simple de supposer que le dextrose et le lévulose émigrent avec des vitesses inégales ou qu'ils sont inégalement utilisés.

La concentration des deux hexoses, dans les cellules, est trop peu considérable pour que les viscosités et, par conséquent, les vitesses de diffusion diffèrent sensiblement. Dans les exemples précédents, le dextrose est consommé par les cellules moins rapidement que le lévulose. Peut-être convient-il d'adopter, après Molliard (1) et Lindet (2), l'hypothèse de

(1) M. Molliard, *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 1043.

(2) Lindet, *Ann. agron.*, t. 26, 1910, p. 103.

Brown et Morris (1), d'après laquelle le glucose serait brûlé, dans la cellule, de préférence au lévulose, ce dernier jouant le rôle essentiel dans l'édification des tissus. On sait, en effet, que la respiration est moins intense dans le pétiole que dans le limbe, dans les feuilles étiolées que dans les feuilles vertes.

ACOUSTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur les sensations physiologiques de détonation.* Note de M. Ernest Esclangon.

Les coups de canon, les ondes balistiques (sillages aériens des projectiles à grande vitesse), la foudre, les explosions diverses, produisent sur l'oreille des sensations spéciales très différentes de celles que provoquent les sons et les bruits ordinaires, même les plus intenses; il n'y a pas en particulier d'impression de *hauteur* musicale.

Comment se caractérisent physiquement les phénomènes qui donnent lieu à ces sensations auditives si particulières?

L'oreille interne est constituée, en définitive et en ce qui concerne ses facultés de perception, par un grand nombre d'organes indépendants : les fibres de Corti, comparables à des résonateurs et entrant individuellement en vibration lorsque le son perçu comporte des composantes correspondantes.

A vrai dire, certains physiologistes attribuent à la membrane basilaire un rôle important. Celle-ci serait excitée par les sons, mais d'une manière différente suivant leur composition; des sortes de lignes nodales s'y formeraient, variables suivant les cas, en s'harmonisant en quelque sorte avec le bruit perçu, de telle manière que, dans les limites d'audition physiologique, aucune composante n'échappe à la perception et à l'analyse. Quel que soit le mécanisme intime des difficultés auditives, on doit en retenir cette conclusion que la perception des sons ordinaires apparaît comme due à un ensemble de phénomènes de résonance interne; la qualité (hauteur et timbre) étant fournie par analyse cérébrale.

D'autre part, l'oreille moyenne constituant une sorte de chambre manométrique, c'est surtout aux effets de pression qu'elle est sensible. Dans une atmosphère vibrant sans variations manométriques (ventres de vibrations), elle n'est pas impressionnée.

(1) Brown et Morris, *Journ. of Chem. Sc.*, 1893, p. 604.

Supposons maintenant que, dans une atmosphère initialement en repos, survienne une courte mais très brusque variation de pression, une sorte de *percussion* manométrique, mesurée par un millième, un centième, un dixième de millimètre de mercure, ou plus.

Il ne peut plus être question de phénomènes de résonance interne, puisque la perturbation peut ne comporter ni périodes, ni durée bien définie. Mais si la variation manométrique est suffisamment rapide, l'organe tout entier se trouve ébranlé, comme les touches d'un piano qui seraient frappées simultanément. La sensation perçue sera précisément celle d'une *détonation*, d'autant plus vive que la percussion manométrique aura été plus puissante et plus brusque. On conçoit que, dans ces conditions, aucune hauteur musicale ne puisse être associée à l'impression reçue.

Une expérience très simple permet de mettre en évidence ces conclusions. Un tube de caoutchouc, étant, par une de ses extrémités, introduit dans l'oreille, si on le pince avec les doigts pour l'abandonner ensuite brusquement, l'impression auditive est celle d'une détonation; si l'on souffle doucement à l'extrémité libre du tube, on peut imiter assez bien le bruit du tonnerre.

Les sensations de détonation se présentent donc comme attachées aux ondes de discontinuité dans les fluides (discontinuités de pression); discontinuités du reste toujours physiquement plus ou moins absolues.

Or les explosions, c'est-à-dire la brusque détente des gaz, soit fortement comprimés, soit résultant de la combustion d'un explosif, donnent naissance à des ondes dont le front se manifeste par un saut brusque de la pression.

De même, le sillage aérien d'un projectile animé d'une vitesse supérieure à celle du son, est limité par un front qui comporte une importante et rapide variation de la pression. Il en résulte que, lorsque les bords de ce sillage viennent à rencontrer l'oreille d'un observateur, celui-ci doit percevoir et perçoit en effet une forte détonation.

Ainsi s'explique simplement l'origine des détonations purement balistiques, c'est-à-dire dues au seul mouvement des projectiles dans l'air. Les effets acoustiques de la foudre comportent une explication analogue.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Application de la méthode biochimique à l'étude de plusieurs espèces d'Orchidées indigènes. Découverte d'un glucoside nouveau, la « loroglossine ».* Note de MM. **Em. Bourquelot** et **M. Bridel**, présentée par M. Moureu.

En 1913 et en 1914, nous avons appliqué la méthode biochimique de recherche des glucosides, imaginée par l'un de nous [1], à 18 espèces d'Orchidées indigènes, appartenant aux genres *Aceras*, *Loroglossum*, *Orchis*, *Ophrys*, *Platanthera*, *Limodorum*, *Cephalanthera*, *Epipactis* et *Neottia*. Cette méthode nous a révélé l'existence, dans les parties aériennes de toutes ces espèces sans exception, d'un ou plusieurs glucosides hydrolysables par l'émulsine.

Ayant pu récolter au printemps de 1914 une assez grande quantité (plus de 15^{kg}) de l'une de ces espèces, le *Loroglosse à odeur de bouc* (*Loroglossum hircinum* Rich.), nous avons traité ces plantes dans le but d'isoler et d'étudier le glucoside qu'elles devaient renfermer. Nos recherches ont été interrompues en août 1914 et c'est seulement au commencement de février dernier qu'il nous a été possible de reprendre notre travail qui nous a conduits à la découverte d'un glucoside nouveau. Nous avons appelé celui-ci *loroglossine*, du nom latin de l'espèce qui l'a fourni.

La méthode qu'il nous paraît inutile de décrire de nouveau, est, comme on sait, toujours appliquée à un extrait aqueux liquide de la plante fraîche tel que 100^{cm^3} de cet extrait représentent 100^g de celle-ci. L'extrait est soumis successivement à l'action de l'invertine (réactif du sucre de canne) et à l'action de l'émulsine (réactif des glucosides). L'opération relative au Loroglosse a été faite sur un échantillon de la partie aérienne de la plante récoltée le 3 juin 1913 dans les environs de Paris; en voici les résultats :

---

[1] Ém. Bourquelot, *Comptes rendus*, t. 133, 1901, p. 690; *Sur la recherche dans les végétaux des glucosides hydrolysables par l'émulsine* (*J. de Ph. et de Chim.*, 6e série, t. 23, 1906, p. 369).

	Rotation du liquide d'essai ($l=2$).	Produits réducteurs exprimés en glucose: contenus dans 100cm³ de liquide.	Produits réducteurs exprimés en glucose: formés pour 100g de plante.	Indice de réduction (1).
Avant l'essai...........	+1°44′	2g,233	»	»
Après action de l'invertine (4 jours)............	+0.57	2,714	0,481	614
Après action de l'émulsine.	+2	3,142	0,428	407

Ces résultats conduisent aux remarques suivantes :

1° La plante renferme, comme toutes les phanérogames, du sucre de canne (indice du sucre de canne = 603; indice trouvé = 614).

2° La plante renferme un glucoside hydrolysable par l'émulsine (retour à droite de la rotation = 1° 3′ et formation de 0g,428 de sucre réducteur).

3° La plante doit renfermer en assez grande proportion un principe dextrogyre, inattaquable par les ferments, car, après l'action de l'invertine, le liquide d'essai est resté droit (+ 57′) bien que le glucoside non encore hydrolysé soit lévogyre.

Préparation du glucoside. — 15kg,200 de Loroglosse (parties aériennes) ont été traités par l'alcool bouillant dans l'appareil Bourquelot et Hérissey (2). La solution alcoolique a été distillée jusqu'à réduction à 1500cm³, et l'on a obtenu ainsi un liquide sirupeux que l'on a additionné de 4vol d'alcool à 95c. Après quelques jours de repos, on a décanté les liqueurs alcooliques, puis on les a distillées et concentrées, ce qui a donné 945g d'extrait.

Cet extrait a été épuisé à chaud par de l'acétone (9000cm³) et les liqueurs acétoniques ont été mises de côté pour une étude ultérieure.

Le résidu (590g) a été traité par de l'alcool à 95c bouillant (2000cm³), ce qui a fourni une teinture qui a laissé déposer, en 6 semaines, 78g de cristaux non encore étudiés.

(1) Nous rappelons que l'indice de réduction enzymolytique est exprimé par le nombre de milligrammes de glucose formés dans 100cm³ de liquide pour un déplacement (à gauche ou à droite) de 1° ($l=2$).

(2) Appareil destiné au traitement des plantes fraîches par l'alcool bouillant (*J. de Ph. et de Ch.*, 7e série, t. 3, 1911, p. 145).

La teinture, séparée des cristaux, a été évaporée à sec. Le résidu (210^g) a été dissous dans de l'eau de façon à faire 1000^{cm^3} de solution. Pour détruire le sucre que celle-ci renfermait encore, on l'a additionnée de levure haute. La fermentation terminée, la solution était devenue lévogyre ($\alpha = -5°10'$ pour $l = 2$), ce qui laissait supposer qu'elle contenait bien le glucoside cherché.

En effet, on a évaporé à sec le liquide aqueux filtré, on a redissous le résidu dans 450^{cm^3} d'alcool absolu et ajouté à la solution 2^{vol} d'éther anhydre: le glucoside a cristallisé. On l'a purifié par dissolution à chaud dans la quantité exactement suffisante d'un mélange de 2^{vol} d'acétone anhydre et de 1^{vol} d'alcool à 95^c.

Propriétés de la loroglossine. — Ce glucoside cristallise en longues aiguilles incolores; il est inodore, fortement amer; il est très soluble dans l'eau et dans l'alcool, très peu soluble dans l'éther acétique et l'acétone. Desséché à $+110°$, puis chauffé dans un tube capillaire, il se rétracte nettement à $+130°$ et fond à $+137°$ (corr.). Il est lévogyre; son pouvoir rotatoire rapporté au produit sec est

$$\alpha_D = -42°,97 \; (p = 0^g,7562;\; v = 25^{cm^3};\; l = 2;\; \alpha = -2°,60).$$

Il ne réduit pas la liqueur cuivrique; il est hydrolysé par l'acide sulfurique étendu, chaud, ainsi que par l'émulsine.

Hydrolyse par l'acide sulfurique. — Une solution aqueuse contenant, pour 100^{cm^3}, $1^g,5124$ de glucoside et 3^g de SO^4H^2 a été maintenue, pendant 2 heures, en tube scellé dans un autoclave réglé à $+110°$. Il s'est séparé un produit rougeâtre, résinoïde. Après refroidissement, le liquide accusait une rotation de $+54'$ et renfermait, pour 100^{cm^3}, $0^g,7779$ de produit réducteur exprimé en glucose.

Hydrolyse par l'émulsine. — Cette hydrolyse a été effectuée sur une solution à $1^g,5124$ pour 100^{cm^3}. Il s'est séparé un produit blanc, amorphe. Au bout de 4 jours la rotation avait passé de $-1°18'$ à $-2'$ et il s'était formé $0^g,4279$ de sucre réducteur calculé en glucose.

HYGIÈNE. — *L'intoxication arsenicale dans les industries de la houille et de ses dérivés (intoxication houillère arsenicale).* Note (¹) de MM. **Ad. Bayet** et **Aug. Slosse**, présentée par M. Charles Richet.

Le point de départ de nos recherches fut une enquête faite dans une fabrique d'agglomérés de houille, au sujet d'une maladie survenant chez les ouvriers, affection qu'ils avaient dénommée *maladie du brai*, du nom de la substance goudronneuse qui sert à agglomérer le poussier de charbon pour faire les briquettes.

On y avait constaté, entre autres symptômes, une fréquence exceptionnelle du *cancer cutané*, sous une forme particulièrement grave, entraînant même la mort. 30 *pour* 100 des ouvriers en étaient atteints.

Les symptômes que présentaient les ouvriers étaient nombreux et divers. Il fut cependant possible à l'un de nous, par une analyse clinique minutieuse, de dégager de la multiplicité des manifestations morbides, un groupe de symptômes, qui, à l'examen, montra une analogie frappante avec ceux de *l'intoxication arsenicale chronique*.

Ces symptômes étaient :

1° Des *troubles pigmentaires* consistant essentiellement en une hyperpigmentation générale et diffuse de la peau (mélanodermie), en pigmentations localisées, parfois en taches achromiques.

2° Des *troubles inflammatoires* et *atrophiques* du derme qui, combinés avec les pigmentations, constituent un état spécial de la peau, *l'état sclérodermique*, tel qu'on le constate dans la peau sénile, dans les radiumdermises.

3° Des *lésions hyperkératosiques* consistant en verrues (verrue du brai) et en épaississements étalés de l'épiderme, de sa localisation au scrotum et périgénitale.

4° Le *cancer cutané*. Celui-ci siège avec une prédilection marquée au *scrotum* et aux régions voisines (racine du pénis, plis inguinaux). Il est fréquemment *multiple* et apparaît souvent à un *âge* relativement *peu avancé*.

Or les symptômes cardinaux de la maladie du brai (hyperpigmentations, hyperkératoses, cancer cutané à la localisation génitale, fréquemment multiple, d'apparition précoce), se retrouvent, avec leurs caractères essen-

(¹) Séance du 24 mars 1919.

tiels, dans l'arsenicisme chronique (mélanose et hyperkératose arsenicales, cancer arsenical décrit par Hutchinson).

Les symptômes secondaires en importance (inflammations, atrophies, télangiectasies, état hérodermique) se retrouvent, eux aussi, dans l'arsenicisme chronique, et cela dans les plus infimes détails.

Il existe donc une identité frappante entre les symptômes de la maladie du brai et ceux de l'arsenicisme chronique.

Mais cette conclusion, basée sur la seule clinique, devait être soumise à une vérification analytique. Il fallait démontrer que l'arsenic existe, en effet, d'abord dans les substances maniées par les ouvriers et ensuite dans leur organisme même.

Ces vérifications furent faites en s'entourant des précautions les plus minutieuses; la méthode employée fut celle de Striszowsky.

Nous pûmes démontrer la *présence* de l'arsenic :

1° Dans le *brai*. Celui-ci est le résidu de la distillation du goudron.
2° Dans les *poussières* flottant dans l'air de l'usine.
3° Dans les *cheveux* de *tous* les ouvriers, et cela en quantités notables.
4° Dans les *urines* de ces ouvriers.
5° Dans le *sang* du plus grand nombre d'entre eux.

A titre de contre-épreuve, nous fîmes l'analyse du sang, de l'urine, des cheveux d'autres ouvriers, habitant la même région, mais ne travaillant pas dans l'usine des agglomérés. Ils ne contenaient pas d'arsenic.

La conclusion à tirer de ces analyses est que *les ouvriers des fabriques d'agglomérés sont soumis à une imprégnation arsenicale évidente*.

On voit donc que les deux séries de preuves convergent : le *parallèle clinique* d'une part, et d'autre part les résultats de l'*analyse chimique*.

On peut donc conclure que les *symptômes observés chez les ouvriers travaillant le brai sont ceux de l'arsenicisme chronique*.

La question de l'arsenicisme chronique primitivement limitée à l'industrie des agglomérés ne tarda pas à s'élargir. En effet, on rencontre, dans toute une série de professions utilisant la houille et ses dérivés, un tableau symptomatique *identique à celui de la maladie du brai*. La similitude est telle que tous les auteurs qui se sont occupés de la question, réunissent toutes ces maladies professionnelles dans une même description.

Ces maladies sont :

1° Le *cancer des ramoneurs*, cancer s'accompagnant de mélanodermies,

de verrues, ayant comme caractères distinctifs d'être précoce, souvent multiple et de siéger presque toujours au scrotum.

Il faut y rattacher les affections qui atteignaient les ouvriers empaquetant la *suie* et les cas d'arsenicisme observés chez les *ouvriers nettoyant l'intérieur des machines à vapeur*.

2° La maladie des ouvriers *distillant le goudron*, de ceux qui travaillent dans les usines à *paraffine;* cette maladie a aussi comme principaux symptômes des mélanodermies, des hyperkératoses, des cancers identiques à ceux des ouvriers en agglomérés.

3° Les affections atteignant les *asphalteurs*, les *goudronneurs de traverses de chemin de fer et de boulons*, les ouvriers fabriquant le *papier goudronné*, ceux employés à la fabrication du *noir de fumée*.

L'arsenic trouvé dans la suie, dans le goudron, dans les sous-produits de celui-ci, provient en dernière analyse de la houille, dans laquelle nous en avons constamment trouvé. On savait depuis longtemps qu'il existe des charbons riches en pyrites arsénifères; mais on ne se doutait pas que l'arsenic y fût si généralement répandu, ni qu'il pût avoir de telles conséquences pathologiques.

Nous pouvons donc dire, d'une façon générale, qu'il y a une *intoxication arsenicale professionnelle*, *très répandue*, *frappant un très grand nombre d'ouvriers*, et *ayant la houille comme point de départ*.

Manouvrier (de Lille), en 1876, avait proposé le mot d'*intoxication houillère*. Nous devons aujourd'hui aller plus loin, et désigner ce groupe d'affections (qui atteint des milliers d'ouvriers) par le nom d'*intoxication houillère arsenicale*.

M. Ernest Esclangon adresse une Note intitulée : *Sur l'amélioration de la précision balistique des projectiles*.

(Renvoi à la Commission de Balistique.)

M. Albert Nodon adresse une Note intitulée : *Études sur les grands troubles de l'atmosphère*.

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE JANVIER 1919 (*suite et fin*).

Rapport de la Commission universitaire grecque sur les atrocités et dévastations commises par les Bulgares en Macédoine orientale. Nancy-Paris, Berger-Levrault, 1918; 1 fasc. $20^{cm},5$.

Projet de réforme du Calendrier grégorien ou, plus exactement, projet d'addition à la réforme grégorienne du Calendrier julien, par le P. HENRI DUGOUT. Chang-Haï, Imprimerie de l'Orphelinat de T' Ou-Sè-Wè, 1917; 1 fasc. $16^{cm},5$.

Scientific reports of the Agricultural Research Institute, Pusa (1917-1918). Calcutta, superintendent Government printing, India, 1918; 1 vol. $24^{cm},5$.

Anuario del Observatorio de Madrid para 1919. Madrid, Bailly-Baillière, 1918; 1 vol. 18^{cm}.

Riso e vitamine, par ICILIO GUARESCHI. (Estratto dal *Supplemento annuale all' Enciclopedia di chimica o archivio di chimica scientifica e industriale*, vol. XXXIV, 1918.) Torino, 1918; 1 fasc. 28^{cm}.

In memoria del socio prof. Giulio Camus (1847-1917), par G.-B. DE TONI. Modena, Società tipografica modenese, 1918; 1 fasc. 31^{cm}.

Archæological Survey of India annual report (1915-1916). Calcutta, Government printing, 1918; 1 vol. 34^{cm}.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 AVRIL 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 3 avril 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Eugène Cosserat**, pour occuper, dans la Division des Membres non résidants, la place vacante par le décès de M. *H. Bazin*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Eugène Cosserat** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de Sir **William Crookes**, Correspondant pour la Section de Physique.

ASTRONOMIE. — *Les grands instruments et les travaux de Le Monnier à l'observatoire de la rue Saint-Honoré.* Note ([1]) de M. **G. Bigourdan**.

Parmi tous les instruments de Le Monnier, on distingue les deux quarts de cercle muraux (n°s 9 et 10) dont le premier fut, jusque vers 1750, fixé à la manière ordinaire à un mur méridien. Plus tard, il reçut une monture

---

([1]) Séance du 24 mars 1919.

originale qui ne paraît pas avoir été employée ailleurs, et que l'on se représenterait assez difficilement si J_3 Bernoulli (*Lettres astr.*, p. 142...) ne nous en avait conservé la description et la figure.

J'avois entendu parler, dit-il en 1769, de la pierre mobile qui porte ce dernier Quart de cercle (le n° 9); je crois que peu de personnes s'en font une juste idée et j'avoue qu'en mon particulier il m'a fallu voir cette monture par mes yeux pour en avoir une idée nette et en même temps pour en avoir une meilleure opinion que celle qu'on m'en avoit donnée. Imaginés vous, Monsieur, que SN (*fig.* 1) soit la face orientale du pilier

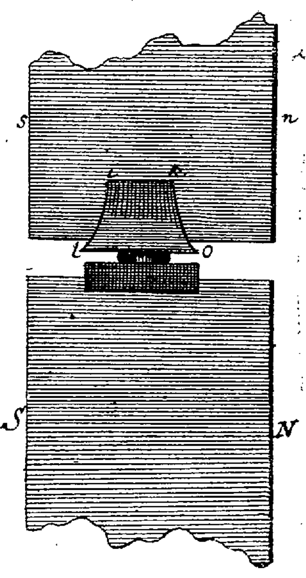


Fig. 1.

solide de pierre de taille qui porte le Mural de 8 pieds (le n° 10); sur ce pilier est une plaque de cuivre très-épaisse recourbée par les bords, qui embrassent le pilier fortement; au milieu de cette masse est un boulet de canon [1] poli très-également et qui entre de la même manière dans une masse de cuivre dont les rebords, encore plus considérables, embrassent un bloc de marbre *sn* moins haut que le pilier du grand mural mais de la même largeur et de la même épaisseur; l'un de ces rebords supérieurs est

---

[1] Ce boulet, de $2\frac{1}{2}$ pouces de rayon, et ses crapaudines, sont décrits et représentés dans Lem, *Descript.*, p. 31. Quant au bloc mobile de marbre, voici ce qu'en dit Le Monnier dans son registre C. 4, 8 à 1751 : « Le 8 juillet est arrivé le gros morceau de marbre *bleu turquin* et bien coupé d'équerre sur tous les angles, que M^de^ la Mar-

représenté par *iklo* et c'est à ce bloc de marbre qu'est suspendu le mural de 5 pieds. Ces belles et fortes masses de cuivre qui servent de crapaudine au boulet ont été fondues à Strasbourg et vous pensés bien que M. Le Monnier n'a rien négligé pour les lier solidement avec les piliers; il a tiré un grand parti de son idée; une forte vis lui suffit pour ajuster le Mural avec une grande précision et sans avoir besoin des autres barres et vis dont ces instrumens sont ordinairement munis pour le même effet.

Le grand pilier SN a dans la terre un fondement de 15 ou 18 pieds, et malgré cela M. Le Monnier remarque des variations causées uniquement par la poussée des terres.

On monte de ce rez-de-chaussée (¹) au petit salon auquel répond le Mural mobile.

Le toit ne tourne pas, il a seulement des rainures vers le Nord et vers le Sud.

J'ai vu encore... la pendule de Graham qui a été au cercle polaire. Cette pendule ne laisse pas de varier quelquefois jusque de 2″ par jour....

On voit que le quart de cercle mural n° 9 était placé au-dessus du n° 10, et dans le même plan méridien.

Le Monnier avait adopté ce mur mobile pour concilier les avantages du mural avec la possibilité de retourner l'instrument n° 9 de 180°, ce qui est nécessaire pour observer successivement vers le Nord et vers le Sud.

Quand, en effet, on procède au retournement par transport ordinaire, il faut fixer à nouveau l'instrument au mur, et déterminer également à nouveau les écarts des divers points du limbe par rapport au méridien; tandis que Le Monnier pensait qu'avec son procédé de retournement ces erreurs ne changeaient pas, pourvu que l'on eût soin, comme il l'indique, de régler chaque fois le mural par le fil à plomb et par deux mires, l'une au Nord et l'autre au Sud, qu'il avait en effet.

On peut douter de la justesse de ce moyen; mais Le Monnier a fait peu ou point d'observations avec l'instrument monté ainsi, et nous manquons d'expériences pour prononcer. Toutefois on peut montrer que les passages qu'il a observés à son grand mural (n° 10 ci-dessus) n'ont pas donné des ascensions droites bien précises.

Muni de bons et puissants instruments, d'ailleurs observateur habile et

---

quise de Pompadour, de l'agrément du Roy, m'a fait donner. Longueur $7^{pi}6^{pouces}$, largeur $5^{pi}5^{pouces}$, épaisseur 14 pouces; il pèse dix ou onze milliers et a 35^{pi} cubes. »

Dans le même registre, à 1750 octobre, il dit qu'il vient d'obtenir du Roi et du comte d'Argenson les grands instruments; ce sont sans doute le quart de cercle de $7\frac{1}{2}$ pieds (10) et le grand télescope (11).

(¹) C'est ce rez-de-chaussée que Le Monnier appelle (1758) « le sallon d'en bas », C. 4, 10.

zélé, Le Monnier varia beaucoup ses observations ([1]) et sut en tirer des conséquences utiles aux progrès de l'Astronomie. Nous allons mentionner rapidement les principaux résultats obtenus par lui en les groupant dans l'ordre naturel (☉, ☾, pl., ✱) ou en les rattachant à ses fonctions d'astronome de la Marine ([2]).

Lune. — Le Monnier consacra une grande partie de sa vie aux observations méridiennes de la Lune, en vue de la détermination des longitudes en mer. Comme nous l'avons dit, il pensait avec Halley que les corrections des Tables se reproduisent périodiquement au bout d'une révolution des nœuds. Dès 1733, il entreprit de déterminer ces corrections, et il poursuivit ses observations lunaires pendant 50 ans, s'assujettissant à se lever toutes les nuits quelle que fût l'heure du passage de la Lune au méridien, ou attendant ce passage quand il avait lieu avant minuit. Ses observations d'ensemble n'ont été publiées que jusqu'à 1746 (*Obs.* ☾, I-IV); mais dans *Mém. Acad.*, il a souvent dispersé des corrections ultérieures, notamment pour préciser les phases des éclipses de Soleil ou pour déterminer des longitudes terrestres, au moyen d'éclipses et d'occultations. Voir aussi *Astr. Naut.* D'ailleurs il a toujours conservé les vieilles Tables de Newton, même après l'apparition de celles de Clairaut, de T. Mayer.

Il détermina également le diamètre de la Lune apogée quand elle se projette sur fond brillant (Ecl. ☉, 1748) et tenta d'évaluer l'importance de

---

([1]) Les manuscrits de ces observations sont aux archives de l'Observatoire de Paris (C. 4, 5-16) et celles qui sont publiées sont dans *Obs.* ☾ ou dans *Mém. Acad.*, ordinairement dans le Volume de même date que l'année d'observation; nous mettons entre parenthèses les pages de ces *Mémoires*.

([2]) Ses observations du Soleil et de l'obliquité de l'écliptique furent faites souvent à la méridienne de Saint-Sulpice, et nous en parlerons à propos de cette méridienne. Voici ses observations d'éclipses de Soleil et de Lune : quand le lieu d'observation n'est pas indiqué, c'est probablement Paris; toutefois nous le remplaçons par le signe [?].

Éclipses de ☉. — 1748 juillet 25, Écosse (200; — 1749, 379). — 1765 août 16 [?] (460, 553). — 1766 août 5, Bellevue (398). — 1781 avril 23, Montmartre (243, 284). — 1781 octobre 17, Saint-Sever (287). — 1787 juin 1, Paris (1788, 1).

Éclipses de ☾. — 1747 février 2 [?] (436). — 1749 décembre 23 [?] (319). — 1750 juin 19, Paris (151). — 1750 décembre 13, Paris (341). — 1751 décembre 10, Paris (270). — 1755 mars 27, Paris (470). — 1761 mai 18, Paris (188). — 1762 mai 8, [?] (205). — 1768 décembre 23, Châtillon (1769, 61). — 1772 octobre 11, Paris (159). — 1773 septembre 30, Saint-Sever (181).

l'atmosphère lunaire, à laquelle il attribuait, au moins en partie, la couronne solaire. Dans ce but, il discuta diverses éclipses totales de Soleil, notamment celle du 22 mai 1724, observée par de Louville, et dont il suivit les limites d'ombre à travers la France (*Mém. Acad.*, 1781, H. 47; M. 243). Pour la parallaxe lunaire, il diminue de 28″ celle de Newton et la réduit ainsi à 57′2″, la valeur même aujourd'hui adoptée.

Planètes. — Le Monnier s'était proposé de comparer successivement les observations des diverses planètes aux tables de Halley, dressées sur les lois de Képler, afin de reconnaître par différence l'effet total des perturbations. Il fit ce travail principalement pour Mercure (*Mém. Acad.*, 1774, H. 50; M. 239-246; — 1775, p. 480), dont il observa le passage devant le Soleil de 1753 mai 6 (H. 230; M. 134). Il fit aussi des recherches sur l'orbite de cette planète dont il avait annoncé des Tables qui n'ont pas été publiées.

Vénus. — Il en observa les passages de 1761 (332; — 1762, 491), de 1769 (187), détermina le diamètre de la planète et la parallaxe du Soleil, pour laquelle il adopte $7''\frac{1}{2}$. Il exagérait beaucoup la précision avec laquelle cette méthode des passages de Vénus peut donner la parallaxe.

Saturne. — Il détermina aussi les erreurs des Tables et trouva qu'aux époques des conjonctions ♄-♃ ces erreurs croissent régulièrement de 1583 à 1775. (*Mém. Acad.*, 1775, H. 32; M. 255). Antérieurement (1746, 209) il avait rappelé l'attention sur la grande inégalité ♄-♃ signalée par Halley et ce fût pour l'Académie des Sciences l'occasion de mettre cette question au concours : le prix fut remporté par Euler.

Il observa aussi la disparition de l'anneau de ♄, en 1773 (181).

Uranus. — En 1785 (364) il détermina l'opposition de cette planète, découverte en 1781, mais qu'il avait observée 12 fois comme une simple étoile, entre 1750 et 1771; même il en avait fait 6 observations en 9 jours, du 15 au 23 janvier 1769; mais, négligeant de confronter ses observations, il manqua ainsi une grande découverte. Il est vrai que, de même, Flamsteed avait observé cette planète 5 fois de 1690 à 1715, sans la reconnaître.

Comètes. — Le Monnier les a fort peu observées; mais par sa *Th. des Com.*, il fit connaître en France les méthodes anglaises de calcul des orbites.

La méthode donnée par Newton était fort compliquée. Halley, qui longtemps fut seul à l'appliquer, l'avait exposée incomplètement, et Le Monnier, qui le traduit, ajouta peu : il faut attendre La Caille pour trouver une méthode plus pratique.

THERMODYNAMIQUE. — *Formule donnant la densité d'un fluide à l'état de saturation.* Note de M. E. Ariès.

Les variables auxiliaires x, y, z, qui servent à passer de l'équation d'état à sa forme réduite, sont définies par les trois relations (9) de l'une de nos communications aux *Comptes rendus* (t. 166, 1918, p. 57). S'il s'agit d'un fluide saturé sous les tensions P et T, on déduit immédiatement de deux de ces relations la formule qui donne la tension de vaporisation d'un liquide

$$x = \tau^{n+1}\Gamma, \qquad \Pi = \tau^{n+2}\frac{Z}{x}. \tag{1}$$

La troisième de ces relations, appliquée à la masse moléculaire du fluide entièrement à l'état de vapeur sous le volume v_1, ou entièrement à l'état liquide sous le volume v_2, se dédouble comme il suit :

$$v_1 = \alpha + \gamma y_1 = \alpha + \gamma_c \Gamma y_1, \tag{2}$$

$$v_2 = \alpha + \gamma y_2 = \alpha + \gamma_c \Gamma y_2, \tag{3}$$

y_1 ou y_2 représentant ce que devient y suivant le cas considéré. La Table de Clausius donne les valeurs de y_1 et de y_2 pour chaque valeur de x définie par la première des équations (1). Les formules (2) et (3) déterminent donc, à chaque température, le volume moléculaire, ou, ce qui revient au même, la densité du fluide dans ses deux états de saturation.

Quand on connaît, en même temps que les données fondamentales T_c et P_c, l'exposant n et la fonction Γ, il ne reste plus, pour achever d'établir l'équation d'état du fluide, qu'à trouver la fonction α, ou mieux encore, la fonction plus commode à considérer que nous désignerons par la lettre a, et dont α dépend par la relation

$$\alpha = \gamma a. \tag{4}$$

Les formules (2) et (3) deviennent alors, en remarquant que $\gamma_c = \frac{RT_c}{8P_c}$,

$$v_1 = \gamma(a + y_1) = \gamma_c\Gamma(a + y_1) = \frac{RT_c}{8P_c}\Gamma(a + y_1), \tag{5}$$

$$v_2 = \gamma(a + y_2) = \gamma_c\Gamma(a + y_2) = \frac{RT_c}{8P_c}\Gamma(a + y_2). \tag{6}$$

Si l'on admet le principe des états correspondants, le premier membre de chacune de ces équations, divisé par v_c, doit avoir une seule valeur pour tous les corps de même atomicité, pris à la même température réduite ; il doit donc en être de même pour le second membre également divisé par v_c; et comme, dans ces conditions, $\frac{P_c v_c}{T_c}$, Γ et y_1 ou y_2 ont une seule et même valeur, la fonction a aussi aura une seule et même valeur. Elle est, comme la fonction Γ, unique pour tous les corps d'une atomicité déterminée.

L'une ou l'autre des formules (5) et (6) permet de déduire des faits d'expérience une expression pratique de la fonction a, à la condition de posséder quelques observations faites à diverses températures sur la densité du fluide saturé, soit à l'état de vapeur, soit à l'état liquide. Pour chacune de ces températures, la formule (5) ou (6) à appliquer ne contiendra comme inconnue que la valeur de la fonction a qui se trouvera ainsi déterminée : il ne restera plus qu'à rechercher une expression convenable de cette fonction, connaissant les valeurs, en nombre suffisant, qu'elle prend pour différentes valeurs de la variable τ. On procédera pour cela comme il a été fait pour la fonction Γ, avec cet avantage qu'on disposera d'un moyen précieux de contrôler l'exactitude des formules (5) et (6). On pourra, en effet, partir de données expérimentales concernant successivement l'état de vapeur et l'état liquide, pour établir sur deux bases distinctes la forme de la fonction a, qui ne devra pas différer dans les deux cas.

Mais avant de passer à ces recherches, nous devons nous arrêter à la formule importante et bien simple qu'on tire par soustraction des équations (5) et (6) :

$$(7) \qquad v_1 - v_2 = \frac{RT_c}{8P_c}\Gamma(y_1 - y_2) = \frac{RT_c}{8P_c}\frac{x}{\tau^{n+1}}(y_1 - y_2).$$

Aux températures suffisamment éloignées de l'état critique, le volume v_1 de la vapeur est considérablement plus grand que le volume v_2 du fluide condensé à l'état liquide, et ce dernier volume devient négligeable dans la formule (7) dont le second membre donnera une expression très approchée du volume v_1 et, par conséquent, de la densité de la vapeur saturée, sans qu'il soit nécessaire de connaître la fonction a. Mais cette formule présente un intérêt d'un caractère plus élevé.

La tension P de la vapeur saturée d'une substance pure, à une température donnée T, détermine, comme nous l'avons souvent rappelé, x, y_1 et y_2. On en déduit, par la formule (7), la différence $v_1 - v_2$ pour cette tempé-

rature, à la seule condition de connaître T_c, P_c et n. Réciproquement, si, comme il arrive pour les trente substances étudiées par M. Sydney Young sur une grande étendue de l'échelle thermométrique [1], on connaît la tension de vaporisation P ainsi que les volumes moléculaires v_1 et v_2, la formule (7) permet de fixer rapidement, après quelques essais, la véritable valeur de l'exposant n qui se trouve ainsi ne dépendre que des constantes critiques T_c et P_c. Ce sont des propriétés assez remarquables de la formule (7).

Acide carbonique $\left(\mu = 44;\ n = \frac{4}{5}\right)$.

Température centigrade.	$v_1 - v_2$ calculé.	$v_1 - v_2$ observé.
0°	0,4088	0,4102
8	0,3034	0,3014
16	0,2190	0,2136
24	0,1265	0,1316
28	0,0791	0,0886

Formiate de méthyle $\left(\mu = 60;\ n = \frac{9}{10}\right)$.

Température centigrade.	$v_1 - v_2$ calculé.	$v_1 - v_2$ observé.
40	18,3019	18,4765
60	9,8116	9,8703
80	5,7160	5,6498
100	3,4854	3,4120
120	2,1978	2,1576
140	1,4021	1,3764
160	0,89894	0,87892
180	0,55615	0,54398
200	0,28574	0,28755
210	0,14108	0,15066

Chlorure stannique $\left(\mu = 261;\ n = \frac{6}{7}\right)$.

Température centigrade.	$v_1 - v_2$ calculé.	$v_1 - v_2$ observé.
100°	45,6513	45,2847
150	12,8155	12,7022
190	5,7231	5,6064
220	3,2873	3,2190
250	1,8976	1,8669
280	1,0262	1,0169

Heptane $(\mu = 100;\ n = 1)$.

Température centigrade.	$v_1 - v_2$ calculé.	$v_1 - v_2$ observé.
80	50,004	49,842
100	27,787	27,637
120	16,480	16,291
140	10,217	10,045
160	6,5652	6,4376
180	4,3381	4,2689
200	2,8845	2,8251
220	1,8755	1,8274
240	1,1224	1,1036
250	0,8009	0,7997
260	0,4643	0,4875

(1) Mémoire de M. Sydney Young, signalé dans notre dernière Note (*Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 444).

Une première application à faire de cette formule consiste à vérifier si les exposants n que nous avons adoptés dans une première étude d'un certain nombre de substances conduisent à des valeurs de la différence $v_1 - v_2$ en accord avec les valeurs expérimentales.

En ce qui concerne l'acide carbonique, le chlorure stannique, le formiate de méthyle et l'heptane, ces exposants sont respectivement $\frac{4}{5}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{9}{10}$ et 1. Pour la molécule-gramme μ de chacune de ces substances, la valeur de la différence $v_1 - v_2$, calculée par la formule (7) et exprimée en litres, est inscrite au Tableau ci-contre en face de la valeur observée à diverses températures par Amagat pour l'acide carbonique (*Recueil des constantes physiques*, p. 160), par M. S. Young pour les trois autres corps.

La comparaison entre les deux valeurs est assez rassurante sur les propriétés présumées de la formule (7), comme pour la formule de notre dernière Note qui donne la chaleur de vaporisation. Les écarts entre ces valeurs sont du même ordre pour les deux formules, et s'expliquent par les mêmes causes. Parmi ces causes se trouve sans doute l'insuffisance, qui nous paraît aujourd'hui assez probable, des évaluations que nous avons faites de l'exposant n; et comme la formule (7) fournit les moyens de se fixer exactement sur cette question, il importe de l'utiliser pour procéder à un travail de revision des valeurs que nous avons adoptées jusqu'ici. Nous comptons entreprendre ce travail, espérant qu'il conduira à d'intéressants résultats.

PLIS CACHETÉS.

M. **Kampé de Fériet** demande l'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 29 avril 1918 et inscrit sous le n° 8518.

Ce pli, ouvert en séance par M. le Président, contient une Note intitulée : *Sur l'expression de la fonction hypergéométrique par une dérivée généralisée.*

(Renvoi à l'examen de M. P. Appell.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° A. Le Chatelier. *Recherches et procédés de cellulose et papiers.* (Présenté par M. H. Le Chatelier.)

2° *L'évolution de la locomotion à grande vitesse en France de* 1878 *à* 1914 *et l'influence de l'Ecole alsacienne;* par M. A. Herdner. (Présenté par M. L. Lecornu.)

M. **Léon Guillet** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à l'une des places de la Division des *Applications de la Science à l'Industrie.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques propriétés des fonctions méromorphes générales.* Note [1] de M. **Gaston Julia.**

Les résultats que j'ai énoncés précédemment [2], et les méthodes dont je me suis servi pour les obtenir s'appliquent aux fonctions entières générales et aux fonctions méromorphes ayant une valeur exceptionnelle. On ne peut les étendre, sans précaution, aux fonctions méromorphes générales. Soit donc une fonction méromorphe $f(z)$ *sans valeur exceptionnelle*, c'est-à-dire que, quel que soit a, fini ou infini, $f(z) = a$, a toujours une infinité de racines; $f(z)$ a une infinité de pôles. Pour une telle fonction l'affirmation qu'implique le théorème de M. Picard est *dans l'hypothèse*. On veut ici obtenir des propositions *plus précises* sur la répartition des racines des équations $f(z) = a$.

A priori, on ne peut faire que deux hypothèses sur $f(z)$.

---

[1] Séance du 31 mars 1919.

[2] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 502 et 598.

1° *Ou bien $f(z)$ n'a pas de valeur asymptotique*, c'est-à-dire que sur aucun chemin tendant vers l'infini, f ne peut tendre vers une valeur déterminée : les fonctions elliptiques sont dans ce cas.

2° Ou bien $f(z)$ *a au moins une valeur asymptotique* ω, *finie ou infinie*.

I. Plusieurs géomètres ont, après M. Hurwitz, signalé que les seules singularités transcendantes de la fonction inverse de la fonction $f(z)$ étaient les valeurs asymptotiques de $f(z)$. M. Iversen, en particulier, a étudié les fonctions inverses des fonctions méromorphes, et l'on conclut immédiatement de sa thèse, qu'une fonction $f(z)$ *dénuée de valeurs asymptotiques* admettant une fonction inverse douée de singularités purement algébriques, on peut diviser le plan des z en une infinité de régions telles que, dans chacune de ces régions, $f(z)$ prend une et une seule fois toute valeur finie ou infinie; chacune de ces régions est tout entière à distance finie : ces régions, par leur ensemble, recouvrent tout le plan sans omission ni répétition, elles sont deux à deux contiguës, comme les parallélogrammes de périodes d'une fonction elliptique ; chacune de ces régions est l'image d'un feuillet de la surface de Riemann de la fonction inverse de $f(z)$.

II. Dans la deuxième hypothèse, il existe un chemin Γ allant à l'infini, sur lequel $f(z)$ tend vers une limite déterminée ω. On étudie alors, σ étant un nombre complexe arbitraire de module > 1, la suite des fonctions

$$f_n(z) = f(z\sigma^n),$$

dans une couronne $\mathfrak{S}$, limitée par les deux cercles $(C, C\sigma)$, C étant un cercle (ou une courbe) arbitraire de centre O. Γ allant à l'infini traverse évidemment toutes les couronnes $\mathfrak{S}\sigma^n$. Soit $\alpha_n\beta_n$ un arc continu de Γ allant du cercle $C\sigma^n$ au cercle $C\sigma^{n+1}$, en traversant la couronne $\mathfrak{S}\sigma^n$, A_nB_n l'arc $\frac{\alpha_n\beta_n}{\sigma^n}$ qui est, dans la couronne $\mathfrak{S}$, l'image de $\alpha_n\beta_n$. Nous avons ainsi dans $\mathfrak{S}$ une infinité d'arcs continus A_0B_0, A_1B_1, ..., A_nB_n, ... dont chacun va du cercle C au cercle $C\sigma$: il est clair que pour $n > n_0$ on aura sur A_nB_n

$$|f_n(z) - \omega| < \varepsilon \quad (^1),$$

quelque petit que soit ε.

---

(1) On peut toujours supposer ω fini, en substituant au besoin $\frac{1}{f(z)}$ à $f(z)$.

Il est dès lors impossible que, dans toute la couronne $\mathfrak{S}$, la famille des f_n soit normale. En effet, toute suite de fonctions f_{n_i} qui convergerait dans $\mathfrak{S}$, ne pourrait converger que vers la constante ω; cela résulte de ce que les arcs $A_{n_i}B_{n_i}$ ont toujours, dans $\mathfrak{S}$, *un ensemble limite parfait* en tout point duquel la fonction analytique limite des f_{n_i} ne peut différer de ω. Toutes les fonctions limites de la famille f_n étant identiques à ω, f devrait tendre uniformément vers ω quand z tend vers l'infini, et cela est impossible.

On doit donc admettre l'existence d'un point au moins z_0 de $\mathfrak{S}$ où la famille f_n n'est pas normale; si l'on entoure z_0 d'une aire arbitrairement petite $\mathfrak{O}_0$, et si l'on envisage les aires $\mathfrak{O}_0\sigma$, $\mathfrak{O}_0\sigma^2$, ..., $\mathfrak{O}_0\sigma^n$, ..., *dans l'ensemble de ces aires $f(z)$ prendra toute valeur, finie ou infinie, à l'exception peut-être de deux valeurs au plus.*

On peut alors parler de l'ensemble $\mathcal{E}$ des points où la suite des f_n n'est pas normale. Il est fermé et admet en lui-même la transformation $(z, z\sigma)$. $\mathcal{E}$ est formé de tous les points autour desquels une suite partielle f_{n_i} n'est pas normale. Dans les aires $\mathfrak{O}_0$, $\mathfrak{O}_0\sigma$, ..., $\mathfrak{O}_0\sigma^n$, ..., correspondant à un point z_0 de $\mathcal{E}$, s'il arrive que $f(z)$ *ne prenne pas* une certaine valeur (deux au plus), cela suffit pour qu'on puisse affirmer que z_0 *n'est pas isolé dans* $\mathcal{E}$, qu'il est limite de points de $\mathcal{E}$; si, dans les aires $\mathfrak{O}_0$, $\mathfrak{O}_0\sigma$, ..., $\mathfrak{O}_0\sigma^n$, f prend toute valeur finie ou infinie, quelque petite que soit $\mathfrak{O}_0$, il y a doute à ce sujet. Si l'ensemble $\mathcal{E}$ est discontinu (comme cela peut effectivement arriver), et si l'on considère une couronne $(C_1 C_2)$ limitée par deux courbes arbitraires entourant l'origine, et entre lesquelles $\mathcal{E}$ ne compte aucun point, dans l'ensemble des couronnes $(C_1\sigma^n, C_2\sigma^n)$ *$f(z)$ tend uniformément vers* ω, quand n grandit indéfiniment.

L'utilisation du chemin Γ sur lequel $f(z)$ tend vers une limite déterminée a joué ici, et jouera dans les résultats que je publierai ultérieurement, un rôle important par lequel les considérations actuelles se rattachent à celles que j'ai précédemment exposées; on sait, en effet, que pour toute fonction entière $\varphi(z)$ il existe un chemin Γ sur lequel φ tend vers l'infini, et pour toute fonction méromorphe φ ayant une valeur exceptionnelle ω, il existe un chemin sur lequel φ tend vers ω. Mais j'ai préféré exposer d'abord le cas des fonctions entières qui exige une analyse moins délicate.

Je n'insiste pas sur les généralisations faciles qu'on pourrait faire en substituant aux nombres σ, σ^2, ..., σ^n, ... d'autres nombres σ_1, σ_2, ..., σ_n, ... tendant vers l'infini : dans chaque cas particulier, on choisira les σ_n qui conviennent le mieux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques formules d'approximation, fondées sur la généralisation des quadratures, dites* mécaniques. Note de M. **Nicolas Kryloff.**

La question de la convergence des quadratures, posée autrefois [1] par Stieltjes et reprise depuis par divers auteurs [2] peut, par l'introduction d'un paramètre, suggérer l'idée d'une nouvelle formule d'approximation pour des fonctions susceptibles d'être représentées sous la forme

$$F(y) = \int_a^b f(x)\, K(x, y)\, dx,$$

intimement liée au problème du développement des fonctions *arbitraires* dans la théorie des équations intégrales.

Dans le domaine de la variable complexe pour les fonctions analytiques, la question dont il s'agit a été posée [3] par M. Pincherle; or, paraît-il, le problème n'a pas été abordé pour les fonctions de la variable réelle, et l'objet de cette Note consiste, précisément, à montrer la possibilité du problème sous certaines conditions restrictives [4] imposées aux fonctions $f(x)$ et $K(x, y)$.

A cet effet, remarquons que, d'après les recherches [5] de M. Jackson, toute fonction vérifiant la condition de Lipschitz peut être représentée au moyen d'un polynome $\varphi_{n-1}(x)$ avec le reste $R_n(x)$, dont la valeur absolue ne surpasse pas $\frac{3\lambda}{n}$, où λ est le coefficient de Lipschitz; cela étant, la formule évidente :

$$\int_a^b f(x)\, K(x, y)\, dx - \sum_1^n A_i\, f(x_i)$$
$$= \int_a^b \varphi_{n-1}(x)\, K(x, y)\, dx - \sum_1^n A_i \varphi_n(x_i) + \int_a^b R_n K(x, y)\, dx - \sum_1^n A_i R_n(x_i),$$

---

(1) Voir *Annales de l'École Normale*, 1884.

(2) Voir par exemple *Comptes rendus*, t. 161, 1915, p. 773.

(3) *Su alcune forme approssimate per la representazione di funzione* (*Memorie della Accad. di Bologna*, 1889).

(4) Les conditions dont il s'agit peuvent être, cela se conçoit, élargies dans le cours d'une investigation ultérieure.

(5) *Transactions of the Americ. Math. Society*, 1913.

où

$$A_i = \int_a^b \frac{K(x, y)\, P_n(x)\, dx}{(x - x_i)\, P'_n(x_i)}$$

donne pour le reste Q_n de la formule des quadratures, ainsi généralisées par l'introduction du paramètre y, l'expression suivante :

$$Q_n = \int_a^b f(x)\, K(x, y)\, dx - \sum_1^n A_i f(x_i) = \int_a^b R_n K(x, y)\, dx - \sum_1^n A_i R_n(x_i),$$

car la formule d'interpolation de Lagrange devient identique pour tout polynome du degré $\leqq n - 1$.

Or, d'après l'inégalité de Bouniakowsky-Schwartz, on obtient

$$(1) \qquad \sum_1^n |A_i| \leqq \sqrt{\int_a^b K^2(x, y)\, dx} \sum_1^n \sqrt{\int_a^b \frac{P_n^2(x)\, dx}{(x - x_i)^2 P_n'^2(x_i)}},$$

et, d'après la formule bien connue des quadratures mécaniques, on a, pour les $P_n(x)$, convenablement choisis,

$$\sum_1^n \int_a^b \frac{P_n^2(x)\, dx}{(x - x_i)^2 P_n'^2(x_i)} = b - a;$$

donc moyennant l'inégalité de Cauchy, appliquée à (1), on obtient définitivement

$$|Q_n| \leqq \frac{3\lambda M}{n} + \frac{3\lambda \sqrt{M(b-a)}}{\sqrt{n}},$$

où

$$(2) \qquad \left\{ \int_a^b |K(x, y)|\, dx < M; \qquad \int_a^b K^2(x, y)\, dx < M \right\} \qquad \text{pour} \qquad c < \varphi < d.$$

D'ici on tire non seulement la convergence des quadratures généralisées, c'est-à-dire

$$(3) \qquad F(y) = \int_a^b f(x) K(x, y)\, dx = \lim_{n=\infty} f(x_i) \int_a^b \frac{K(x, y) P_n(x)}{(x - x_i) P'_n(x_i)}\, dx,$$

mais encore la conclusion sur l'ordre de petitesse du reste, égale à $\frac{1}{\sqrt{n}}$ dans le cas actuel, où $f(x)$ vérifie la condition de Lipschitz et $K(x, y)$ est soumise aux conditions restrictives (2).

L'analyse précédente se prête à la généralisation aux divers points de vue; ainsi pour toute fonction, dont la $k^{\text{ième}}$ dérivée vérifie la condition de Lipschitz, on peut, en utilisant les résultats de M. Jackson, conclure que le reste sera de l'ordre $\frac{1}{n^{k-\frac{1}{2}}}$; on pourrait aussi faire, *a priori*, la supposition plus générale concernant les A_i, par exemple $\sum_1^n |A_i| < Ln^r$ (où r, $L =$ const.; $r =$ un entier) et en ce cas-là l'ordre du reste Q_n des quadratures sera $\frac{1}{n}$ pour toute fonction, dont la $r^{\text{ième}}$ donnée vérifie la condition de Lipschitz.

La formule (3) pour les divers cas particuliers, obtenus en concrétisant les fonctions $f(x)$ et $K(x, y)$, donne lieu à une foule de formules dont quelques-unes ne sont peut-être pas dépourvues d'intérêt, vu leur connexion avec les formules usitées en analyse; l'exposition détaillée des recherches précédentes sera l'objet d'un Mémoire qui paraîtra ailleurs.

Pour conclure, remarquons qu'on pourrait introduire le paramètre dans la formule des quadratures à la manière de M. Pincherle pour les fonctions analytiques et établir, en appliquant *mutatis mutandis* l'analyse précédente, le résultat suivant : pour toute fonction positive et intégrable $f(x)$ et pour toute fonction continue $K(x, y)$, on a

$$\int_a^b f(x)K(x, y)\,dx = \lim_{n=\infty} \sum_{i=1}^n K(x_i, y) \int_a^b \frac{f(x)P_n(x)\,dx}{(x-x_i)P'(x_i)},$$

où

$$\int_a^b f(x)P_n(x)P_m(x)\,dx = \begin{cases} 0, & \text{si } m \neq n, \\ 1, & \text{si } m = n. \end{cases}$$

HYDRAULIQUE. — *Sur les coups de bélier dans les conduites de diamètre variable et formées de parties tronconiques.* Note (¹) de M. **G. Guillaumin**, présentée par M. J. Boussinesq.

I. Dans une précédente Note, nous avons vu que, comme pour les conduites cylindriques, le coup de bélier au distributeur d'une conduite tronconique résultant d'une fermeture complète dans un temps très court était

(¹) Séance du 17 mars 1919.

égal à $\frac{av_0}{g}$. Nous indiquons ci-dessous comment on peut calculer les valeurs du coup de bélier obtenu dans ces conditions au distributeur pendant les périodes successives.

Soit y_k le coup de bélier pendant la $k^{\text{ième}}$ période; on pose d'une manière générale

$$y(t) = y[\tau + (k-1)\theta] = y_k(\tau); \qquad 0 \leqq \tau \leqq \theta.$$

On trouve

$$y_k = \frac{av_0}{g} e^{-a\mu\tau} P_{k-1}(a\mu\tau),$$

les P étant des polynomes de degré égal à leur indice et définis de la manière suivante :

$$\frac{dP_k}{d\tau} = 2(P_{k-1} - P_{k-2} + \ldots),$$

$$P_0 = +1; \qquad P_k(0) = 2(-1)^k + e^{-\omega} P_{k-1}(\omega); \qquad \omega = a\mu\theta = 2\left(\frac{r_1}{r_0} - 1\right),$$

r_0 et r_1 désignant respectivement le rayon de la conduite aux extrémités aval et amont.

La discontinuité du coup de bélier en fin de période vaut

$$y_{k+1}(0) - y_k(\theta) = 2(-1)^k \frac{av_0}{g},$$

comme pour les conduites de diamètre constant.

Pour la première période, on a, en particulier,

$$y_1(\tau) = \frac{av_0}{g} e^{-a\mu\tau}; \qquad y_1(\theta) = \frac{av_0}{g} e^{-\omega}.$$

II. Appliquons maintenant les équations générales établies précédemment à l'étude du passage d'une onde simple à la jonction de deux conduites de conicités différentes (ajutages parallèle-convergent, divergent-convergent, etc.).

En affectant l'indice 1 aux variables afférentes au tronçon amont et désignant par R le rayon de la section de jonction, on a, pour $t > \frac{\theta}{2}$,

$$y = \frac{f'\left(t - \frac{x}{a}\right) - \varphi'\left(t + \frac{x}{a}\right)}{1 + \mu x}$$

$$u = u_0 - \pi g r_0^2 \left\{ \mu \left[f\left(t - \frac{x}{a}\right) - \varphi\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] + \frac{1 + \mu x}{a} \left[f'\left(t - \frac{x}{a}\right) + \varphi'\left(t + \frac{x}{a}\right) \right] \right\}$$

et

$$y_1 = \frac{f'_1\left(t - \frac{x_1}{a_1}\right)}{1 + \mu_1 x_1}$$

$$u_1 = u_0 - \pi g R^2 \left[\mu_1 f_1\left(t - \frac{x_1}{a_1}\right) + \frac{1 + \mu_1 x_1}{a_1} f'_1\left(t - \frac{x_1}{a_1}\right)\right].$$

Tenant compte des conditions de continuité à la jonction, on obtient l'équation différentielle qui détermine φ en fonction de f, connue par hypothèse entre o et θ, avec la condition $\varphi(\theta) = 0$,

$$(1) \quad \varphi'\left(t + \frac{\theta}{2}\right)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a_1}\right) + 2\beta\varphi\left(t + \frac{\theta}{2}\right) = 2\beta f\left(t - \frac{\theta}{2}\right) + \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a}\right) f'\left(t - \frac{\theta}{2}\right),$$

en posant

$$2\beta = \mu_1 - \mu \frac{r_0}{R}.$$

Supposant maintenant $a = a_1$, faisant $t = \frac{\theta}{2} + \tau$ et admettant que l'onde simple est due à une fermeture brusque à l'aval, on a

$$f(\tau) = \frac{v_0}{\mu g}(1 - e^{-a\mu\tau}),$$

$$\varphi'_1(\theta + \tau) = \frac{a v_0}{g} \frac{\beta}{\beta - \mu}(e^{-\mu\tau} - e^{-a\beta\tau}).$$

Si μ_1 augmente indéfiniment par valeurs positives (conduite complètement ouverte à l'amont), on retrouve, pour l'onde de retour,

$$\varphi'(\theta + \tau) = \frac{a v_0}{g} e^{-a\mu\tau}.$$

Si au contraire μ et μ_1 sont des nombres très petits, on peut mettre φ' sous la forme

$$\varphi'(\theta + \tau) = \frac{a^2 v_0 \beta}{g}\left[\tau - a(\mu + \beta)\frac{\tau^2}{2} + \ldots\right].$$

Les oscillations de pression à la section de jonction sont donc amorties ou amplifiées suivant que la partie amont est plus ou moins divergente que la partie aval ($\beta \gtrless 0$).

Si dans l'équation (1) précédente, on fait $\beta = 0$ (conduite à profil

continu), mais si l'on suppose, par contre, a différent de a_1, on obtient

$$\varphi'(\theta+\tau)=\frac{a-a_1}{a+a_1}f'(\tau),$$

tout comme pour les conduites à section constante.

III. Lorsque le distributeur est complètement fermé, le coup de bélier satisfait à l'équation

$$y(t)+y(t-\theta)+a\mu\int_{t-\theta}^{t}y(t)\,dt=0,$$

qui est à rapprocher de celle obtenue par M. de Sparre dans le cas des conduites formées de trois tronçons [1].

De cette équation on déduit aisément celle qui donne la période propre d'oscillation ε de la conduite

$$\pi=\frac{2\pi\theta}{\varepsilon}-2\operatorname{arc\,tang}\frac{a\mu\varepsilon}{2\pi}.$$

La quantité μ étant toujours très petite, on peut écrire, sans erreur sensible,

$$\varepsilon=2\theta\left(1-\frac{2a\mu\theta}{\pi^2}\right)=\frac{4l}{a}\left[1-\frac{4(r_1-r_0)}{\pi^2 r_0}\right].$$

On voit donc que la période propre d'oscillation d'une conduite tronconique est inférieure ou supérieure à $2\theta=\frac{4l}{a}$, suivant que la conduite est divergente ou convergente vers l'amont.

NAVIGATION AÉRIENNE. — *Indicateur-jalonneur de route pour la navigation aérienne à l'estime.* Note de M. L. **Dunoyer**, présentée par M. Rateau.

1. Le problème essentiel de la navigation aérienne à l'estime consiste à savoir quelle route au compas il faut tenir pour se rendre en ligne droite, à une altitude donnée, d'un point à un autre.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 685.

Pour résoudre ce problème, il faut construire le triangle des vitesses ayant pour côtés la vitesse propre de l'avion par rapport à l'air, la vitesse du vent, et la vitesse vraie de l'avion par rapport au sol.

Les dispositifs qui ont été jusqu'à présent proposés pour résoudre ce problème ne sont applicables qu'au sol avant le départ. Ils ne peuvent donc tenir compte que du vent connu par ballon de sondage un certain temps avant le voyage, dans la région où le sondage est fait et à une altitude choisie d'avance. Ces restrictions sont une des causes pour lesquelles ils ont été, somme toute, assez peu employés par la généralité des aviateurs. L'instrument très simple que je vais décrire ci-dessous peut au contraire être employé en cours de vol par l'observateur sur la carte elle-même. Il fait donc intervenir, d'après les observations faites au bout d'un élément de parcours, le vent vrai qui règne dans la couche où l'on navigue, et permet ainsi de corriger, au fur et à mesure que les variations du vent le rendent nécessaire, la route à suivre au compas. De plus, il donne automatiquement le jalonnement de la route, c'est-à-dire que l'instrument indique automatiquement à l'observateur au-dessus de quel point il doit se trouver, sachant que l'avion a suivi une route au compas donnée pendant un temps que fait connaître la montre de bord. Autrement dit, *l'appareil fait automatiquement le point estimé*. Enfin l'observateur peut même, sans aucune difficulté, tenir compte des variations de vitesse propre de l'avion, à condition qu'il sache quelle est cette vitesse propre, à une altitude donnée, en fonction du nombre de tours du moteur, que le compte-tours lui fait connaître à chaque instant.

2. L'instrument se compose de deux petits rapporteurs circulaires en celluloïd sur lesquels sont tracés une graduation angulaire et des cercles concentriques. Sur l'un des rapporteurs, les rayons des cercles sont égaux aux distances parcourues, à l'échelle de la carte, et pendant un intervalle de temps fixe τ, par un vent de 2, 4, 6, ... mètres à la seconde. Sur l'autre rapporteur les rayons sont égaux aux espaces parcourus dans le même temps et en air calme par un avion faisant 100, 110, 120, ... kilomètres à l'heure. Du centre du premier partent en outre des fils de caoutchouc portant des repères régulièrement espacés, et du centre du second un seul fil semblable.

Ces rapporteurs peuvent se fixer sur la carte; on place le centre du premier sur le point A où l'on est, et le centre du second sur le point B où l'on veut aller. On les oriente en outre de façon que les zéros de chaque graduation angulaire soient respectivement sur les méridiens des points A

et B, et au Sud de ces points. Les graduations sont directes, c'est-à-dire disposées dans le même sens que sur le cadran d'une montre.

Au lieu de construire à proprement parler le triangle des vitesses, ce petit dispositif va nous permettre de construire le triangle, homothétique, des espaces que parcourent en un même temps, d'ailleurs quelconque, l'atmosphère par rapport au sol, l'avion dans l'atmosphère et l'avion par rapport au sol.

3. Supposons en effet que, la vitesse du vent étant par ailleurs connue, il s'agisse de calculer la route au compas pour aller du point A au point B, ainsi que la durée de trajet. On aligne l'un des fils du rapporteur A sur la graduation angulaire qui correspond à la direction du vent et l'on allonge ce fil de manière que son premier repère vienne sur le cercle qui correspond à la vitesse du vent, puis on fixe son extrémité. Nous appellerons ce fil le *jalonneur du vent;* en effet, son $m^{\text{ième}}$ repère marque le point où sera parvenue, au bout du temps $m\tau$, l'atmosphère du point A. On allonge ensuite le fil (unique) du rapporteur B de manière que son premier repère soit sur le cercle qui correspond à la vitesse propre de l'avion. Nous appellerons ce fil le *jalonneur propre*, car la distance du $m^{\text{ième}}$ repère de ce fil au point B représente le trajet effectué par l'avion, en air calme, pendant le même temps $m\tau$. On aligne d'abord ce fil suivant BA, puis, sans changer sa longueur, on le fait tourner en balayant le jalonneur du vent à partir de A et en comptant les repères de ce dernier fil qui sont successivement dépassés.

On s'arrête lorsque le nombre (entier ou fractionnaire) d'intervalles ainsi comptés sur le jalonneur du vent est égal au nombre d'intervalles compris sur le jalonneur-propre du point d'intersection C jusqu'au point B. Soit p ce nombre d'intervalles; pendant le temps $p\tau$, le vent parcourt le chemin AC, tandis que l'avion, orienté suivant la direction CB, parcourt dans l'air le chemin CB. Par conséquent, la graduation du rapporteur B, sur laquelle passe la jalonneur-propre CB, est le cap à tenir au compas (à la déclinaison près). L'angle de dérive est l'angle ABC. La durée de trajet est $p\tau$.

Pour jalonner la route vraie de l'avion, il suffit d'aligner suivant AB le deuxième fil du rapporteur A, celui que nous appellerons le *jalonneur-vrai*, puis d'allonger ce fil de manière qu'il y ait aussi p intervalles de ce fil entre A et B. Les repères du jalonneur-vrai indiquent les points qui seront réellement survolés aux époques τ, 2τ, 3τ, ...

4. Inversement, supposons que, tenant une route au compas déterminée, pendant un temps $p\tau$, avec un avion de vitesse connue, mais dans un vent inconnu, on constate avoir volé du point A à un certain point B. Il est facile d'en déduire la vitesse et la direction du vent. On aligne le jalonneur-propre de l'avion (rapporteur B) sur la graduation qui correspond au cap du compas (corrigé s'il y a lieu de la déclinaison), puis on allonge ce fil de manière que son premier repère se trouve sur le cercle du rapporteur B qui correspond à la vitesse propre de l'avion. On aligne ensuite le jalonneur du vent (rapporteur A) de manière qu'il passe sur le $p^{\text{ième}}$ repère du précédent. La graduation du rapporteur A qu'il recouvre donne la direction du vent. Si on l'allonge maintenant de manière que son $p^{\text{ième}}$ repère vienne se superposer au $p^{\text{ième}}$ repère du jalonneur-propre, le cercle du rapporteur A situé sous son premier repère donne la vitesse du vent.

5. Les deux opérations des paragraphes 3 et 4, effectuées alternativement, permettent de rectifier d'une manière continue et méthodique la route à suivre. Les repères du jalonneur-vrai délimitent étroitement les recherches de l'observateur, qui doit reconnaître exactement la route suivie et qui ne peut parfois profiter que d'un trou entre les nuages.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Inflammation spontanée des mélanges d'air et de vapeur d'éther.* Note de M. E. **Alilaire**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

A la suite d'incidents qui se sont produits dans plusieurs fabriques d'éther, nous avons été appelés à étudier les conditions d'inflammation des mélanges d'air et de vapeur d'éther. Nous avons pour cela utilisé un appareil pouvant produire d'une façon continue des mélanges définis de ces deux gaz dont les proportions pouvaient être modifiées à volonté.

Cet appareil se compose d'une trompe soufflante fournissant de l'air à un compteur à gaz, l'air mesuré arrive dans un tube où il se mélange à la vapeur d'éther; cette vapeur d'éther étant fournie par un tube de volatilisation entouré d'un fil métallique chauffé électriquement. L'éther pur est mesuré par une burette et amené d'une façon régulière par une mèche qui aboutit au tube de volatilisation.

Connaissant la quantité d'air, le débit d'éther, la température et la

pression, il nous sera facile d'en déduire la proportion par litre à 0° et 760^{mm}.

Le mélange gazeux est dirigé dans un tube en U dont une des branches est garnie de pointes comme dans les tubes de Vigreux, et qui porte en outre une tubulure permettant de placer un thermomètre à l'intérieur de la courbure; on peut de cette façon contrôler la température à l'intérieur de ce tube qui est entièrement plongé dans un bain d'huile.

Après avoir essayé un certain nombre de catalyseurs : oxydes de fer, de cuivre, de nickel, etc., qui ne semblent pas avoir d'influence sur le phénomène, nous avons pu nous rendre compte que, sans le secours d'aucun catalyseur, on pouvait obtenir l'inflammation spontanée d'un mélange d'air et de vapeur d'éther vers 190°.

Ce phénomène, que nous avons pu reproduire aussi souvent que nous l'avons désiré, se produit lorsque la quantité d'éther dans le mélange gazeux est voisine de 1^g par litre.

La flamme qui se produit est bleue très pâle et visible seulement dans l'obscurité; elle se déplace dans la partie du tube garnie de pointes. Si l'on fait varier le courant gazeux, de façon à amener la flamme au voisinage du thermomètre, le mercure monte en quelques secondes à son maximum vers 460°.

Les produits obtenus dans la combustion sont composés d'un mélange d'aldéhydes méthyliques et éthyliques, et d'acides acétique et carbonique.

Avant l'inflammation, il ne se produit aucune réaction, ainsi qu'il est facile de s'en rendre compte en adaptant à la sortie des gaz un barboteur contenant de la fuchsine décolorée par le bisulfite, ou simplement de l'ammoniaque qui donne d'épaisses fumées aussitôt que la flamme se produit.

Par la connaissance de ce phénomène, on pourra peut-être expliquer certains accidents survenus dans les fabriques d'éther et voir un danger à la présence de tuyaux de vapeur surchauffée dans les usines ou les ateliers où la vapeur d'éther peut se répandre accidentellement en grande quantité. Peut-être aussi serait-il possible, en modifiant les conditions d'expérience et en opérant dans des tubes de plus grands diamètres, d'obtenir des températures d'inflammation encore plus basses.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La formation de la troostite à basse température dans les aciers au carbone et l'influence de la température d'émersion dans les trempes interrompues.* Note de MM. **Portevin** et **Garvin**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Nous avons poursuivi l'étude du refroidissement pendant la trempe des aciers au carbone, en examinant le cas de trempes interrompues ou de durées limitées; ce sont celles dans lesquelles on soustrait brusquement, au cours du refroidissement, l'échantillon du contact de l'eau de trempe, à une température qu'on désignera, pour le point considéré de la masse d'acier, sous le nom de *température d'émersion*.

C'est la continuation des expériences faites par M. Le Chatelier, en 1904 (1), en examinant cette fois l'allure du phénomène suivant qu'on est dans le voisinage ou loin de la vitesse critique de trempe.

Alors que dans nos expériences résumées antérieurement (2) nous avions toujours, lors d'un refroidissement continu, noté que la troostite se formait à température relativement élevée (vers 600°), nous avons pu observer, au moyen de cet artifice, la formation de la troostite à des températures beaucoup plus basses mais toujours *avec une récalescence prononcée caractéristique*. L'examen d'ensemble des courbes de refroidissement enregistrées pendant ces trempes interrompues, au moyen du dispositif expérimental précédemment décrit (3), examen complété par l'étude de la microstructure et de la dureté, nous conduit à formuler les conclusions suivantes :

1° Lorsque les vitesses de trempe sont nettement supérieures aux vitesses critiques, on peut, par interruption de la trempe, observer des récalescences très accentuées (de 80° d'amplitude), à des températures descendant jusque vers 450° (température initiale de la récalescence) et obtenir de la troostite après refroidissement. Or, d'après nos études antérieures, dans un refroidissement continu de même vitesse et pour le même acier, la martensite ne

---

(1) *Études sur la trempe de l'acier* (*Rev. Mét.*, t. 1, 1904, p. 473).

(2) *Influence de la vitesse de refroidissement sur la température de transformation et la structure des aciers au carbone* (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 885).

(3) *Etude expérimentale du refroidissement de divers métaux par immersion dans l'eau* (*Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 783).

se forme *lentement* qu'à partir de températures inférieures à 350°, c'est dire qu'au-dessus de 350° on a conservé la solution solide Fer γ-carbone. C'est donc la transformation directe et immédiate de cette solution solide en troostite qu'on réalise ainsi à des températures bien plus basses que celles auxquelles nous l'avions constamment observée jusqu'alors, mais supérieure cependant aux températures les plus élevées du début de la formation de la martensite; cette réaction est à accélération positive se manifestant par une remontée notable de température sur les courbes enregistrées.

Au contraire, si l'on opère par la voie directe et irrenversable du revenu après trempe vive, c'est-à-dire par l'intermédiaire de l'état martensitique, la réaction dans ces mêmes régions de température est à allure lente : le processus est différent.

2° En opérant dans le voisinage de la vitesse critique de trempe, on a pu observer le départ de la réaction directe de formation de la troostite à des températures encore plus basses (380°).

3° Si les vitesses de trempe sont inférieures à la vitesse critique, la récalescence s'étant déjà produite à haute température dans la période de refroidissement rapide, on a toujours la troostite (ou la perlite) et la position de la température d'émersion ne change pas sensiblement la structure et, partant, la dureté.

4° Dans le cas de trempes vives (vitesses de refroidissement supérieures à la vitesse critique), on peut, sans altération sensible de la dureté autre que la légère atténuation produite par l'effet du revenu, arrêter la trempe à des températures allant jusqu'à 350°.

Cette limitation de la durée de trempe par sortie des pièces encore chaudes du bain de trempe est un des moyens les plus efficaces pour réduire les chances de tapures. Ceci vient de ce que les tapures se produisent à basse température lorsque le métal est à l'état martensitique, ne possédant alors qu'un allongement de rupture extrêmement faible. A cet égard, des observations précises de la température à laquelle naît une tapure n'ont jamais été faites; tout au plus sait-on qu'il s'en produit à la température ordinaire; ceci vient des difficultés d'enregistrement des températures au cours des refroidissements très rapides et aussi de l'impossibilité où l'on se trouve de marquer sur cette courbe l'instant précis où se produit la tapure, accident fortuit qu'on ne peut provoquer sûrement à volonté.

Au cours d'une de nos expériences, un échantillon s'est rompu brusque-

ment et complètement, de sorte que l'eau de trempe, en pénétrant dans la fissure a provoqué un décrochement vertical de la courbe de refroidissement qu'on enregistrait. Cette température était de 70°.

D'autres échantillons ont tapé, mais sans mettre en communication le logement du couple avec l'eau de trempe; les températures de naissance de ces tapures sont inconnues.

Par contre, une durée de trempe trop courte peut être accompagnée de tapures : c'est ainsi que des cylindres de 18^mm de diamètre en acier à 0,8 pour 100 C et 0,2 pour 100 C dont les températures centrales d'émersion étaient de 330°, 400° et 580° ont tapé au cours de l'opération de trempe interrompue; on peut rattacher ce phénomène à la variation de volume accompagnant la transformation.

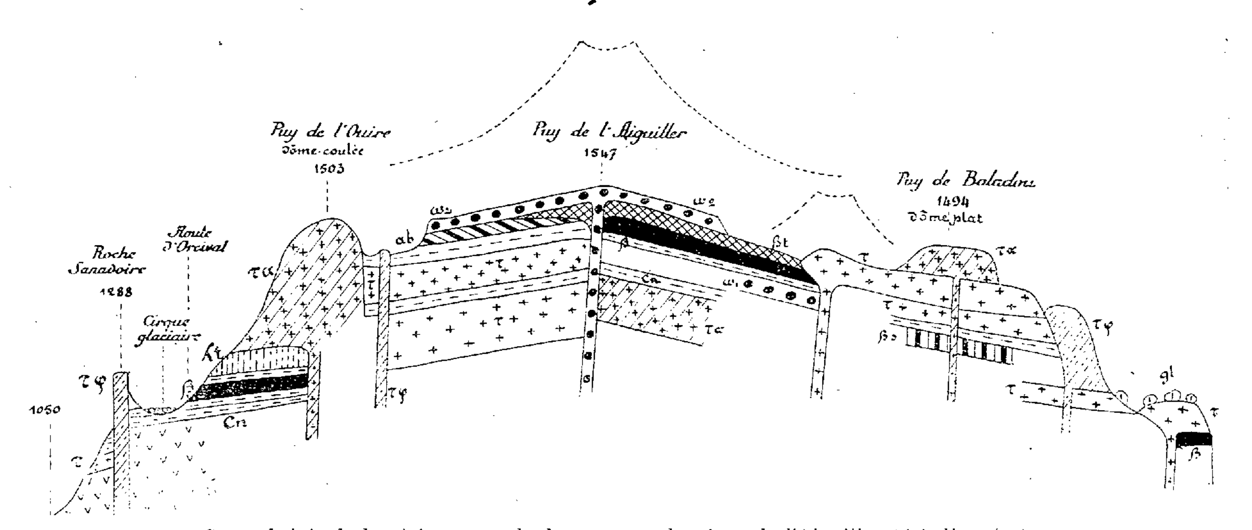
GÉOLOGIE. — *Le groupe volcanique de l'Aiguiller (Monts Dore) : ses volcans secondaires et périphériques.* Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Le groupe volcanique de l'Aiguiller, situé à l'est du groupe Banne d'Ordanche-Puy Loup et qui confine au sud-ouest de la Chaîne des Puys, n'avait pas encore été défini. A part quelques points étudiés par Michel-Lévy et M. A. Lacroix, ce groupe était en grande partie inconnu. Son extension et son importance sont cependant aussi considérables que celles de la Banne d'Ordanche.

Le *substratum* variable et très facturé est archéo-granitique, cambrien et permien. J'ai découvert ce dernier étage, prolongement de celui de Laqueuille, à Rochefort. L'Oligocène supporte également une partie des coulées Nord et Est et s'élève, par failles, jusqu'à 1150^m (Servières et vallée du Fredet).

Le *volcan principal : l'Aiguiller* (1547^m), à l'encontre du Sancy et de la Banne d'Ordanche, n'offre ni neck, ni culot cratérique à son point culminant, la dernière coulée émise s'étant épanchée à la base du cône de scories couronnant l'édifice. Sur le flanc de ce volcan principal qui atteignit de 1900^m à 2000^m dans sa plénitude, se dressèrent, au *mio-pliocène*, *au moins* 20 *volcans secondaires* [*Puys Sanadoire, Ouire, Mandon, Corde, Pessade, Baladou, Védrines, Erenon, Molèdes*, de la Clef du lac de Guéry (1336), etc.], qui émirent, principalement dans la région centrale, des *trachytes*, *trachytes-phonolites*, *trachy-andésites*, *téphrites à haüyne*

(*ordanchites*), *basaltes et basaltes demi-deuil* (*téphritiques*) (voir coupe) sous forme de coulées, de dômes variés, de coulées-dômes ou de dykes. Cet ensemble éruptif était entouré (surtout au Nord, à l'Est et au Sud-Est) de nombreux *volcans périphériques*, sortes de satellites du volcan principal [Puys de Coquelogne, de Rochefort, d'Orcival (1058^{m}), la Garde, Espinasse, Mareuges, volcans des environs d'Alou, de Saignes (Puy 1257), Puy de la Croix Morand, etc.], qui fournirent des trachytes, des basaltes, des basaltes demi-deuil et des ordanchites.



Coupe brisée de la région centrale du groupe volcanique de l'Aiguiller (échelle $\frac{1}{50000}$).

γ_1, granite; *cn*, cinérites; τ, trachyte; $\tau\varphi$, phonolite auct. = trachyte phonolite; $\tau\alpha$, trachy-andésite; αb andésite à olivine: ω_1, ω_2, ordanchite; λt, labradorite à noséane; β, basalte; βs, basalte téphritique vitreux: βt, basalte demi-deuil (ophitique); *gl*, restes de moraines glaciaires.

Les coulées basaltiques s'étendirent au Nord et à l'Est sur plus de 14^{km}, atteignant presque le Puy de Dôme, et constituant des plateaux, segmentés actuellement par l'érosion, ou de larges planèzes très fertiles (Aurières, Vernines).

Après avoir été, comme ses voisins, recouvert de glaciers, tout ce territoire volcanique (glaciaire) eut ses cônes emportés et ses flancs creusés de vallées formant un éventail caractéristique (vallées du Sioulet, Sioule, Gorce, Monne, Fredet, etc.) dont les rivières sont alimentées par des sources très pures, qui vont bientôt être utilisées pour l'alimentation de la ville de Clermont-Ferrand.

Au *Quaternaire supérieur*, de nouvelles fractures s'ouvrirent en maints endroits de cette région et des volcans à cratère vinrent rajeunir localement le relief pliocène. Les Puys d'Ébert, de Jugeat (1060), de Servières, Compéret, Baudet (1437), Monténard, prirent ainsi naissance et émirent des coulées de labradorite et de basalte occupant le fond des vallées. La série d'une partie des laves de l'Aiguiller est indiquée par la coupe ci-contre; de même que celle de l'Ouire, dont les éruptions se terminèrent par la formation d'un dôme coulée imposant, de plus de 200^m de haut, tandis qu'à l'Est, s'édifia, sur une coulée de trachyte, un dôme plat typique (Baladou).

Il faut faire une mention à part aux volcans des environs de Saignes et du Vernet, recouverts en partie de moraines. La colline 1257 comprend notamment deux coulées d'ordanchites, séparées par une coulée de labradorite et surmontées d'une longue nappe de basalte demi-deuil.

Au Sud-Est, le volcan périphérique de la *Croix Morand* (1512^m) est fort intéressant. Il est constitué par le Puy du même nom dont les coulées et les projections sont distribuées de la façon suivante : au Sud-Est, le volcan a donné des trachytes et des trachy-andésites, couronnés par un dôme trachytique (Puy Chambon 1452^m); à l'Est, une longue coulée de trachyte formant une crête rocheuse (Puy Poulet) recouvrant des basaltes; au Nord, des trachytes, des ordanchites et des basaltes et, à l'Ouest, des labradorites, tandis que le sommet comprend une épaisse coulée de basalte demi-deuil.

D'une façon générale, on peut dire qu'il y a beaucoup de rapports entre la *série lavique* des groupes de l'Aiguiller et de la Banne d'Ordanche caractérisés par un assez grand nombre de points de sortie (dykes, dômes et coulées) de *phonolites* (trachytes-phonolites de M. A. Lacroix), par d'épaisses et nombreuses coulées de *téphrites à haüyne* (*ordanchites*), et de basaltes demi-deuil (*basaltes téphritiques*). Mais contrairement aux volcans du Sancy et de la Banne d'Ordanche, le groupe Aiguiller n'offre pas de *Rhyolites* visibles, bien que M. A. Lacroix ait signalé plusieurs affleurements de ponces rhyolitiques à l'est de ce massif.

ZOOLOGIE. — *Pédogénèse et viviparité chez les Actiniaires.* Note de M. **Ch.-J. Gravier**, présentée par M. Edmond Perrier.

Parmi les larves d'Hexactiniaires recueillies au cours des croisières du prince de Monaco dans l'Atlantique septentrional, il en est une à huit cloisons, qui est du type *Edwardsia* et qui mérite une mention particulière. Les muscles longitudinaux des cloisons sont très saillants; les fibres qui les constituent s'appuient sur des lames dépendant de la couche de mésoglée, normales à celle-ci et de même nature qu'elle. Dans la région de ces cloisons où se forment chez l'adulte les cellules reproductrices, c'est-à-dire entre le muscle longitudinal et le bourrelet entéroïdien, il existe dans la mésoglée de chaque cloison des cellules de grande taille, à protoplasme chargé de matières de réserve, à noyau volumineux pourvu d'un gros nucléole qui se teinte fortement par les réactifs nucléaires; ces cellules ont tous les caractères d'ovules, dont quelques-uns sont parvenus à un stade avancé de leur évolution. Chez une seconde larve un peu plus âgée, se rattachant au même type, on voit, dans la même région des cloisons, de grandes cavités à contour arrondi qui semblent bien correspondre à des éléments sexuels évacués.

D'autre part, dans la cavité gastro-vasculaire d'une larve (larve II) recueillie au cours de l'expédition de Stanley Gardiner dans l'Océan Indien (1905), Edith E. Bamford a trouvé trois embryons à des stades différents de développement. Les diverses parties de l'endoderme, à la surface des cloisons surtout, contiennent de grandes cellules isolées avec de gros noyaux qui ressemblent fort à des éléments sexuels. En outre, chez une autre larve à 12 cloisons (larve III) provenant de la même expédition scientifique que la précédente, Edith E. Bamford a constaté qu'en deçà de l'entéroïde des cloisons, on voit des corps sphériques pourvus chacun d'un noyau de fortes dimensions. L'auteur déclare ne pas être fixé sur la nature de ces corps, mais note toutefois qu'ils occupent la position des cellules reproductrices. Dans tous ces cas, il s'agit d'éléments femelles; on n'a vu de cellules mâles chez aucune des larves en question.

Ces diverses observations conduisent à penser que certaines larves d'Actinées sont capables de se multiplier par des ovules non fécondés. Il est fort possible que cette parthénogénèse larvaire ou pédogénèse s'accompagne parfois de viviparité, comme cela paraît être le cas chez la larve II à 8 cloisons d'Edith E. Bamford.

A l'intérieur de la cavité gastro-vasculaire d'une larve de Zoanthaire (*Zoanthina nationalis* Ben.) de la Plankton-Expedition, Ed. von Beneden a découvert quatre larves plus jeunes de la même espèce, à des stades divers de développement. On peut supposer que ces larves sont nées sur place, par voie agame; mais comme aucune des quatre larves n'était en continuité de tissu avec la larve enveloppante, le zoologiste belge rejeta cette hypothèse. Il préférait admettre que le Zoanthaire adulte correspondant était vivipare et que les larves les plus jeunes avaient pénétré dans la cavité cœlentérique d'une larve plus âgée, qu'en un mot, la larve emboîtante et les larves emboîtées avaient même progéniteur. Mais cette hypothèse se heurte à une grosse difficulté. L'une des quatre larves en question n'avait pas même atteint le stade *Planula* et était incapable de se déplacer activement. Il faut donc supposer que la larve gestatrice, avant de quitter l'organisme maternel, peut faire pénétrer la larve plus jeune à l'intérieur de sa cavité gastro-vasculaire.

Chez la larve à 8 cloisons de l'expédition Stanley Gardiner, où incubaient trois larves plus jeunes, cette hypothèse est fort peu vraisemblable, car les bourrelets endodermiques de la colonne obstruent considérablement l'organisme maternel et l'on s'explique malaisément comment trois larves pourraient pénétrer dans une cavité pour ainsi dire inexistante.

On peut encore rapprocher de ces faits celui que j'ai signalé (¹) chez l'*Actinia equina* L., et qui offre les mêmes difficultés d'interprétation que celui du *Zoanthina nationalis*. A l'intérieur de plusieurs exemplaires de cette espèce que j'ai récoltés à mer basse sur la côte de l'île San Thomé (Golfe de Guinée), j'ai trouvé des larves ayant jusqu'à 12^{mm} de diamètre, avec plus de 80 tentacules, contenant dans leur cavité gastro-vasculaire des larves beaucoup plus jeunes; les plus grandes de celles-ci avaient 1^{mm},5 de diamètre avec deux rangées circulaires concentriques bien apparentes de tentacules. Il y avait donc ici, au moins apparemment, trois générations emboîtées l'une dans l'autre.

L'un des résultats les plus curieux des expéditions du *National*, de Stanley Gardiner, du *Liguria* est d'avoir révélé l'existence, à la surface des océans, de diverses formes larvaires de Cérianthaires, dont on ne connaît pas les adultes et que, pour la commodité du langage, Ed. van Beneden a désignées sous des noms génériques et spécifiques. En 1899, un habile et zélé

(¹) *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 986.

voyageur-naturaliste du Muséum, M. L. Diguet, a capturé dans le golfe de Californie, des Cérianthaires qui nageaient en nombre considérable dans les couches superficielles; la colonne des plus grands exemplaires mesurait de 40^{mm} à 50^{mm} de longueur; la plupart d'entre eux possèdent des éléments reproducteurs complètement développés ou très voisins de l'état de maturité. J'ai considéré ces Cérianthaires qui appartiennent au genre *Dactylactis* Beneden (¹) comme adaptés définitivement à la vie pélagique. Mais s'il s'agit vraiment de la forme encore larvaire d'un Cérianthaire normal, tubicole, essentiellement sédentaire, on se trouve encore en présence d'un cas de pédogénèse. Il ne saurait être question ici, semble-t-il, d'un cas de dissogonie analogue à ceux que Chun a signalés chez les Cténophores. La dissogonie est caractérisée par l'existence, chez un même individu, de deux périodes de maturité sexuelle correspondant à deux stades morphologiques différents, entre lesquels s'intercale une métamorphose liée à la régression des éléments reproducteurs. Or ces Cérianthaires pélagiques ont une organisation très semblable à celle des Cérianthaires normaux et il ne paraît pas y avoir place ici pour une métamorphose intercalée entre la vie pélagique et l'existence tubicole.

En outre, chez une jeune larve de $7^{mm},5$ de longueur, de la même forme *Dactylactis* et pêchée par la *Princesse-Alice* dans l'Atlantique, j'ai trouvé dans la mésoglée des futures cloisons sexuelles, des ovules parfaitement caractérisés.

De tous ces faits il semble résulter, que chez certaines formes d'Actiniaires, la multiplication des individus peut se faire par pédogénèse accompagnée ou non de viviparité.

Au sujet de la Note de M. Ch.-J. Gravier, M. **Edmond Perrier** présente les remarques suivantes :

Sur la Pédogénèse. — Les faits rapportés dans la Note de M. Gravier sont du plus haut intérêt; il les groupe avec quelques faits rapportés par Giard à ce qu'il a appelé la *pédogénèse*, c'est-à-dire la faculté qu'auraient, dans certains types, de très jeunes individus, en voie de développement de se reproduire. C'est une façon d'envisager les choses qui paraît pouvoir être, dans un grand nombre de cas, tout au moins, remplacée par une autre d'un

(¹) *Comptes rendus*, t. 135, 1902, p. 591.

intérêt plus général. En effet, dans les cas que note M. Gravier et dans beaucoup d'autres, il ne semble pas qu'une fécondation nouvelle soit nécessaire pour assurer la formation des nouveaux embryons qui se produisent dans les jeunes, en voie de développement. Cette pédogénèse est alors, en même temps, de la parthénogénèse. C'est le cas lorsque dans la classe des Vers Trématodes, des Cercaires ou même de nouvelles Rédies se produisent à l'intérieur des Rédies issues du développement des embryons ciliés. Ce qui se passe ici peut s'expliquer autrement. Lorsqu'un œuf a été fécondé, il se segmente, et les éléments résultant de cette segmentation peuvent, au lieu de contribuer tous ensemble à former un même embryon, se séparer et donner chacun naissance à un embryon. C'est le cas pour l'œuf de certaines espèces de Tatous dont chaque œuf produit deux ou même plusieurs jeunes; certains jumeaux dans l'espèce humaine n'ont pas d'autre origine. Les belles études de notre confrère, M. Marchal, ont montré que les œufs de certains hyménoptères, parasites des Chenilles d'Hyponomeutes, peuvent produire des embryons dont les éléments se dissocient à une période avancée de la segmentation, et se développer chacun comme un œuf, en sorte que l'œuf primitif semble avoir donné naissance simultanément à une centaine d'individus qui tous, il faut le remarquer, étaient contenus dans un même amnios. Il suffit maintenant que, parmi les éléments issus de la segmentation d'un œuf, une partie seulement concoure à la formation d'un embryon en enveloppant les autres dont le développement se trouve momentanément retardé pour que l'embryon qui les contient paraisse avoir engendré de nouveaux individus qui sont, en réalité, ses frères. Il n'y a donc pas là de pédogénèse à proprement parler; le mot de *polygénèse* conviendrait certainement mieux.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Sur quelques caractères du fémur du Pithecanthrope.* Note de M. **Henri V. Vallois**, présentée par M. Edmond Perrier.

Les caractères sur lesquels nous nous proposons d'attirer l'attention sont, d'une part, les dimensions relatives de l'épiphyse inférieure; de l'autre, l'inclinaison en dehors de la diaphyse.

Les *dimensions relatives de l'épiphyse inférieure* peuvent être représentées par deux indices. Le premier, indice fémoro-biépicondylien, exprime le rapport décimal de la largeur maximum du distum fémoral à la longueur

trochantérienne du fémur :

$$I = \frac{\text{longueur trochantérienne du fémur} \times 10}{\text{largeur biépicondylienne du distum}}.$$

Le second, indice fémoro-condylien externe, exprime le rapport décimal du diamètre antéro-postérieur maximum du condyle externe à la longueur trochantérienne du fémur :

$$I = \frac{\text{longueur trochantérienne du fémur} \times 10}{\text{diamètre antéro-postérieur maximum du condyle externe}}.$$

Le premier de ces indices mesure, chez le Pithecanthrope, approximativement 58 [1]; le second, 74,8. Les mensurations que nous avons réunies de la valeur de ces deux indices chez de nombreux Anthropoïdes et chez l'Homme, nous permettront de les comparer à ceux du Pithecanthrope.

L'indice fémoro-biépicondylien moyen du Gibbon est le plus élevé de tous : 75,1; ce fait est en rapport avec la gracilité du fémur de ce Primate. Celui des trois autres Anthropoïdes est beaucoup plus faible : 46 chez le Chimpanzé; 43,9 chez l'Orang; 42 chez le Gorille. L'indice de l'Homme actuel varie entre 61 et 48; il semble être égal à ce dernier chiffre, ou même inférieur, chez l'Homme de Néanderthal.

L'indice fémoro-biépicondylien du Pithecanthrope entre donc tout à fait dans la limite de variabilité des fémurs humains actuels. Comme eux, son distum fémoral est un peu moins massif que celui des trois grands Anthropoïdes et de l'Homme de Néanderthal; comme eux aussi, il est beaucoup plus massif que celui du Gibbon dont le sépare un large intervalle.

Le même rapport s'observe pour l'indice fémoro-condylien externe. Il mesure 105,6 chez le Gibbon; 76,9 chez le Chimpanzé; 71,5 chez le Gorille; 60,6 chez l'Orang. Il varie entre 63 et 79 chez l'Homme actuel et descend à 60 chez l'Homme de Néanderthal. En ce qui a trait à ce second indice, le fémur du Pithecanthrope se classe donc à côté des fémurs de l'Homme actuel, du Gorille et du Chimpanzé, à quelque distance du fémur de l'Orang, et très loin de celui du Gibbon.

L'*inclinaison en dehors* de la diaphyse du fémur s'évalue par la mesure de

---

(1) Une approximation plus grande ne peut être donnée, par suite de la légère discordance qui existe entre le texte de Dubois et la figure qui l'accompagne.

l'angle (angle condylo-diaphysaire, angle de divergence) compris entre l'axe de celle-ci et la perpendiculaire au plan tangent à la face inférieure des deux condyles. Cette inclinaison est extrêmement marquée chez l'Homme actuel, où elle varie entre 8° et 12°. Elle correspond à ce fait anatomique que, chez l'Homme en station verticale, les deux genoux sont au contact alors que les deux têtes des fémurs sont séparées l'une de l'autre par toute la largeur du détroit moyen du bassin.

L'angle de divergence du fémur de Pithecanthrope est de 12°; l'obliquité de ce fémur est donc considérable, puisqu'elle atteint la moyenne supérieure des fémurs humains.

L'angle de divergence du fémur des Anthropoïdes est, au contraire, beaucoup plus faible que ceux du Pithecanthrope et de l'Homme : il est de 5° 42′ chez l'Orang, de 3° 25′ chez le Gibbon, de 3° chez le Gorille et de 1° 50′ chez le Chimpanzé. La faible obliquité du fémur des Anthropoïdes correspond à ce fait qu'ils marchent tous sur le bord externe du pied et les genoux écartés. Le grand angle du fémur du Pithecanthrope pourrait donc faire supposer que ce Primate avait, comme l'Homme, un large bassin et marchait les genoux rapprochés.

Lorsqu'on recherche, en restant dans les limites d'un même genre, quels sont les facteurs susceptibles de faire varier les deux indices du distum fémoral et l'inclinaison de la diaphyse, on constate que la longueur du fémur n'entre jamais en jeu comme cause de ces variations. Il ne nous semble donc pas qu'on ait le droit de dire que le fémur du Pithecanthrope est celui d'un Gibbon et que les énormes différences que l'on peut constater entre l'un et l'autre ne seraient qu'une conséquence de la différence de taille.

Conclusions. — En ce qui concerne les dimensions relatives de son épiphyse inférieure et l'obliquité de sa diaphyse, le fémur du Pithecanthrope présente tous les caractères des fémurs d'Homme actuel; il s'éloigne, au contraire, de celui des Anthropoïdes et, tout spécialement, de celui du Gibbon.

PARASITOLOGIE. — *Sur la haute toxicité de la chloropicrine vis-à-vis de certains animaux inférieurs et sur la possibilité d'emploi de cette substance comme parasiticide.* Note de M. GABRIEL BERTRAND, présentée par M. P. Marchal.

La multiplication considérable des chenilles et d'autres parasites des végétaux durant ces dernières années, multiplication rendue possible par un ensemble de conditions naturelles, auxquelles se sont ajoutées le défaut de main-d'œuvre et la pénurie d'insecticides, m'a conduit à rechercher si quelqu'une des substances agressives, lacrymogènes ou suffocantes, utilisées pendant la guerre, pouvait servir à lutter contre une invasion si funeste à l'agriculture.

Parmi ces substances, la chloropicrine s'est montrée particulièrement intéressante, car on peut l'obtenir aujourd'hui dans l'industrie avec un rendement élevé, sa conservation est facile et elle possède, comme on le verra plus loin, une très grande activité.

Produite par l'action du chlorure de chaux sur l'acide picrique ou même sur les résidus de fabrication de cet acide, la chloropicrine est un liquide assez réfringent, très mobile, de densité 1,666 à + 16°. Son point d'ébullition est situé à + 112°,3 à la pression de 766^{mm} [1]. Elle s'évapore cependant avec une grande facilité, car elle a une forte tension de vapeur; j'ai trouvé pour celle-ci 30^{mm},2 à la température de + 15°. La chloropicrine est ininflammable. L'eau en dissout peu : 1^{g},65 par litre, d'après une détermination que j'ai faite à + 18°. A l'état de très grande dilution dans l'air, elle possède une odeur un peu aromatique et amère; plus concentrée, elle devient vite extrêmement irritante pour les yeux et pour les voies respiratoires. C'est donc une substance à la fois lacrymogène et suffocante; elle présente, en outre, le caractère de provoquer une toux violente quand on la respire. Des précautions sont nécessaires pour la manier; mais en raison de ses propriétés agressives, rapidement perceptibles et anodines aux grandes dilutions, elle est moins dangereuse pour l'homme que l'acide cyanhydrique, par exemple, qu'elle pourrait, peut-être, quelquefois remplacer.

J'ai fait agir la chloropicrine, diluée dans l'air en proportions connues,

---

[1] Stenhouse, qui l'a découverte en 1848, indique + 120° et Hoffmann + 112°.

sur un certain nombre d'insectes et, par des séries d'expériences, j'ai cherché pour chaque espèce la dose minima mortelle, en tenant compte de la durée d'exposition de l'animal à la vapeur, l'effet toxique étant, dans une certaine mesure, d'autant plus intense que l'action est plus prolongée.

Voici le mode opératoire qui a été suivi dans ces expériences :

A l'aide d'une pipette capillaire, donnant de petites gouttes dont le poids était déterminé à la balance, on versait une dose connue de chloropicrine dans un flacon d'un litre ou de deux litres à large ouverture, que l'on bouchait aussitôt et que l'on agitait en tous sens, à plusieurs reprises, pour assurer une égale répartition de la vapeur dans l'atmosphère du flacon. Après un quart d'heure, on introduisait les animaux. Ceux-ci étaient enfermés, au nombre de trois à cinq, dans un petit nouet de gaze souple, dont le fil était retenu entre le col et le bouchon, de manière que le nouet restât suspendu au milieu de l'atmosphère toxique. Après la durée d'exposition choisie, on enlevait les animaux, on les examinait et, s'ils n'étaient pas morts, on les mettait à part avec des feuilles qui leur servent de nourriture habituelle, pour les surveiller. Quand il s'agissait de pucerons, on plaçait un morceau de tige de la plante nourricière, garnie de ses parasites, dans un petit flacon contenant de l'eau, afin que ni la plante, ni les animaux ne puissent souffrir de l'évaporation, et l'on descendait le tout avec un fil à la place du nouet.

Les expériences ont porté sur des chenilles ou larves de Lépidoptères [Pyrale de la Vigne, Eudémis de la grappe (1), livrée des arbres, etc.], sur les larves d'Hyménoptères (tenthrède du Peuplier) et sur des pucerons (pucerons du Fusain du Japon).

De l'ensemble des faits constatés au cours de ces expériences, il résulte qu'une exposition de 5 à 10 minutes, dans une atmosphère ne renfermant pas plus de 1^{cg} à 2^{cg} de chloropicrine par litre, a suffi pour tuer les larves et les pucerons immédiatement ou en l'espace de quelques heures. Une concentration moitié moindre a encore été très efficace, du moins sur les larves. Celles-ci ont cessé de se nourrir, ont perdu leur force et leur mobilité et, finalement, sont mortes dans les 24 à 48 heures qui ont suivi leur exposition à la vapeur de chloropicrine.

En solution dans l'eau, la chloropicrine est également très toxique pour les infusoires (paramécies et verticelles) et pour les amibes.

Il y a donc lieu de supposer que la chloropicrine pourrait être essayée avec avantage, soit en fumigations, soit en pulvérisations (sous forme de

(1) Les larves de Pyrale et d'Eudémis m'ont été obligeamment procurées par M. le Professeur Marchal.

solution aqueuse ou d'émulsion) contre certains parasites des plantes cultivées. La chloropicrine pourrait probablement aussi rendre des services dans la stérilisation partielle des selles.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

É. P.

ERRATA.

(Séance du 17 février 1919.)

Note de M. *Portevin*, Influence de divers facteurs sur la vitesse critique de trempe des aciers au carbone :

Page 346, ligne 2, *au lieu de* Note de M. Portevin, *lire* Note de MM. Portevin et Garvin.

(Séance du 24 mars 1919.)

Note de M. *A. Guébhard*, Un point de vue nouveau sur la métallogenèse :

Page 617, note (1), ligne 1, *au lieu de* qu'envisagent seuls, *lire* qu'envisagent seule.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 14 AVRIL 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'en raison des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mardi 22 avril.

ASTRONOMIE. — *Les travaux de Le Monnier sur les étoiles et la physique du globe.* Note (¹) de M. G. **Bigourdan**.

Étoiles. — De bonne heure (*Hist. cél.*) il améliora les coordonnées de quelques étoiles de première grandeur voisines de l'écliptique, et dans la suite, il revint plusieurs fois à ce travail (1750, 1766, 1772) pour lequel il avait inauguré, dit-il, l'usage des hauteurs correspondantes d'étoiles prises en plein jour.

En 1743, il se proposait de faire un catalogue général d'étoiles; en 1749 il publia les positions de 380 étoiles zodiacales auxquelles il avait comparé la Lune, et qui servirent de base à une carte du zodiaque (*N. Zod.*) destinée à faciliter l'observation de la Lune, des planètes et la détermination des longitudes; dans la suite il donna un supplément de 200 étoiles (Æ); et ses registres auraient permis d'augmenter considérablement ce nombre; mais, comme nous avons vu, il négligeait de réduire ses observations.

La carte des Pléiades d'Outhier et celle des Hyades du P. Chrysologue de Gy, très utiles aussi pour les occultations, furent basées également sur

---

(¹) Séance du 24 mars 1919.

des observations de Le Monnier, qui fit en outre une carte de l'amas du Cancer.

Rappelons aussi les distances zénithales de γ Dragon prises avec le secteur de Graham, pour déterminer les constantes de l'aberration et de la nutation (1).

Géodésie. — Le Monnier, zélé défenseur de Picard, fut très mêlé aux discussions qui se produisirent au sujet des degrés de France. Sur ce point important, nous ne pouvons que renvoyer à Delambre, *Gr. et Fig. de la Terre,* p. 72... Voir aussi le *Mém.* IV de Le Monnier, p. 1*...

Réfractions. — Depuis longtemps on savait qu'au voisinage de l'horizon la réfraction est variable. Riccioli rattacha ces variations à celles de la température, et Picard établit plus positivement cette relation. Par la considération de l'attraction, Newton montra que la grandeur de la réfraction dépend à la fois de la hauteur du baromètre et de celle du thermomètre.

---

(1) *Maison du secteur.* — Dans ces observations, faites à Paris de 1738 à 1740, ce secteur était installé, dit Le Monnier, « vers l'extrémité de la rue de Louis-Le-Grand », dans un abri qu'il appelle la « maison du secteur ».

De L'Isle, un peu plus explicite (A. 2, 4), dit que cet abri est une « petite cabane » située à l'extrémité de la rue Louis-le-Grand, au delà du Boulevard. Ni l'un ni l'autre n'en donnent la longitude, mais nous pouvons calculer exactement sa latitude. Le Monnier, en effet, par l'intermédiaire de la tour méridionale de Notre-Dame, la rapporte à la face sud de l'Observatoire et la trouve plus au nord de $2060^{T}\frac{1}{2}$ qui doivent être réduites à $2058^{T}\frac{1}{2}$ (soit $4012^{m},1$) comme on voit dans *Mérid. vérif.*, page 50; avec nos éléments, cela donne $+2'9'',88$, valeur très voisine de $2'10''$ que Le Monnier indique à plusieurs reprises.

Les plans de l'époque, celui de Turgot par exemple, montrent que les terrains situés au nord du Boulevard n'étaient pas encore bâtis ; aussi, pas plus qu'aujourd'hui, la rue Louis-le-Grand ne se prolongeait au delà. Le plus probable est que la « maison de secteur » était placée près de la « rue de l'Hôtel-Dieu » de l'époque, remplacée maintenant par la rue de la Chaussée-d'Antin. Cela admis, le point d'observation devait se trouver dans la partie de cette rue comprise entre le boulevard des Capucines et le boulevard Haussmann, à 35^{m} environ du bord sud de ce dernier. Pour ses coordonnées, on peut donc admettre :

$$\Delta \mathcal{L} = 0'2'',1 = 0^{s},140\,; \qquad \Delta \varphi = +2'9'',89\,; \qquad \varphi = +48^{\circ}52'20'',89.$$

Le secteur fut ensuite placé à demeure $20''$ plus au sud, c'est-à-dire dans l'observatoire de la rue Saint-Honoré, où il servit aux observations en 1744 et 1745.

On connaissait alors deux méthodes pour déterminer la réfraction, l'une dite des angles horaires et employée par Picard, l'autre basée sur une constitution hypothétique de l'atmosphère. Dans la première, indépendante de toute hypothèse, on suit graduellement une étoile depuis les environs du zénith jusqu'à l'horizon, ou inversement, et l'on compare les hauteurs observées aux hauteurs calculées : la différence est la réfraction.

Dans l'autre, dont Képler avait donné l'idée, on calcule la déviation des rayons lumineux en partant d'une hypothèse sur la constitution de l'atmosphère, et l'on assujettit l'expression analytique de cette déviation à satisfaire des réfractions observées; naturellement celles-ci doivent être assez fortes, c'est-à-dire correspondre à de faibles hauteurs.

Toute sa vie Le Monnier s'occupa des réfractions, particulièrement au voisinage de l'horizon; et même il semble dire (*Mém. Acad.*, 1766, p. 609) qu'il a signalé le premier la nécessité de tenir compte des indications du baromètre et du thermomètre. A partir de 1744, il fut obligé, dit-il (*Mém.* IV, p. 17...), d'abandonner les observations d'étoiles circompolaires qu'il avait commencées dans ce but, sans doute parce que l'horizon de son observatoire était trop borné. Dans la suite, il utilisa des réfractions horizontales de Picard, de Louville, et en observa lui-même à Meudon, à Châtillon, à Saint-Sever ([1]) et à l'hôtel de Bouillon, à Paris; il évitait les temps orageux et les observations faites au Soleil levant, parce qu'alors l'atmosphère est anormale. Il proposa aussi de déterminer les réfractions horizontales par les changements d'azimut qu'elles produisent sur les points

---

([1]) *Saint-Sever* est une des localités où Le Monnier observa souvent.

Cette localité normande, lieu de naissance de Le Monnier le père, est située au nord de la forêt du même nom, et à 40^{km} à l'Ouest de Vire; c'est aujourd'hui un chef-lieu de canton du Calvados, près de la limite du département de la Manche. Souvent notre astronome y passait une partie de la belle saison. Une copie d'un plan manuscrit de la forêt de Saint-Sever, daté de 1688 et qui se trouve dans C. 4, 17, reproduit en perspective le Bourg de Saint-Sever et, à quelques toises (50 env.) au S.-S.-O., la « Maison de M. Le Monnier ». Ce plan, assez grossier, porte deux échelles discordantes; d'après l'une (supérieure) 100^{T} sont représentées par $21^{mm},70$, et, d'après l'autre, par $20^{mm},14$. Le Monnier mentionne, au voisinage immédiat de sa maison, un *pavillon* d'observation situé sur la route de Granville et marqué sur la carte de Cassini au S.-O. du Bourg et par $+48°50'0''$ de latitude, puis, plus exactement, $+48°49'43''$ (p. 404). De son rez-de-chaussée il voit, dit-il, au Nord, jusqu'à 8 lieues. Il mentionne aussi, comme point futur d'observation, une tour que le Roi lui a permis

de lever et de coucher d'un astre presque circompolaire, mais en tout cela il s'est borné à donner quelques valeurs particulières de la réfraction (5°15′ à 10° de hauteur; 3′18″ à 18°) sans déduire une table pour toutes les hauteurs; toutefois il fut des premiers à montrer que la même table doit convenir à tous les climats.

Ces recherches le conduisirent à l'étude des courants aériens et à la mesure des hauteurs par le baromètre : il employa ce dernier moyen, évidemment insuffisant, pour déterminer la pente de la Seine entre Paris et Rouen.

Magnétisme terrestre. — En vue surtout des besoins de la navigation, Le Monnier s'occupa longtemps du magnétisme terrestre, et fit connaître en France tout ce qui se faisait à l'étranger sur ce sujet (*Loix du M.*, etc.). Il recueillit les observations anciennes, apporta un grand perfectionnement à la boussole de déclinaison en lui adaptant le premier une lunette, et fit ses déterminations au Temple chez le prince de Conti, à l'Observatoire royal, à Issy où il répéta les observations de Thévenot, à Vanves, etc. Il nous a conservé le dessin d'une belle boussole de Bellarmatus, construite à Paris en 1541 (*Mém. Acad.*, 1770, p. 459, et 1771, p. 94), et c'est avec lui que Cassini IV commença ses remarquables observations magnétiques. Voir G. Rayet, *Recherches sur les observations magnétiques faites à l'Observatoire de Paris de* 1667 *à* 1672. [*Ann. Obs.* (*Mém.*), p. A*1-40].

Longitudes à la mer. — Le Monnier, qui rejette les distances lunaires pour la détermination des longitudes en mer, préconise la mesure de deux hauteurs de la Lune, dont une au méridien, avec le temps écoulé entre les deux

---

de bâtir au plus haut et dans le S.-O. de la forêt; du pied de cette tour, il voit l'horizon de la mer vers l'Ouest, depuis le Mont Saint-Michel jusqu'à la pointe de Cancale (*Mém. Acad.*, 1768, p. 399).

En 1769, J_3. Bernouilli (*L. astr.*, p. 162) écrit : « M. Le Monnier passant une grande partie de l'année à sa terre de Bretagne [?], il y a là une bonne partie de ses instrumens, entr'autres son Instrument des passages, son célèbre Télescope de 9 pieds et une lunette achromatique de 10 pieds $\frac{1}{2}$. Il se propose même d'y transporter tous ses instrumens ».

En 1773, il y observa, avec la lunette de 10 pieds $\frac{1}{2}$, l'éclipse de Lune du 30 septembre et la disparition de l'anneau de Saturne (*Mém. Acad.*, 1773, p. 181-182); et en 1781, l'éclipse du Soleil du 17 octobre. Pour la longitude de Saint-Sever, il donne $0^h 13^m \frac{1}{2}$ O. de Paris (*Mém. Acad.*, 1781, p. 287); il emploie un quart de cercle mobile de 32^{po} de rayon, dont il a parlé dans les *Mém.* de 1768, p. 54.

observations. Mais cette méthode n'a pas été adoptée, quoique pour en faciliter l'application Pingré ait publié pendant 4 années (1754-1757) un almanach nautique spécial, l'*État du Ciel*.

Longitudes terrestres. — Ces longitudes étaient encore très incertaines pour bien des points, surtout pour ceux que les navigateurs fréquentaient peu. Connaissant (à ce qu'il croyait) les corrections des Tables de la Lune, des planètes, ..., Le Monnier détermina ces longitudes en utilisant les éclipses, les occultations, pour un assez grand nombre de villes, comme Brest, Ponoi, et certaines de l'Inde et de la haute Asie, ainsi que pour divers points remarquables des îles de Bourbon, de Saint-Domingue, de la Nouvelle-Zemble, de la côte des Arsacides et du cap de la Circoncision.

Élèves de Le Monnier. — Les leçons de Le Monnier au Collége de France et ses fonctions d'astronome de la marine groupèrent autour de lui un certain nombre d'élèves qui ont marqué dans la Science. Tels furent *Bory*, de *Chabert*, de *Lolbinière*, « officier d'infanterie en Canada », que l'on trouve s'exerçant à l'Observatoire de la rue Saint-Honoré respectivement dans les années 1750, 1753, ..., 1751.

C'est aussi par les conseils de Le Monnier que *Pingré* entreprit son *État du Ciel*, puis son *Histoire céleste* du XVIIe siècle.

Nous avons déjà mentionné *Outhier* et le P. *Chrysologue*. Il aida aussi *Fontaine de Cruttes* pour un *Traité de l'aberration* (1744), et c'est sur ses indications que *de Séligny* fit la carte du *N. Zod*. Les voyageurs *André Michaux* et *Simon* s'exercèrent sous sa direction; enfin, outre ceux que nous retrouverons à la méridienne de Saint-Sulpice, il faut citer *Lalande*, qui fut le plus célèbre de ses élèves.

PARASITOLOGIE. — *Sur les variétés acentrosomiques artificielles des Trypanosomes*. Note de M. **A. Laveran**.

Werbitzki a annoncé, en 1910, qu'en traitant les animaux infectés par le *Trypanosoma Brucei* au moyen de différents produits du groupe diphénylamine, en particulier par l'oxazine, on pouvait obtenir des trypanosomes dont le blépharoplaste ou centrosome était atrophié et chez lesquels cette modification morphologique était héréditaire.

J'ai entrepris, en 1911, des recherches sur cette question en collaboration

avec Roudsky. Nous avons étudié l'action de l'oxazine sur différents trypanosomes, et nous avons réussi à obtenir une variété acentrosomique du *Trypanosoma Evansi*, agent du surra, après 21 passages par souris traitées. Il résulte de nos recherches que l'oxazine et l'acridine ont une affinité remarquable pour la substance du centrosome qu'elles colorent *in vitro* et *in vivo*, et que l'atrophie du centrosome est vraisemblablement la conséquence d'une action directe, oxydante, de ces produits (¹).

Depuis 1911, j'ai conservé dans mon laboratoire le *Tr. Evansi* acentrosomique sur souris et, à la date du 17 avril 1915, j'annonçais à l'Académie que chez la souris du 450ᵉ passage tous les trypanosomes étaient encore acentrosomiques, j'ajoutais que la disparition du centrosome ou blépharoplaste était *probablement* définitive. Néanmoins, je continuai à garder le virus par passages sur souris. L'événement a montré que j'avais eu raison de faire des réserves et de poursuivre l'expérience.

Jusqu'au 3 avril 1918 (870ᵉ passage par souris) je notai que tous les trypanosomes étaient restés acentrosomiques; le fait que la disparition des centrosomes était définitive semblait donc se confirmer de plus en plus, lorsqu'un examen du sang de la souris du 945ᵉ passage, fait le 28 octobre 1918, me montra qu'un grand nombre de trypanosomes avaient des centrosomes bien distincts. Des numérations faites par mon assistant, le Dʳ Marullaz, montrèrent que le nombre des trypanosomes acentrosomiques n'était plus que de 9 pour 100. Lors d'un examen du sang de la souris du 955ᵉ passage, le nombre des trypanosomes acentrosomiques était tombé à 5 pour 100; enfin, à partir du 14 janvier 1919 (978ᵉ passage), tous les trypanosomes montrèrent des centrosomes ayant les dimensions normales.

Cette longue expérience prouve combien il faut être prudent lorsque, chez un être vivant, on a obtenu une modification se reproduisant par hérédité, avant de déclarer que cette modification est définitive. Si j'avais arrêté l'expérience avant le 945ᵉ passage, j'aurais pu croire que j'avais obtenu une race de *Tr. Evansi* bien caractérisée par la disparition des centrosomes, voire même une espèce nouvelle; il n'en était rien et c'est seulement alors que le virus était conservé depuis 7 ans dans mon laboratoire que les centrosomes ont reparu.

La réapparition a été assez brusque, car, le 28 octobre 1918, on comptait

---

(¹) A. Laveran et D. Roudsky, *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 226 et 916. — A. Laveran, *Comptes rendus*, t. 160, 1915, p. 543.

encore 9 pour 100 de trypanosomes acentrosomiques et, le 14 janvier 1919, on n'en comptait plus un seul; malheureusement, il n'y pas eu d'examen du sang fait du 3 avril au 28 octobre 1918, et je ne puis pas dire exactement quand la réapparition des centrosomes a commencé.

M. **Henry Le Chatelier** fait hommage, en son nom et en celui de M. **Léon Guillet**, d'un *Mémoire sur le traitement thermique des obus* (*Application de la méthode Taylor*).

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Minéralogie, en remplacement de M. *W. Kilian*, élu Membre non résidant.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 32,

M. Bigot	obtient. . .	26 suffrages
M. Glangeaud	» . . .	4 »
M. de Montessus de Ballore	» . . .	2 »

M. **Bigot**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

NOMINATIONS.

M. le Président du **Comité national de l'Éducation physique et sportive et de l'hygiène sociale** invite l'Académie à se faire représenter au **Congrès interallié d'Hygiène sociale**, qui s'ouvrira à la Sorbonne le mardi 22 avril, à 3 heures.

M. **Edmond Perrier** est désigné pour représenter l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le compte rendu des résultats des travaux de la Commission interministérielle du platine, par le Commandant F. Cellerier.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la généralisation de l'équation de Laplace dans le domaine fonctionnel.* Note de M. **Paul Lévy**.

1. R. Gateaux a obtenu, et laissé dans des papiers dont la Société mathématique de France entreprend la publication, d'importants résultats sur l'intégration dans le domaine fonctionnel et sur la généralisation de la théorie du potentiel, notamment dans le cas de la sphère. L'objet de la présente Note est de compléter les résultats de Gateaux sur ces questions.

Si une fonctionnelle U, dépendant des valeurs de $x(t)$ entre 0 et 1, est continue d'ordre zéro et ne dépend pas spécialement des valeurs de $x(t)$ pour certaines valeurs particulières de t, sa variation seconde est en principe de la forme

$$\delta^2 U = \int_0^1 f(t)\,\delta x^2(t)\,dt + \int_0^1 \int_0^1 g(s,t)\,\delta x(s)\,\delta x(t)\,ds\,dt.$$

L'équation qui généralise celle de Laplace est

$$\Delta U = \int_0^1 f(t)\,dt = 0. \tag{1}$$

2. *Fonctions composées de plusieurs fonctionnelles.* — On a

$$\Delta F(U, V, W) = \frac{\partial F}{\partial U}\Delta U + \frac{\partial F}{\partial V}\Delta V + \frac{\partial F}{\partial W}\Delta W.$$

Si donc U, V, W sont des fonctionnelles harmoniques, c'est-à-dire vérifiant l'équation (1), il en est de même de F(U, V, W). Or les fonctionnelles

de la forme

$$\int_0^1\int_0^1\cdots\int_0^1 \varphi(t_1, t_2, \ldots, t_n)x(t_1)\,x(t_2)\ldots x(t_n)\,dt_1\,dt_2\ldots dt_n$$

sont harmoniques. On peut donc former une catégorie étendue de fonctionnelles harmoniques. En particulier, si U, V, W sont harmoniques, $a\mathrm{U}^2+b\mathrm{V}^2+c\mathrm{W}^2$ est une fonctionnelle harmonique atteignant son minimum zéro en tout point où U, V, W sont nuls.

L'équation

$$\Delta\mathrm{U}=\mathrm{F}(\mathrm{U})$$

se ramène à celle de Laplace. Elle s'écrit, en effet,

$$\Delta\left[\mathrm{G}(\mathrm{U})-\frac{1}{2}\int_0^1 x^2(t)\,dt\right]=0,$$

G(U) étant une fonction primitive de $\frac{1}{\mathrm{F}(\mathrm{U})}$.

3. *Le problème de Cauchy et le problème de Dirichlet.* — En un point S l'espace fonctionnel, l'équation (1) s'écrit

$$\Delta_{\mathrm{S}}\mathrm{U}-\mathrm{K}\frac{d\mathrm{U}}{dn}=0, \tag{2}$$

$\Delta_{\mathrm{S}}\mathrm{U}$ ne dépendant que des valeurs de U sur S, et K étant une quantité qui généralise la courbure moyenne des surfaces ordinaires. $\frac{d^2\mathrm{U}}{dn^2}$ n'intervient pas.

On en déduit que les surfaces U = const., si elles sont déterminées, c'est-à-dire si U n'est pas constant dans un volume, sont des surfaces minima. Inversement, sur une telle surface, les valeurs de U doivent vérifier la condition $\Delta_{\mathrm{S}}\mathrm{U}=0$, et la connaissance de ces valeurs n'apprend rien sur $\frac{d\mathrm{U}}{dn}$, qui doit seulement vérifier la condition $\Delta_{\mathrm{S}}\frac{d\mathrm{U}}{dn}=0$. On ne peut jamais déduire de valeurs de U sur une surface minima ou d'un côté de cette surface la valeur de U en un point situé de l'autre côté.

Si U est donné sur une surface non minima S, le problème de Cauchy, d'après l'équation (2), paraît se présenter comme pour une équation du premier ordre dans l'espace ordinaire. Il y a toutefois une différence. Près de S, U ne peut être déduit de l'équation (2) que du côté *intérieur*. En

s'éloignant de S, la région R(S) où U est définie par les données considérées est le lieu des points par lesquels il n'est pas possible de faire passer une surface minima sans point commun avec S. En tout point où passe une surface minima sans point commun avec S, U peut être choisi arbitrairement.

Ces énoncés restent vrais si S est, non une surface, mais une intersection de surfaces.

Ainsi, la donnée de U pour les points de la surface d'une sphère Σ situés sur les plans P_1, P_2, P_3 et d'un côté déterminé d'un autre plan Q, détermine U pour tous les points intérieurs à Σ, situés sur P_1, P_2, P_3 et du côté considéré de Q. On peut remplacer les plans par des surfaces minima.

Le problème ainsi posé généralise à la fois celui de Cauchy et celui de Dirichlet.

Il peut arriver que S se décompose en deux parties S_1 et S_2, S_2 étant intérieur à $R(S_1)$. La donnée de U sur S_2 est alors surabondante.

4. *Solution du problème précédent.* — Pour déterminer U dans la région R(S), connaissant ses valeurs sur S, il suffit de déterminer les surfaces minima U = const., dont on connaît l'intersection avec S. Soit L une telle intersection correspondant à la valeur c de U. La surface cherchée est définie simplement par cette propriété que, vue d'un de ses points, la zone L paraît diviser l'espace en deux angles solides égaux ; on peut dire aussi que, vue d'un de ses points, la région de S où $c - \varepsilon < U < c + \varepsilon$ paraît, quelque petit que soit ε, remplir tout l'espace, le reste de S étant vu sous un angle solide de mesure nulle.

Si S est une intersection de surfaces, la même solution s'applique. Ainsi, dans l'exemple donné plus haut, toute la surface de la sphère, vue d'un point commun aux plans P_1, P_2, P_3, paraît réduite au voisinage de ces plans, et il importe peu qu'on se donne la valeur de U aux points de la surface qui ne sont pas sur ces plans.

Dans le cas de la sphère, Gateaux a défini la valeur de U par un potentiel de double couche de densité égale aux valeurs de U données sur la surface. Or ce potentiel en un point A est la valeur moyenne de U sur la surface, en donnant pour poids à chaque partie de cette surface l'angle solide sous lequel elle est vue de A. D'après ce qui précède, les régions de la surface pour lesquelles $|U - U_A| > \varepsilon$ ont un poids nul, et l'on constate l'identité de la solution de Gateaux avec celle qui précède. Gateaux considérait comme vraisemblable que sa solution s'appliquait au cas d'une surface convexe

quelconque ; cette solution s'applique aussi au cas de toute surface à courbure moyenne toujours dirigée vers l'intérieur, qu'elle soit ou non tout entière du même côté de tous ses plans tangents ; dans le cas où la courbure moyenne change de signe, il y a une partie de la surface dont il n'y a pas lieu de tenir compte ; mais à cette condition la même solution s'applique encore.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les courbes quasi-asymptotiques des surfaces dans un espace quelconque.* Note (1) de M. E. **Bompiani**.

1. Un beau théorème de M. Kœnigs affirme que *la projection sur un plan des lignes asymptotiques d'une surface forme un réseau conjugué à invariants égaux* (2).

Ce n'est qu'une conséquence d'un théorème général sur les solutions communes à deux équations aux dérivées partielles, d'un type bien déterminé, mais d'ordre quelconque, et à une équation de Laplace.

Je vais exposer ce théorème avant tout.

2. Soient données les deux équations suivantes :

$$(1)\qquad \frac{\partial^{\nu+1}x}{\partial\tau_1^{\nu+1}}=\sum_{r+s=\nu}\lambda_{rs}\frac{\partial^{\nu}x}{\partial\tau_1^{r}\partial\tau_2^{s}}+\ldots;\qquad \frac{\partial^{\nu'+1}x}{\partial\tau_1^{\nu'+1}}=\sum_{h+k=\nu'}\mu_{hk}\frac{\partial^{\nu'}x}{\partial\tau_1^{h}\partial\tau_2^{k}}+\ldots,$$

dans lesquelles les termes omis sont linéaires dans les dérivées d'ordre inférieur à ν pour la première et à ν' pour la seconde. On peut, par des différentiations successives, se réduire au cas $\nu=\nu'$ que nous prendrons comme point de départ.

On obtient les conditions d'intégrabilité de ce système en égalant les deux expressions de $\frac{\partial^{2(\nu+1)}x}{\partial\tau_1^{\nu+1}\partial\tau_2^{\nu+1}}$ qu'on peut en tirer. Les coefficients de $\frac{\partial^{2\nu}x}{\partial\tau_1^{\nu}\partial\tau_2^{\nu}}$ qu'on tire de la première et de la seconde équation sont

$$\sum_{r=0}^{\nu}\lambda_{r,\nu-r}\,\mu_{\nu-r,r}+\frac{\partial\lambda_{\nu0}}{\partial\tau_2}\qquad\text{et}\qquad\sum_{s=0}^{\nu}\mu_{s,\nu-s}\,\lambda_{\nu-s,s}+\frac{\partial\mu_{0\nu}}{\partial\tau_1};$$

(1) Séance du 24 mars 1919.

(2) La démonstration de M. Darboux (*Leçons sur la théorie des surfaces*, vol. 4, n° 876) fait intervenir des éléments métriques qui ne sont pas nécessaires.

ces coefficients doivent être égaux, donc

$$\frac{\partial \lambda_{\nu 0}}{\partial \tau_2} = \frac{\partial \mu_{0\nu}}{\partial \tau_1}. \tag{2}$$

Les autres conditions d'intégrabilité ne nous sont pas nécessaires.

Cherchons maintenant s'il y a des solutions communes au système (1) et à une équation de Laplace

$$\frac{\partial^2 x}{\partial \tau_1 \, \partial \tau_2} = a \frac{\partial x}{\partial \tau_1} + b \frac{\partial x}{\partial \tau_2} + c x. \tag{3}$$

Il faudra écrire que, *pour ces solutions particulières*, les dérivées qu'on peut obtenir soit en partant du système (1), soit de l'équation (3), sont égales. Si l'on compare les expressions de $\frac{\partial^{\nu+2} x}{\partial \tau_1^{\nu+1} \partial \tau_2}$ qu'on peut en déduire, on trouve immédiatement, en égalant les coefficients de $\frac{\partial^\nu x}{\partial \tau_1^\nu}$, la condition

$$\frac{\partial \lambda_{\nu 0}}{\partial \tau_2} + \lambda_{0\nu} \mu_{\nu 0} = ab + \nu \frac{\partial a}{\partial \tau_1},$$

et, d'une manière analogue,

$$\frac{\partial \mu_{0\nu}}{\partial \tau_1} + \mu_{\nu 0} \lambda_{0\nu} = ba + \nu \frac{\partial b}{\partial \tau_2},$$

d'où, en tenant compte de (2),

$$\frac{\partial a}{\partial \tau_1} = \frac{\partial b}{\partial \tau_2}.$$

Nous sommes bien loin d'avoir écrit toutes les conditions d'intégrabilité du système (1) et pour que ce système aît des solutions communes à l'équation (3); mais nous pouvons conclure (et c'est le but que nous nous étions proposé) que :

Si le système (1) *a des solutions communes à une équation de Laplace, celle-ci a nécessairement ses invariants égaux.*

Il est essentiel de remarquer que les équations (1) et (3) ne forment pas système, c'est-à-dire qu'on ne suppose pas que *toutes* les solutions de (1) soient solutions de (3); autrement les conditions d'intégrabilité seraient tout à fait différentes et l'on n'aurait pas pu écrire la condition (2) qui est essentielle pour arriver à la conclusion.

3. Pour donner une interprétation géométrique de ce théorème il nous est nécessaire d'avoir recours aux notions d'espace $S(h)$ osculateur à une surface en un point [1], et de courbes quasi-asymptotiques $\gamma_{h,\nu+1}$ telles que le $S_{\nu+1}$ osculateur à une courbe $\gamma_{h,\nu+1}$ en un point et le $S(h)$ osculateur à la surface dans le même point ont une incidence particulière [2] (si $h = \nu = 1$ on a les asymptotiques des surfaces de S_3).

Or, si les $n+1$ coordonnées projectives homogènes $x_i(\tau_1, \tau_2)$ des points d'une surface satisfont au système (1), il y a sur la surface deux systèmes ∞^1 des lignes quasi-asymptotiques ($\tau_1 =$ const., et $\tau_2 =$ const.).

Si un certain nombre des solutions du système (1), soient $x_0, x_1, \ldots, x_k$, satisfont à l'équation (3), cela signifie que les courbes $\tau_i =$ const. et $\tau_2 =$ const. forment un réseau conjugué sur la surface projection de la précédente sur l'espace $(x_0, x_1, \ldots, x_k)$ en prenant comme centre de projection l'espace des coordonnées résiduelles.

4. On voit aisément que si la surface donnée possède deux systèmes des lignes $\gamma_{\nu,\nu+1}$ l'espace qui la contient est de dimension $n \leqq \nu(\nu+2)$. De même, en utilisant l'équation (3), on trouve, pour la surface projetée, $k \leqq 2\nu$. Si la surface possède un système de $\gamma_{\nu,\nu+1}$ et un système de $\gamma_{\nu',\nu'+1}$ on trouve $k \leqq \nu + \nu'$.

On en conclut :

Si l'on projette un double système des quasi-asymptotiques (sur un espace de dimension $\leqq \nu + \nu'$) de manière à avoir un réseau conjugué, ce réseau résulte à invariants égaux.

Dans le plan, chaque double système de courbes formant un réseau conjugué, on a encore :

La projection sur un plan d'un double système de quasi-asymptotiques d'une surface donne lieu à un réseau conjugué à invariants égaux.

Pour $\nu = \nu' = 1$ ce corollaire est le théorème de M. Kœnigs.

---

(1) Cet espace $S(h)$ contient les S_h osculateurs à toutes les courbes de la surface qui passent par le point donné.

(2) En général, la dimension de l'espace qui les contient est égale à la dimension de $S(h)$ augmentée de $\nu - h + 1$; dans le cas de $\gamma_{h,\nu+1}$ il suffit d'augmenter la dimension de $S(h)$ de $\nu - h$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les variétés abéliennes.* Note de M. S. LEFSCHETZ.

1. Soit V_p une variété abélienne de genre p et de rang un, Ω la matrice de Riemann (tableau de périodes), selon M. Scorza dont nous utiliserons la terminologie. On peut montrer que V_p existe quelle que soit Ω. Posons

$$\Omega = \| \omega_{j,1}, \omega_{j,2}, \ldots, \omega_{j,2p} \| ; \quad (j = 1, 2, \ldots, p),$$

et soit γ_μ le cycle linéaire de V_p relatif à $\omega_{j,\mu}$. Aux cycles γ_μ, γ_ν correspond un cycle superficiel (μ, ν) avec une période $(\omega_{j\mu}\omega_{k\nu} - \omega_{j\nu}\omega_{k\mu})$ pour l'intégrale double de première espèce $\int\int du_j\, du_k$. Comme toute autre de première espèce est une combinaison linéaire de celles de ce type, s'il y a $1 + k$ cycles à périodes d'intégrales de première espèce toutes nulles, Ω est k fois singulière. D'après ce que j'ai montré récemment, on aura donc pour le nombre de Picard de V_p, $\rho \leqq 1 + k$. D'un autre côté, soit $\varphi(u_1, u_2, \ldots, u_p)$ une fonction intermédiaire relative à Ω, telle que :

$$\varphi(u + \omega_\mu) = e^{-2\pi i(\Sigma \alpha_{j\mu} u_j + \beta_\mu)} \varphi(u).$$

On devra avoir comme on le sait

$$\sum^j (\alpha_{j\mu}\omega_{j\nu} - \alpha_{j\nu}\omega_{j\mu}) = u_{\mu\nu} = -u_{\mu\nu}, \text{ entier}.$$

Soit A l'hypersurface algébrique que φ découpe dans V_p, A^{p-1} son intersection avec $p - 2$ de ses transformées par les transformations ordinaires de la variété. Considérée comme cycle à deux dimensions,

$$A^{p-1} \sim (p-1)! \sum M_{\mu\nu}(\mu, \nu),$$

d'où l'on déduit que $\sum M_{\mu\nu} x_\mu y_\nu$, qui est la forme *inverse* de $\sum m_{\mu\nu} x_\mu y_\nu$, est principale pour Ω, puisque $\rho \geqq 1 + k$, ce qui conduit finalement à $\rho = 1 + k$, comme MM. Bagnera et de Franchis l'ont déjà établi pour $p = 2$.

Ainsi la recherche de ρ pour V_p conduit à la détermination de l'indice de singularité de Ω. Outre cet indice, rappelons que M. Scorza a introduit un indice dit de *multiplication* b, correspondant aux formes non alternées, comme l'autre aux formes alternées.

2. La considération des multiplications complexes permutables de V_p conduit naturellement à envisager les matrices du type

$$\| \tau_{j1},\ \tau_{j1}\alpha_j,\ \tau_{j1}\alpha_j^2,\ \ldots,\ \tau_{j1}\alpha_j^{q-1}:\ \tau_{j2},\ \ldots,\ \tau_{jr}\alpha_j^{q-1} \| \quad (j=1, 2, \ldots, p;\ qr=2p),$$

où les $\tau_{j\mu}$ sont des constantes et les α_j racines d'une équation de degré q à coefficients entiers $f(\alpha)=0$. De plus, en désignant par $\bar{x}$ le conjugué d'un nombre quelconque x, parmi les quantités α_j, $\bar{\alpha}_j$ $(j=1, 2, \ldots, p)$, se trouve chaque racine de f prise r fois. Des cas particuliers de telles matrices ont déjà été considérés par MM. Bagnera et de Franchis et aussi par M. Scorza.

Soit d'abord $r=1$. Alors, parmi les racines $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$, qui sont toutes imaginaires, il n'y en a pas deux de conjuguées. A une forme de Riemann de Ω correspondent des relations

$$\sum_{\mu,\nu} c_{\mu\nu}\alpha_j^{\mu-1}\alpha_k^{\nu-1}=0,$$

devant être satisfaites pour les s paires de racines α_j, α_k, déduites des paires formées avec $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$, par les substitutions du groupe G de $f=0$. Une discussion assez simple permet d'établir que, pour que la matrice soit de Riemann, il faut et il suffit que, parmi les s paires en question, il ne s'en trouve aucune α_j, $\bar{\alpha}_j$, et l'on aura alors

$$1+h=2(1+k)=2\rho=2p(2p-1)-S.$$

La matrice ne sera pure que si G est permutable avec la substitution permutant les paires α_j, $\bar{\alpha}_j$, et alors

$$1+h=2(1+k)=2\rho=2p.$$

Enfin, quand l'équation $f=0$ est abélienne on a ceci : Si n est l'ordre du sous-groupe maximum maintenant l'ensemble de racines $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_p$ invariant,

$$1+h=2(1+k)=2\rho=2np,$$

et la matrice n'est pure que si $n=1$.

Des résultats semblables sont valables pour $r>1$, et quand les τ sont aussi arbitraires que possible, dans les deux cas suivants où l'on peut démontrer l'existence effective des matrices de Riemann : 1° Les α_j sont réels. Alors

$$1+h=1+k=\rho=q.$$

2° Les α_j sont tous imaginaires, leur groupe ayant la même propriété que ci-dessus. Alors, sauf dans certains cas très spéciaux,

$$1+h=2(1+k)=2\rho=q.$$

3. Une des applications les plus intéressantes de ce qui précède est celle de la détermination des invariants des variétés de Jacobi W des courbes

$$(1) \qquad y^q=\prod_1^{r+1}(x-a_i)^{\beta_i}$$

où q est un nombre premier impair ne divisant ni les β_i ni leur somme. La matrice des périodes est précisément du type considéré en dernier lieu. Les α_j sont ici des racines $q^{\text{ièmes}}$ de l'unité, et l'entier r joue toujours le même rôle qu'avant. Les propriétés du groupe total g de la courbe (1) sont intimement liées à celles de W. En supposant les a_i arbitraires, W est pure et

$$1+h=2(1+k)=2\rho=2(q-1),$$

sauf quand : 1° $r=2$ et (1) est birationnellement équivalente à une courbe

$$(2) \qquad y^q=\frac{x-a_1}{x-a_2}\left(\frac{x-a_3}{x-a_4}\right)^\alpha$$

auquel cas g est d'ordre $2q$ ou $4q$ suivant que $\alpha-1$ est premier ou non avec q. Dans cette deuxième alternative (1) est hyperelliptique, et qu'elle le soit ou non, on a pour W,

$$1+h=2(q-1), \qquad 1+k=\rho=\frac{3}{2}(q-1).$$

2° $r=1$ et (1) est birationnellement équivalente à une courbe

$$(3) \qquad x^m y^n+y^m z^n+z^m x^n=0,$$

auquel cas g est d'ordre $3q$ et l'on a

$$1+h=2(1+k)=2\rho=6p.$$

Les invariants des deux courbes (3) correspondant aux valeurs 7 et 13 de q ont déjà été déterminés par M. Scorza. Remarquons que pour qu'une telle courbe (3) existe, il faut et il suffit que $q-1$ soit un multiple de trois. Enfin, quand W est pure, g est cyclique d'ordre q, sauf quand (1) est birationnellement équivalente à la courbe hyperelliptique $y^q=x^2-a^2$, auquel cas g est d'ordre $2q$.

Dans le cas de $r>1$, la détermination des nombres h, k, ρ se fait par

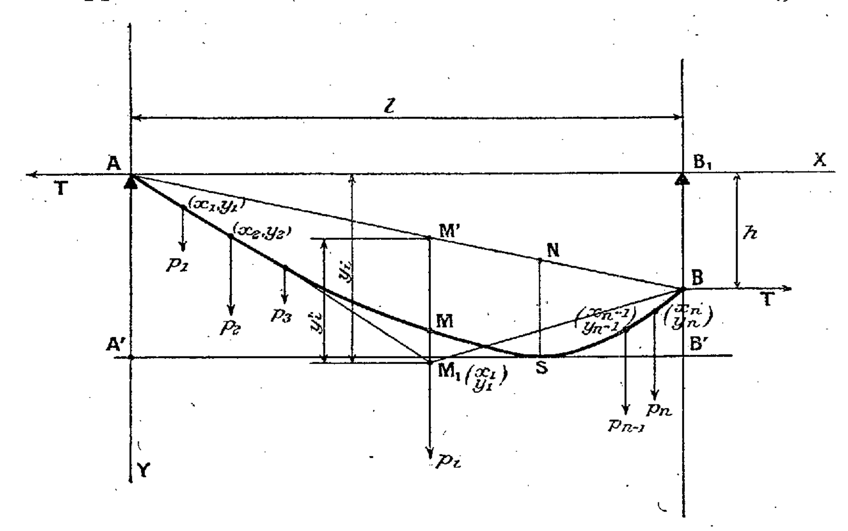
récurrence en partant de l'étude des relations homographiques qui peuvent exister entre certaines intégrales hypergéométriques.

MÉCANIQUE. — *Sur une propriété très générale des câbles servant aux transports aériens.* Note (¹) de M. G. LEINEKUGEL LE COCQ, présentée par M. L. Lecornu.

Dans une de nos précédentes Communications à l'Académie en date du 20 mai 1912, nous avons ramené à une formule rigoureuse et simple la solution du problème que les constructeurs de câbles servant aux transports aériens traitaient par des formules empiriques.

On sait, par expérience, le gaspillage de métal que l'empirisme consomme en pure perte; aussi est-on conduit à rechercher la généralisation des méthodes scientifiques dont l'industrie doit largement profiter pour utiliser de la façon la plus judicieuse le métal actuellement disponible.

C'est à ce titre qu'il paraît intéressant de donner une propriété générale qui a des applications variées dans toutes les installations de ce genre.



La question se présente sous la forme suivante :

Un câble porteur passant sur deux appuis A et B distants horizontalement d'une longueur l, verticalement d'une hauteur h, est soumis à une

(¹) Séance du 7 avril 1919.

tension horizontale constante T, au moyen de poids tenseurs appropriés; sur ce câble circule un train de bennes de poids $p_1, p_2, \ldots, p_n$ disposées au droit des abscisses $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

On se propose, pour toute position déterminée de ce train de bennes, de définir l'ordonnée y'_i du câble déformé dans une section donnée d'abscisse x_i comptée à partir du point A.

Si, au contraire, on se fixe à l'avance cette ordonnée, on peut calculer la tension horizontale développée dans le câble porteur, tension qu'il sera nécessaire d'équilibrer par des poids tenseurs déterminés à ses extrémités.

La relation générale qui résout la question précédente est la suivante : pour toute position bien définie du train de bennes, on a

$$y'_i = \frac{\Sigma M_i}{T}.$$

Dans cette formule, ΣM_i est la somme des moments fléchissants développés au droit de la section d'abscisse x_i dans une poutre ayant ses deux extrémités en A et B_1, écartées entre elles de la longueur l, et soumise aux surcharges $p_1, p_2, \ldots, p_n$ disposées sur cette poutre suivant les mêmes abscisses $x_1, x_2, \ldots, x_n$; on désigne par y'_i la distance du point du câble porteur dans la section x_i à la droite AB.

Nous nous bornerons ici à démontrer cette propriété pour chacun des deux cas extrêmes qu'il est possible d'envisager.

Le premier est le cas d'une benne unique disposée sur le câble porteur en un point quelconque; l'autre est celui d'une série de bennes de même poids, également écartées et représentant, en somme, une surcharge uniforme par unité de longueur.

Dans la première hypothèse, où l'on envisage une benne unique p_i disposée sur le câble porteur au droit de l'abscisse x_i, le moment fléchissant développé par cette même surcharge sur une poutre ayant ses appuis en A et B_1 est, dans cette même section x_i,

$$M_i = p_i \frac{x_i(l - x_i)}{l}.$$

La relation à démontrer est donc

$$y'_i = p_i \frac{x_i(l - x_i)}{l} \frac{1}{T}, \tag{1}$$

y'_i étant la hauteur verticale qui sépare le point M_1 du câble déformé, à la droite AB.

Or, en prenant, par rapport au point M_1, les moments des forces qui

sollicitent le système, on a la relation

$$\pi_1 x_i - \pi_2(l - x_i) - T_h = 0;$$

x_i est l'abscisse du point M_1 par rapport au point A;
π_1 est la réaction en A;
π_2 est la réaction en B.

Les autres équations d'équilibre sont $\pi_1 + \pi_2 = p_i\,T = \pi_1 \frac{x_i}{y_i}$. De ces trois relations on déduit

$$(2) \qquad T = p_i x_i (l - x_i) \frac{1}{l} \frac{1}{y_i - h\frac{x_i}{l}},$$

mais $y_i - \frac{h x_i}{l} = y'_i$ et, par conséquent, on retrouve la relation (1).

Envisageons maintenant l'autre limite, c'est-à-dire le cas d'une série de bennes équidistantes et égales, qui représente le cas d'une surcharge uniforme p_i.

Dans toute section d'abscisse x_i de la poutre ayant ses appuis en A et B_1, le moment fléchissant est, sous la surcharge uniforme p_i,

$$M_i = p_i \frac{x_i(l - x_i)}{2},$$

et l'on est conduit à contrôler la relation

$$(3) \qquad y'_i = p_i \frac{x_i(l - x_i)}{2} \frac{1}{T}$$

pour une section quelconque x_i.

Or, dans ce cas limite, les équations d'équilibre sont pour l'arc de parabole décrit par notre câble porteur,

$$T = p_i \frac{x_i^2}{2} \frac{1}{AA'} = p_i \frac{(l - x_i)^2}{2} \frac{1}{BB'},$$

en prenant la section x_i au droit du point bas de la parabole.

Des relations précédentes on déduit par leur combinaison :

$$(4) \qquad AA'.BB' = \left[p_i \frac{x_i(l - x_i)}{2} \frac{1}{T}\right]^2.$$

Une propriété bien connue de la parabole donne

$$\overline{SN}^2 = AA'.BB';$$

la relation (4) vérifie donc la précédente (3).

Il est intéressant de faire remarquer également que cette propriété permet, par une relation simple et rigoureuse, de déterminer avec une sécurité totale la section à donner aux câbles porteurs d'un pont suspendu pour voie ferrée, alors même que sa suspension est totalement déformable sous les surcharges concentrées; et ce, dans le cas le plus général où les appuis sont à des hauteurs très différentes.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur une analogie électrotechnique des oscillations entretenues.* Note de M. **Paul Janet.**

L'expérience suivante est bien ancienne et connue de tous les ingénieurs électriciens (¹) : Si l'on alimente, au moyen d'une génératrice excitée en série, un moteur à excitation séparée tournant à vide, on voit le moteur se lancer rapidement dans un sens, s'arrêter, repartir en sens inverse, etc. En d'autres termes, on obtient des oscillations parfaitement régulières tant de la vitesse angulaire du moteur que du courant dans le circuit de ce moteur. Il m'a semblé intéressant de signaler les analogies inattendues que présente cette expérience avec les oscillations entretenues si largement utilisées aujourd'hui en télégraphie sans fil, par exemple avec celles qui se produisent dans l'arc de Duddell ou dans les lampes à trois électrodes employées comme oscillateurs. La production et l'entretien des oscillations dans tous ces systèmes tiennent essentiellement à la présence, dans le circuit oscillant, de quelque chose d'analogue à une résistance négative : or, la dynamo-série génératrice se comporte comme une résistance négative, et, d'autre part, le moteur à excitation séparée se comporte comme un condensateur. Il est curieux de constater que ces deux analogies ont été signalées il y a longtemps, la première par M. P. Boucherot (²) et la seconde par M. Maurice Leblanc (³). Si l'on se tient dans la partie rectiligne de la caractéristique de la dynamo-série, c'est-à-dire si l'on a

$$e = mi,$$

la machine se comporte comme une résistance *négative* $-m$; et, d'autre

(¹) Cette expérience a été réalisée en 1889 par M. A. Witz (*Comptes rendus*, t. 108, 1889, p. 1243).

(²) *Bulletin de la Société internationale des Électriciens*, 1904, p. 74.

(³) *Ibid.*, 1899, p. 57 et 59.

part, si, dans une machine à excitation séparée, on désigne par K le moment d'inertie de l'induit et par k le coefficient de proportionnalité entre la force électromotrice et la vitesse angulaire (ou, ce qui revient au même, entre le couple et l'intensité), la machine se comporte comme un condensateur de capacité $\frac{K}{k^2}$. (Les formules de M. Maurice Leblanc, quoique notablement plus compliquées, se ramènent au fond à celle-ci.)

La mise en équation du problème, dans le cas du système matériel indiqué plus haut, est facile. Soit $e = f(i)$ la force électromotrice de la dynamo-série, R et L la résistance et la self-induction du circuit, ω la vitesse angulaire du moteur à excitation séparée; on a évidemment

$$Ri + L\frac{di}{dt} = e - k\omega,$$

$$ki = K\frac{d\omega}{dt};$$

d'où

$$(1) \qquad L\frac{d^2 i}{dt^2} + [R - f'(i)]\frac{di}{dt} + \frac{k^2}{K}i = 0.$$

Dans la partie rectiligne de la caractéristique, cette équation devient

$$(2) \qquad L\frac{d^2 i}{dt^2} + (R - m)\frac{di}{dt} + \frac{k^2}{K}i = 0,$$

et, dans ce cas, une équation différentielle de même forme régit aussi la vitesse ω.

Si $R < m$, c'est-à-dire si la résistance apparente du circuit est négative, et si, de plus, $(R - m)^2$ est plus petit que $\frac{4Lk^2}{K}$, il se produit un régime oscillatoire à amortissement négatif, c'est-à-dire dont les amplitudes tendraient à augmenter indéfiniment. Mais le phénomène est limité par la courbure de la caractéristique, et, en fait, il s'établit des oscillations régulières, non sinusoïdales, régies par l'équation (1) qu'on ne pourrait intégrer que si l'on connaissait la forme explicite de la fonction $f(i)$. Si la résistance est faible, la période des oscillations est, approximativement,

$$T = \frac{2\pi}{k}\sqrt{KL},$$

formule analogue à la formule bien connue $T = 2\pi\sqrt{CL}$.

Les formules qui régissent les oscillations dans l'arc de Duddell ou dans les lampes à trois électrodes conduisent à une discussion très analogue à la précédente.

Ajoutons, en terminant, que l'analogie entre une machine (à excitation séparée) et un condensateur, signalée par M. Maurice Leblanc uniquement en vue de son emploi en courant alternatif, se retrouve en toutes circonstances : par exemple, si l'on applique aux bornes d'une telle machine une différence de potentiel constante U, elle se lance jusqu'à atteindre la vitesse $\omega = \frac{U}{k}$. La quantité d'électricité qui passe est égale à $\frac{K}{k^2}U$ et l'énergie (cinétique) emmagasinée est $\frac{1}{2}\frac{K}{k^2}U^2$. Le phénomène est entièrement analogue à la charge d'un condensateur, la quantité $\frac{K}{k^2}$ étant, comme on l'a vu, assimilée à une capacité. De même si, la machine étant lancée, on la met en court-circuit, elle s'arrête brusquement : c'est le phénomène analogue à la décharge d'un condensateur, et l'on peut même imaginer des cas (induit très léger, grande self-induction, forte excitation, résistance faible) où cette décharge serait, électriquement et mécaniquement, oscillante. On pourrait multiplier ces exemples.

OPTIQUE. — *Sur l'absorption par des milieux troubles. Application au dosage des suspensions.* Note [1] de MM. **Charles Chéneveau** et **René Audubert**, présentée par M. Lippmann.

Divers expérimentateurs ont déjà songé à évaluer la différence des concentrations de deux suspensions en comparant les intensités de lumière diffusées par elles. Ces méthodes nous paraissent incorrectes, sauf pour des suspensions à grains très fins, à cause de la variation que subit, avec la concentration, l'exposant n de la longueur d'onde, résultat que nous avons exposé précédemment [2]. D'autre part nous avons montré [3] que, pour un diamètre déterminé, l'absorption est une fonction continue du volume total des particules, et, par suite, de leur masse totale. Si l'on suppose donc un milieu trouble constitué par un mélange de grains de diamètres

---

(1) Séance du 7 avril 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 553.

(3) *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 684.

différents, pour chaque série de grains on doit avoir :

$$\log\left[-\log\left(1-\frac{I_1}{I_0}\right)\right]=A_1-\alpha\log(N_1 d_1^3),$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots,$$
$$\log\left[-\log\left(1-\frac{I_p}{I_0}\right)\right]=A_p-\alpha\log(N_p d_p^3).$$

En appelant $\frac{I}{I_0}$ le coefficient de transmission du mélange on a

$$\log\left[-\log\left(1-\frac{I}{I_0}\right)\right]=\sum_1^p A_1-\alpha\sum_1^p\log(N_1 d_1^3).$$

Si l'on admet, ce qui est très vraisemblable, une répartition des particules telle que

$$N_1 d_1^3=N_2 d_2^3=\ldots=N_p d_p^3,$$

l'égalité précédente devient, en appelant M la masse totale des particules en suspension et δ leur densité :

$$\log\left[-\log\left(1-\frac{I}{I_0}\right)\right]=A-\alpha\log\left(\frac{M}{p\delta}\right)^p,$$

d'où

$$1-\frac{I}{I_0}=e^{-\frac{B}{M^\beta}},$$

B et β étant deux coefficients dépendant seulement de la nature des grains en suspension et de la longueur d'onde de la lumière utilisée.

L'expérience a confirmé ce résultat. Nous avons vérifié cette formule pour un certain nombre de suspensions hétérogènes de mastic obtenues en diluant un milieu trouble type titré par évaporation, et pour des suspensions de fins précipités de chlorure d'argent et de sulfate de baryum. Par exemple, pour un milieu trouble constitué par des particules de mastic, nous avons trouvé les nombres suivants pour une longueur d'onde $\lambda=0^{\mu},520$ avec une cuve de 4^{cm} d'épaisseur :

M (en grammes par litre)...	0,060	0,041	0,0306	0,0206	0,0150
$\frac{I}{I_0}$	0,677	0,748	0,810	0,860	0,900

Pour une suspension de chlorure d'argent, pour la même longueur

d'onde et avec une cuve de 8^{cm} d'épaisseur, nous avons trouvé :

M	0,055	0,0354	0,0177	0,0088
$\frac{I}{I_0}$	0,578	0,677	0,804	0,884

Ces nombres montrent que dans le cas du chlorure d'argent nous avons pu apprécier des différences de $0^g,001$ par litre à 2 pour 100 près, tandis que dans le cas du mastic nous avons pu évaluer des différences de $0^g,0008$ à 1 pour 100 près. L'ensemble de ces résultats indique qu'on peut donc, par la mesure directe de $\frac{I}{I_0}$, évaluer la teneur d'une suspension, à condition toutefois qu'il n'y ait pas sédimentation immédiate.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la polarisation en courant alternatif.* Note de M. **P. Vaillant**, présentée par M. J. Violle.

J'ai signalé dans une précédente Note [1] qu'un voltamètre à électrodes de platine inégales, traversé par un courant alternatif, acquiert une force électromotrice de sens déterminé qui croît avec le courant jusqu'à ce qu'il y ait électrolyse. Dans le cas du platine, la petite électrode est constamment positive par rapport à la grande.

Le même phénomène se produit sur d'autres métaux (Zn, Fe, Al, Cu, Pb) et il paraît général. La force électromotrice, comptée positivement quand la petite électrode est positive, passe, lorsqu'on augmente le courant, du négatif au positif pour Cu et Al, du positif au négatif pour Fe, reste négative et croissante pour Pb, négative et décroissante pour le laiton, positive et sensiblement constante pour Zn. Elle ne dépasse d'ailleurs jamais quelques millivolts. L'électrolyte employé était NaCl.

La polarisation des électrodes n'est aucunement liée au fait que ces électrodes sont inégales. On a mesuré les polarisations des deux électrodes identiques de mercure par rapport à une électrode indifférente de même surface. Ces polarisations ne sont pas nulles, et bien que toujours égales, elles vont en croissant constamment à mesure que croît la force électromotrice sinusoïdale appliquée.

Il est essentiel de remarquer que la polarisation de sens constant qu'ac-

[1] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 687.

quiert une électrode en courant alternatif n'est pas un phénomène instantané mais progressif, d'autant plus lent à s'établir que l'électrode est plus grande. Inversement, après interruption du courant, la polarisation disparaît progressivement. Si l'électrode est petite (1^{mm^2}), la dépolarisation, qui dans ce cas est assez rapide, s'accompagne le plus souvent d'un ou même deux changements de signe. Il semble que, sous l'action du courant sinusoïdal, se soient accumulées sur l'électrode des couches d'ions alternativement positifs et négatifs, dont la recombinaison n'est pas immédiate, en sorte que, après suppression du courant, si la dépolarisation est suffisamment rapide, ces couches s'éliminent l'une après l'autre par diffusion avant leur recombinaison complète.

Dans cette hypothèse, on peut concevoir que l'apparition d'une faible polarisation de sens déterminé est due à ce que les capacités de l'électrode ne sont pas tout à fait les mêmes pour les deux ions; le fait que cette polarisation met un certain temps à s'établir s'expliquerait par l'accumulation progressive de couches alternativement positives et négatives jusqu'à réalisation d'un équilibre statistique, pour lequel les quantités d'ions déposés à chaque période seraient compensées par une disparition équivalente provenant de recombinaison ou de diffusion.

S'il en est ainsi, la capacité de polarisation d'une électrode en courant alternatif doit être très différente de sa capacité mesurée en courant continu. On peut d'ailleurs affirmer *a priori* qu'elle est beaucoup plus grande. Une électrode de 1^{mm^2} et dont la capacité serait de 1^{mf} (ordre de grandeur des capacités de polarisation en courant continu) opposerait, en effet, au passage de 1 milliampère alternatif, à la fréquence 50, une force contre-électromotrice

$$\frac{10^{-3}}{2\pi \times 50 \times 10^{-6}} = 3,3 \text{ volts},$$

ce qui est évidemment tout à fait en dehors de la réalité.

La capacité de polarisation en courant alternatif est d'ailleurs facile à déterminer. Il suffit de mesurer la différence de potentiel efficace E que présente l'électrode considérée par rapport à une électrode indifférente. Si les deux électrodes sont assez voisines pour qu'on puisse négliger la résistance ρ interposée, la capacité cherchée sera donnée par

$$C = \frac{I}{2\pi F \times E},$$

I étant l'intensité efficace du courant et F sa fréquence.

Pour plus d'exactitude, on fera deux mesures, celle de E et celle de la différence de potentiel E' entre l'électrode indifférente et l'extrémité antérieure d'une résistance connue R, sans self-induction, placée dans le circuit et connectée à l'électrode active. On tirera à la fois C et ρ des deux formules

$$E^2 = I^2 \left\{ \rho^2 + \frac{1}{4\pi^2 F^2 C^2} \right\},$$
$$E'^2 = I^2 \left\{ (\rho + R)^2 + \frac{1}{4\pi^2 F^2 C^2} \right\}.$$

J'ai fait la mesure sur une électrode de platine du type Wollaston ($s = 1^{mm^2},2$) en déterminant E^2 et E'^2 avec un électromètre Moulin monté en homostatique. Les capacités obtenues sont de plusieurs centaines de microfarads par millimètre carré. Elles dépendent d'ailleurs essentiellement de l'électrolyte employé. Tant qu'il n'y a pas électrolyse, elles sont à peu près indépendantes du courant, d'où résulte que la polarisation alternative $\mathcal{E} = \frac{I}{2\pi FC}$ croît proportionnellement à l'intensité. Dès que l'électrolyse se produit, la capacité de polarisation augmente rapidement, de façon à rester proportionnelle au courant I, autrement dit, à partir de ce moment, la force électromotrice de polarisation $\mathcal{E}$ reste constante. Quant à la résistance ρ, elle varie en sens inverse de I dans la première période, et reste à peu près constante dans la seconde, ses fluctuations paraissant alors uniquement dues à la façon dont se fait le dégagement gazeux.

	SO^4H^2.			NaCl.			$NaAzO^3$.		
I.	ρ.	C.	$\mathcal{E}$.	ρ.	C.	$\mathcal{E}$.	ρ.	C.	$\mathcal{E}$.
amp	ohms	mf	volts	ohms	mf	volts	ohms	mf	volts
0,02.........	21,6	180	0,37	43,4	145	0,47	»	»	»
0,04.........	10,3	188	0,67	35,3	146	0,91	»	»	»
0,06.........	12,6	273	0,73	30,7	155	1,29	38,7	176	0,98
0,08.........	12,6	368	0,73	30,1	203	1,32	36,7	235	0,98
0,10.........	11,9	455	0,73	33,3	253	1,32	32,6	301	1,00

PHYSIQUE. — *Action mécanique et osmotique de l'énergie rayonnante sur les milieux qu'elle traverse. Théorie de la photophorèse.* Note de M. **Félix Michaud**, présentée par M. Daniel Berthelot.

1. Chacune des diverses formes de l'énergie est caractérisée par un facteur d'intensité (température pour l'énergie thermique, pression pour

l'énergie de volume des fluides, etc.) qui tend à diminuer dans les processus spontanés, et ne peut être relevé qu'au prix d'une dépense de travail.

D'après M. Daniel Berthelot (¹), le facteur d'intensité de l'énergie rayonnante est la fréquence. Un rayonnement tend toujours, en effet, à diminuer sa fréquence. Cette tendance se manifeste, en particulier, par la pression de radiation. On ne peut, sans fournir du travail, diminuer le volume occupé par un rayonnement, c'est-à-dire, en vertu du principe de Doppler-Fizeau, diminuer la longueur d'onde.

Mais la fréquence n'est pas fonction seulement de la longueur d'onde, elle dépend aussi de l'indice de réfraction du milieu traversé par les ondes. On doit donc s'attendre à ce que la pression du milieu et, dans le cas d'un mélange, les potentiels chimiques des constituants soient modifiés, par la présence d'un rayonnement, dans un sens tel que l'indice tende à augmenter. Si le milieu est discontinu, l'énergie rayonnante doit attirer vers elle les corps d'indice élevé (²).

2. Les formules de l'optique énergétique permettent de calculer ces effets.

L'énergie interne U d'un rayonnement est donné par la formule

$$\frac{U}{v} = aT^4 \qquad \text{(loi de Stefan)}$$

et son entropie S par

$$\frac{S}{v} = \frac{4}{3}aT^3.$$

On sait d'autre part que $\frac{U}{v}$ est, pour une température donnée, proportionnel au cube de l'indice de réfraction n du milieu. On a donc, en appelant k une constante universelle pour les milieux diathermanes,

$$a = kn^3.$$

On en déduit

$$U = kn^3T^4v = \frac{1}{n}\left(\frac{3}{4}S\right)^{\frac{4}{3}}(kv)^{-\frac{1}{3}}.$$

Laissons l'entropie et le volume constants, augmentons l'indice de dn,

---

(¹) *Revue générale des Sciences*, 30 avril 1911.

(²) Comparer J.-H. Poynting, *Phil. Mag.*, t. 6, n° 9, 1905, p. 393.

nous recueillons un travail $d\mathfrak{T} = -dU$ tel que

$$\frac{d\mathfrak{T}}{U} = \frac{dn}{n} \quad (^1).$$

3. Ehrenhaft [2] a étudié expérimentalement l'action de la lumière sur les particules ultra-microscopiques. Cette action est tantôt une répulsion (photophorèse positive), tantôt une attraction (photophorèse négative).

La photophorèse positive s'observe avec des particules douées d'un pouvoir réflecteur élevé, telles que les particules d'argent; elle s'explique par la pression de radiation ordinaire.

La photophorèse négative se manifeste avec des particules de soufre ou de sélénium. Elle n'a pas encore été expliquée jusqu'ici. D'après Schidlof [3], elle nécessiterait, pour être conciliable avec le principe de Carnot, l'hypothèse d'une transformation complexe de la matière constituant les particules. Cela serait exact si la lumière était complètement réfléchie ou complètement absorbée, mais le soufre et le sélénium sont précisément des substances diathermanes douées d'un indice de réfraction élevé, leur attraction par la lumière s'explique alors immédiatement par la théorie exposée plus haut.

---

[1] Si on laisse le volume et la température constants, $d\mathfrak{T}$ devient la diminution de l'énergie libre $U - TS$. On retrouve naturellement la même valeur $d\mathfrak{T} = U\frac{dn}{n}$. Notons que, cette fois, l'énergie interne du rayonnement, au lieu de diminuer, a augmenté :

$$(dU)_{T,v} = 3U\frac{dn}{n}.$$

On aurait de même, pour la pression de radiation ordinaire,

$$P = -\left(\frac{\partial U}{\partial v}\right)_{S,n} = \left[\frac{\partial(U-TS)}{\partial v}\right]_{T,n} = \frac{1}{3}\frac{U}{v};$$

$$(dU)_{S,n} = -\frac{U}{3}\frac{dv}{v}, \qquad (dU)_{T,n} = U\frac{dv}{v}.$$

[2] EHRENHAFT, *Ann. der Physik*, t. 56, 1918, p. 81-132.

[3] A. SCHIDLOF, *Arch. des Sc. phys. et nat.*, décembre 1918.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Caractérisation et dosage de l'oxychlorure de carbone.* Note de MM. **André Kling** et **René Schmutz**, présentée par M. A. Haller.

En 1915, lorsque, chargé par le Grand Quartier Général de la direction des recherches et enquêtes au front sur les armes chimiques ennemies, l'un de nous se trouva dans la nécessité de constituer des moyens de caractériser et de doser l'oxychlorure de carbone dilué dans des atmosphères prélevées sur le champ de bataille même, il n'existait, à notre connaissance, aucune méthode permettant de réaliser ces opérations. Seule une courte Note de Berthelot [1] avait été publiée sur la question. L'auteur y proposait d'effectuer la détermination de doses massives de phosgène contenu dans un mélange gazeux par la mesure des variations de volume subies par le mélange soumis à l'action de réactifs tels que l'alcool, la potasse ou le bicarbonate de soude. Or ces procédés étaient inapplicables au problème qui nous préoccupait. En outre, ils l'étaient également au dosage de l'oxychlorure industriel liquide ou en solution dans un solvant organique, question qui, pour des raisons secondaires, présentait également pour nous un certain intérêt.

Dans le but de constituer une méthode à la fois sensible et exacte pour la recherche et le dosage du phosgène, nous avons entrepris une étude systématique des dérivés colorés ou insolubles que ce composé est susceptible de fournir avec les différents réactifs. Les résultats de cette étude nous ont amenés à conclure que la solution aqueuse d'aniline saturée constituait à la fois le réactif le plus sensible pour caractériser le phosgène et le plus commode pour le doser avec exactitude.

En effet la réaction

$$(1)\qquad COCl^2 + 4C^6H^5NH^2 = CO\begin{cases}NHC^6H^5\\NHC^6H^5\end{cases} + 2C^6H^5NH^2HCl$$

qui se produit instantanément à la température ordinaire, même lorsque le phosgène est fortement dilué dans un gaz inerte, fournit la diphénylurée symétrique sous forme de longues aiguilles dont l'aspect au microscope est absolument caractéristique. Ces aiguilles de diphénylurée fondent à 236° et sont d'une remarquable insolubilité dans l'eau froide.

---

(1) Berthelot, *Bull. Soc. chim.*, 2e série, t. 13, p. 15.

En outre, cette réaction est spécifique du groupement CO< relié à deux atomes d'halogènes; elle n'est donc pas influencée par la coexistence éventuelle des produits d'hydrolyse du phosgène.

1. *Caractérisation du phosgène fortement dilué dans l'air.* — Pour caractériser le phosgène mélangé à l'air ou à quelque autre gaz inerte, il suffit de faire barboter le mélange gazeux, réduit en fines bulles, dans quelques centimètres cubes d'eau d'aniline saturée à froid. Le précipité apparaît aussitôt et un examen microscopique, complété au besoin par une prise du point de fusion, permet de l'identifier avec certitude. En opérant sur 5^l de mélange gazeux, passant à la vitesse de 1^l par 5 minutes dans la solution d'aniline, on parvient encore à retrouver nettement le phosgène pour une concentration de $\frac{1}{100000}$ en volume.

Lorsque l'oxychlorure de carbone, dilué dans un gaz inerte, y est, en outre, mélangé à d'autres gaz, tels que le chlore ou le brome, utilisables aux mêmes usages militaires, et susceptibles, en oxydant l'aniline, de souiller les cristaux de diphénylurée, il est nécessaire d'absorber ces gaz avant leur passage dans le réactif. On y parvient, sans perte appréciable de phosgène, en faisant filtrer le mélange à travers un tube, disposé en avant du barboteur et dans lequel a été tassé légèrement du coton hydrophile imprégné d'une solution concentrée d'iodure de potassium, puis parfaitement séché. Dans ces conditions, le chlore et le brome déplacent une quantité correspondante d'iode, qui reste fixé à la partie antérieure du tube; par contre, le phosgène passe inaltéré.

2° *Dosage du phosgène liquide.* — Pour effectuer le dosage de l'oxychlorure de carbone contenu dans un phosgène industriel, on opère de la façon suivante :

Des poids connus de phosgène variant entre $0^g,2$ et $0^g,35$, contenus dans des ampoules en verre scellées, sont introduits dans des bouteilles de 250^{cm} à fermeture hermétique (genre canette) renfermant déjà 150^{cm} d'une solution aqueuse d'aniline à 26^g par litre. Après fermeture des bouteilles, les ampoules sont brisées par agitation énergique. Il se forme aussitôt le précipité blanc floconneux de diphénylurée. Au bout de 2 heures, on filtre ce précipité sur creuset de Gooch, en évitant l'entraînement de débris de l'ampoule, on lave le précipité avec 50^{cm} à 70^{cm} d'eau froide, on le sèche à 70° et on le pèse. Mais, comme ce précipité peut être éventuellement mélangé de parcelles de verre provenant de débris de l'ampoule, il est nécessaire de dissoudre l'urée sur le filtre même, au moyen d'acétone bouillante, puis de sécher le creuset épuisé, de le

calciner vers 400° et de le peser à nouveau. La différence entre les deux pesées, multipliée par le coefficient 0,467, fournit le poids de phosgène contenu dans la prise d'essai.

La teneur en chlore peut en outre être fixée par un dosage de cet élément dans le mélange des eaux de filtration et de lavage séparées du précipité.

Il est à remarquer que la réaction (I) n'a lieu qu'en présence d'un excès d'aniline libre, si ce réactif était en quantité insuffisante (par exemple, si l'on utilisait pour 150^{cm^3} d'eau d'aniline, une ampoule contenant plus de $0^g,5$ de $COCl^2$), le dosage serait à recommencer. Le produit formé serait alors un mélange de diphénylurée, d'isocyanate de phényle

$$(C^6H^5 = N = C = O),$$

et de chlorure de l'acide phénylaminocarbonique ($C^6H^5NHCOCl$). On en serait du reste averti, au moment de l'ouverture des bouteilles, par l'odeur piquante propre à ces deux derniers composés, et qui se substituerait à celle de l'eau d'aniline.

Lorsque le phosgène sur lequel on opère est dissous dans un solvant organique, il est nécessaire, afin d'éviter la dissolution partielle de la diphénylurée, d'éliminer le solvant avant la filtration du précipité. A cet effet, le produit de la réaction est versé dans une capsule de 250^{cm^3} et maintenu une heure au bain-marie. Le dissolvant déplacé, on laisse refroidir et reposer jusqu'au lendemain. On termine alors le dosage comme dans le cas général.

Afin de contrôler l'exactitude de la méthode, nous avons, à partir de phosgène industriel, préparé par rectification de l'oxychlorure de carbone passant à point fixe (9°) et dont la pureté a été vérifiée qualitativement et ensuite quantitativement par dosage du chlore. En lui appliquant la méthode de dosage décrite ci-dessus, nous avons constaté que la précision du dosage, par pesée de la diphénylurée, était du même ordre que celle atteinte en effectuant ce dosage par pesée du chlorure d'argent précipité soit dans le liquide d'hydrolyse alcaline du phosgène, soit dans la solution d'aniline séparée de la diphénylurée (et contenant par conséquent la totalité de chlore de l'oxychlorure).

GÉOLOGIE. — *Le Suessonien dans le Maroc central.* Note de M. **A. Brives**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans la partie moyenne de son cours, l'Oum-er-Rbia sépare par des gorges, parfois profondes, la région tabulaire des Rehamna, à l'Ouest, de celle des Beni Meskin, à l'Est.

J'avais dès 1905 indiqué la présence des calcaires à silex du Suessonien sur la rive gauche de l'Oum-er-Rbia, chez les Rehamna; en 1910 j'avais fait entrevoir la continuité de ces couches sur le plateau des Beni Meskin qui s'étale sur la rive opposée. Au cours d'un voyage récent, j'ai pu constater qu'il en était bien ainsi et que le plateau supérieur de la Chaouia (plateau de Settat) présentait la même constitution géologique que celui des Rehamna.

Les terrains primaires qui forment le substratum général des deux régions sont recouverts par les assises du Crétacé, lesquelles ont été ravinées par celles de l'Éocène inférieur, qui recouvrent le tout en transgression.

C'est chez les Beni Meskin, c'est-à-dire dans la partie sud du plateau de Settat, que les dépôts suessoniens sont le plus développés; mais des témoins épars échelonnés vers le Nord indiquent bien l'extension de cet étage sur toute la région.

La composition lithologique et la disposition des couches montrent la plus grande analogie avec les dépôts de l'Eocène inférieur de l'Algérie et de la Tunisie. La faune abondante, que j'ai pu recueillir, confirme entièrement le synchronisme de ces couches dans toute l'Afrique du Nord.

La succession est la suivante :

1° A la base sont des argiles gypseuses compactes, quelquefois bleuâtres, plus souvent noirâtres, qui renferment des vertèbres mal conservées de squalidés. On y trouve aussi de rares petites dents de *Lamna* et quelques belles dents d'un *Carcharodon* sp.;

2° Au-dessus vient une alternance marno-calcaire avec lits de silex. C'est la zone la plus riche en fossiles, non silicifiés, ayant conservé leur test.

Vers la base se trouve un premier niveau où abondent : *Ostrea Archiaci* d'Orb., *Ostrea eversa* d'Orb., associées à *Vulsellopsis Caillaudi* Zittel et à *Heligmopsis* sp.

Un peu au-dessus, un banc sableux phosphaté renferme des cardites, des

cythérées dont l'état de conservation ne permet pas une détermination précise.

La partie supérieure montre une riche faune de squalidés, représentée par un nombre considérable de dents et de vertèbres. J'ai pu déterminer :

Odontaspis cuspidatus Ag.
Odontaspis elegans Ag.
Odontaspis crassidens Ag.
Lamna Aschersoni Strom.
Otodus obliquus Ag.
Myliobatis Dixoni Ag.
Myliobatis striatus (*suturalis*).
Carcharodon sp.

A ce niveau se rencontre aussi un crocodilien qui paraît bien voisin du *Dyrosaurus* (*Crocodilus phosphaticus* Th.) et dont on trouve de belles dents et de nombreux débris d'ossements.

3° Les marno-calcaires sont couronnés par une épaisseur, variable suivant les points, de calcaires durs à silex, passant tantôt à un calcaire dur cristallin, tantôt à un calcaire plus tendre formé de débris coquilliers. Le banc inférieur est facilement reconnaissable à l'abondance des silex et aussi par ce fait, qu'il constitue, sur tout le pourtour du plateau, un escarpement remarquable. C'est ce banc qui renferme toute une faune de Gastropodes et de Lamellibranches à test silicifié. Les thersitées y abondent : j'ai recueilli *Thersitea ponderosa* Coq. et *Hemithersitea marocana* Savorn. dont la détermination est certaine, et aussi *Th. strombiformis* Pom. qui est plus douteuse.

C'est la première fois qu'une faune aussi riche est signalée au Maroc. Elle présente, avec celle des calcaires à silex d'Algérie et de Tunisie, la plus grande analogie. La présence des genres *Vulsellopsis* et *Heligmopsis* est intéressante, car ces formes de l'Eocène d'Egypte n'étaient pas encore connues dans l'Afrique du Nord.

GÉOLOGIE. — *Rapports latéraux et signification tectonique de l'ellipse granitique des Rehamna (Maroc).* Note (¹) de M. **P. Russo**, présentée par M. Ch. Depéret.

J'ai déjà signalé (²) la présence de phénomènes d'endomorphisme, sur la périphérie de l'ellipse granitique des Rehamna.

Ces phénomènes sont accompagnés de remplissages hydrothermaux dans les fissures ou dans le plan des schistes, remplissages extrêmement développés, se poursuivant loin de cette ellipse granitique dans les conditions et avec les conséquences ci-après.

a. A l'est de l'ellipse, on rencontre, superposés normalement aux gneiss, micaschistes, quartzophyllades et schistes à séricite, des bandes discontinues de schistes charbonneux et de schistes verts micacés verticaux et coincés entre des bandes de roches éruptives plus ou moins basiques, à direction moyenne NS. Entre les feuillets de ces schistes, on voit s'introduire de nombreux filons de quartz. Le plus grand nombre d'entre eux suit la direction des plis qui ont redressé les schistes, d'autres viennent les recouper orthogonalement. Le plus important, situé à l'est de Ben-Guerir, borde immédiatement une apophyse dioritique de direction NNE-SSW.

Dans la vallée de l'oued Bou-Chan, il existe un autre filon quartzeux d'une épaisseur moyenne de 3^{m}, constamment vertical, se prolongeant sur plus de 6^{km}, à travers les schistes micacés verticaux et conservant la direction NS.

Cet ensemble de filons couvre, sur une largeur moyenne de 5^{km} à 6^{km}, tout le pays autour de l'ellipse Rehamna.

b. Au voisinage des roches basiques affleurant dans les apophyses latérales de l'ellipse, on ne voit pas apparaître de gîtes de départ sulfurés, comme en eût donné un magma calco-sodique. Au contraire, du quartz et de la calcite (peut-être avec substitution secondaire) se montrent en relation avec ces apophyses. Il est donc permis de penser que le magma originel était acide et n'est devenu basique par places que par digestion des calcaires et dolomies sus-jacents.

(¹) Séance du 31 mars 1919.

(²) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 168.

c. Les filons de quartz à direction NS se retrouvent bien au sud de l'ellipse des Rehamna, dans les schistes et quartzites de l'Oum-er Rbia, en amont et en aval de Bou-Laouane. Ceux à direction NNE-SSW s'y retrouvent aussi, mais sont surtout nombreux dans la région de Mechra Ben-Abbou.

d. Alors que dans la région touchant l'ellipse granitique, les schistes sont verticaux et très métamorphisés, on constate au contraire, en s'en éloignant vers l'Est et vers l'Ouest, qu'ils ne sont plus que faiblement inclinés et peu ou pas métamorphisés. Il en est de même au Nord. Au Sud, leur recouvrement par des dépôts crétacés et pléistocènes empêche les observations.

Vers l'Est, la verticalité se maintient en allant vers les collines des Sraghna, elle s'atténue très fortement en allant vers le Krarro. Vers la ride granitique de l'*Hadra*, les schistes sont verticaux. De la sorte, on a sur une coupe EW, des schistes verticaux, puis une masse de granite englobant une série de schistes verticaux et enfin une nouvelle série de schistes à pendage de 40° W appuyés sur les granites, au contact desquels ils sont eux aussi verticaux.

e. Les filons de quartz et les apophyses granitoïdes de cette région indiquent l'emplacement de trois plis parallèles se raccordant et se fusionnant en S italique au niveau de l'ellipse de Rehamna en se relayant. En outre, les directions des diverses branches sont NNE-SSW pour les deux de l'Ouest, NS pour les raccordements, N 45° E pour la troisième (orientale).

f. Le massif granitique de Rehamna se présente donc comme un *nœud* dans le système des plis hercyniens du Maroc central, et comme un des éléments du *rempli* de la chaîne carbonifère. C'est un dôme anticlinal de part et d'autre duquel se développent des zones abaissées, plateau de Settat, plaine d'El Bahira, dans le sens des plis, Doukkala et Tadla inférieur dans le sens perpendiculaire. Le réseau orthogonal de fractures qu'on voit l'entourer correspond à cette donnée. Peut-être le mouvement de torsion des plis en S italique permet-il d'admettre pour la chaîne hercynienne le même phénomène de poussée oblique des horsts qui caractérise, d'après M. Gentil, la structure de l'Atlas marocain.

PALÉOBOTANIQUE. — *Les zones végétales du terrain houiller du Nord de la France.* Note de M. **Paul Bertrand**, présentée par M. Ch. Barrois.

Nos connaissances sur la flore du terrain houiller du Nord de la France sont dues à N. Boulay (1876-1879) et à R. Zeiller. Dans son ouvrage magistral, la *Flore fossile du bassin houiller de Valenciennes* (1888), Zeiller a fait connaître la distribution verticale des espèces végétales et leur répartition dans les différents faisceaux. A l'époque où parurent les travaux de Boulay et de Zeiller, on admettait que les houilles maigres, demi-grasses et grasses étaient régulièrement superposées du Nord au Sud, les houilles maigres du Nord étant les plus anciennes, les houilles grasses du Sud étant partout les plus récentes.

Ces premières données sur la structure du bassin et sur la distribution des espèces végétales ont subi des modifications profondes. Les travaux de M. Ch. Barrois ont révélé la présence dans le houiller inférieur, pauvre en charbon (zone de Flines-Annœullin), puis, dans la moitié inférieure du houiller productif (Ostricourt, l'Escarpelle, Aniche, Anzin), de plusieurs bancs marins. En se guidant sur ces horizons très constants, M. Barrois a pu démontrer que le bassin houiller du Nord de la France se composait de plusieurs plis longitudinaux, dirigés d'est en ouest; sur une coupe nord-sud, on constate, en effet, que la même bande de terrains se répète trois fois (¹).

Ainsi s'est trouvée confirmée et généralisée une opinion émise par J. Gosselet dès 1874.

En présence des faits nouveaux révélés par la Géologie, il était indispensable de procéder à une revision complète de la flore. Un premier travail, dû à M. A. Carpentier, a paru; il est relatif aux concessions

---

(¹) Ch. Barrois, *Observations sur le bassin houiller du Nord de la France. Congr. inter. d. Mines, d. l. Métall. et d. l. Géol. appl.*, Liége, 1905.

Ch. Barrois. *Étude sur les strates marines du terrain houiller du Nord* (1re partie). *Serv. de topogr. souterr.*, 1912.

Ch. Barrois et P. Pruvost, *Les divisions stratigraphiques du terrain houiller du Nord de la France* (*Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 647).

Niveaux-repères et faisceaux de veines. Nord (Aniche).	Niveaux-repères et faisceaux de veines. Pas-de-Calais (Lens).	Zones végétales du terrain houiller du Nord de la France.	Notations littérales de Zeiller.
	Faisceaux d'Édouard et de Du Souich. Veine Arago	Zone à *Sphenopteris nevropteroides*, forme *Leonardi*. Apogée de *Sph. quadridactylites* Guthier. — Zone à *Linopteris obliqua* Bunb. et *Nevropteris tenuifolia* Schl.	**C**
	Faisceau d'Ernestine. Veine Omérine	Zone à *Sphenopteris Crepini* Zeiller et *Sphen. Coemansi* Andræ. Apogée de *Sph. striata* Gothan. — Espèces satellites des précédentes : *Nevr. rarinervis* Bunb. *Alethopteris Serli* Br., etc.	**C**
	Faisceau de Six-Sillons.	Zone à *Linopteris Münsteri* Eichwald. Espèces caractéristiques : *Nevr. pseudo-gigantea* Potonié. Espèces opulentes à larges pinnules. — *Nevropt. flexuosa* Br. *Sphen. striata* Gothan. *Mariopt. muricata* Schl.	**B**$_3$
Veines supérieures à Bernicourt (f. N.-Dame).		Zone à *Alethopteris Davreuxi* Brongn. et *Lonchopteris Bricei* Brongn.	**B**$_2$
Veines supérieures à Bernard. Niveau marin + + + + + + + + + de Poissonnière V. Chandeleur	Au nord de la faille Reumaux veines supér. à n° 14. Veine n° 14	← Apogée d'*Alethopteris valida* Boulay. ↓ Espèces fréquentes dans cette zone : *Sphenopteris furcata* Br. *Aster. equisetiformis* Schl. *Sphenophyllum myriophyllum* Crépin. *Sigillaria elongata* Br. *Sigillaria scutellata* Br.	**B**$_1$
Faisceau de Modeste.	Veine n° 17 à n° 5.	Zone à *Alethopteris lonchitica* Schl. Multiplication de *N. heterophylla* et *N. gigantea*. Diminution de *N. Schlehani* et *S. Hœninghausi*. — Espèces caractéristiques répandues dans les deux zones : *Sphen. Laurenti* Andræ. *Lonch. Eschweileriana* Andræ. *Ast. longifolius* Sternb. *Sigillaria rugosa* Br.	**A**$_2$
Niveau marin de + + + + + + + + + la passée de Laure **Faisceau d'Olympe.** Grès de Flines.	Terrains encaissant la veine Désirée de Meurchin.	Zone à *Nevropteris Schlehani* Stur et *Sphenopteris Hœninghausi* Brongn. Espèce satellite : *Mariopteris acuta* Br.	**A**$_2$
Veines et bancs marins de Flines.	Veines et bancs marins d'Annœullin.	Zone à *Pecopteris aspera* Brongn.	**A**$_1$
Ampélites de Bruille.		Zone à *Rhodea Hochstetteri* Stur. (Flore de Beaudour, Belgique).	

d'Anzin, de Thirencelles, de Crespin et de Bully-Grenay ([1]). Les documents, réunis au Musée houiller de Lille de 1906 à 1914, avec la collaboration inlassable des ingénieurs et des géomètres de toutes les compagnies, m'ont permis de compléter et de généraliser les résultats publiés par M. Carpentier.

Le Tableau ci-contre renferme l'indication des principales zones végétales du terrain houiller du nord de la France; il fixe approximativement leur extension verticale par rapport aux niveaux marins et par rapport à quelques couches-repères, bien connues des exploitants.

Observations. — 1° Dans la première colonne à droite du Tableau, sont inscrites les désignations littérales proposées par R. Zeiller pour les différentes zones végétales ([2]). Les zones A_1, A_2 et C sont demeurées conformes aux définitions de Zeiller au point de vue des groupements d'espèces; il n'en est pas de même des zones B_1, B_2 et B_3. L'extension verticale et géographique de toutes les zones est très différente de celle indiquée par Zeiller.

A ces désignations littérales, il conviendra de préférer désormais les zones végétales dont la situation est bien repérée par rapport aux horizons et aux assises géologiques, définis par MM. Barrois et Pruvost ([3]).

2° Il est possible de diviser la zone à *Linopteris obliqua* Burbury (*Assise de Bruay*) en deux sous-zones. Le *Sphenopteris nevropteroides* a en effet son apogée dans le faisceau de Du Souich, où il se présente sous une forme un peu différente du type de Boulay : forme *Leonardi* P. Bertrand (figure type : ZEILLER, *Bassin de Valenciennes*, Pl. II, fig. 1).

PALÉONTOLOGIE. — *Comparaison entre le terrain houiller du Nord de la France et celui de la Grande-Bretagne, d'après la succession des faunes.* Note de M. **PIERRE PRUVOST**, présentée par M. Charles Barrois.

Le bassin houiller du North-Staffordshire est certainement celui de Grande-Bretagne où les études de paléontologie stratigraphique ont été

([1]) A. CARPENTIER, *Carbonifère du nord de la France* (*Mém. Soc. géol. N.*, t. 8, n° 2, 1913).

([2]) R. ZEILLER, *Sur les subdivisions du westphalien du nord de la France d'après les caractères de la flore* (*Bull. Soc. Géol. Fr.*, 3e série, t. 22, 1894, p. 483).

([3]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 647.

poussées au plus haut degré de précision, par J. Ward, J.-T. Stobbs, W. Hind, R. Kidston. La succession des horizons paléontologiques y a été établie avec une grande netteté. Ceci m'a amené à comparer à ces « life-zones » celles que nous distinguons dans le Westphalien du Nord de la France et dont M. Ch. Barrois (¹), M. P. Bertrand et moi-même avons présenté dernièrement une rapide description à l'Académie. J'ai constaté qu'on pouvait édifier sur ces bases un parallélisme assez précis entre les terrains houillers productifs d'Angleterre et du Nord de la France. Il est résumé dans le Tableau ci-joint que j'expliquerai brièvement.

Nord de la France.			North-Staffordshire.	
Assise de Bruay.	Faisceau d'Édouard. Faisceau de Dusouich. Faisceau d'Ernestine.	Couches à *Anthracomya Phillipsi* Spirorbes abondants.	Keel group. Newcastle group. Etruria Marl. Blackband series.	**Upper Coal Measures.**
[Veine Omérine : Apparition de l'*Anthracomya Phillipsi*, disparition des *Naiadites* : Gubbin Ironstone]				
Assise d'Anzin.	Faisceau de Six-Sillons. Faisceau de Cuvinot. Faisceau de Meunière.	Niv. de l'*Anthr. pulchra*.	*Anthr. Wardi*. *Anthr. Adamsi*. (Burnwood ironstone).	**Middle Coal Measures.**
[Niveau marin de Poissonnière = Niveau marin de Gin Mine]				
Assise de Vicoigne.	Faisceau de Modeste. Faisceau d'Olympe.	Niv. de l'*Anthr. Williamsoni* (Hard mine). Niv. de *Carbonicola acuta*, *Carb. robusta*.		**Lower Coal Measures.**
[Grès de Flines = Rough Rock.]				
Assise de Flines.			**Millstone grit.**	
Ampélites de Bruille.			**Pendleside series.**	

1° L'assise de Flines à faune exclusivement marine, couronnée par le grès à encrines de Flines, est l'équivalent exact du « Millstone grit » surmonté par le « Rougle Rock ». M. Ch. Barrois indiqué, dès 1912, le synchronisme de ces deux formations.

2° Les « Lower Coal Measures » correspondent à l'assise de Vicoigne, étant formées comme elle de deux zones superposées, l'une à *Carbonicola acuta*, *C. robusta*, *Elonichthys Aitkeni*, etc., avec nombreux niveaux marins, l'autre qui la surmonte, avec *Anthr. Williamsoni* et niveaux marins plus rares.

(¹) *Les divisions stratigraphiques du terrain houiller du nord de la France* (*Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 647).

3° D'ailleurs, *le niveau marin de Poissonnière* qui fait la limite supérieure de l'assise de Vicoigne *est de toute évidence représenté* par *celui de « Gin Mine »* en Staffordshire. Dans les deux bassins, cet épisode marin est compris entre des couches à *Anthr. Williamsoni* à la base et des couches à *Anthr. pulchra* au sommet. Cette observation confirme une idée émise en 1912 par M. Barrois.

4° Au sommet de l'assise d'Anzin, nous remarquons une transformation brusque dans la composition de la faune. Les *Naiadites* disparaissent tout à coup, laissant place aux *Anthracomya Phillipsi*. Le même phénomène a été observé par M. W. Hind, au sommet des « Middle C. M. », au niveau de « Gubbin Ironstone » *L'assise d'Anzin et les « Middle C. M. »*, ayant mêmes limites inférieure et supérieure, *sont rigoureusement équivalentes*.

5° Les « Upper C. M. » ont une forme très particulière où domine *Anthr. Phillipsi* et où les Spirorbes et les Ostracodes sont à ce point abondants qu'ils y forment des lits calcaires. Ces faits se retrouvent dans l'assise de Bruay, qui renferme en outre *Estheria Simoni* (= *E. tenella* des auteurs britanniques), *Elonichthys Egertoni*, etc. A part l'*Anthr. calcifera*, les « Upper C. M. » n'ont point fourni d'espèce animale qui ne soit connue en France dans l'assise de Bruay, dont la faune est si abondante. La flore spéciale, d'affinités stéphaniennes, dite à *Pecopteris arborescens* du « Newcastle Group », inconnue chez nous, rendait flottante toute comparaison, que dissipent l'étude de la faune et la découverte de plantes d'affinités stéphaniennes par M. P. Bertrand, à Bruay, dans le faisceau d'Édouard.

Il faut donc admettre que *les couches de Bruay représentent*, sous un facies plus riche en houille, *au moins la partie inférieure*, sinon la totalité des « *Upper Coal Measures* ».

La même concordance dans les grandes lignes de la distribution des faunes s'observe aussi pour les autres bassins houillers d'Angleterre, bien qu'ils aient donné lieu à des investigations moins approfondies que celui du Staffordshire. Ainsi le niveau à *Carbonicola robusta* et *C. acuta* est remarquablement constant à la base des « Lower C. M. ». Dans South Wales, l'invasion marine de « Mine over Engine Coal » est subordonnée à une zone à *Anthr. Adamsi* et *A. pulchra*, c'est donc l'équivalent de Poissonnière. Dans le bassin de Bristol, M. H. Bolton a signalé *Esth. tenella* (= *E. Simoni*) au toit de « High vein » (Farrington series), c'est-à-dire dans les « Upper C. M. », au niveau où elle existe à Lens. Les « Gannister series » du Lancashire correspondent par leur faune au faisceau d'Olympe et les « Ardwick series » aux couches de Bruay, etc.

Il est probable que le progrès des recherches ne fera que serrer davantage ce parallélisme. Dès maintenant, on peut observer que les faunes d'eau douce sont distribuées dans le terrain westphalien avec une grande régula-

rité. Sans doute quelques espèces ont un caractère local et ne se retrouvent pas d'une région à l'autre. Mais en choisissant les types avec discernement et en considérant les grandes lignes du phénomène, on constate que dans des régions parfois éloignées, appartenant à des bassins synclinaux très différents, la succession des faunes continentales se répète identique en Belgique, comme nous l'avons montré précédemment en Grande-Bretagne et dans le nord de la France.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur l'utilisation des vents de sondage pour la prévision des variations barométriques.* Note de MM. **L. Dunoyer** et **G. Reboul**.

Nous avons déjà indiqué l'ordre de grandeur et les diverses circonstances dans lesquelles se font sentir les variations diurnes du vent en altitude (1) : dans ce qui suit, nous tenons compte de ces variations, dont l'effet en Lorraine se fait sentir jusque vers 1000^m. Nous réservons également le cas des vents aux grandes altitudes (au-dessus de 4000^m).

Pour simplifier la question, nous nous contenterons de comparer les variations de l'intensité des vents de sondage à la marche du baromètre, sans nous occuper pour le moment de relier ces vents aux perturbations météorologiques que révèle la carte isobarique.

I. Une fois mises à part les variations diurnes, on constate que cette comparaison des vents de sondage à la marche du baromètre suggère les mêmes remarques que nous avons faites pour le vent au sol (2) : les vents donnés par des sondages *successifs* croissent en intensité quand le baromètre baisse, tandis que des vents d'intensité décroissante correspondent, en général, à un baromètre en hausse, des vents stationnaires accompagnent l'immobilité barométrique : ils sont forts dans le cas d'un minimum de pression et faibles dans le cas d'un maximum.

La comparaison de la courbe barométrique et des sondages faits à la station météorologique de Malzéville, d'octobre 1915 à septembre 1916, donne les résultats suivants :

(1) *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 1068; t. 166, 1918, p. 45, 293, 295.

(2) *Ibid.*, t. 166, 1918, p. 124, 423.

Vents croissants	423	Vents décroissants	313
Baromètre en baisse	346	Baromètre en hausse	233
Coefficient de certitude	0,81	Coefficient de certitude	0,74

Vents stationnaires	199
Baromètre stationnaire	141
Coefficient de certitude	0,71

Nous déduisons de là qu'un vent de sondage d'intensité croissante dans le temps est un argument en faveur de la baisse, tandis que des vents d'intensité décroissante favorisent la hausse barométrique.

II. Il se trouve qu'assez souvent l'augmentation ou la diminution du vent en altitude s'amorce par le haut. Il en résulte les faits suivants :

a. Un régime de vents forts en haut est accompagné ou suivi de baisse barométrique.

Exemple [sondages du 28 septembre 1915 (10h45)].

La comparaison de la courbe barométrique et des résultats des sondages effectués de septembre 1915 à septembre 1916, donne les résultats suivants :

Vents forts en haut	449	Vents faibles en haut	162
Baisse ou suivis de baisse dans les 12 heures	337	Hausse ou suivis de hausse dans les 12 heures	129
Coefficient de certitude	0,75	Coefficient de certitude	0,79

Vents homogènes et stationnaires	133
Baromètre stationnaire	89
Coefficient de certitude	0,68

III. Il resterait à la discussion de ces divers coefficients de certitude suivant les saisons et les régimes de vents et nous en donnerons l'interprétation physique. Pour le moment nous déduisons de cet ensemble de faits l'énoncé des diverses règles qui permettront d'utiliser les sondages de vent pour la prévision des variations barométriques :

1° *Lorsque les sondages successifs donnent des vents forts en haut ou des vents dont l'intensité est progressivement croissante, prévoir la baisse ;*

2° *Lorsque les sondages successifs donnent des vents faibles en haut ou des vents dont l'intensité est progressivement décroissante, prévoir la hausse.*

3° *Lorsque les vents de sondage sont homogènes et n'ont point varié depuis plusieurs heures, prévoir l'immobilité barométrique.*

Le coefficient de certitude moyen de ces règles est environ 0,7.

Altitude (en mètres)	100	500	1000	2000	3000
Intensité (mètres par seconde).	8	9	16	22	32

Le baromètre commença à baisser à 12 heures et il se produisit une baisse de 10^{mm} dans les 24 heures suivantes.

b. Un régime de vents faibles en haut est accompagné ou suivi d'une hausse barométrique.

Exemple [sondages du 5 novembre 1916 (8^h et 13^h)] :

Altitude (en mètres)	100	500	1000	2000	3000
Intensité (8^h)	6	12	3	5	6
Intensité (13^h)	6	10	6	3	5

Le baromètre commence à monter à 14^h et il se produit une hausse de 10^{mm} dans les 24 heures suivantes.

c. Un régime de vents de sondage homogènes et stationnaires correspond à l'immobilité barométrique.

Remarquons que les méthodes de sondage employées donnent à peine le dixième; d'autre part, les moyennes des sondages faits à Trappes, par Teisserenc de Bort, donnent une augmentation de vent de 2^m quand on passe de 1000^m à 3000^m d'altitude ; aussi considérons-nous comme homogène un vent dont les variations d'intensité ne dépassent pas 2^m à 3^m.

BOTANIQUE. — *L'appareil conducteur foliaire des Légumineuses : Papilionacées et Mimosées.* Note de M. F. **Morvillez**, présentée par M. Guignard.

Nous avions étudié, dans une précédente Note [1], les caractères de l'appareil conducteur des feuilles des Légumineuses-Cæsalpiniées. Les feuilles des Papilionacées et des Mimosées [2] peuvent se ramener, elles aussi, à un petit nombre de types fondamentaux; certains d'entre eux, qui permettent de mieux apprécier les affinités qui relient les différentes Légu-

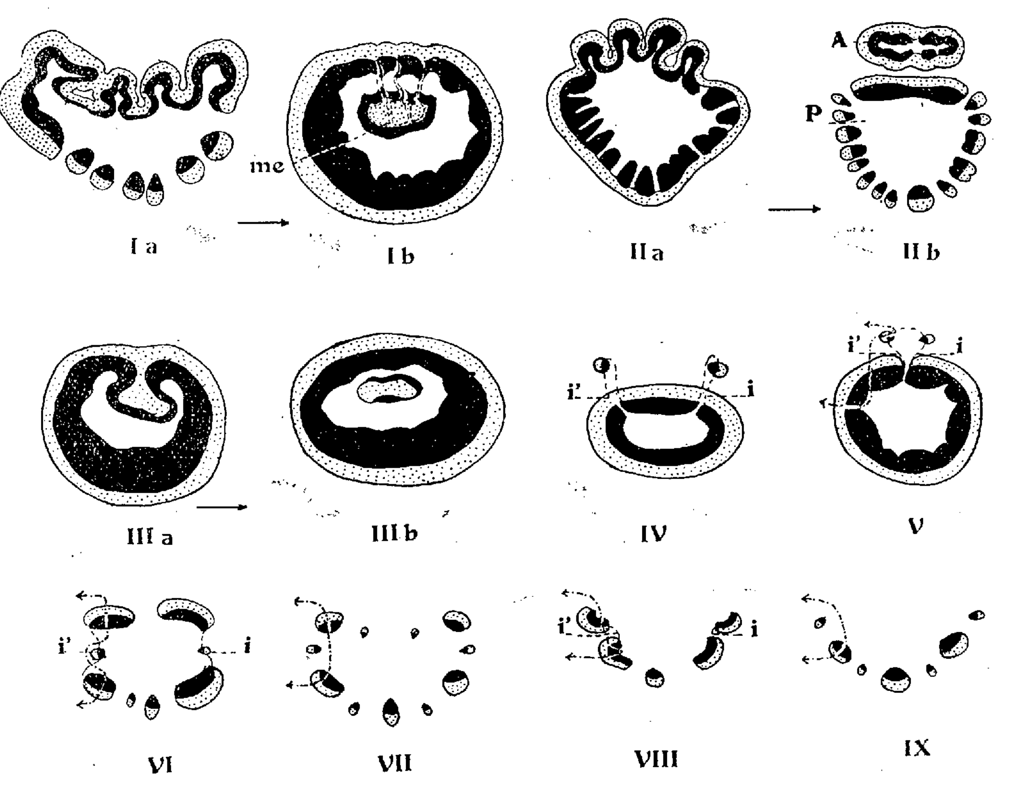
---

(1) F. Morvillez, *La trace foliaire des Légumineuses-Cæsalpiniées* (*Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 205),

(2) M. Petit a décrit un certain nombre de feuilles de Légumineuses (*Le Pétiole des Dicotylédones*, Thèse sc., Paris, 1887).

mineuses entre elles et avec les familles voisines, avaient passé inaperçus.

Papilionacées. — *Premier type.* — A la base du pétiole, l'arc antérieur présente quatre saillies vers la face supérieure de l'organe (*fig.* I*a*). Plus haut, ces saillies



PRINCIPAUX ASPECTS DE LA CHAÎNE FOLIAIRE DES LÉGUMINEUSES-PAPILIONACÉES.

I, *Swartzia tomentosa* D. C.; I*a*, base du pétiole; I*b*, région moyenne; *me*, système médullaire. — II, *Ormosia macrophylla* Benth.; II*a*, base du pétiole; II*b*, région moyenne; A, anneau antérieur; P, anneau postérieur. — III, *Bocoa edulis* Baill.; III*a*, base du pétiole; III*b*, région moyenne. — IV, *Sophora japonica* L., région moyenne du pétiole. — V, *Robinia pseudo-Acacia* L., id. — IV, *Onobrychis sativa* Lamk., id. — VII, *Faba vulgaris* Mœnch, id. — VIII, *Anthyllis vulneraria* L., id. — IX, *Scorpiurus subvillosa* L., id.

Le bois a été représenté par une teinte noire uniforme; le liber, par un pointillé. Les portions des chaines qui se rendent dans ces ramifications latérales ont été limitées par des lignes discontinues terminées par des flèches. — *i*, *i'*, plis internes droit et gauche.

entrent en contact par leurs portions contiguës; la continuité de la chaîne se rompt suivant ces points de contact, d'où l'inclusion de trois massifs médullaires à liber

central et à bois périphérique, qui, bientôt, se fusionnent en un seul (*fig.* I *b* : *me*) (exemple : *Swartzia tomentosa* D.C.).

Deuxième type. — L'arc antérieur présente, comme dans le cas précédent, quatre saillies à la base du pétiole (*fig.* II *a*), mais elles se séparent du reste de la chaîne sous forme d'anneaux fermés corticaux qui bientôt se fusionnent en un anneau antérieur unique (*fig.* II *b* : A) (exemple : *Ormosia macrophylla* Benth.).

Troisième type. — L'arc antérieur présente, à la base du pétiole, deux expansions latérales (*fig.* III *a*) qui s'unissent par leurs faces convexes contiguës et donnent naissance à un système médullaire (*fig.* III *b*) (exemple : *Bocoa edulis* Baill.).

Quatrième type. — A la base du pétiole, les deux saillies latérales de l'arc antérieur, beaucoup moins développées que dans le cas précédent, se détachent sous la forme de faisceaux corticaux antérieurs (*fig.* IV) (exemple : *Sophora japonica* L.). Chez le *Virgilia lutea* Michx fils, le rachis principal ne renferme qu'un anneau libéro-ligneux fermé, mais des faisceaux corticaux se différencient dans les pétiolules des folioles.

Cinquième type. — A la base du pétiole, les faisceaux corticaux se détachent des extrémités de l'arc libéro-ligneux qui constitue la chaîne foliaire à ce niveau; plus haut, ils se localisent dans les ailes latérales du pétiole (*fig.* V) (exemple : *Robinia pseudo-Acacia* L.). Chez les *Caragana*, les faisceaux antérieurs peuvent être très réduits (*C. Altagana* Poir.) ou ne pas se différencier (*C. frutescens* Mevic).

Dans ces types à faisceaux corticaux que nous venons de décrire, les faisceaux des folioles latérales proviennent à la fois des faisceaux antérieurs et des régions latérales de l'anneau postérieur.

Sixième type. — Les faisceaux sont disposés suivant un anneau fermé présentant de chaque côté, au niveau des folioles latérales, un pli interne (*fig.* VI : *i* et *i'*), qui demeure dans le rachis après l'émission des faisceaux sortants (exemple : *Astragalus glycyphyllos* L.). Les plissements peuvent se multiplier (*Galega officinalis* L.), ils peuvent aussi disparaître chez les *Viciées*.

Septième type. — La chaîne ne présente plus d'arc antérieur, elle possède soit une série de plissements (*fig.* VIII) (*Medicogo*, *Anthyllis*), soit deux séries de plissements (*Trifolium*).

Huitième type. — La chaîne ne présente ni arc antérieur, ni plissements latéraux (*fig.* IX) (exemple : *Scorpiurus subvillosa* L.).

Mimosées. — *Premier type.* — Un massif médullaire se différencie comme chez les Chrysobalanées (exemple : *Affonsea bullata* Benth.).

Deuxième type. — A la base du pétiole, deux faisceaux corticaux se détachent des extrémités de l'arc antérieur. L'anneau postérieur présente parfois, au niveau des ramifications latérales, un pli interne (exemple : *Mimosa pudica* L.). Certaines feuilles

d'*Acacia* (*A. Stanburyana* Hort. Winter.), bien qu'à demi tranformées en phyllodes, présentent très nettes ces diverses régions.

Conclusions. — Les trois sous-familles de Légumineuses présentent des types à massifs médullaires rappelant ceux des Chrysobalanées : nous avons étudié précédemment les systèmes médullaires des *Bauhinia*, qui sont des Cæsalpiniées faiblement zygomorphes; nous avons décrit plus haut des faits analogues rencontrés chez des types qui, par le nombre de leurs étamines (*Swartzia*) ou de leurs carpelles (*Affonsea*), ou par leur fruit drupacé, (*Bocoa*), sont les moins caractérisés comme Légumineuses. Inversement, les formes les plus différenciées possèdent une chaîne foliaire simplifiée.

Les subdivisions des Papilionacées coïncident avec un ensemble de caractères de leur appareil conducteur foliaire ([1]), sauf en ce qui concerne la tribu des *Astragalées*, dans laquelle se rencontrent les formes de chaînes de différentes tribus (comme si elle constituait une tribu nodale dont ces dernières dériveraient); par les *Sophorées*, les *Astragalées* se rattachent d'autre part aux types possédant des systèmes médullaires qui semblent constituer un ensemble de formes voisines bien que rattachées aux différentes sous-familles de Légumineuses.

([1]) Chez les *Swartziées*, les *Dalbergiées* et certaines *Sophorées*, l'arc antérieur présente deux à quatre saillies qui aboutissent tantôt à des faisceaux médullaires, tantôt à des faisceaux corticaux. Les *Génistées* et les *Podalyriées* présentent un système antérieur provenant de deux saillies latérales très éloignées ou simplement de la rupture des extrémités libres d'une chaîne plissée. Chez les *Lotées*, la chaîne foliaire est plissée latéralement et largement ouverte en avant. Chez les *Astragalées*, on rencontre : 1° des chaînes à faisceaux antérieurs distincts; 2° des chaînes dont les éléments sont disposés suivant un anneau non plissé; 3° des chaînes, fermées en avant, et plissées latéralement; 4° des chaînes ouvertes et plissées. Chez les *Phaséolées*, les faisceaux antérieurs, épuisés par l'émission des folioles latérales, sont remplacés par des éléments de la région médiane de l'anneau postérieur. La chaîne foliaire des *Hedysarées* se plisse au niveau de l'émission des folioles latérales, sauf dans certaines formes moins différenciées; chez les *Viciées*, l'absence de plissement est générale.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Polygonacées. Développement de l'embryon chez le* Polygonum Persicaria *L.* Note [1] de M. **R. Souèges**, présentée par M. L. Guignard.

L'étude du développement de quelques formes embryonnaires chez les Monocotylédones et chez les Dicotylédones a montré l'identité des règles qui président à l'édification du proembryon dans les deux classes d'Angiospermes [2]. Les différences n'existent que dans les destinées des cellules ou régions primordiales, engendrées et disposées de manière analogue. Chez les formes-types des Dicotylédones (*Myosurus*, *Capsella*), ces différences n'apparaissent que dans l'évolution des éléments issus de la cellule basale du proembryon bicellulaire; ceux qui dérivent de la cellule apicale engendrent les mêmes régions du corps de l'embryon, c'est-à-dire les parties embryonnaires proprement dites (cotylée et hypocotylée) à l'exclusion de l'hypophyse et du suspenseur. C'est donc à bon droit que, chez ces plantes, on peut appeler cellule du suspenseur la cellule basale et cellule embryonnaire la cellule apicale.

L'étude embryogénique des Polygonacées permet d'établir que la cellule basale prend à la construction de l'embryon proprement dit une part importante. Par là, les plantes de ce groupe se rapprocheraient des Monocotylédones, chez lesquelles toute la partie hypocotylée tire son origine de la cellule basale.

La tétrade proembryonnaire (*fig.* 1 et 2), le proembryon octocellulaire (*fig.* 3), le proembryon à seize cellules (*fig.* 4) s'édifient selon des règles semblables à celles qui ont été antérieurement exposées. Aux dépens des six étages *l*, *l'*, *m*, *n*, *o*, *p*, qui s'établissent dans le proembryon à seize cellules, les parties constitutives de l'embryon se différencient de la manière suivante.

L'étage supérieur *l* engendre la partie cotylée tout entière comme chez les Renonculacées et les Crucifères. La marche des segmentations dans chacun des quatre éléments qui le composent est comparable à celle qui a été décrite chez le *Myosurus*, avec cette double différence : 1° que la pre-

---

(1) Séance du 7 avril 1919.

(2) Voir R. Souèges, *Embryogénie des Liliacées. Développement de l'embryon chez l'*Anthericum ramosum *L.* (*Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 34).

mière cloison est le plus souvent horizontale, parallèle au plan équatorial, entraînant l'apparition d'un septième étage proembryonnaire; 2° que, sous le dermatogène, il se différencie finalement deux assises cellulaires dont le rôle, dans le mode de génération des cotylédons et du point végétatif de la tige, est analogue à celui qui a été exposé au sujet des deux assises pareillement observées chez les *Lepidium* ([1]).

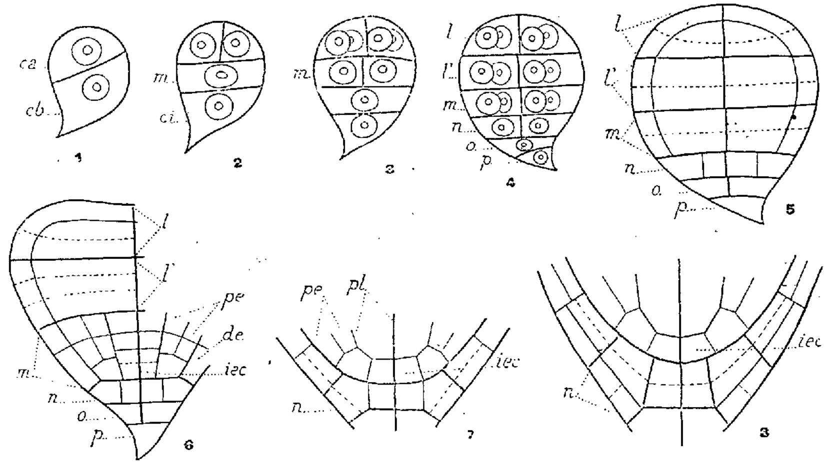


Fig. 1 à 8. — *Polygonum Persicaria* L. — Figures schématiques montrant les principales étapes du développement de l'embryon : *ca*, cellule apicale, et *cb*, cellule basale, du proembryon bicellulaire; *m*, cellule intermédiaire de la tétrade; *ci*, cellule inférieure de la tétrade : *l*, *l'*, *m*, *n*, *o*, *p*, les six étages du proembryon à seize cellules; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales du périblème.

L'étage *l'* donne naissance seulement à la moitié supérieure de l'axe hypocotylé du proembryon (*fig.* 5 et 6). Ce même étage, chez les Renonculacées et les Crucifères, engendre l'axe hypocotylé tout entier. Chez les Monocotylédones, on sait qu'il entre, au même titre que l'étage *l*, dans la construction de l'unique cotylédon.

L'étage *m*, originaire de la cellule médiane de la tétrade, donne naissance à la moitié inférieure de l'axe hypocotylé (*fig.* 5 et 6). Quand cet étage se trouve constitué de trois assises cellulaires environ, les protubérances cotylédonaires commencent à apparaître et le proembryon devient l'embryon proprement dit. A ce même moment, les trois histogènes sont nettement

([1]) R. Souèges, *Nouvelles recherches sur le développement de l'embryon chez les Crucifères* (*Ann. Sc. nat. Bot.*, 9e série, t. 19, 1914, p. 329).

différenciés et, au voisinage du plan horizontal séparant les deux étages *m* et *n*, le plérome se trouve généralement représenté par quatre cellules circumaxiales. Ces quatre cellules se segmentent transversalement pour engendrer huit éléments formant deux groupes de quatre superposés. Les quatre éléments inférieurs constituent les initiales du périblème (*iec*, *fig*. 6, 7 et 8).

On sait que ce même étage, chez le *Myosurus*, engendre la partie centrale de la coiffe et les initiales de l'écorce; chez le *Capsella*, il donne naissance aux initiales de l'écorce, à la partie centrale de la coiffe et, en outre, à la majorité des éléments du filament suspenseur ; chez l'*Anthericum ramosum*, il engendre l'axe hypocotylé tout entier et chez le *Sagittaria sagittæfolia* la moitié supérieure seulement de ce même axe.

L'étage *n* représente l'hypophyse chez la Persicaire, comme chez l'*Anthericum;* mais, à ses dépens, ne s'édifient que les quatre rangées cellulaires de la coiffe les plus voisines de l'axe embryonnaire. Ces rangées se constituent par cloisonnements tangentiels centripètes des éléments de l'hypophyse limitrophes du périblème (*fig*. 7 et 8). Les parties de la coiffe les plus éloignées de l'axe se forment aux dépens du dermatogène comme cela se produit généralement chez les Dicotylédones.

Les deux étages *o* et *p* constituent un suspenseur rudimentaire, jouant le rôle d'un organe de fixation.

L'histoire embryogénique du *Polygonum Persicaria* démontre encore une fois que des règles assez fixes président aux premières étapes du développement, que ces règles sont communes aux Monocotylédones et aux Dicotylédones, que les différences n'apparaissent que dans les destinées des parties constitutives du proembryon. En ce qui concerne la Persicaire, ces différences résident surtout dans la participation de l'étage *m* à la construction de l'axe hypocotylé et à la genèse des initiales de l'écorce. Comme cet étage *m* tire tout entier son origine de la cellule intermédiaire de la tétrade, issue elle-même de la cellule basale du proembryon bicellulaire, on voit combien il est inexact de dire, dans le cas actuel, que cette dernière cellule représente la cellule du suspenseur.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur la transmission des émulsions de bactéries et d'hématies.* Note de M. **Fred Vlès**, présentée par M. Delage.

Nous avons indiqué, dans une Note précédente [1], que les pertes provoquées sur un faisceau lumineux à peu près monochromatique, par une émulsion de bactéries ou d'hématies, peuvent être représentées par une expression approchée :

$$\text{(I)} \qquad \frac{I}{I_0} = (A n^{-1} + B)(C n^{-1} + D),$$

où le facteur fondamental est la quantité de substance nv présente dans l'émulsion à l'état de particules. Envisagée à volumes constants des éléments, c'est-à-dire en tant qu'équation de concentration, l'expression empirique définit une hyperbole qui est vraisemblablement une première approximation d'une expression exponentielle telle que

$$\text{(II)} \qquad \frac{I}{I_0} = e^{-k_1 c^{\frac{1}{s}}},$$

s étant de l'ordre de 1,5 à 3, et c étant la concentration (nombre des particules de volume invariable par unité de volume d'émulsion); les mesures et les courbes ci-contre (*fig.* 1) montrent qu'il y a superposition à peu près complexe des hyperboles (I) aux exponentielles (II).

De même, à concentration constante en nombre d'éléments, on peut faire correspondre à l'hyperbole empirique une exponentielle

$$\text{(III)} \qquad \frac{I}{I_0} = e^{-k_2 v^{\frac{1}{t}}},$$

dans laquelle t est de l'ordre de grandeur de s. On aurait donc finalement, en réunissant ces résultats et en passant à la quantité de substance nv, une exponentielle générale

$$\text{(IV)} \qquad \frac{I}{I_0} = e^{-K(nv)^{\frac{1}{u}}},$$

avec u de l'ordre de 2,5, qui se superposerait à l'équation empirique (I).

---

(1) Vlès, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 575.

La forme exponentielle pourrait paraître avantageuse en ce qu'elle permettrait de définir un coefficient spécifique K et qu'elle se rapprocherait vraisemblablement beaucoup plus de la loi théorique fondamentale régissant de tels phénomènes. Elle est, en effet, assez comparable à la formule qu'ont donnée, tout récemment, MM. Cheneveau et Audubert [1] pour des émulsions à gros éléments, et elle est intéressante en ce que, ne s'appliquant pas à des particules sphériques (plusieurs de nos bactéries sont cylindriques et ciliées, et les hématies ont une forme complexe), elle pourrait étendre le domaine de la loi à des particules de forme quelconque.

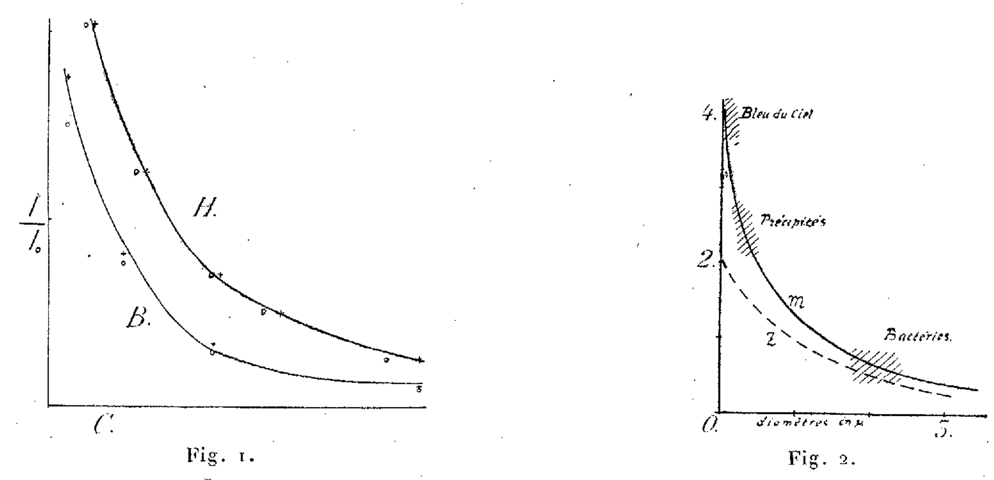


Fig. 1. Fig. 2.

Fig. 1. — Courbes $\frac{I}{I_0} = f(C)$. B, bacilles typhiques lavés d'un volume moyen $1^{\mu^3},5$, mesures spectrophotométriques, $\lambda\, 620^{m\mu}$; H, hématies de mouton, d'un volume de l'ordre de 20^{μ^3}, mesures opacimétriques, radiation moyenne $\lambda\, 620^{m\mu}$; —— courbes expérimentales; + calcul par les hyperboles (I); o, calcul par les exponentielles (II).

Fig. 2. — Schéma de l'évolution des fonctions $\frac{I}{I_0} = e^{f\left(\frac{\nu^2}{\lambda^m}\right)}$.

Il est juste de faire remarquer cependant que, pour les bactéries et les hématies, la forme exponentielle se montre parfois, vis-à-vis des mesures expérimentales, d'un accord légèrement inférieur à celui de la formule hyperbolique : tout se passe comme s'il y avait une légère croissance de s avec la concentration, de t avec le volume, de u avec la quantité de substance, et, par conséquent, une petite variation corrélative des coefficients spécifiques k_1, k_2, K. Cela peut tenir, évidemment, d'une part à la forme

(1) Cheneveau et Audubert, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 553.

aberrante des particules de nos émulsions, d'autre part à ce que les phénomènes n'y sont pas purs, mais résultent de la superposition d'une série de composants qui évoluent en fonction de la concentration d'après des lois indépendantes. Aussi avions-nous préféré, dans les applications pratiques, la formule hyperbolique à la formule exponentielle.

D'autre part, nous avions cherché à déterminer, d'après la méthode de calcul de Boutaric ([1]), la puissance m à laquelle devrait être portée la longueur d'onde pour qu'une expression analogue à celle de Lord Rayleigh : $\frac{I}{I_0} = e^{-\frac{v}{\lambda^m}}$ puisse rendre compte des faits. Or, l'essai a montré que pour les bacilles typhiques m a varié doublement, en fonction de la longueur d'onde et de la concentration : très élevé aux courts λ et aux fortes concentrations (voisin de 4, comme dans la loi classique), m a été le plus petit aux grands λ et aux fortes concentrations (inférieur à l'unité), passant par une valeur intermédiaire commune aux diverses radiations pour les faibles concentrations : il semblerait que nous ayons eu affaire, aux fortes concentrations, à un système de phénomènes superposés se simplifiant avec la dilution (par exemple : prépondérance d'intervention aux courts λ et fortes concentrations d'éléments inter ou intrabactériens, granules colloïdaux, molécules absorbantes, etc.).

Il est curieux de noter que de telles formes de lois exponentielles avec puissances du volume et du λ inférieures à l'unité pouvaient, en quelque sorte, être prévues *a priori* par simple extrapolation. Si l'on étudie en effet la variation de la fonction représentant les propriétés des *milieux troubles* à mesure que les particules augmentent, on constate une diminution progressive des puissances; le contenu des particules n'est plus négligeable à côté de leur diffraction; en considérant à la limite le cas schématique de grosses billes, opaques, disposées irrégulièrement sur le trajet du rayon lumineux, on voit que le rapport $\frac{I}{I_0}$ tendrait à devenir simplement fonction de la surface de l'ombre géométrique totale des billes (la diffraction devenue négligeable), par conséquent serait indépendant du λ ($m \to 0$), et aboutirait à une puissance de nv inférieure à l'unité (puisque plusieurs billes pourraient superposer leurs projections, et que chaque bille n'interviendrait que par sa surface de section $v^{\frac{2}{3}}$) ([2]).

([1]) BOUTARIC, *Thèse Fac. Sc. Paris*, 1918, p. 83.

([2]) Si $\frac{I}{I_0} = e^{f\left(\frac{v^z}{\lambda^m}\right)}$, on a en effet l'évolution suivante : bleu du ciel, Lord Rayleigh,

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Sur un opacimètre destiné aux dosages bactériens.* Note de MM. **Lambert, Vlès et de Watteville**, présentée par M. G. Lippmann.

Comme l'un de nous l'a déjà indiqué ([1]), on peut effectuer un dosage des bactéries en suspension dans un liquide par la mesure de la perte qu'éprouve un rayon lumineux traversant cette émulsion. La construction d'un opacimètre bactérien est soumise à un certain nombre de conditions : d'une part les propriétés physiques des émulsions et de leurs divers éléments imposent l'emploi de lumière à peu près monochromatique de longueur d'onde déterminée, d'autre part les nécessités de la technique bactériologique usuelle exigent qu'on effectue les mesures dans des récipients stérilisables à haute température.

En principe un opacimètre est un photomètre constitué par deux circuits lumineux juxtaposés, émanés d'une même source, l'un traversant le récipient d'émulsion, l'autre soumis à un système affaiblisseur quelconque permettant d'en faire varier l'intensité suivant une loi connue. Les deux circuits viennent former dans le champ d'un oculaire deux plages adjacentes, dont l'observateur cherche à réaliser l'égalité en agissant sur le système affaiblisseur; celui-ci peut être basé, par exemple, soit sur la polarisation par des piles de glaces [premier dispositif employé par l'un de nous ([2]), 1916], soit sur le déplacement d'une lame d'opacité progressive (plaque photographique dont l'absorption varie avec l'élongation, depuis zéro jusqu'à la totalité, et dont la loi du noircissement est établie par mesures spectrophotométriques).

Voici la description de l'appareil construit en 1916 au Laboratoire des recherches physiques de la Sorbonne, et actuellement en service au Laboratoire de vaccination antityphoïdique de l'Armée.

En S (v. figure) est la source, lampe à azote de 100 bougies, contenue dans un manchon

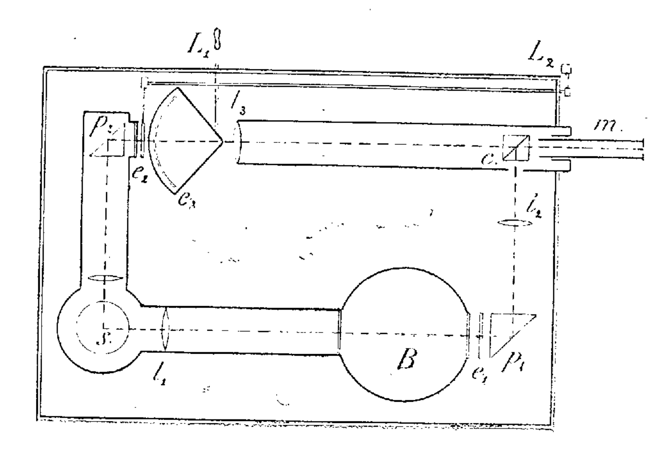
---

$m = 4$, $z = 2$; gros ions atmosphériques, Boutaric, $m \leqq 4$, $z = 2$; précipités, Boutaric, $m = 3$ à 2; bactéries, hématies, $m = 1,5$ à $0,5$, $z = 0,3$ à $0,6$, grosses billes opaques, $m \to 0$, $z < 1$. La courbe ci-dessus (*fig.* 2) montre l'allure de la substitution progressive de ces divers phénomènes.

([1]) Vlès, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 575 et p. 794 ci-dessus; *C. R. Soc. Biol.*, 12 avril 1919.

([2]) Vincent et Muratet, *La fièvre typhoïde*, Paris, Masson, 1re édition, 1916; 2e édition, 1917.

métallique, laissant passer de la lumière dans deux directions rectangulaires. Une lentille l_1 projette en faisceau parallèle à travers deux fenêtres diamétralement opposées dans la paroi d'un grand boisseau de cuivre, B, étanche et rempli d'eau, destiné à recevoir un récipient cylindrique d'émulsion (l'interposition d'eau ayant pour but



d'atténuer les phénomènes de réfraction sur la surface de ce récipient); à la sortie, le faisceau traverse un écran coloré sélecteur e_1 (λ moyen $620^{m\mu}$), est repris par un prisme à réflexion totale p_1 et une lentille l_2, et renvoyé sur un cube de verre c; celui-ci est formé de deux prismes rectangles collés par leurs hypoténuses, dont l'une est partiellement argentée, renvoyant définitivement le faisceau dans un microscope m. L'autre faisceau réfléchi en p_2 et filtré par l'écran coloré e_2, est repris par un objectif l_3, et, venant traverser le cube de verre dans sa partie non argentée, se juxtapose au premier faisceau dans le champ de l'oculaire du microscope. Avant de pénétrer dans l'objectif l_3, il traverse la lame photographique à noircissement progressif e_3 : celle-ci est montée sur un cylindre de verre, pivotant sur son centre sous l'effet d'une manette L_1 extérieure à l'appareil; elle est accompagnée d'une échelle photographique divisant la longueur de l'écran en 100 parties égales. Les caractéristiques de l'objectif l_3 sont telles que l'image des divisions vient se former au niveau de la surface argentée du cube de verre, de sorte qu'elle est au point dans le microscope en même temps que la limite des deux plages. L'observation de l'égalité des plages et la lecture de la graduation se font donc dans le même champ; pour éviter toute idée préconçue sur la lecture, un petit volet mobile ne démasque la graduation, normalement cachée, qu'à la volonté de l'opérateur, par action de la manette L_2.

Émulsions. — Les émulsions à doser peuvent être introduites sous deux formes : en flacons cylindriques de 10^{cm} d'épaisseur (émulsions très diluées) ou en tubes de cristal monté de 32^{mm} (émulsions très concentrées), les unes et les autres facilement stérilisables aux fours et autoclaves usuels.

Étalonnage. — Les cotes de la graduation de l'écran progressif sont arbitraires et doivent être étalonnées empiriquement ([1]). L'étalonnage consiste à construire une courbe reliant ces divisions à la caractéristique choisie comme représentative de la quantité de substance bactérienne, par exemple *le poids sec de bactéries de l'espèce étudiée, par centimètre cube d'émulsion*. La technique est sommairement la suivante : une émulsion bactérienne choisie comme type est divisée en deux portions. L'une, 80^{cm^3} par exemple, est centrifugée à 7000 tours, le culot lavé à l'eau distillée, repris par centrifugation, desséché à 110° à poids constant et pesé : elle nous donne le poids sec p en milligrammes par centimètre cube d'émulsion type. L'autre, diluée par 2, 3, 4, ..., fournit une série d'émulsions dérivées dont les poids secs sont évidemment $\frac{p}{2}, \frac{p}{3}, \frac{p}{4}, \ldots$. Toute la série d'émulsions est soumise à la mesure opacimétrique. On construit alors une courbe en portant en abscisses les cotes opacimétriques lues sur l'écran, en ordonnées les poids secs correspondants. Bien entendu, il y a intérêt à recommencer la même opération aux dépens de plusieurs émulsions types et de construire une courbe moyenne pour l'espèce bactérienne considérée. Pour se conformer aux usages bactériologiques, il peut être utile quelquefois d'exprimer les dosages, non en poids sec, mais en *nombre de bactéries par centimètre cube*. L'étalonnage se ferait de même façon, sauf à remplacer l'obtention du poids sec par des numérations microscopiques. Mais il importe de bien spécifier qu'en raison des propriétés optiques des émulsions, les nombres obtenus dans ce cas ne correspondent qu'à des *bactéries fictives d'un volume ou d'un poids moyens donnés*, une compensation se faisant, à quantité de substance constante, entre le nombre et les dimensions des éléments lorsque ceux-ci ne sont plus identiques à ceux de l'émulsion type.

Tests d'opacité constante. — Pour vérifier de temps en temps les réglages de l'appareil, ou pour les rétablir rapidement en cas d'accident, on peut constituer des tests d'opacité invariable au moyen de lames de verre opale logées dans des tubes. Avec un jeu de ces lames de diverses épaisseurs, on peut jalonner la courbe d'étalonnage et par conséquent la reconstituer au cas où le réglage primitif aurait été détruit.

L'appareil peut être utilisé également pour des dosages d'hématies.

([1]) Le réglage pourrait aussi être fait *a priori* en utilisant, avec les formules données précédemment, certaines constantes de l'appareil.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Les infections expérimentales inapparentes. Exemples tirés de l'étude du typhus exanthématique.* Note de MM. **Charles Nicolle** et **Charles Lebailly.**

Le typhus exanthématique est causé par un agent resté invisible jusqu'à présent. Le tableau clinique de la maladie, net chez l'homme adulte, s'estompe chez l'enfant; il se réduit davantage sur l'anthropoïde et le singe inférieur. Le cobaye n'offre plus, de tous les symptômes, qu'un seul : une courbe thermique, survenant après une incubation. Sans le secours du thermomètre, la maladie passerait inaperçue; il est même des cobayes inoculés chez qui toute fièvre fait défaut.

I. L'un de nous a signalé ce fait intéressant que, si l'on pratique à deux cobayes l'inoculation d'un même sang virulent et que l'un des deux seulement réagisse au thermomètre, le sang de celui qui n'a pas réagi, prélevé au moment de la fièvre du témoin, se montre souvent virulent. Il y a donc eu, chez cet animal, infection (septicémie) sans symptômes.

Il est malaisé de provoquer à volonté ce type d'infection, dont le hasard fournit de temps en temps des exemples. Nous n'en citerons que deux observations; l'une est l'œuvre des circonstances, l'autre a été recherchée.

1° Un virus qui compte 25 passages, dont 9 consécutifs par cobayes, est inoculé du dernier de ceux-ci à un cobaye neuf. Cet animal reçoit dans la cavité péritonéale $2^{cm^3},5$ de sang virulent. Il ne présente aucun symptôme, sa température demeure normale. Au 16e jour de l'inoculation, nous inoculons avec son sang un singe (*Macacus sinicius*); celui-ci montre, après 7 jours d'incubation, un typhus net et qui a permis la conservation du virus pendant deux années par passages à 66 cobayes successifs.

2° Un autre virus, à son 167e passage par cobayes, comptant près de 5 ans de conservations sur cette espèce, est inoculé dans les muscles de la cuisse du cobaye neuf, procédé incertain d'infection. Ce cobaye ne présente à la suite aucun symptôme, sa température demeure normale. Cependant son sang, prélevé au 17e jour, infecte par voie péritonéale un autre cobaye après une incubation de 12 jours.

II. Les rats (blancs ou gris) ne réagissent pas à l'inoculation du virus exanthématique; leur température même reste normale. Nous les avions considérés jusqu'à présent comme réfractaires. L'expérience suivante prouve qu'ils sont en réalité sensibles, bien que l'infection ne se traduise chez eux par aucun symptôme.

Deux rats gris (1 et 2) reçoivent chacun dans la cavité péritonéale 2^{cm^3} de sang du cobaye 98 (159ᵉ passage par cobayes) au deuxième jour de sa fièvre. Deux cobayes témoins s'infectent après 10 jours d'incubation; les rats ne réagissent nullement au thermomètre. Au douzième jour, des passages sont pratiqués avec le sang de ces rats; celui du rat 1 est inoculé au cobaye 32, celui du rat 2 au cobaye 34 (voie péritonéale).

Ces deux cobayes se sont infectés après 8 jours. Le sang du cobaye 32, prélevé au 11ᵉ jour, infecte le cobaye 54, qui, après une incubation de 7 jours, présente un typhus net de 9 jours de durée. Eprouvé 78 jours après sa première inoculation avec un virus exanthématique très actif, qui infecte 3 cobayes témoins, le cobaye 54 se montre vacciné.

III. Ces deux séries de faits nous fournissent l'exemple d'infections, dans lesquels aucun signe ne permet de démontrer la réalité de la maladie expérimentale, et comme, dans le cas particulier du typhus, l'agent infectieux n'est pas décelable, rien ne saurait faire soupçonner que l'animal, qui ne réagit pas, est en réalité infecté. Seul, le passage de son sang permet d'établir le résultat positif de l'expérience.

On connaissait déjà l'existence des *infections latentes*, dans lesquelles la *conservation* d'un microbe, généralement figuré, ne se traduit par nul symptôme. Le typhus expérimental du rat et dans certains cas du cobaye permet de se rendre compte de l'existence d'un autre type d'infections silencieuses, où une maladie aiguë *évolue* chez l'animal d'expérience avec ses périodes d'incubation, d'état infectieux (septicémie et virulence), puis de guérison, sans qu'aucun signe en avertisse l'observateur. Nous proposons pour ces infections si spéciales le nom d'*infections inapparentes*.

IV. De tels faits ne sont pas sans doute particuliers au typhus.

Tout porte à supposer que des résultats semblables pourront être constatés à propos d'autres infections et que leur connaissance permettra des progrès, qui semblent aujourd'hui impossibles, dans l'étude de maladies non inoculables en dehors de l'espèce où elles se rencontrent. On peut espérer que certaines fièvres de l'homme pourront être ainsi transmises et peut-être conservées par passages sur des espèces animales qui, jusqu'à présent, leur ont paru réfractaires. Peut-être aussi s'apercevra-t-on que telles de ces maladies nous viennent d'animaux de notre entourage, chez lesquels elles évoluent sans qu'aucun symptôme en instruise notre attention.

Ce sont là des hypothèses. N'est-ce pas le propre des faits nouveaux d'en suggérer ?

MICROBIOLOGIE. — *La maturation du saucisson.* Note de M. **E.-P. Césari**, présentée par M. Roux.

Le saucisson cru se prépare avec de la viande fraîche de porc, de bœuf ou de cheval, additionnée de sel, de poivre et d'épices, et mélangée à du gras de porc. Après broyage, la pâte est introduite dans un boyau et le saucisson est soumis à une dessiccation lente et graduée qui lui fait perdre, en 1 mois environ, près de 40 pour 100 de son poids. Quand le séchage se fait normalement, on voit l'enveloppe du saucisson se couvrir, à partir du cinquième jour, de petits grains blanchâtres, que les praticiens désignent sous le nom de *fleur du saucisson*. L'apparition de la fleur est un indice de bonne fabrication.

C'est pendant la période de séchage que se développe dans la pâte l'arome particulier qui caractérise le saucisson. Cette maturation, qui donne au produit sa saveur spéciale, s'accompagne d'une légère peptonisation de la viande et de la diminution du glycogène musculaire. Elle est incontestablement produite par les microorganismes qui se développent en abondance dans la pâte au cours du séchage.

Lorsqu'on recherche les germes qui se rencontrent dans la pâte de saucisson, on trouve toujours de nombreux microbes et des levures. Les microbes dont la présence est constante sont : le staphylocoque doré et le staphylocoque blanc, le *diplococcus griseus non liquefaciens*, le B. coli et le *bacillus proteus*. Tous ces germes sont des agents qui interviennent normalement dans la putréfaction des viandes et ceux d'entre eux qui jouissent de propriétés protéolytiques engendrent, aux dépens des albuminoïdes, des produits malodorants. La maturation ne saurait donc être leur œuvre. Tout montre au contraire que ce phénomène doit être attribué à l'action des levures.

Ces levures apparaissent sur la viande peu de temps après l'addition de sel; on les retrouve dans la pâte avec des formes de bourgeonnement qui dénotent une multiplication active; ce sont elles, enfin, qui forment, à l'état de véritable culture et en association avec le staphylocoque, les grains qui constituent la fleur du saucisson. La présence de ces levures se constate dans les saucissons de toutes sortes et de toutes provenances. On les isole très facilement par la méthode d'ensemencement dite des épuisements sur tranche de carotte.

Les levures du saucisson ne proviennent pas du sel; elles sont apportées

par la viande elle-même, le sel favorisant seulement leur développement en gênant la multiplication des autres germes.

Ces levures offrent des caractères qui les distinguent des levures décrites jusqu'à ce jour. Les diverses souches qui ont été isolées se rapportent à trois espèces distinctes mais très voisines les unes des autres.

Toutes produisent des spores qui se forment habituellement à la suite d'une copulation nettement hétérogamique. La spore qui prend naissance dans le gamète femelle, transformé en œuf, est toujours unique.

Ces levures consomment la plupart des sucres sans produire de fermentation. Elles liquéfient la gélatine. La culture se produit dans les milieux très pauvres en hydrates de carbone; dans les milieux albuminoïdes, elles développent des aromes très agréables. Elles croissent abondamment dans les milieux contenant 10 et jusqu'à 15 pour 100 de sel.

Les trois espèces reconnues jusqu'ici se différencient entre elles par leurs formes et surtout par leurs caractères de culture.

Dans la classification de Guilliermond, ces nouvelles levures devraient être rangées dans la famille des Saccharomycétées, genre Zygosaccharomycès (Barker). Toutefois, en raison de leur origine, de leur homogénéité et de leurs caractères spéciaux, nous estimons qu'elles pourraient constituer, sinon une famille, du moins un genre particulier.

L'action de ces levures dans la maturation du saucisson trouve une explication satisfaisante dans leur pouvoir protéolytique modéré et dans leur propriété d'engendrer des produits aromatiques.

Il serait possible de modifier avantageusement la maturation naturelle des saucissons en ensemençant la pâte avec des cultures pures des levures en question, lesquelles pourraient être sélectionnées pour obtenir les aromes les plus fins et les plus agréables au goût. Au point de vue hygiénique, cette addition de levures offrirait l'avantage d'entraver, par concurrence vitale et par action antagoniste, le développement des germes microbiens de la putréfaction dont l'intervention, pratiquement inévitable, ne peut être que nuisible.

M. T. **Peczalski** adresse deux Notes intitulées : *Effets de la pression sur l'énergie intérieure des molécules du gaz; — Variation avec la pression des chaleurs spécifiques d'une masse de gaz et d'une molécule isolée du gaz.*

La séance est levée à 16 heures et quart.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1919.

Plus lourd que l'air. Étude sur la navigation aérienne; extrait des *Mémoires de la Société des ingénieurs civils*, Paris, 1888; — *Emploi de la fortification sur les frontières;* extrait du *Journal des sciences militaires*, Paris, 1890; — *Emploi du mouvement pendulaire dans la manœuvre des coupoles cuirassées à éclipse;* extrait du journal *Le génie civil*, Paris, s. d.: — *Balancier du capitaine Faraud;* brevet d'invention, Paris, 1893; — *Force portante de l'aéroplane*, Paris, Vivien, 1909; — *Force portante de l'aéroplane en* 1910, Belfort, Devillers, 1911; — *Vol de l'aéroplane en hauteur*, Paris, Vivien, 1912; — *L'aéroplane à nacelle*, Belfort, Devillers, 1911; — *L'aéroplane parachute*, Belfort, Devillers, 1912; — *Stabilisation de l'aéroplane*, Belfort, Devillers, 1912; — *Trajectoire de l'aéroplane à nacelle;* extrait de *L'aérophile*, Paris, 1918; 11 fascicules 24cm, par L. Faraud. (Présentés par M. Ch. Lallemand.)

Ministère de l'agriculture. Direction des services scientifiques et sanitaires et de la répression des fraudes. *Annales du service des épiphyties*, publiées par P. Marchal et E. Foex, tome V : *Mémoires et rapports présentés au comité des épiphyties en* 1916 *et en* 1917. Paris, Lhomme, 1918; 1 vol. 28cm.

Éléments de botanique, par Ph. Van Tieghem et J. Costantin, t. 1 et 2, 5e édit. Paris, Masson, 1918; 2 vol. 18cm.

Notes ptéridologiques, par le Prince Bonaparte, fasc. V. Paris, chez l'auteur, 1917; 1 fasc. 23cm.

On Growth and Form, by D'Arcy Wentworth Thompson. Cambridge, University Press, 1917; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. Ch. Richet.)

(*A suivre.*)

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 22 AVRIL 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. le major **Philip Fox**, directeur de l'Observatoire Dearborn, à Evanston, près de Chicago.

NÉCROLOGIE. — M. **Daniel Berthelot** donne lecture d'une Notice sur les travaux de Sir *William Crookes*.

Sir **William Crookes**, qui appartenait à l'Académie depuis 1906 comme Correspondant de la Section de Physique, était universellement regardé comme une des plus pures gloires de la Science anglaise. Expérimentateur hors ligne, professeur et conférencier singulièrement brillant, penseur audacieux qui ne craignit jamais d'aller jusqu'au bout de ses idées, il excellait à donner à ses conceptions une forme qui les gravait dans l'esprit et à les éclairer par des expériences à la fois simples et saisissantes qu'on n'oubliait plus une fois qu'on les avait vues.

On le considère justement comme un des précurseurs des idées modernes sur la constitution de la matière ; lui-même nourrissait la noble et périlleuse ambition d'aborder par les méthodes rigoureuses de la science physique un domaine plus difficile encore et plus mystérieux : celui des forces psychiques.

Né à Londres le 17 juin 1832, Crookes débuta dans la Science en 1851 par un Mémoire sur le cyanure de sélénium. Ses travaux suivants portent sur l'enregistrement photographique des phénomènes de polarisation, sur

la sensibilité des bromure et iodure d'argent à la lumière colorée, sur la photographie du spectre, sur l'opacité de la flamme jaune du sodium pour les rayons de cette couleur.

Ces recherches l'avaient familiarisé avec les méthodes de l'analyse spectrale. Aussi, lorsqu'en 1861, revenant à ses premières études, il chercha à extraire le sélénium des dépôts des fabriques d'acide sulfurique du Harz, fut-il particulièrement frappé par l'apparition d'une raie verte nouvelle; il l'attribua à un corps inconnu qu'il regarda comme un métalloïde du groupe du soufre. Peu après, il réussit à en séparer à l'état impur une petite quantité dans le soufre natif de Lipari et lui donna le nom de *thallium*. Un an plus tard, Lamy retrouvait la même raie verte dans les boues des chambres de plomb de l'usine Kuhlmann, à Loos, isolait le thallium à l'état métallique et en faisait connaître les principales propriétés.

De son côté, Crookes en poursuivait l'étude. Au cours des pesées qu'il exécuta pour en déterminer le poids atomique, il fut frappé de certaines irrégularités provenant de la température. Pour éliminer les effets des courants d'air ascendants, il chercha à opérer dans le vide. Les anomalies persistant, il eut l'idée que la radiation était accompagnée d'une force répulsive. Pour vérifier cette hypothèse, il construisit en 1874 un instrument qui devait rendre son nom populaire : c'est le radiomètre de Crookes, petit moulinet formé de quatre ailettes verticales noircies d'un seul côté, et placé à l'intérieur d'une ampoule où l'on a fait le vide. L'appareil se met à tourner dès qu'il est frappé par la lumière. Crookes pensait que la cause de la rotation résidait dans la force vive de la radiation; on sait aujourd'hui qu'elle doit être cherchée dans l'échauffement du gaz qui reste dans le ballon.

Quoi qu'il en soit, l'invention du radiomètre lança Crookes dans une série de recherches fécondes sur les décharges électriques dans les tubes à gaz raréfiés. Il approfondit les propriétés des rayons cathodiques et sut rendre manifestes leurs effets mécaniques, calorifiques, lumineux et électromagnétiques par des appareils si ingénieux qu'on oublia parfois les noms des premiers auteurs, notamment celui de Hittorf, pour ne plus parler que des tubes de Crookes.

Ce qui appartient en propre à Crookes, c'est l'explication éminemment suggestive qu'il a baptisée du nom de « bombardement moléculaire ». Dans les tubes à vide, la matière est suffisamment raréfiée pour que les chocs des diverses particules deviennent relativement rares et pour que leurs trajectoires libres atteignent des dimensions de l'ordre de celles du récipient. On se trouve ainsi, disait Crookes, en présence d'un quatrième état de la matière,

différent des états solide, liquide, ou gazeux : c'est l'état radiant, où l'on peut saisir sur le vif les propriétés individuelles des molécules qui forment le substratum dernier de la matière.

Reprenant une idée émise par Varley en 1871, Crookes montra que les rayons cathodiques sont formés par des particules électrisées négativement et lancées par la cathode avec une grande vitesse, de manière à réaliser ce qu'on appelle un courant de convection. Il vit une preuve de l'électrisation négative dans le sens de la déviation des rayons cathodiques par l'aimant. C'est en effet la méthode devenue classique aujourd'hui pour séparer dans un rayonnement complexe, tel que celui des corps radioactifs, les rayons électrisés positivement, les rayons électrisés négativement et les rayons non électrisés.

Malgré la forme très démonstrative de ses expériences, qui avait entraîné l'adhésion unanime de ses compatriotes, Crookes vit ses conclusions combattues pendant bien des années par presque toute l'école allemande, dont les plus éminents protagonistes, Goldstein, Hertz, Lénard, préféraient voir dans les rayons cathodiques des ondulations de l'éther, analogues à celles qui produisent la lumière visible. Ainsi ressuscitait au XIXe siècle, sous une forme nouvelle, la vieille dispute entre les théories de l'émission et des ondulations qui avait divisé les physiciens du XVIIe siècle. On sait que les progrès de la Science ont donné raison à Crookes et à l'école anglaise.

Un chapitre original de l'œuvre de Crookes en ce domaine est celui qui a trait à la phosphorescence des minéraux sous l'influence du bombardement cathodique ; il retrouva dans des conditions particulièrement brillantes les spectres autrefois décrits par Edmond Becquerel et appliqua cette méthode à l'étude chimique des terres rares. Toutefois ces phénomènes d'émission par phosphorescence, très analogues d'ailleurs aux phénomènes d'absorption, présentent, en raison de la variété des combinaisons de l'état solide, des complications plus grandes que les spectres de flammes qui laissent apparaître, en général, les corps dissociés à l'état d'éléments. Dans le cas de la phosphorescence, l'apparition d'un spectre nouveau ne permet pas de conclure à un élément inconnu, et l'existence du corps simple que Crookes avait cru trouver dans les terres rares et baptisé du nom de *victorium* n'a pas été confirmée. Cette étude spectroscopique des terres rares était entreprise et mise au point vers la même époque avec une incomparable sûreté par Lecoq de Boisbaudran.

En 1895, la découverte des rayons X ramenait l'attention sur les tubes de Crookes; puis quand Henri Becquerel eut découvert, en 1896, la radioacti-

vité, Crookes reprenant ses procédés de séparation des terres rares s'attacha à varier les conditions de cristallisation des sels d'uranium; il trouva que certaines dissolutions enlevaient à l'uranium une partie de son activité et laissaient déposer une matière temporairement active qu'il appela l'uranium X; c'était un premier pas sur une voie où devait s'illustrer M. Rutherford.

En 1903, Crookes imaginait le spinthariscope, appareil d'une simplicité et d'une originalité extrêmes, qui montra que la force créatrice de l'inventeur du radiomètre était restée toujours aussi jeune malgré les années.

Il convient enfin de rappeler que, représentant typique du génie à la fois idéaliste et réalisateur de la race anglaise, sir William Crookes ne négligea jamais les questions pratiques et qu'on lui doit des Mémoires variés sur les désinfectants dans les épizooties, sur le sucre de betteraves, sur les teintures et impressions sur calicot, et sur la fabrication des engrais nitrés par voie électrique aux dépens des gaz de l'atmosphère.

ASTRONOMIE. — *Les travaux de Le Monnier à la méridienne de Saint-Sulpice. — La fin de l'Observatoire de la rue Saint-Honoré.* Note (¹) de M. G. **Bigourdan**.

Cette méridienne fut un des principaux instruments employés par Le Monnier.

L'église actuelle de Saint-Sulpice, terminée en 1745, avait été commencée un siècle plus tôt, en 1646, sur l'emplacement d'une ancienne église dont les derniers vestiges disparurent en 1724.

Henri Sully, horloger anglais établi à Paris, proposa au curé de la nouvelle église, Langlet de Gergy, d'y construire un gnomon, ce qui fut réalisé en 1727 (²). L'œil (³) du gnomon était un trou rond de 1 pouce (27^{mm}) de

(¹) Séance du 24 mars 1919.

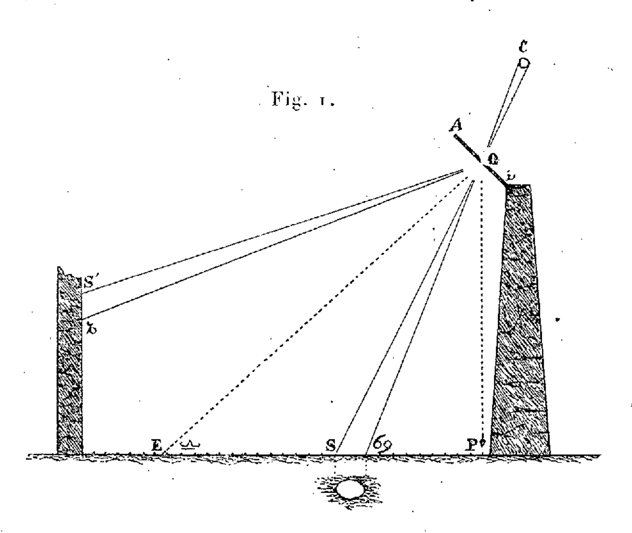
(²) Cette date est celle donnée par Lalande, *Astr.*, II, p. 568. Mais Ch. Hamel, dans son *Histoire de l'église Saint-Sulpice* (Paris, 1900, in-8°, p. 179), donne celle de 1724.

Sur les usages du gnomon chez les anciens, et jusque chez les modernes, on peut voir ce que j'en ai dit dans *Annu. du B. des Long.* pour 1918, p. 253.

(³) J'appelle ainsi l'ouverture par laquelle pénètrent les rayons solaires ou autres.

diamètre, pratiqué dans une plaque de cuivre fixée elle-même à la fenêtre Sud du transept, à 75 pieds (24^m env.) au-dessus du pavé de l'église.

Fig. 1.



En raison de l'orientation du monument, la ligne méridienne correspondante, celle qui passe par la verticale de l'œil, coupe un peu obliquement ce transept, qui a 180 pieds (58^m,5) de long.

Dans nos latitudes, la longueur de cette ligne méridienne, comptée vers le Nord à partir de la verticale de l'œil, doit être environ trois fois la hauteur du gnomon, pour recevoir l'image du Soleil au solstice d'hiver. Le transept est donc trop court, et l'image du Soleil se projetait sur le mur du Nord, comme l'indique la figure 1, depuis le commencement de novembre jusqu'au 15 février. La méridienne aurait pu être prolongée verticalement sur ce mur, mais on préféra la tracer sur un obélisque de 25 pieds de haut, placé un peu en avant du mur, et sur lequel se projetait l'image solaire.

H. Sully a donné lui-même une description de cette première méridienne dans le *Mercure de France* de juillet 1728 (p. 1591-1607); et, suivant son expression (p. 1795), il la destinait principalement à faire « connaître très exactement l'instant de Midi vrai, tous les jours de l'année que le Soleil paroît à midi. »

En 1744, Le Monnier refit un peu à côté ce gnomon et sa méridienne, « en grand et avec magnificence », en vue d'usages astronomiques plus étendus [1]. Suivant sa remarque, depuis la substitution des lunettes aux

[1] Voir la description dans *Mém. Acad.*, 1743, H. 142-147; M. 361-366.

pinnules, les quarts de cercle sont plus propres que les gnomons aux déterminations absolues des hauteurs du Soleil, de la Lune, et par conséquent de l'obliquité de l'écliptique, des latitudes, etc. Il destine donc ce gnomon à des observations différentielles.

En réalité il éleva deux gnomons sur la même ligne méridienne, la même qui existe encore et qui est constituée par une lame de cuivre de 2 lignes (4^{mm}) d'épaisseur enfoncée de champ dans le marbre. L'un de ces gnomons avait pour œil un simple trou rond, tandis que l'œil de l'autre était garni d'une lentille convergente : le premier servait principalement au solstice d'hiver, l'autre au solstice d'été. La fenêtre entière qui portait ces ouvertures fut noircie afin de laisser mieux ressortir l'image solaire.

Gnomon ordinaire. — Pour ce gnomon, qui remplaçait celui de Sully, Le Monnier en plaça l'œil un peu plus à l'Ouest et 5 pieds plus haut, de sorte que la ligne méridienne actuelle est à 18 pouces à l'occident de celle de Sully; son gnomon a 80 pieds de haut. Dans les observations d'hiver on eût pu recevoir l'image solaire sur le mur opposé, mais on préféra employer encore un obélisque spécial, placé un peu en avant de ce mur du Nord, de 30 à 35 pieds de haut, et l'on éleva celui qui existe encore. Sa face sud, rendue parfaitement verticale, reçoit le prolongement de la méridienne de cuivre; au solstice d'hiver l'image solaire se forme à près de 25 pieds au-dessus du pavé; elle a $20\frac{1}{3}$ pouces dans le sens horizontal et parcourt à midi 2 lignes par seconde, ce qui permet de déterminer à moins de demi ou même d'un quart de seconde le passage du centre à la méridienne de cuivre.

Sur l'obélisque, cette image est presque ronde et bien mieux terminée, dans le sens du méridien, que lorsqu'on la reçoit sur un plan horizontal; Le Monnier y mesurait le diamètre solaire pendant quelques jours, en décembre et janvier, pour fixer le moment où ce diamètre atteint son maximum, ce qui répond au périhélie; et ainsi il déterminait la position du grand axe de l'orbite terrestre. En outre, il comparait le midi vrai, donné par le passage à la lame de cuivre, à celui déduit des hauteurs correspondantes prises au quart de cercle; et comme celles-ci, observées assez loin du méridien avant et après midi, sont sujettes aux variations de réfraction du matin au soir, il confirmait ainsi les inégalités des réfractions.

Gnomon à lentille. — Au solstice d'été, le soleil étant fort élevé à midi, la distance de l'œil du gnomon à l'image formée sur la méridienne horizontale, est peu supérieure à la hauteur du gnomon, et n'est que le tiers à

peu près de celle qui répond au solstice d'hiver. L'image solaire est donc trois fois plus petite et se déplace trois fois plus lentement; d'ailleurs, au solstice d'été, l'entablement de la corniche inférieure interceptait les rayons solaires passant par l'œil dont nous venons de parler. Pour remédier à ces inconvénients, Le Monnier établit un second œil situé 5 pieds plus bas que le premier, plus avancé vers l'intérieur de l'église, et le garnit d'une lentille convergente (¹) de 4 pouces de diamètre, ayant un foyer de 80 pieds, distance sensiblement égale à celle où se formait sur le pavé l'image solaire naturelle. La clarté et la netteté plus grandes de l'image ainsi obtenue compensaient ses moindres dimensions et sa moindre vitesse ($1\frac{1}{2}$ ligne en 2^s) (²).

Le Monnier espérait que ce double gnomon, par la concordance des résultats obtenus en été et en hiver, permettrait de s'assurer si l'obliquité de l'écliptique est réellement variable, et de décider si les effets de l'aberration et de la nutation (qu'on n'avait pu noter encore qu'avec les plus grands secteurs) affectent aussi les hauteurs solsticides du Soleil.

Ces gnomons ne sont plus utilisables aujourd'hui, car les parties supérieures ont été déplacées, enlevées même. Les observations y furent continuées jusqu'à la Révolution, soit par Le Monnier lui-même, soit par divers aides parmi lesquels on peut citer Tuillier en 1762, 1763; Duvaucel (ailleurs de Vaucelles) en 1767; Wallot en 1772, 1773, etc.

Un des résultats principaux obtenus par Le Monnier est relatif à la variation de l'obliquité de l'écliptique qu'il considéra d'abord comme nulle ou à peu près. Dans la suite il trouve que cette variation est bien moins grande que ne l'avait indiqué de Louville; et, sans donner une valeur définitive, il la croit au plus de 30″ par siècle, quantité bien trop faible.

Relativement à la théorie du Soleil, ajoutons que Le Monnier attribuait à la plus grande équation du centre une variation qui n'a rien de réel.

Le Monnier observa assez activement jusqu'à l'âge de 76 ans : les dernières observations qu'il a écrites sur ses registres (C. 4, 16) sont d'octobre 1791; et un mois après, le 10 novembre, il fut frappé d'une

(¹) L'historien de l'Académie (*Mém. Acad.*, 17, H. 145) dit que c'est la première fois qu'en emploie ce moyen.

(²) Nous ne parlerons pas de la solidité présumée des diverses parties du gnomon, non plus que des divisions tracées sur la méridienne de cuivre, etc. : sur tout cela, on peut voir la description déjà indiquée (*Mém. Acad.*, 1743).

attaque de paralysie. Lors du remplacement au Bureau des Longitudes de Cassini IV démissionnaire, le 12 floréal an IV (1er mars 1796), avec le mode alors suivi pour les votes Le Monnier obtint 36 voix contre 37 à Messier, qui fut élu. Il mourut à Héril, près de Bayeux, d'une seconde attaque, le 31 mai 1799.

Après lui son observatoire cessa d'exister (29 floréal an VI = 18 mai 1798). L'Etat acheta ses manuscrits et une partie des instruments, qui furent portés à l'Observatoire (nos 4, 9, 10, 11 ci-dessus) où les nos 10 et 11 sont encore. Lagrange son gendre donna les pendules à l'Observatoire de Marseille.

M. A. Lacroix fait hommage à l'Académie, au nom de M. George F. Kunz, d'une brochure publiée par le Club minéralogique de New York, à l'occasion du 175e *anniversaire de la naissance de l'abbé René-Just Haüy*. Cette brochure renferme différentes Notices sur l'œuvre d'*Haüy* et une collection des portraits de l'illustre minéralogiste, parmi lesquels se trouve la reproduction d'une peinture inédite qui est conservée dans le laboratoire de minéralogie de notre Muséum national d'Histoire naturelle où Haüy a professé pendant de longnes années.

CORRESPONDANCE.

M. Bigot, élu Correspondant pour la Section de Minéralogie, adresse des remercîments à l'Académie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Quelques propriétés des fonctions entières ou méromorphes*. Note [1] de M. Gaston Julia.

I. A toute fonction entière $\varphi(z)$ et à tout nombre complexe σ de module supérieur à un, j'ai montré [2] qu'on peut faire correspondre un ensemble parfait $\mathcal{E}_\sigma$ de points tels que, si l'on entoure un de ces points z_0 d'une aire

(1) Séance du 14 avril 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 598.

arbitrairement petite $\mathcal{D}$, la fonction φ prend, dans l'ensemble des aires $\mathcal{D}$, $\mathcal{D}\sigma$, $\mathcal{D}\sigma^2$, ..., $\mathcal{D}\sigma^n$, ..., toute valeur finie sauf peut-être une seule valeur. En z_0, la suite des fonctions $\varphi_n(z) = \varphi(z\sigma^n)$ n'est pas normale. Si l'on considère les racines z_a de l'équation $\varphi(z) = a$, les rayons Oz_a ont un rayon limite au moins, si a n'est pas valeur exceptionnelle. Sauf peut-être pour une valeur de a, *il existe au moins un rayon* OT *qui est rayon limite de* Oz_a, *quel que soit* a. On peut remplacer les rayons par des courbes continues *semblables* allant à l'infini.

On peut substituer aux nombres σ, σ^2, ..., σ^n, ..., qui tendent vers l'infini, une suite quelconque σ_1, σ_2, ..., σ_n, ..., tendant vers l'infini, puisque, à l'origine, les $\varphi(z\sigma_n)$ ne forment pas une suite normale, et, d'autre part, les points où une telle suite n'est pas normale *ne sont pas isolés*. A toute suite σ_1, σ_2, ..., σ_n, ..., correspond aussi un ensemble parfait E jouissant des mêmes propriétés que l'ensemble précédent $\mathcal{E}_\sigma$; en tout point de E, la suite des $\varphi(z\sigma_n)$ n'est pas normale. Deux ensembles E, correspondant à deux suites différentes σ_1, σ_2, ..., σ_n, ..., et τ_1, τ_2, ..., τ_n, ..., peuvent n'avoir d'autre point commun que l'origine qui est commune à tous les E. Par exemple, si de $\varphi(z) = e^z$ on tire, en posant $\sigma = is$ (s réel et > 1), $\varphi_n(z) = e^{zi^n s^n}$, on a à envisager les suites $\varphi_{4p}(z) = e^{zs^{4p}}$, $\varphi_{4p+2}(z) = e^{-zs^{4p+2}}$, $\varphi_{4p+1}(z) = e^{izs^{4p+1}}$, $\varphi_{4p+3} = e^{-izs^{4p+3}}$ dont les deux premières sont normales en tout point non situé sur l'axe imaginaire et non normales en tout point de l'axe imaginaire, alors que pour les deux dernières l'ensemble E est l'axe réel. L'ensemble appelé $\mathcal{E}_\sigma$, relatif à la suite σ, σ^2, ..., σ^n, ..., comprend tous les points où *une suite* $\varphi_{n_p}(z) = \varphi(z\sigma^{n_p})$ n'est pas normale. En un point de $\mathcal{E}_\sigma$ il peut donc arriver, comme le montre l'exemple précédent, que certaines suites extraites de la famille des $\varphi_n = \varphi(z\sigma^n)$ soient normales, et que d'autres ne le soient pas.

Pour une même fonction $\varphi(z)$, l'ensemble $\mathcal{E}_\sigma$ varie avec σ. On a vu que, si σ est réel, $\mathcal{E}_\sigma$ relatif à e^z se compose de l'axe imaginaire. Si $\sigma = is$ (s réel), $\mathcal{E}_\sigma$ se compose des axes réel et imaginaire. Si $\sigma = \omega s$ $\left(s \text{ réel}, \omega = e^{\frac{2\pi i}{p}}\right)$, $\mathcal{E}_\sigma$ se compose, si p est pair, de $\frac{p}{2}$ droites issues de s dont l'une est l'axe imaginaire, deux droites consécutives faisant entre elles l'angle $\frac{2\pi}{p}$, et, si p est impair, de p droites issues de o dont l'une est l'axe imaginaire, deux droites consécutives faisant entre elles l'angle $\frac{2\pi}{2p}$. Si $\sigma = se^{i\theta}$, s réel > 1, θ incommensurable à 2π, $\mathcal{E}_\sigma$ comprend tout point du plan.

$\mathcal{E}_\sigma$ étant parfait, et les zéros de φ n'étant qu'en infinité dénombrable, on peut dire qu'en tout point de $\mathcal{E}_\sigma$, distinct d'un zéro de φ, la famille des $\frac{\varphi(z\sigma^n)}{\varphi(z)}$ n'est pas normale et, par suite, tout point de $\mathcal{E}_\sigma$ est limite pour les racines des équations $\varphi(z\sigma^n) = 0$, $n = 1, 2, \ldots, \infty$ ou celles des équations $\varphi(z\sigma^n) = \lambda\,\varphi(z)$, $n = 1, 2, \ldots, \infty$ [λ constante quelconque $\neq 0$]. On voit de même que tout point de $\mathcal{E}_\sigma$ est limite pour les racines des équations $\varphi(z\sigma^n) = 0$, $n = 1, 2, \ldots, \infty$, ou pour celles des équations $\varphi(z\sigma^n) = \lambda\varphi(z\sigma^i)$, $n = 1, 2, \ldots, \infty$ [i fixe mais quelconque, λ constante quelconque $\neq 0$].

II. Introduisons maintenant les valeurs asymptotiques de $\varphi(z)$. Il y a toujours la constante infinie et l'on voit ainsi que, si $\mathcal{E}_\sigma$ est discontinu, dans toute région $\mathfrak{D}$ ne contenant pas de point de $\mathcal{E}_\sigma$, la suite des $\varphi_n(z) = \varphi(z\sigma^n)$ converge uniformément vers l'infini ; si z est un point du plan n'appartenant pas à $\mathcal{E}$, la suite $\varphi(z)$, $\varphi(z\sigma)$, ..., $\varphi(z\sigma^n)$, ... tend uniformément vers l'infini. J'ai donné des exemples de telles fonctions entières : on peut dire qu'elles tendent presque partout vers l'infini quand z tend vers l'infini.

Mais il est immédiat que cette circonstance ne peut se présenter *si* $\varphi(z)$ *admet une valeur asymptotique finie* (qui peut être ou ne pas être une valeur exceptionnelle). Alors $\mathcal{E}_\sigma$ *est nécessairement continu.*

Soit maintenant Γ un chemin sur lequel φ tend vers une limite ω, finie ou infinie. Faisons décrire au centre d'un cercle $\mathfrak{C}$ la courbe Γ, pendant que le rayon reste proportionnel au module du centre (le rayon initial du cercle est arbitraire); ou bien dans la bande balayée par le cercle mobile $\mathfrak{C}$, φ tendra uniformément vers ω, ou bien, dans cette bande, φ prendra toute valeur finie, sauf peut-être une valeur. Si l'on se contente de choisir des nombres $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n$ tendant vers l'infini et tels que, z_0 étant un point donné de Γ, $z_0\sigma_1$, $z_0\sigma_2$, ..., $z_0\sigma_n$, ... soient aussi sur Γ, ou bien la suite des $\varphi_n(z) = \varphi(z\sigma_n)$ est normale en z_0 et converge dès lors uniformément vers ω dans une aire entourant z_0, ou bien z_0 est un point de l'ensemble E, relatif à la suite $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n \ldots$, et dans l'ensemble des aires $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{D}\sigma_1$, $\mathfrak{D}\sigma_2$, ..., $\mathfrak{D}\sigma_n$, ... ($\mathfrak{D}$ étant une aire arbitraire entourant z_0), φ prend toute valeur finie à l'exception, peut-être, d'une seule. La conclusion est que toute valeur asymptotique ω de φ (exceptionnelle ou non) est une *fonction limite* pour une suite de fonctions $\varphi(z\sigma_n)$ dans une certaine région du plan, ou bien le chemin Γ sur lequel φ tend vers ω *est limite pour les racines* z_a *de toute équation* $\varphi(z) = a$, *sauf peut-être une valeur de* a, en ce sens que le rapport entre la distance d'une racine z_a à Γ et le module de cette racine tend vers zéro pour une suite infinie convenable de racines z_a.

Tout ce que l'on vient de dire s'applique mot pour mot aux fonctions méromorphes ayant une valeur exceptionnelle qui jouera pour elles le rôle que l'infini jouait pour les fonctions entières.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la loi des erreurs de Bravais.* Note (¹) de **A. Guldberg.**

La loi des erreurs de Bravais se déduit pour le plan par la méthode des probabilités continues introduites par M. Bachelier.

Bravais montre aussi comment la loi des erreurs de l'espace se déduit par son procédé. Bravais continue (²) : « Il est probable que la même loi se continuerait dans le cas de quatre variables et même d'un nombre quelconque de variables. Je l'ai vérifié, en effet, pour le cas de quatre variables.... Mais la démonstration générale de cette loi de formation m'est inconnue. »

La méthode des probabilités continues conduit immédiatement à la loi de Bravais pour l'espace de p dimensions.

Nous supposerons une suite d'observations en nombre très grand des p coordonnées d'un même point, de telle sorte que la succession de ces observations puisse être considérée comme connue.

Soit

$$f(n-dn,\ x_1-u_1,\ x_2-u_2,\ \ldots,\ x_p-u_p)\,dx_1\,dx_2\ldots dx_p$$

la probabilité pour que, à la $(n-dn)^{\text{ième}}$ observation, les erreurs commises soient comprises respectivement entre

$$x_i-u_i \quad \text{et} \quad x_i-u_i+dx_i \qquad (i=1,\,2,\,\ldots,\,p);$$

bref la probabilité pour les erreurs x_i-u_i $(i=1,2,\ldots,p)$.

Soit encore

$$\varphi(n,\ u_1,\ u_2,\ \ldots,\ u_p)\,du_1\,du_2\ldots du_p$$

la probabilité pour que les erreurs augmentent des quantités u_i $(i=1,2,\ldots,p)$ à la $n^{\text{ième}}$ observation, ayant été x_i-u_i $(i=1,2,\ldots,p)$ à la $(n-dn)^{\text{ième}}$ observation.

La probabilité, pour que les erreurs soient x_i $(i=1,2,\ldots,p)$ à

(¹) Séance du 17 mars 1919.

(²) *Mémoires présentés par divers savants à l'Académie royale des Sciences*, t. **46**, p. 301.

la $n^{\text{ième}}$ observation, ayant été $x_i - u_i$ $(i = 1, 2, \ldots, p)$ à la $(n - dn)^{\text{ième}}$ observation, s'obtient d'après le principe des probabilités composées

$$f(n - dn, x_1 - u_1, \ldots, x_p - u_p)\, dx_1 \ldots dx_p\, \varphi(n, u_1, \ldots, u_p)\, du_1 \ldots du_p.$$

Les u_i $(i = 1, 2, \ldots, p)$ ayant pu, à la $(n - dn)^{\text{ième}}$ observation, avoir toutes les valeurs possibles, la probabilité pour que, à la $n^{\text{ième}}$ observation, les erreurs soient x_i $(i = 1, 2, \ldots, p)$ est, en vertu du principe des probabilités totales :

$$dx_1\, dx_2 \ldots dx_p \int\!\!\int \ldots \int f(n - dn, x_1 - u_1, \ldots, x_p - u_p)\, \varphi(n, u_1 \ldots u_p)\, du_1\, du_2 \ldots du_p.$$

On doit donc avoir

$$f(n, x_1, x_2, \ldots, x_p)$$
$$= \int\!\!\int \ldots \int f(n - dn, x_1 - u_1, \ldots, x_p - u_p)\quad \varphi(n, u_1, \ldots, u_p)\, du_1 \ldots du_p.$$

Développons la fonction $f(n - dn, x_1 - u_1, \ldots, x_p - u_p)$ par la formule de Taylor, en négligeant les termes qui contiennent en facteur le carré de dn et les puissances de u_i $(i = 1, 2, \ldots, p)$ supérieures à la seconde, on aura alors, en écrivant f au lieu de $f(n, x_1, x_2, \ldots, x_p)$ et φ au lieu de $\varphi(n, u_1, u_2, \ldots, u_p)$,

$$f = \left(f - \frac{\partial f}{\partial n}\right) \int\!\!\int \cdots \int \varphi\, du_1 \ldots du_p - \sum i \frac{\partial f}{\partial x_i} \int\!\!\int \cdots \int u_i\, \varphi\, du_1 \ldots du_p$$
$$+ \frac{1}{2} \sum i \frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} \int\!\!\int \cdots \int u_i^2\, \varphi\, du_1 \ldots du_p + \sum i \frac{\partial^2 f}{\partial x_i\, \partial x_j} \int\!\!\int \cdots \int u_i u_j\, \varphi\, du_1 \ldots du_p.$$

On a d'abord

$$\int\!\!\int \cdots \int \varphi\, du_1 \ldots du_p = 1.$$

Les intégrales

$$\int\!\!\int \cdots \int u_i\, \varphi\, du_1 \ldots du_p, \qquad \int\!\!\int \cdots \int u_i^2\, \varphi\, du_1 \ldots du_p, \qquad \int\!\!\int \cdots \int u_i u_j\, \varphi\, du_1 \ldots du_p$$

sont respectivement les valeurs moyennes des erreurs u_i, u_i^2 et du produit $u_i u_j$ relative à l'intervalle des observations $n - dn$, n. Nous désignerons ces intégrales respectivement par

$$-\alpha_i'(n)\, dn, \quad \frac{1}{2} \beta_i'(n)\, dn, \quad \frac{1}{2} \gamma_{ij}'(n)\, dn.$$

Notre équation s'écrit alors

$$\frac{\partial f}{\partial n} = \sum i\,\alpha'_i(n)\frac{\partial f}{\partial x_i} + \frac{1}{4}\sum \beta'_i(n)\frac{\partial^2 f}{\partial x_i^2} + \frac{1}{2}\sum \gamma'_{ij}(n)\frac{\partial^2 f}{\partial x_i\,\partial x_j}.$$

Posons

$$x_i = y_i + \alpha_i(n), \qquad n = t \qquad (i = 1, 2, \ldots, p),$$

notre équation s'écrit

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{4}\sum \beta'_i(x)\frac{\partial^2 f}{\partial y_i^2} + \frac{1}{2}\sum \gamma'_{ij}(x)\frac{\partial^2 f}{\partial y_i\,\partial y_j}.$$

On a encore la condition

$$\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\cdots\int_{-\infty}^{\infty} f\,dy_1\,dy_2\ldots dy_p = 1.$$

Ces deux équations sont satisfaites, comme on le vérifie par (¹)

$$\text{(I)} \qquad f = \frac{1}{(\sqrt{\pi})^p\sqrt{\Delta}}\,e^{-\frac{\Sigma a_i y_i^2 + 2\Sigma b_{ij} y_i y_j}{\Delta}}\ldots.$$

La lettre Δ désigne le déterminant, où l'on a écrit β_i au lieu de $\beta_i(t)$ et γ_{ij} au lieu de $\gamma_{ij}(t)$:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \beta_1 & -\gamma_{12} & \gamma_{13} & \ldots & \pm\gamma_{1p} \\ -\gamma_{21} & \beta_2 & -\gamma_{23} & \ldots & \ldots\ldots \\ \gamma_{31} & -\gamma_{32} & \beta_3 & \ldots & \ldots\ldots \\ \ldots & \ldots\ldots & \ldots & \ldots & \ldots\ldots \\ \pm\gamma_{p1} & \mp\gamma_{p2} & \ldots & \ldots & \beta_p \end{vmatrix},$$

où l'on a $\gamma_{ij} = \gamma_{ji}$. La quantité a_i s'obtient en supprimant, dans le déterminant, Δ la $i^{\text{ième}}$ ligne et la $i^{\text{ième}}$ colonne. La quantité b_{ij} s'obtient en supprimant dans Δ la $i^{\text{ième}}$ ligne et la $j^{\text{ième}}$ colonne.

En substituant $y_i = x_i - \alpha_i(t)$, $t = n$ dans la formule (I), on aura la loi générale de Bravais.

(¹) Voir BACHELIER, *Calcul des probabilités*, p. 388.

POUSSÉE DES TERRES. — *Sur certaines solutions particulières du problème de l'état ébouleux.* Note de M. G. GUILLAUMIN, présentée par M. J. Boussinesq.

I. On sait que les équations d'équilibre dans l'état ébouleux, applicables au cas des déformations planes, peuvent s'écrire, avec les notations de M. Boussinesq [1] :

$$(1) \qquad (1+k\cos 2\chi)\frac{dp}{dx}+k\sin 2\chi\frac{dp}{dy}+2kp\left(\cos 2\chi\frac{d\chi}{dy}-\sin 2\chi\frac{d\chi}{dx}\right)=X,$$

$$(2) \qquad k\sin 2\chi\frac{dp}{dx}+(1-k\cos 2\chi)\frac{dp}{dy}+2kp\left(\cos 2\chi\frac{d\chi}{dx}+\sin 2\chi\frac{d\chi}{dy}\right)=Y.$$

Dans ces équations, p désigne la pression moyenne, χ l'azimut $\left(\text{compris entre } -\frac{\pi}{2} \text{ et } +\frac{\pi}{2}\right)$ de la plus grande en valeur absolue des deux pressions principales, k le sinus de l'angle de frottement φ, X et Y les projections du poids spécifique Π de la masse pulvérulente.

Supposons que, sur une droite donnée, qui sera généralement une paroi, la poussée appliquée à chaque élément de cette droite fasse l'angle maximum φ avec la normale à l'élément d'application. Cela revient à dire que la droite en question est ligne de *glissement* (ou de *rupture*) pour le massif en état ébouleux. On se trouve alors dans des conditions aux limites, que, pour simplifier, nous appellerons conditions d'*équilibre-limite à la paroi*, et qui, comme nous l'allons voir, ont, au point de vue analytique, un caractère bien particulier.

Prenons, en effet, la droite donnée comme axe des x. On a, sur Ox,

$$2\chi_0=-\varepsilon\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right), \qquad \varepsilon=\pm 1, \qquad \left(\frac{d\chi}{dx}\right)_0=0.$$

Les équations (1) et (2), dans lesquelles on fait $y=0$, ont, par rapport aux inconnues $\left(\frac{dp}{dy}\right)_0$ et $\left(\frac{d\chi}{dy}\right)_0$, un discriminant nul pour la valeur particulière χ_0 et χ. Si donc on suppose que $\left(\frac{dp}{dy}\right)_0$ et $\left(\frac{d\chi}{dy}\right)_0$ sont finies, on en

[1] *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 698, et *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 1917.

déduit, tous calculs faits, la valeur obligée de $\left(\frac{dp}{dx}\right)_0$:

$$\left(\frac{dp}{dx}\right)_0 = \Pi \frac{\cos(\varphi + \varepsilon i)}{\cos\varphi}, \tag{3}$$

i désignant l'azimut changé de signe de la verticale descendante. L'équation (3) caractérise, comme on sait, la solution Rankine-Lévy, sur toute droite du massif le long de laquelle l'équilibre-limite est réalisé. La valeur de la pression moyenne donnée par cette solution est donc la seule pour laquelle les dérivées normales des variables p et χ, sur une paroi linéaire le long de laquelle l'équilibre limite est réalisé, soient finies.

II. On peut, dès lors, se demander quelle est la nature analytique de p et χ au voisinage d'une paroi linéaire sur laquelle l'équilibre limite est imposé, mais sans que la valeur de p coïncide sur la paroi avec celle donnée par la solution Rankine-Lévy.

Pour nous en rendre compte, plaçons-nous dans le cas particulier, très important pour les applications, où l'on suppose que χ ne dépend de x et de y que par l'intermédiaire de l'angle polaire θ. On sait [1] qu'on peut poser dans ce cas $p = r\mathrm{P}(\theta)$, r désignant le rayon vecteur. Les équations (1) et (2) se transforment alors dans les suivantes :

$$\mathrm{P}\sin(2\chi - 2\theta) - \mathrm{P}'[\cos(2\chi - 2\theta) - k] = \Pi \sin(2\chi + i - \theta), \tag{4}$$

$$\mathrm{P}(i - k^2) + 2k\mathrm{P}\chi'[\cos(2\chi - 2\theta) - k] = \Pi[\cos(\theta + i) - k\cos(2\chi + i - \theta)]. \tag{5}$$

Si l'on admet que, pour $\theta = \theta_0$, $\mathrm{P}'(\theta_0)$ et $\chi'(\theta_0)$ ne sont pas finis, il faut, pour que $\mathrm{P}(\theta_0)$ ne soit ni nul ni infini, que l'on ait, pour χ' par exemple, autour de $\theta = \theta_0$:

$$\frac{d\chi}{d\theta} = \frac{\alpha}{\cos(2\chi - 2\theta) - k},$$

désignant une quantité finie et non nulle. On conclut aisément de là, compte tenu de la valeur particulière de χ_0, que P et χ sont, au voisinage de $\theta = \theta_0$, développables suivant les puissances de $\sqrt{\theta - \theta_0}$.

III. Nous indiquons ci-dessous un exemple très simple de solution rigoureuse d'un cas d'équilibre dans l'état ébouleux avec équilibre-limite à une

(1) BOUSSINESQ, *loc. cit.*

paroi, dans laquelle les particularités indiquées au paragraphe précédent se trouvent réalisées.

Soit, à cet effet, un terre-plein indéfini, que pour plus de simplicité nous prendrons horizontal, et à la surface supérieure duquel on suppose appliquée une charge uniformément répartie f dont l'obliquité sur la verticale soit égale à l'angle φ. Cherchant une solution qui ne dépende pas de y, on aura

$$p(1 + k\cos 2\chi) = f\cos\varphi + \Pi x,$$
$$pk\sin 2\chi = \varepsilon f \sin\varphi \qquad (\varepsilon = \mp 1).$$

D'où, pour déterminer χ, l'équation

$$\sin(2\chi - \varepsilon\varphi) + \Pi\frac{x}{f}\sin 2\chi - \varepsilon = 0,$$

qui donne aisément

$$\frac{d\chi}{dx} = \frac{\Pi}{2f}\,\frac{\sin 2\chi}{\cos(2\chi - \varepsilon\varphi) + \dfrac{\Pi x}{f}\cos 2\chi}.$$

Comme on a évidemment $2\chi_0 = \varepsilon\left(\frac{\Pi}{2} + \varphi\right)$, on voit bien que la fonction $\chi(x)$, partout continue, n'a pas de dérivée finie pour $x = 0$.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur la célérité des déflagrations.* Note (¹) de MM. **Jouguet** et **Crussard**, présentée par M. L. Lecornu.

I. L'un de nous a donné, dans les *Comptes rendus* du 7 avril 1913 et reproduit dans sa *Mécanique des explosifs* (chez Doin, 1917), une formule pour la célérité des déflagrations par ondes planes. Cette formule a été obtenue en supposant une réaction chimique monomoléculaire dont la vitesse, nulle au-dessous de la température d'inflammation, serait ensuite proportionnelle à la température absolue.

Dans la *Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure* de 1915, Nüsselt a donné une formule analogue. Sa théorie semble, à première vue, ne pas exiger, pour la vitesse de réaction, des lois aussi restrictives. Mais ce n'est qu'une apparence. En réalité, Nüsselt remplace ces hypothèses par une autre, relative à la chaleur dégagée par unité de longueur, qu'il est difficile

(¹) Séance du 7 avril 1919.

d'accepter. Dans ces conditions, il ne sera pas inutile de reprendre autrement la question de l'extension de la formule de la célérité aux réactions dont la vitesse suit des lois quelconques.

II. Posons le problème comme dans la *Mécanique des explosifs* et partons des équations (70), (80), (82) du Livre III de cet Ouvrage. Par contre, à la place de l'équation (73-81), écrivons la loi de la vitesse de réaction sous la forme

$$\frac{d\alpha}{dt} = u\frac{d\alpha}{dx} = f(\mathrm{T}, \alpha). \tag{1}$$

La combinaison de cette équation (1) avec les équations (70), (80), (82) précitées, donne, en éliminant x, et en posant $\frac{\mathrm{CR}}{p_0} = \mathrm{H}$ et $\Theta = \mathrm{T}_0 - \frac{l}{\mathrm{C}}$ (température de combustion),

$$\frac{d\mathrm{T}}{d\alpha} = m^2\mathrm{H}\frac{n\mathrm{T}}{kf(\mathrm{T}, \alpha)}[\mathrm{T} - \mathrm{T}_0 + \alpha(\mathrm{T}_0 - \Theta)]. \tag{2}$$

Il est facile de voir d'ailleurs que l'on peut supposer, dans cette formule, n fonction de α (contraction due à la réaction) et k fonction de α et de T.

III. Représentons la loi de la combustion (2) en portant α en abscisse et T en ordonnée. La courbe représentative doit, en vertu des conditions aux limites, passer par les points $\mathrm{M}(0, \tau)$ et $\mathrm{N}(1, \Theta)$. Traçons d'autre part la droite PN dont l'ordonnée est $\theta = \mathrm{T}_0 + \alpha(\Theta - \mathrm{T}_0)$. L'équation (2) s'écrit

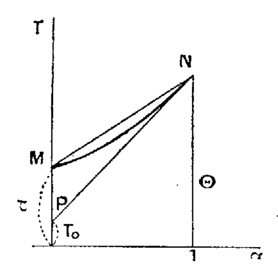
$$\frac{d\mathrm{T}}{d\alpha} = m^2\mathrm{H}\frac{n}{k}\frac{\mathrm{T}}{f(\mathrm{T}, \alpha)}(\mathrm{T} - \theta). \tag{3}$$

Il suit de (3) que la courbe ne peut pas couper la droite PN avant N, et que $\mathrm{T} - \theta$ et $\frac{d\mathrm{T}}{d\alpha}$ sont toujours positifs.

$f(\mathrm{T}, \alpha)$ est une fonction entière de α, infiniment petite pour $\alpha = 1$. L'ordre de cet infiniment petit n'est d'ailleurs pas entièrement déterminé par celui de la réaction chimique : il dépend aussi de la composition initiale du mélange. Quoi qu'il en soit, supposons cet ordre supérieur ou égal à 2. L'équation (3) montre alors que T ne peut rester fini pour $\alpha = 1$ que si $\mathrm{T} - \theta$ est infiniment petit d'ordre supérieur à 1. La courbe représentative de la loi de la combustion est alors tangente à la droite PN en N, et son allure probable est représentée sur la figure.

Si $f(\mathrm{T}, \alpha)$ est infiniment petit d'ordre 1, cette propriété de tangence

n'existe plus. En particulier, dans le cas étudié dans la Note de 1913 et dans la *Mécanique des Explosifs*, la courbe représentative se confond avec la droite MN.



IV. Dans (2), faisons $\alpha = 0$, $T = \tau$. On obtient

$$m^2 = \frac{1}{\Pi}\,\frac{k(\tau, 0)}{n(0)}\,\frac{f(\tau, 0)}{\tau}\,\frac{\left(\frac{dT}{d\alpha}\right)_0}{\tau - T_0}.$$

m^2 est proportionnel au carré de la célérité. On obtiendrait une formule analogue à celle des écrits précités ou à celle de Nüsselt en remplaçant $\left(\frac{dT}{d\alpha}\right)_0$ par $\Theta - \tau$. Cette évaluation, rigoureuse dans le cas particulier étudié dans la *Mécanique des Explosifs*, n'est, dans le cas général, qu'une approximation, et une approximation probablement par excès quand $f(T, \alpha)$ est infiniment petit d'ordre supérieur ou égal à 2.

Le coefficient de la fraction $\frac{\Theta - \tau}{\tau - T_0}$ dans la formule, lequel dépend de la composition centésimale du mélange, dépend aussi d'ailleurs, plus que ne l'indique Nüsselt, de la température d'inflammation τ.

MÉCANIQUE. — *Sur les équations de similitude dans les hélices propulsives.* Note [1] de M. **Amans**, présentée par M. Rateau.

On admet généralement comme exactes les équations

(1) $$A\,(\text{poussée}) = \alpha n^2 D^4,$$

(2) $$T\,(\text{puissance}) = \beta n^3 D^5,$$

[1] Séance du 24 mars 1919.

dans lesquelles n représente le nombre de tours à la seconde, D le diamètre de pales tournantes *au point fixe*. L'élimination de n conduit à l'équation

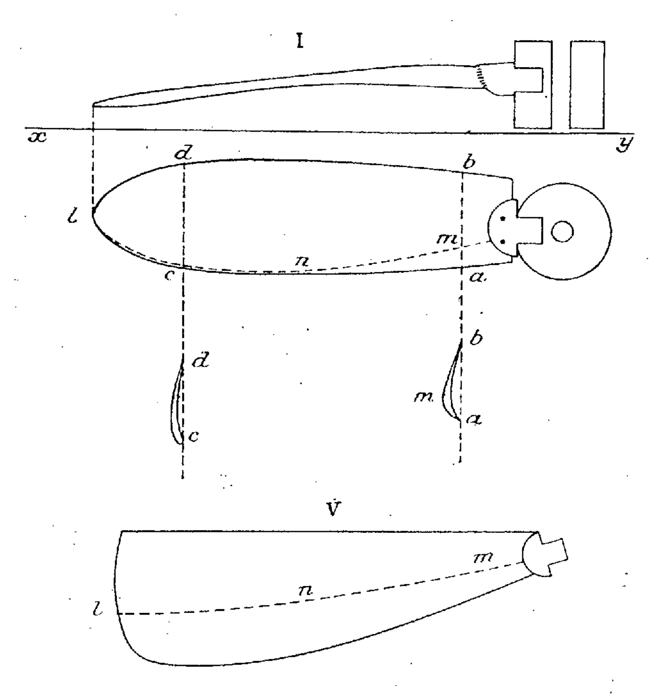
$$A = K y^{\frac{2}{3}} D^{\frac{2}{3}} \tag{3}$$

(y représente le nombre de chevaux sur l'arbre de l'hélice).

Il y a là parallélisme avec les équations de la voilure, où la sustentation peut théoriquement s'exprimer par une équation identique à (3).

J'ai déjà [1] critiqué les équations de la voilure; j'ai montré des cas où elles étaient inapplicables. Je vais faire de même pour les pales tournantes.

Formes des pales. — Les quatre premières ont pour caractères communs :



1° même diamètre D; 2° même moyeu; 3° sensiblement même périmètre et mêmes cordes de profil; 4° sections de profil à gros bout avant, et mêmes épaisseurs; 5° ventre creux au proximum, plat au distum.

---

(1) *Résistance aérienne sur les zooptères à différentes vitesses et incidences* (Travail fait au Laboratoire de Physique à l'École Polytechnique avec l'appareil Rateau, mai-juin 1910. Publié dans l'*Aéronaute*).

Les différences portent sur le mode et le degré de torsion. Je mesure cette torsion par l'angle des cordes de deux sections de profil, prises arbitrairement, l'une au $\frac{1}{5}$ du rayon, l'autre aux $\frac{4}{5}$. Je dis que la *torsion* est *positive* lorsque l'incidence distale sur le plan de l'équateur est plus grande que la proximale.

La pale I est sans torsion. En outre (voir figure) une section proximo-distale donne, pour l'axe de cette section, non une droite, mais une ligne concave à la face ventrale.

La pale II a une torsion positive de 8°. La pale III a une torsion négative de — 37° environ, et la pale IV de — 16°. L'une et l'autre ont été plaquées sur des gabarits hélicoïdaux (hélice géométrique).

La pale V diffère peu par la torsion de la pale III, mais, suivant le goût des premiers constructeurs, elle a son maximum de largeur à la périphérie. La spire distale (aux $\frac{4}{5}$ du rayon) fait avec l'équateur un angle de 12° environ et le pas relatif $\frac{H}{D}$ est 0,53.

Les pales VI et VII sont rigoureusement semblables à la pale I : les trois diamètres sont 418^{mm}, 366^{mm} et 337^{mm}.

Pales de même diamètre :

I. A 20° d'incidence sur l'équateur (angle de la corde de profil aux $\frac{4}{5}$ du rayon), les courbes théoriques des poussées et puissances, calculées d'après les rapports n^2 et n^3, sont peu différentes des courbes réelles ; mais à 15° et surtout à 25°, les écarts sont considérables.

A 25°, la *courbe des poussées est fortement ondulée* autour d'un axe moyen parabolique d'un degré > 2.

II. La poussée théorique est peu différente de la réelle à 20° et 25° ; elle est légèrement inférieure aux vitesses de 15 tours et au-dessus. La loi des carrés et des cubes ne s'applique pas à 10° et 15°.

III. A 15°, la loi des carrés est assez juste. Quant aux puissances, la courbe théorique serpente autour de la réelle avec des écarts faibles (2 à 4 pour 100 maximum).

A 10°, il y a un très faible écart entre les deux courbes de poussée, sauf à 15 tours, où l'écart est 7 pour 100 de A. La loi des cubes ne s'applique pas, la puissance théorique dépassant parfois T de 0,25 T.

IV. A 20°, on peut admettre $A\alpha n^2$ et $T\alpha n^3$ (l'écart maximum est 0,04 T).

A 10°, la loi des carrés est assez juste (l'écart maximum est 0,03 A), mais non celle des cubes : la courbe théorique chevauche autour de la réelle avec des écarts de 0,34 T.

V. A 12°, on peut poser $A \propto n^2$ et $T \propto n^3$, mais pas rigoureusement, les écarts pouvant aller à 4 pour 100. Dans mon appareil, les erreurs d'évaluation de A, dues aux frottements de l'arbre porte-hélice sur ses paliers, ne dépassent pas 0,02 A.

En comparant les courbes de cette pale avec celles de I, j'ai trouvé que celles de I à 22°,5 d'incidence sont presque superposables à celles de V, du moins au-dessous de 9 tours. Au-dessus, les écarts peuvent atteindre 7 pour 100. Il y a là un phénomène intéressant d'isodynamisme, tout à fait indépendant de la similitude géométrique.

Pales semblables. — Comparons les trois pales I, VI, VII, et voyons si les rapports de A à D^4 et de T à D^5 sont constants.

Ces rapports ne sont sensiblement constants qu'à 20°, avec toutefois un plus grand écart pour la plus petite.

CHIMIE ORGANIQUE. — *De l'action de l'acétylène monosodé sur quelques éthers halogénés des alcools secondaires et tertiaires.* Note de M. **Picon**, présentée par M. A. Haller.

Dans un Mémoire publié antérieurement, nous avons indiqué en collaboration avec M. Lebeau [1] que l'acétylène monosodé dissous dans l'ammoniac liquide réagissait sur les dérivés halogénés en donnant naissance à des carbures acétyléniques vrais

$$CNa \equiv CH + RX = NaX + R - C \equiv CH.$$

Les iodures de méthyle, d'éthyle [2], de propyle [3] et de butyle ont respectivement fourni l'allylène, le butine, le pentine et l'hexine. Dans la présente Note, nous examinerons l'action de l'acétylène monosodé sur quelques éthers halogénés des alcools secondaires et tertiaires.

---

(1) Lebeau et Picon, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1077.
(2) Picon, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1184.
(3) Picon, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1346.

Le chlorure d'isopropyle ne réagit pas sur l'acétylène monosodé en solution dans l'ammoniac liquide à la pression normale vers — 40°. L'action est aussi sensiblement nulle à l'autoclave à la température ordinaire. Si, par contre, on ajoute au mélange d'acétylène monosodé, d'ammoniac liquide et de chlorure d'isopropyle, une petite quantité de noir de platine et qu'on élève ensuite progressivement la température jusqu'à 40°, l'attaque du chlorure d'isopropyle se produit. On laisse en contact quelques minutes à 40°. Les produits volatils de la réaction sont constitués par une proportion notable d'acétylène, du propylène (environ 50 pour 100 de la quantité théorique) et du chlorure d'isopropyle inaltéré. On ne trouve pas trace d'autres carbures.

Dans cette réaction de l'acétylène monosodé sur le chlorure d'isopropyle, il ne se produit pas de carbure acétylénique vrai.

Le propylène a été traité par une solution aqueuse et alcaline d'iodomercurate de potassium dans les conditions indiquées par MM. P. Lebeau et A. Damiens (1) afin de le priver d'acétylène, puis séché sur la potasse fondue et ensuite condensé à — 80°. A cette température, le chlorure d'isopropyle n'a aucune tension de vapeur et en faisant le vide avec une trompe à mercure sur le gaz liquéfié, on extrait d'abord de l'air chargé de propylène puis, bientôt du propylène pur.

La même expérience répétée avec du chlorure d'isopropyle (10^g), de l'ammoniac et du noir de platine ($0^g,75$), mais en l'absence d'acétylène monosodé ne fournit qu'une transformation à peu près nulle.

L'iodure d'isopropyle ne réagit pas à — 40° sur l'acétylène monosodé, mais lorsque le mélange contenu dans l'autoclave atteint la température ordinaire, la réaction se produit avec formation de propylène. Après avoir laissé les gaz se dégager, on trouve dans l'autoclave un résidu constitué par une petite quantité d'acétylène monosodé qui est toujours employé en léger excès, par de l'iodure de sodium et de l'ammoniac (2), on ne trouve plus d'iodure d'isopropyle; la réaction a été complète.

Il s'est produit du propylène avec un rendement de 83 pour 100. Ce dernier rendement, la décomposition à peu près complète de l'acétylène

(1) P. LEBEAU et A. DAMIENS, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 557.

(2) L'iodure de sodium reste sous forme de combinaison ammoniacale. Cet iodure est, en effet, soluble dans l'ammoniac liquide à — 40° et la solution obtenue fournit par évaporation de l'ammoniac à la température ordinaire des cristaux fusibles à 20° dont la composition est sensiblement $NaI.4AzH^3$.

monosodé et la formation d'iodure de sodium permettent de penser que la réaction est bien la suivante :

$$CH^3 - CHI - CH^3 + CNa \equiv CH = CH^3 - CH = CH^2 + NaI + CH \equiv CH.$$

L'iodure de butyle secondaire en présence d'un léger excès d'acétylène monosodé dissous dans l'ammoniac liquide fournit une réaction analogue à celle obtenue avec le précédent iodure. Elle ne se produit qu'à l'autoclave et à la température ordinaire. On obtient une grande quantité d'acétylène et du pseudobutylène. On condense ce dernier gaz à — 80° puis, pour le priver des traces d'acétylène dissous qu'il contient, on ajoute dans le carbure liquéfié environ un cinquième de son poids de nitrate d'argent pulvérisé. Après un contact de 2 heures pendant lequel on a agité à quatre ou cinq reprises, l'acétylène est complètement précipité. Le carbure éthylénique est alors séparé par distillation puis séché sur la potasse fondue. Le rendement est de 75 pour 100.

L'iodure d'hexyle secondaire préparé au moyen de la mannite et de l'acide iodhydrique et l'iodure de capryle se comportent d'une façon comparable en présence de l'acétylène monosodé. On obtient respectivement de l'hexylène et de l'octylène. On isole et purifie l'hexylène en suivant la technique indiquée à propos du pseudobutylène. Pour isoler l'octylène dont le point d'ébullition est de 122°, on traite le résidu par de l'éther. On purifie ensuite le carbure par agitation avec une petite quantité de nitrate d'argent pulvérisé. Les rendements sont respectivement de 79 et 84 pour 100.

Les iodures de butyle et d'amyle tertiaires fournissent également en présence d'acétylène monosodé des carbures éthyléniques, soit respectivement l'isobutylène et l'isoamylène (méthyl-2-butène-2 : $CH^3 - \underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{C}} = CH - CH^3$)

c'est-à-dire les produits que l'on obtient en traitant par la potasse alcoolique les mêmes dérivés halogénés. On isole et purifie ces carbures comme pour le pseudobutylène. Les rendements sont de 80 et 76 pour 100.

Avec ces iodures tertiaires, il se forme aussi une très petite quantité de carbures acétyléniques vrais liquides. La proportion en est, du reste, très faible et ne dépasse pas 1 pour 100 du rendement théorique. On peut avec vraisemblance rattacher la formation de ces traces de carbures acétyléniques vrais à la présence d'impuretés dans les iodures tertiaires employés.

Nous avons contaté que, dans ces diverses réactions effectuées jusqu'à la température ordinaire, il ne se forme aucun produit de condensation.

En résumé, contrairement à ce qu'on observe dans l'action de l'acétylène monosodé sur les éthers halogénés des alcools primaires normaux, il ne se forme pas, avec les iodures, des alcools secondaires et tertiaires de carbures acétyléniques vrais par fixation du radical $-C\equiv CH$. Ces dérivés halogénés donnent naissance à des carbures éthyléniques par élimination d'une molécule d'hydracide, fait vérifié pour les iodures d'isopropyle, de butyle, d'hexyle et d'octyle secondaires; et aussi pour les iodures de butyle et d'amyle tertiaires.

PHYSIOLOGIE. — *La courbe de ventilation pulmonaire.* Note (¹) de M. **Jules Amar**, présentée par M. Edmond Perrier.

Les recherches que nous allons relater traitent des *rapports de la respiration avec la fatigue physique;* elles complètent les faits annoncés en 1913 (²). On a légèrement modifié la technique, remplaçant le pneumographe de Marey, instrument défectueux, par notre *soupape respiratoire* avec dérivation sur tambour inscripteur, conformément au dispositif décrit dans notre Traité : *Organisation physiologique du travail* (p. 85). On enregistre donc les pressions de l'air inspiré et expiré, les *tonogrammes*, de la façon la plus fidèle.

L'exercice physique considéré est celui des jambes actionnant les pédales du Cycle ergométrique, sur des résistances et à des cadences bien déterminées.

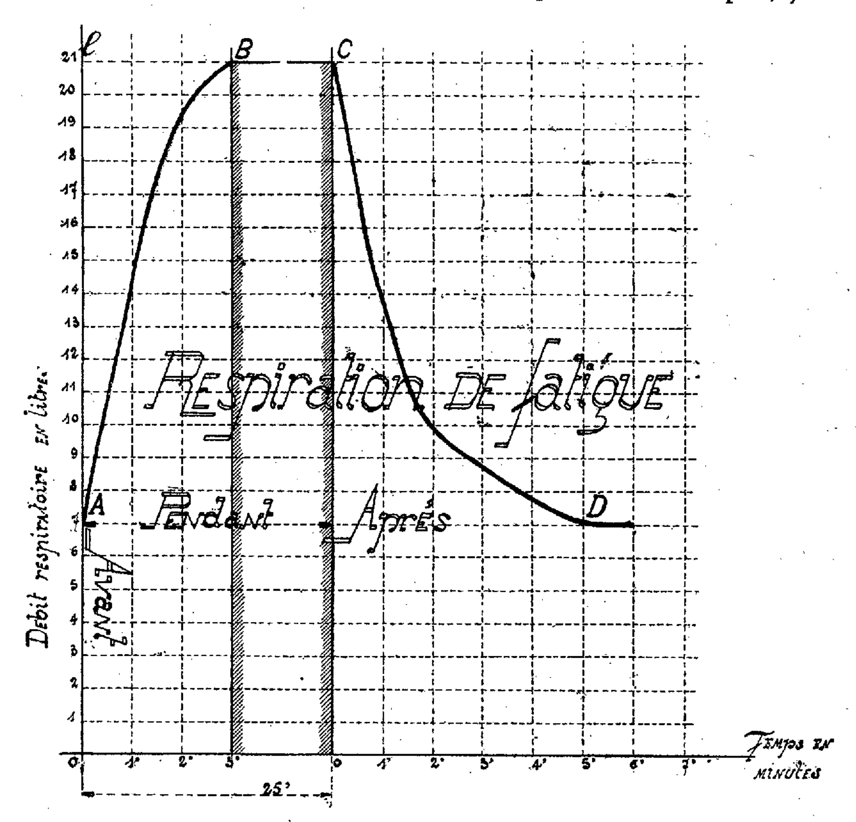
D'autre part, on mesure la *ventilation pulmonaire* de minute en minute, ou toutes les demi-minutes, en vue de suivre les *variations du débit respiratoire* depuis le repos jusqu'à la fatigue extrême, et inversement.

Courbe de la ventilation pulmonaire. — Formulons, tout d'abord, une conclusion des plus importantes : Le régime respiratoire s'établit rapidement dans les moyennes et grandes fatigues, dues aux mouvements de vitesse.

Après une période croissante, qui dure 3 minutes, le régime s'établit; il se caractérise par un plateau figurant l'*endurance respiratoire*, c'est-à-dire l'état normal et permanent des combustions organiques au cours d'un

(¹) Séance du 14 avril 1919.
(²) *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 793.

travail régulier, même considérable. Dès que ce travail a pris fin, la courbe de la ventilation pulmonaire descend aussi vite qu'elle est montée. Au bout de 4 *minutes*, on est revenu au débit respiratoire du repos, 7^l environ.



La figure montre que les deux branches, ascendante et descendante, pe la courbe (AB et CD) ont une allure logarithmique. Elles rappellent la courbe de la loi de Newton sur le refroidissement des corps chauds. Au reste, nous avions établi, en 1910-1911, que les quantités d'oxygène absorbées par l'animal en activité augmentent ou diminuent suivant cette loi newtonienne [*Loi du repos* ([3])], quels que soient l'âge, le sexe, le genre d'alimentation.

Quant au plateau d'endurance (BC), il est sensiblement horizontal pen-

([3]) *Comptes rendus*, t. **153**, 1911, p. 79, et *Organisation physiologique*..., p. 102.

dant 30 minutes à 1 heure. Les faibles écarts tiennent à l'impossibilité d'éviter au sujet qui respire la moindre cause d'émotion (vue, imagination). C'est là, croyons-nous, l'origine de l'inexacte assertion de Lindhard et Krogh, pour qui le plateau présenterait un *minimum* entre deux maximums ([1]). Et seuls, les écarts trop marqués révèlent le surmenage, ou encore des conditions pathologiques diverses (affections pulmonaires, thoraciques, nerveuses, etc.).

Voici maintenant quelques observations :

1° Pédalage à 180 tours, frein de 2^{kg}, durée = 15 minutes. litres

Au repos, le délit respiratoire par minute est........................ 8

Durant l'exercice, on note successivement : 13,75 — 18,35 — 17,50 — 16,50 — 15,50 — 17 — 16 — 16,50 — 17 — 17,20 — 16,30 — 20,25 — 17,60 — 17,15 — 19,50; soit un débit moyen de........................ 17

2° Même sujet, mêmes conditions et à 192 tours.

Au repos........................ 7

Pendant l'exercice : 13,20 — 19,80 — 20,75 — 21,35 — 20,70 — 19,70 — 22,50 — 20,85 — 22,15 — 20 — 22 — 20,40 — 20,60 — 19,50 — 20,50. Moyenne........................ 20,25

3° Même sujet, à 204 tours pendant 20 minutes.

Au repos, le débit est de........................ 8,30

L'exercice donne : 14,25 — 21 — 21,15 — 20,40 — 22,45 — 19,65 — 21,30 — 19,70 — 19,70 — 20,20 — 19,60 — 19,45 — 20,05 — 19 — 20 — 20,90 — 20,60 — 20 — 19,90 — 19,60. Moyenne........................ 21

4° On a recommencé avec 3^{kg} au frein. La loi n'a point changé; c'est la vitesse qui a le plus d'effet.

Au repos, le débit était de........................ 7,50

L'exercice le porte à : 16,80 — 24,75 — 23,25 — 23 — 21,50 — 21,50 — 20,50 — 20 — 21 — 20 — 20 — 20,50 — 20,20 — 20,30 — 19,50 — 19,30 — 19,30 — 18,50 — 19,15 — 20,35 — 18,35 — 19,35 — 21,50 — 20 — 20. Moyenne........................ 20,35

Inversement, considérons la *décroissance du débit* à partir du maximum. Elle est très rapide.

L'expérience 4°, arrêtée au débit de 20 *litres*, a donné : 15 — 12 — 11,60 — 9,40 — 9,20 — 12 — 10 et 8 litres en 4 minutes (on a fait les lectures toutes les 30 secondes et multiplié les chiffres par 2 pour ramener à la minute). Donc, en 4 *minutes*, c'est presque le repos. Une autre expérience, 132 tours et frein de 2^{kg}, fut arrêtée à 18 *litres*. On eut successivement : 14,90 — 10,50 — 9,10 — 8,80 — 8,30 — 7,30, chiffre du repos, ainsi atteint en 3 minutes seulement.

([1]) Lindhard et Krogh, *Journal of Physiology*, t. 47, 1914, p. 431.

Il résulte de ces données que la respiration a un débit croissant avec le degré de fatigue qui atteint dès la troisième minute, mais sans la dépasser, 21 litres par minute, qui revient à la valeur du repos — 7 litres environ — 4 minutes après la cessation de tout exercice.

Le débit est constant durant la période de régime et révèle une activité normale. Celle-ci exige des repos de 4 minutes après 30 minutes au moins.

On remarquera enfin la possibilité de régler cette activité (travail, sports), selon des lois rationnelles et d'écarter le surmenage, simplement en prenant pour guide la courbe d'endurance respiratoire.

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 31 mars 1919.)

Note de M. *L.-E.-J. Brouwer*, Énumération des surfaces de Riemann régulières de genre un :

Page 678, la dernière phrase doit être réduite ainsi : Au cas I, les entiers m, n et p sont complètement arbitraires.

(Séance du 14 avril 1919.)

Note de MM. *L. Dunoyer* et *G. Reboul*, Sur l'utilisation des vents de sondage pour la prévision des variations barométriques :

Page 785, ligne 6 en remontant, *au lieu de* des vents stationnaires, *lire* et que des vents stationnaires.

Page 786, entre les lignes 14 (*Exemple*...) et 15 (La comparaison...), *intercaler* la fin de la Note, page 787, sauf la première ligne (Le coefficient..).

Page 786, ligne 11 en remontant, *au lieu de* à la discussion, *lire* à faire la discussion.

Page 786, lignes 9 et 10 en remontant, *au lieu de* et nous en donnerons l'interprétation physique, *lire* et à donner l'interprétation physique de ces phénomènes

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 28 AVRIL 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

En offrant à l'Académie une brochure intitulée *Les Sciences minéralogique, géologique et paléontologique à Paris* (1), qu'il a rédigée avec le concours de ses collègues enseignant ces sciences dans la capitale, M. **A. Lacroix** s'exprime en ces termes :

Paris offre des ressources nombreuses et variées au savant qui veut y entreprendre des recherches concernant la Minéralogie, la Géologie ou la Paléontologie, aussi bien qu'à l'étudiant qui désire s'initier à ces sciences.

Les enseignements, les laboratoires, les collections, les bibliothèques plus ou moins spécialisées abondent, mais sont disséminées dans des établissements différents, dépendant souvent de ministères distincts. Ils sont soumis à des régimes variés. Les uns sont publics sans restrictions et d'autres selon certaines conditions. Il en est d'ouverts seulement à des élèves reçus au concours; pour un petit nombre, la porte n'est ni ouverte ni fermée, car elle peut être entrebâillée pour qui sait en trouver la clef. Beaucoup de laboratoires sont gratuits; quelques-uns exigent une contribution et celle-ci est diverse.

Aux organismes d'essence gouvernementale et plus rarement privée, il faut ajouter les sociétés minéralogique et géologique pouvant fournir aux travailleurs des ressources qui ne sont pas négligeables; ces sociétés réu-

(1) Extrait du *Bulletin de la Société française de Minéralogie* (janvier-mars 1919). Paris, Gauthier-Villars. 1 brochure in-8°, 38 pages.

nissent des hommes d'origine différente, poursuivant le même ordre de recherches. Elles sont la liaison des professionnels et des naturalistes ne cherchant dans la science qu'un délassement ou le moyen de satisfaire la curiosité de leur esprit; ces deux catégories de travailleurs, qui s'ignorent trop souvent, ont un évident avantage à se frotter les uns aux autres.

L'étudiant, l'étranger qui arrivent pour la première fois chez nous, ont de la peine à se reconnaître dans ce dédale; la présente brochure est destinée à leur fournir le fil directeur dont ils ont besoin et à leur donner quelques indications complémentaires.

En exposant en commun ce qu'elle peut offrir aux travailleurs, l'union de *tous* les professeurs de Minéralogie, de Géologie et de Paléontologie de la capitale leur permettra de faire un choix approprié à leurs goûts et à leurs besoins dans cette diversité qui, au premier abord, peut paraître fâcheuse, mais qui, étant une conséquence de la diversité des points de vue auxquels on peut considérer la science et ses applications, a cependant, dans bien des cas, sa raison d'être et son utilité.

Sans doute pourrait-on souhaiter un peu plus de coordination dans tant d'efforts; un tel idéal n'est probablement ni irréalisable ni incompatible avec notre traditionnel besoin d'indépendance.

Peut-être sa réalisation naîtra-t-elle dans l'avenir de l'accord d'aujourd'hui qui pourrait sans doute être étendu à d'autres disciplines.

M. l'abbé **Verschaffel** transmet à l'Académie un *Catalogue de 574 étoiles* utilisées pour la réduction des étoiles de repère des zones photographiques de Paris-Alger-San Fernando, et indique dans les termes suivants l'objet de ce travail qui a été effectué à l'Observatoire d'Abbadia :

Ce Catalogue contient 574 étoiles fondamentales qui ont été utilisées pour la réduction des étoiles de repère des zones photographiques de Paris, Alger et San Fernando.

Les positions ont été déduites d'observations faites uniquement dans le but de réduire des étoiles de repère. On se contentait de choisir de 8 à 12 étoiles dans le Catalogue des Fondamentales de Newcomb. Quelquefois, mais rarement, quand le ciel menaçait de se couvrir et que le Catalogue de Newcomb ne contenait pas d'étoiles à cet instant, on prenait une ou deux étoiles dans d'autres Catalogues, soit dans celui de Lewis Boss, soit dans celui de Auwers.

Si ce procédé est acceptable pour la réduction des étoiles de repère, il l'est beaucoup moins si ces observations doivent servir à corriger les coordonnées des étoiles fondamentales pour les ramener à l'ensemble du système des fondamentales adoptées. Pour entrer dans cette dernière vue, il eût fallu multiplier autant que possible l'observation des étoiles fondamentales, les porter à 100 et 200 dans une même série, et faire des combinaisons différentes entre les étoiles fondamentales dans les diverses séries, afin de comparer directement chaque étoile avec le plus grand nombre possible d'autres étoiles.

Malgré la défectuosité de notre plan d'observation à ce point de vue, il nous avait paru intéressant de résumer les résultats de ces observations dans un petit Catalogue, et, pour tirer un meilleur parti du travail d'observation, nous avions formé le projet de faire une nouvelle réduction d'après un plan qui, assurément, ne pouvait pas corriger la défectuosité du plan d'observation, mais qui devait réduire l'effet des erreurs accidentelles d'observation. Le plan de cette réduction se résumait en un mot : une *réduction pondérée*. Tous les éléments employés, tous les résultats intermédiaires recevaient un poids; on concluait ainsi pour chaque étoile, à chaque observation, des coordonnées pondérées qui finalement devaient former la moyenne pondérée.

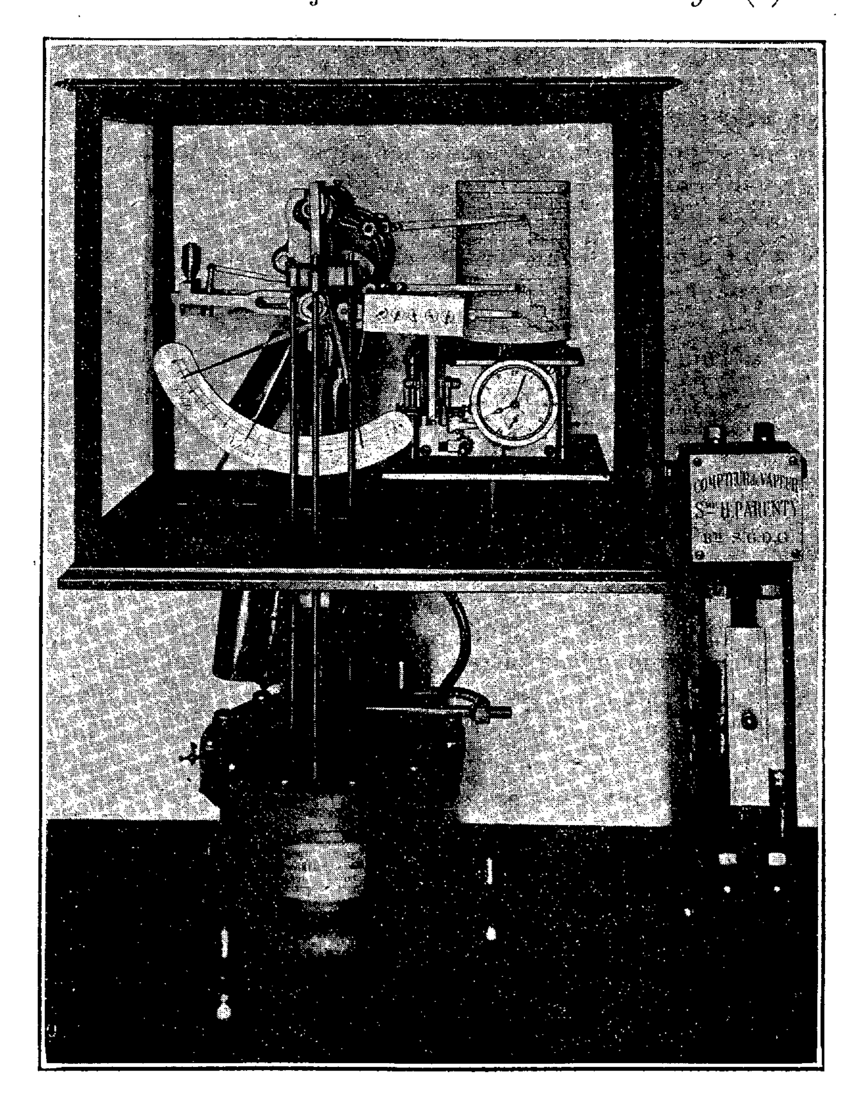
Les appels successifs de la mobilisation ont privé l'Observatoire d'Abbadia de tout le personnel, à la seule exception du directeur, et comme la guerre non seulement a mobilisé le personnel, mais que l'Observatoire a perdu depuis 1914 quatre de ses employés, dont trois étaient les plus anciens et les plus entraînés aux travaux, nous avons dû renoncer à ce travail considérable de réduction nouvelle et publier uniquement la moyenne des résultats obtenus, réduits à 1900,0.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Présentation d'un modèle réduit du compteur de vapeur*, par M. **H. Parenty**.

Au cours de la séance du 10 mars [1], j'ai eu l'honneur de soumettre à l'Académie les documents établissant la destruction *méthodique* du compteur de vapeur par les Allemands. L'idée ne saurait périr et renaît de ses

[1] H. Parenty, *Sur un détendeur de vapeur dont la pression croît avec la dépense* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 492).

cendres. Cela m'encourage à lui présenter, dès mon retour à Paris, un dernier modèle réduit dont je lui ai décrit le schéma en 1912 [1].



Cet appareil utilise une perte de charge imposée à l'affluent de vapeur par un rétrécissement de la conduite. Deux manomètres donnent la pression

---

(1) H. Parenty, *Sur un compteur de vapeur* (*Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 25).

initiale et la dépression. Le piston du premier, la cuvette mercurielle du second, sont suspendus à deux leviers coudés munis de contrepoids, dont les bras s'entrecroisent et supportent en leur point de rencontre un troisième levier. Ces trois leviers concourants tracent sur un tambour les diagrammes de la pression, de la vitesse en eau, et enfin du débit en poids, débit totalisé par la roulette d'un intégrateur.

Ce débit emprunte, pour de faibles dépressions, la formule réduite du débit à travers un orifice de section ω, d'un fluide incompressible de poids spécifique ϖ_0, sous une hauteur génératrice $h = p_0 - p_1$

$$\Pi = \int_{t_0}^{t_1} k\omega . \sqrt{\varpi_0} . \sqrt{h} . dt$$

que le mécanisme intègre pratiquement avec précision.

OPTIQUE. — *L'expérience de Michelson et son interprétation.* Note (¹) de M. AUGUSTE RIGHI.

I. L'explication de la célèbre expérience effectuée en 1887 par ce physicien avec la collaboration de Morley a été successivement rectifiée à plusieurs reprises. Ses auteurs eux-mêmes n'ont reconnu que dans un supplément à leur premier Mémoire (²) quelle est la juste valeur de la déviation que subit le rayon réfléchi lorsqu'on donne au miroir un mouvement rectiligne et uniforme, et l'on a pu y arriver à l'aide du principe de Huygens, sur l'exemple de ce qu'a fait Lorentz (³) pour le cas de la réfraction.

Malgré celà on a continué à admettre que le rayon qui tombe à 45° sur la lame demi-argentée forme un angle de réflexion égal à $45° + \rho$, dans le cas où le mouvement de l'appareil entraîné par la translation terrestre a lieu parallèlement à la lumière incidente, ρ étant l'aberration, c'est-à-dire le rapport entre la vitesse de la translation et la vitesse de la lumière. De cette manière on néglige un terme en ρ^2, pendant que ce n'est qu'en tenant compte au moins des deux premières puissances de ρ que l'effet du mouvement peut être mis en évidence.

(¹) Séance du 22 avril 1919.
(²) *Phil. Mag.*, t. 24, p. 459.
(³) *Arch. Néerland.*, t. 21, 1886, p. 103.

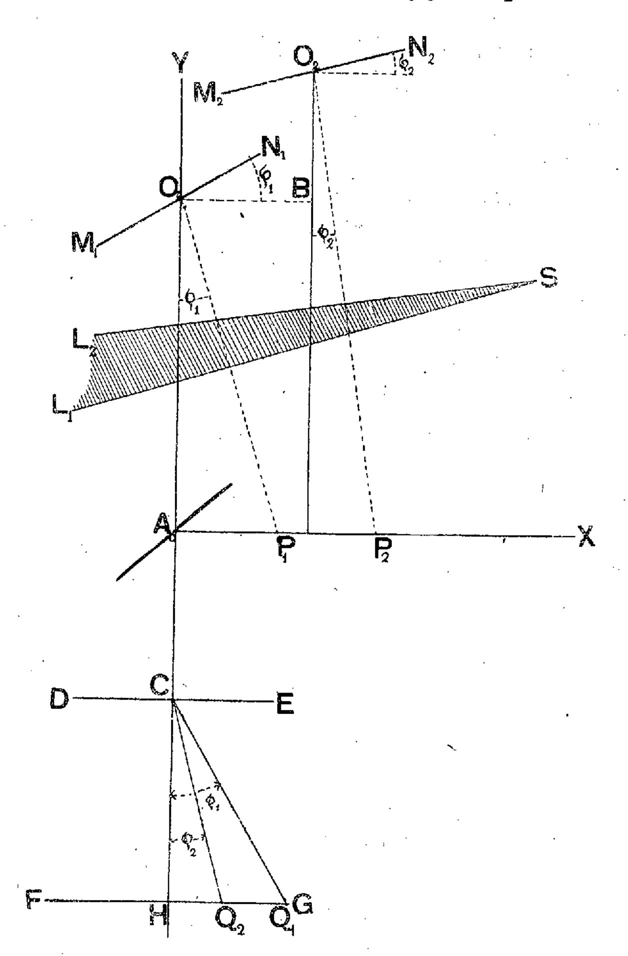
Divers physiciens ont employé plus tard, pour donner la théorie de l'expérience, la valeur correcte de ladite déviation; mais tout le monde est demeuré d'accord pour admettre comme exacte la prévision formulée par Michelson, et qui l'a conduit à imaginer son expérience. Suivant cette prévision on devrait observer un déplacement de franges, ou plus généralement un changement dans le phénomène d'interférence dû aux deux faisceaux que la lame inclinée sépare du faisceau de lumière employée pour l'expérience, lorsque par une rotation de 90° de l'appareil on passe de l'une à l'autre des deux orientations principales, dans lesquelles la translation terrestre s'accomplit ou parallèlement ou perpendiculairement à la direction de la lumière incidente. Comme cette prévision n'a jamais été vérifiée, on a cherché à expliquer ce résultat négatif, soit par le principe de relativité, qui a pris son essor précisément à cette occasion, soit à l'aide de l'hypothèse de la contraction des corps dans le sens de leur mouvement à travers l'éther. Cette dernière explication est généralement préférée par ceux que la pratique continue de la méthode expérimentale a rendu quelque peu réfractaires aux conceptions qui approchent de la métaphysique.

L'évaluation exacte des déviations des rayons réfléchis produits par le mouvement a permis de reconnaître que les deux faisceaux interférents ne peuvent plus avoir généralement même direction à la sortie de l'appareil. Cela peut donner origine à la production de franges, indépendamment de la différence des temps employés dans leurs parcours séparés. En réfléchissant sur cette circonstance, il m'est arrivé de soupçonner qu'il peut y avoir une sorte de compensation entre les variations produites par le changement d'azimut de l'appareil sur les deux causes d'interférences. Ayant refait, par l'emploi du principe de Huygens, la théorie de l'expérience de Michelson, j'ai reconnu que mon intuition était conforme à la vérité, car j'ai obtenu ce résultat que : *contrairement à la prévision généralement encore admise, rien ne doit changer dans le phénomène optique lorsqu'on fait tourner de* 90° *l'appareil.* Ainsi, il est vraisemblable qu'on n'aurait pas eu l'occasion de songer à l'hypothèse de la contraction ni à la théorie de la relativité si ce théorème avait été connu antérieurement.

La prévision de Michelson reste toujours valable si l'angle des miroirs n'est pas de 90°, et de 45° ceux des miroirs avec la lame demi-argentée. Et comme l'expérience donne un résultat négatif même dans ces conditions, que même on préfère pour des motifs pratiques, on voit que mon résultat a surtout la valeur d'un théorème remarquable, bien que dans son ensemble

ma recherche ait aussi l'avantage d'éclairer une expérience, qui le plus souvent a été jusqu'ici exposée d'une manière qui laisse à désirer en précision et en clarté.

2. Devant appliquer le principe de Huygens pour la plupart des



réflexions qui ont lieu dans l'appareil de Michelson, j'ai dû avant tout obtenir une formule générale permettant de calculer aisément, dans les cas particuliers, la variation que la translation du miroir fait subir à la direction des rayons réfléchis. Convenons de mesurer les angles à partir d'une

direction fixe, et appelons α l'angle formé avec ladite direction par le rayon incident, β l'angle de la normale au miroir élevée sur la face réfléchissante, et δ l'angle de la vitesse de translation toujours avec la même direction fixe. Soit enfin ω la quantité dont l'angle de réflexion varie à cause du mouvement. J'ai obtenu la formule

$$\tang \omega = \frac{\rho \cos(\beta - \delta) \sin(\alpha - \beta)}{1 - \rho \cos(\beta - \delta) \cos(\alpha - \beta)},$$

dans laquelle ρ est le rapport des deux vitesses ([1]).

Voici les résultats auxquels je suis parvenu. Appelons MN (non représenté dans la figure ci-jointe) une des ondes planes, qui marchent vers la lame inclinée à 45° dans la direction de la droite A_0X qui joint le centre A_0 de cette lame au centre d'un des miroirs. On peut supposer que ces ondes soient obtenues de la manière usuelle par un point ou une droite lumineux placés au foyer d'une lentille sur A_0X à gauche de A_0. Nous prendrons une de ces ondes comme source, et nous déterminerons ses deux images virtuelles, formées, la première par la lumière réfléchie d'abord sur la lame, puis par le miroir perpendiculaire à A_0Y, et la deuxième par la lumière réfléchie d'abord par le miroir perpendiculaire à A_0X puis, revenue en arrière, par la lame inclinée. Soient en outre O_1 et O_2 les images du point de l'onde incidente qui se trouve sur A_0X. Les coordonnées de ces images par rapport aux axes A_0X et A_0Y, qu'on appellera X_1, Y_1 et X_2, Y_2, sont (l étant la distance de A_0 aux miroirs):

$$X_1 = 2l\rho^2 \sin\delta(\sin\delta - \cos\delta), \qquad Y_1 = 2l(1 + \rho\sin\delta + \rho^2\sin^2\delta),$$

$$X_2 = l\rho^2(1 - \sin 2\delta), \qquad Y_2 = 2l\left(1 + \rho\sin\delta + \frac{1}{2}\rho^2\right),$$

d'où

$$Y_2 - Y_1 = l\rho^2 \cos 2\delta.$$

Appelant φ_1, φ_2 les angles de M_1N_1 et M_2N_2 avec A_0X, on trouve :

$$\varphi_1 = (\cos\delta - \sin\delta)\left[\rho + \frac{1}{2}\rho^2(3\sin\delta + \cos\delta)\right],$$

$$\varphi_2 = \rho(\cos\delta - \sin\delta) - \frac{1}{2}\rho^2(1 - \sin 2\delta),$$

([1]) Dans le Mémoire, dont cette Note donne un aperçu, j'ai employé d'abord une formule légèrement différente qu'on déduit de celle-ci en posant $\delta = 0$.

d'où

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \rho^2 \cos 2\delta.$$

Pour se former une idée de l'effet observé dû à l'interférence des ondes qui marchent de M_1N_1 et M_2N_2 vers l'observateur, on peut procéder de la manière suivante. Soient L_1 la bissectrice de l'angle compris entre A_0X et la trace M_1N_1 sur le plan de figure, et L_2 la bissectrice de l'angle compris entre A_0X et M_2N_2. On pourra considérer M_1N_1 et M_2N_2 comme images du plan A_0X données par réflexion sur les faces d'une lame mince, dont L_1 et L_2 sont les traces des deux faces. On pourra l'appeler *lame équivalente*, car elle représente l'effet de l'appareil.

On pourra aussi supposer que l'on reçoive, comme d'usage, les ondes interférentes dans une lunette dont l'axe soit placé suivant A_0Y. Soient DE l'objectif, C son centre optique, FG le plan focal. Les points Q_1, Q_2, obtenus en traçant CQ_1 et CQ_2 perpendiculaires à M_1N_1 et M_2N_2, seront les foyers des deux trains d'ondes. Dans le champ de l'oculaire, placé au-dessous de FC, on verra les franges dues aux deux images conjuguées Q_1, Q_2.

Celles-ci diffèrent de celles que donnerait un appareil d'interférence ordinaire, comme, par exemple, les miroirs de Fresnel, en ce qu'elles ne sont pas symétriques par rapport à l'axe HC, mais surtout parce que, entre elles, existe une différence de phase due au retard d'un des faisceaux interférents sur l'autre, et dont la valeur est :

$$Y_2 - Y_1 = l\rho^2 \cos 2\delta.$$

On trouve cette valeur, qui est celle qu'on aurait pour $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$, lorsqu'on néglige les puissances de ρ supérieures à la deuxième.

Les formules précédentes montrent que, si l'on change δ en $\delta \pm 90^\circ$, c'est-à-dire, si l'on fait accomplir à l'appareil une rotation de 90°, $Y_2 - Y_1$ et $\varphi_1 - \varphi_2$ changent tout simplement de signe. Or, si ce changement avait lieu seulement pour $Y_2 - Y_1$, le retard, qui affectait l'image Q_2, passerait à Q_1, ce qui donnerait lieu à un déplacement des franges. De même, si le changement de signe avait lieu seulement pour $\varphi_1 - \varphi_2$; car alors Q_1, qui était à la droite de Q_2, passerait à sa gauche. Les deux changements de signe simultanés n'apportent d'autre modification qu'un petit déplacement du système Q_1, Q_2 indépendant de l, qui ne produit certainement pas le déplacement de franges proportionnel à l, qu'on avait préconisé.

On aurait pu (comme j'ai fait effectivement dans le Mémoire complet)

commencer par déterminer ce qui se produit dans les cas particuliers; mais le lecteur pourra, s'il le désire, trouver les relatives formules en posant dans les précédentes équations δ égal, soit à $0°$ ou à $\pm 90°$ (orientations principales), ou bien δ égal à $45°$ ou à $135°$ ecc. Ces deux derniers cas sont remarquables, parce que l'effet de la translation terrestre est alors nul.

NOMINATIONS.

Le Comité préparatoire constitué, à Birmingham, pour l'organisation des fêtes du centenaire de la mort de **James Watt** invite l'Académie à se faire représenter à ces solennités.

M. **A. Rateau**, désigné par l'Académie, se rendra aux fêtes du mois de septembre prochain.

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **Bochet** adresse un Mémoire sur un *Projecteur pour défense contre aéronefs*.

(Renvoi à la Commission d'Aéronautique.)

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Ph. Glangeaud. *Le Massif central de la France*.

2° M. d'Ocagne. *Principes usuels de Nomographie, avec applications à divers problèmes concernant l'Artillerie et l'Aéronautique*. (Présenté par M. P. Painlevé.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la représentation conforme des domaines multiplement connexes.* Note de M. CARLEMAN.

M. Koebe a démontré en 1906 le théorème suivant : *Toute fonction qui établit une correspondance conforme entre deux domaines* D *et* D′ *dont les contours complets se composent de circonférences entières en nombre limité, est une fonction linéaire.* Je me propose de donner ici, de ce théorème, une démonstration tout à fait élémentaire.

Nous pouvons supposer que D et D′ sont tous les deux à distance finie. Soient $C_0, C_1, C_2, \ldots, C_n$ les circonférences qui forment le contour de D, C_0 enveloppant toutes les autres et $C'_0, C'_1, C'_2, \ldots, C'_n$ les contours correspondants de D′. Par une transformation linéaire préalable, on peut faire en sorte que C_0 coïncide avec C'_0 en enveloppant $C'_1, C'_2, \ldots, C'_n$ et, de plus, que trois points de C_0 restent invariables. Nous allons démontrer que la fonction $f(z)$, qui effectue la représentation conforme de D sur D′, est identiquement égale à z. On sait que $f(z)$ est régulier à l'intérieur et sur les contours de D. Supposons par impossible que $f(z) - z = \varphi(z)$ ne soit pas identiquement nul. Désignons par $a_1^{(\nu)}, a_2^{(\nu)}, \ldots, a_{m_\nu}^{(\nu)}$ les zéros de $\varphi(z)$ sur C_ν, les multiplicités correspondantes étant $n_1^{(\nu)}, n_2^{(\nu)}, \ldots, n_{m_\nu}^{(\nu)}$, et cherchons la variation que subit $\log\varphi(z)$ lorsqu'on décrit le contour total de D en évitant les points $a_k^{(\nu)}$ par des demi-circonférences infinitésimales, situées dans D. En désignant la variation de $\log\varphi(z)$ sur C_ν (sens direct) par $[\log\varphi(z)]_{C_\nu}$, on obtient

$$(\mathrm{I}) \qquad [\log\varphi(z)]_{C_0} = 2\pi i - \pi i \sum_{k=1}^{m_0} n_k^{(0)}.$$

Comme $\varphi(z)$ a au moins trois zéros sur C_0 on aura

$$(\mathrm{II}) \qquad \sum_{k=1}^{m_0} n_k^{(0)} \geqq 3.$$

Pour les C_ν où $\nu \geqq 1$ il faut distinguer des cas différents :

1° C_ν coïncidence avec C'_ν,

$$[\log\varphi(z)]_{C_\nu} = 2\pi i + \pi i \sum_{k=1}^{m_1} n_k^{(\nu)};$$

2° C_ν et C'_ν sont extérieurs l'un à l'autre,

$$[\log\varphi(z)]_{C_\nu} = 0;$$

3° C_ν est intérieur à C'_ν ou inversement,

$$[\log\varphi(z)]_{C_\nu} = 2\pi i;$$

4° C_ν et C'_ν se coupent mutuellement en des points P et Q qui ne sont pas de zéros de $\varphi(z)$.

$[\log\varphi(z)]_{C_\nu}$ devient égal à l'un des nombres o, $2\pi i$, $4\pi i$;

5° P ou Q est un zéro de $\varphi(z)$,

$$[\log\varphi(z)]_{C_\nu} = \pi i + \pi i n_1^{(\nu)} \quad \text{ou} \quad 3\pi i + \pi i n_1^{(\nu)};$$

6° P et Q sont tous les deux des zéros de $\varphi(z)$,

$$[\log\varphi(z)]_{C_\nu} = 2\pi i + \pi i(n_1^{(\nu)} + n_2^{(\nu)}).$$

7° C_ν et C'_ν se touchent extérieurement ou intérieurement en un point qui n'est pas de zéro de $\varphi(z)$.

$$[\log\varphi(z)]_{C_\nu} = 0 \quad \text{ou} \quad 2\pi i.$$

8° C_ν et C'_ν se touchent extérieurement en un zéro de $\varphi(z)$.

$$[\log\varphi(z)]_{C_\nu} = \pi + \pi n_1^{(\nu)}.$$

9° C_ν et C'_ν se touchent intérieurement en un zéro de $\varphi(z)$

$$[\log\varphi(z)]_{C} - \pi i n_1^{(\nu)}$$

sera égal à l'un des nombres πi, $2\pi i$, $3\pi i$.

Dans tous les cas on obtient

$$\text{(III)} \qquad \frac{1}{i}[\log\varphi(z)]_{C_\nu} \geqq 0 \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, n).$$

Soit maintenant N le nombre de zéros de $\varphi(z)$ à l'intérieur de D. On aura

$$2\pi N = \frac{1}{i}[\log\varphi(z)]_{C_0} - \frac{1}{i}\sum_{\nu=1}^{n}[\log\varphi(z)]_{C_\nu}.$$

En vertu de (I), (II) et (III)

$$2\pi N \leqq 2\pi - 3\pi = -\pi.$$

Comme N doit être positif ou nul, il y a là une contradiction qui ne peut être levée que si l'on suppose

$$\varphi(z) = f(z) - z = 0.$$

La même méthode met en évidence le théorème qui suit :

Soient D *et* D' *deux domaines multiplement connexes limités respectivement par les courbes simples* $C_0, C_1, \ldots, C_n$ *et* $C'_0, C'_1, \ldots, C'_n$.

Si n est plus grand que 1, il ne peut exister qu'une seule correspondance conforme entre D et D', telle que C_i corresponde à C'_i $(i = 0, 1, \ldots, n)$. Cela revient à démontrer que la seule transformation conforme de D en lui-même, qui conserve les contours C_i est la transformation identique. Grâce à un procédé connu, on peut supposer que chaque courbe C_i est formée d'un seul arc analytique régulier.

GÉOMÉTRIE. — *Énumération des groupes finis de transformations topologiques du tore.* Note de M. **L.-E.-J. Brouwer**, présentée par M. Paul Appell.

Dans une Communication à l'Académie royale d'Amsterdam (voir Procès-verbal de la séance du 29 mars 1919), j'ai démontré que les systèmes de points équivalents pour un groupe fini g de transformations topologiques (c'est-à-dire biunivoques et continues) à indicatrice invariante d'une surface fermée et bilatérale S, forment une nouvelle surface fermée et bilatérale M, que j'appelle la *surface modulaire de g par rapport à* S, et sur laquelle S est étendue à la manière d'une surface de Riemann au sens large. Dans le cas que S est un tore, il s'ensuit de la formule de M. Hurwitz (voir *Mathem. Annalen*, t. 41, p. 404) que le genre de M ne peut être que zéro ou un. Au premier cas, S est une surface de Riemann régulière de genre zéro et l'analyse du groupe g correspondant est contenue dans ma Communication du 31 mars 1919 (voir p. 677-678 de ce tome). Au second cas, S est étendu sur M sans ramification, de sorte qu'une même surface à connexion simple R est *superposée* à S et à M. Représentons R sur un plan cartésien C de manière que le groupe des transformations de R laissant invariants tous les points de M corresponde au groupe engendré sur C par les deux transformations $x' = x + 1$, $y' = y$ et $x' = x$, $y' = y + 1$. Alors le groupe t des transformations de R laissant invariants tous les points de S

et *déterminant complètement le groupe* g, correspond au groupe engendré sur C par les deux transformations $x' = x + n$, $y' = y$ et $x' = x + m$, $y' = y + p$ (m, n et p désignant des entiers arbitraires).

Passons aux groupes G *à indicatrice variable*, les transformations à indicatrice invariante de G forment un sous-groupe g de G rentrant dans le cas précédent, donc donnant lieu à une surface modulaire M, sur laquelle l'image de G est engendrée par une transformation topologique *et involutive* à indicatrice renversée i.

Si M *est de genre un*, on démontre que, pour une représentation convenable de R sur C, la transformation j de C correspondant à i s'obtient sous l'une des trois formes suivantes :

$$\text{(I)}\quad x' = -x,\quad y' = y;\qquad \text{(II)}\quad x' = -x,\quad y' = y + \tfrac{1}{2};\qquad \text{(III)}\quad x' = -x,\quad y' = y + x;$$

en même temps que le groupe de C correspondant au groupe des transformations de R laissant invariants tous les points de M, est engendré par les deux transformations $x' = x + 1$, $y' = y$ et $x' = x$, $y' = y + 1$.

Le groupe t étant assujetti à la condition d'être invariant, pour la transformation j, les entiers m, n et p doivent satisfaire aux conditions suivantes :

Aux cas I et II : $2m$ divisible par n;

Au cas III : m et n divisibles par p; $\left(\frac{m}{p}\right)^2 + 2\left(\frac{m}{p}\right)$ divisible par $\frac{n}{p}$.

Si M *est de genre zéro*, d'après le théorème de Kerékjártó, la transformation i est topologiquement équivalente à l'une des deux transformations suivantes de la sphère :

$$(\alpha)\quad \varphi' = \varphi,\quad \psi' = -\psi;\qquad\qquad (\beta)\quad \varphi' = \varphi + \pi,\quad \psi' = -\psi,$$

φ et ψ désignant la longitude et la latitude dans un système de coordonnées sphériques.

Nous traiterons séparément les quatre cas I, II, III et IV, distingués dans ma Communication du 31 mars :

Le *cas* I se divise en quatre sous-cas, dont le premier présente pour i le cas (β), les trois autres le cas (α).

a. i échangeant d'une part a_1 et a_3, d'autre part a_2 et a_4, nous traçons sur M une courbe de Jordan fermée et invariante pour i, sur laquelle les deux couples de points (a_1, a_3) et (a_2, a_4) se séparent et dans laquelle nous choisissons la ligne de passage.

b. i échangeant d'une part a_2 et a_3, d'autre part a_1 et a_4, a_1 et a_2 étant situés du même côté de la ligne λ, c'est-à-dire du lieu des points invariants pour i, nous choisissons la ligne de passage de manière qu'elle ne rencontre λ qu'en un seul point, qui la divise en deux arcs équivalents pour i.

c. i échangeant a_1 et a_3, tandis que a_2 et a_4 sont situés sur λ, nous choisissons la ligne de passage de manière qu'elle ne rencontre λ qu'en les seuls points a_2 et a_4 et que son arc $a_1 a_3$ est divisé par a_2 en deux parties équivalentes pour i.

d. Les deux couples de points (a_1, a_3) et (a_2, a_4) se séparant sur λ, nous choisissons la ligne de passage dans λ.

En précisant convenablement la représentation de R sur le plan euclidien P, une transformation j de P correspondant à i s'obtient dans les quatre sous-cas sous les formes :

$$\begin{cases} 2x' = 1 - 2x, \\ 2y' = 1 - 2y, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x' = 1 - 2x, \\ y' = y, \end{cases} \quad \begin{cases} x' = y, \\ y' = x, \end{cases} \quad \begin{cases} x' = x, \\ y = 1 - y, \end{cases}$$

respectivement (l'origine des coordonnées étant choisie en un point représentant de a_2), dont résultent pour le groupe t les conditions suivantes :

Aux sous-cas a, b et d : $2m$ divisible par n.

Au sous-cas c : m et n divisibles par p; $\left(\frac{m}{p}\right)^2 - 1$ divisible par $\frac{n}{p}$.

Le *cas II* présente pour i nécessairement le cas (α), tandis que a_1, a_2 et a_3 sont situés sur la ligne λ, dans laquelle nous choisissons la ligne de passage. En précisant convenablement la représentation de R sur P, j s'obtient sous la forme

$$x' = -y, \qquad y' = -x$$

(l'origine des coordonnées représentant a_3). Il s'ensuit pour le groupe t, qu'ou $\frac{n}{p} = 1$, ou bien $\frac{n}{p} = 3$ et $\frac{m}{p} = 3h + 1$, h désignant un entier arbitraire.

Le *cas III* présente pour i nécessairement le cas (α) et se divise en deux sous-cas :

a. i échangeant a_1 et a_3, tandis que a_2 est situé sur λ, nous choisissons la ligne de passage de manière qu'elle ne rencontre λ qu'en le seul point a_2, qui la divise en deux arcs équivalents pour i ;

b. a_1, a_2 et a_3 étant situés tous les trois sur λ, nous choisissons la ligne de passage dans λ.

En précisant convenablement la représentation de R sur P, j s'obtient

dans les deux sous-cas sous les formes

$$x' = -y, \quad y' = -x; \qquad x' = y, \quad y' = x$$

respectivement (l'origine représentant a_2 au premier sous-cas, a_1 au second sous-cas).

Dans les deux sous-cas, on trouve $\frac{n}{p} = 1$, si $\frac{m}{p}$ est pair; $\frac{n}{p} = 1$ ou 2, si $\frac{m}{p}$ est impair.

Le *cas IV* présente encore pour i nécessairement le cas (α) et se divise en deux sous-cas:

a. i échangeant a_1 et a_3, tandis que a_2 est situé sur λ, nous choisissons la ligne de passage de manière qu'elle ne rencontre λ qu'en le seul point a_2, qui la divise en deux arcs équivalents pour i;

b. a_1, a_2 et a_3 étant situés tous les trois sur λ, nous choisissons la ligne de passage dans λ.

En précisant convenablement la représentation de R sur P, j s'obtient dans les deux sous-cas sous les formes

$$x' = -y, \quad y' = -x; \qquad x' = y, \quad y' = x$$

respectivement (l'origine représentent a_2 au premier sous-cas, a_1 au second sous-cas).

Dans les deux sous-cas, il s'ensuit pour le groupe t, qu'ou $\frac{n}{p} = 1$, ou bien $\frac{n}{p} = 3$ et $\frac{m}{p} = 3h + 1$, h désignant un entier arbitraire.

Je termine par la remarque que le problème analogue pour la sphère se résout par la même méthode, mais beaucoup plus simplement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la vraie valeur des intégrales définies.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Painlevé.

En nous aidant de certaines notions empruntées à la théorie des fonctions d'une variable réelle, nous avons pu, dans une Note récente (mars 1919), établir dans le champ complexe la proposition qui suit:

Si une fonction est holomorphe et bornée à l'intérieur d'un contour rectifiable, elle tend vers une limite quand la variable se déplace sur un chemin intérieur au contour, et aboutissant à ce dernier sous une incidence

aiguë ou nulle, exception faite éventuellement pour certains chemins dont les extrémités forment sur le contour un ensemble de longueur nulle.

Inversement voici un exemple où la considération du champ complexe fournit une propriété des fonctions de variables réelles.

THÉORÈME. — *Si une fonction $\varphi(x)$ est mesurable et bornée sur le segment ab où elle est définie, l'intégrale* (à la manière de Lebesgue)

$$\int_a^b \frac{\varphi(x)\,dx}{x-x_0}$$

possède une vraie valeur au sens de Cauchy, quel que soit x_0 entre a et b, sauf éventuellement en un ensemble de mesure nulle.

Il s'agit de montrer que l'expression

$$I(x_0, \varepsilon) = \int_a^{x_0-\varepsilon} \frac{\varphi(x)\,dx}{x-x_0} + \int_{x_0+\varepsilon}^b \frac{\varphi(x)\,dx}{x-x_0}$$

tend vers une limite $I(x_0)$ quand ε tend vers o, quel que soit x_0 sur une « pleine épaisseur » de ab (le complémentaire d'une « pleine épaisseur » est un ensemble de mesure nulle ou ensemble « mince »).

z étant un point complexe extérieur au segment réel ab, soit

$$H(z) = \int_a^b \frac{\varphi(x)\,dx}{x-z}.$$

Il est aisé de voir que la partie imaginaire de $H(z)$ est bornée. Si $|\varphi(x)| < M$ et si $z = x_1 + iy$, le coefficient de i dans $H(z)$ est

$$-\int_a^b \frac{\varphi(x)y\,dx}{(x-x_1)^2+y^2}.$$

Il est inférieur en valeur absolue à $M\pi$.

Considérons la fonction $G(z) = e^{iH(z)}$, définie dans le plan complexe, hors du segment rectiligne ab. Elle est holomorphe et bornée dans le champ où elle est définie. Donc (sauf à réserver un ensemble mince e_1 de points x_0), si $z = x_0 + iy$, $G(z)$ tend vers une limite quand, x_0 restant fixe, y tend vers o en gardant un signe constant, par exemple le signe + (théorème rappelé plus haut). Comme le module de $G(z)$ surpasse $e^{-M\pi}$, l'argument de $G(z)$ tend aussi vers une limite $\theta(x_0)$. Si donc (avec $y > 0$)

$J(x_0, y) = \int_a^b \frac{\varphi(x)(x-x_0)\,dx}{(x-x_0)^2+y^2}$, on a : $\lim_{y=0} J(x_0, y) = \theta(x_0)$, $\theta(x_0)$ existe pourvu que x_0 soit étranger à e_1.

Nous allons montrer que, si x_0 est en même temps étranger à l'ensemble mince e_2 où $\varphi(x)$ n'est pas approximativement continue, $J(x_0, y) - I(x_0, y)$ tend vers o avec y. Il en résultera que la vraie valeur $I(x_0)$ existe et vaut $\theta(x_0)$, sur la pleine épaisseur de ab constituée par les points x_0 étrangers à la fois à e_1 et à e_2. On a

$$I(x_0, y) - J(x_0, y) = \left(\int_a^{x_0-y} + \int_{x_0-y}^b\right) \frac{\varphi(x)\,y^2\,dx}{(x-x_0)[(x-x_0)^2+y^2]}$$
$$- \int_{x_0-y}^{x_0+y} \frac{\varphi(x)(x-x_0)\,dx}{(x-x_0)^2+y^2}.$$

Soit α un nombre positif fixe aussi petit que l'on voudra, et $A = \frac{1}{\alpha}$. x_0 étant étranger à e_2, φ est approximativement continu en x_0. C'est dire qu'il existe un nombre positif η calculable connaissant α et $\varphi(x)$, tel que l'épaisseur relative de l'ensemble $|\varphi(x) - \varphi(x_0)| \geqq \alpha$, sur tout intervalle de centre x_0 et de longueur inférieure à $A\eta$, est inférieure à α^2. [Nous prenons en outre η inférieur à $\alpha(b-x_0)$, et à $\alpha(x_0-a)$]. Supposons $0 < y < \eta$. Alors

$$I_0 = \left(\int_a^{x_0-Ay} + \int_{x_0+Ay}^b\right) \frac{\varphi(x)\,y^2\,dx}{(x-x_0)[(x-x_0)^2+y^2]}.$$

D'après $|\varphi(x)| < M$, le changement de variable $x = x_0 + \lambda y$ nous donne

$$|I_0| < 2\int_A^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda(1+\lambda^2)}.$$

Le second membre est une fonction de α, infiniment petite avec α.

2° Dans les intégrales restantes, posons $\varphi(x) = \varphi(x_0) + h(x)$. On a $|h(x)| < \alpha$, sauf éventuellement en des points x formant un ensemble e dont l'épaisseur relative est inférieure à α^2 sur les intervalles

$$(x_0 - Ay, x_0 + Ay) \quad \text{et} \quad (x_0 - y, x_0 + y).$$

Sur e, on a $|h(x)| < 2M$. Considérons les expressions

$$\left(\int_{x_0+Ay}^{x_0-y} + \int_{x_0+y}^{x_0+Ay}\right) \frac{\varphi(x)\,y^2\,dx}{(x-x_0)[(x-x_0)^2+y^2]} \quad \text{et} \quad \int_{x_0-y}^{x_0+y} \frac{\varphi(x)(x-x_0)\,dx}{(x-x_0)^2+y^2}.$$

Elles ne changent pas en y remplaçant $\varphi(x)$ par $h(x)$. Faisons $x = x_0 + \lambda y$. Elles deviennent

$$I_1 = \int_1^A \frac{h(x_0+\lambda y) - h(x_0-\lambda y)}{\lambda(1+\lambda^2)}\,d\lambda \quad \text{et} \quad I_2 = \int_{-1}^1 \frac{h(x_0+\lambda y)\lambda\,d\lambda}{1+\lambda^2}.$$

Dans I_1, le numérateur du coefficient différentiel est, en valeur absolue, inférieur à 2α, sauf sur un ensemble de valeurs λ, dont l'épaisseur relative entre 1 et A est inférieure à α^2, et dont la mesure dans cet intervalle est donc inférieure à $(A-1)\alpha^2 < A\alpha^2 = \alpha$. Donc I_1 est inférieur en valeur absolue à l'expression (infiniment petite avec α)

$$2\alpha \int_1^\infty \frac{d\lambda}{\lambda(1+\lambda^2)} + 2M \int_1^{1+\alpha} \frac{d\lambda}{\lambda(1+\lambda^2)}.$$

On trouve de même

$$|I_2| < 2\alpha \int_0^1 \frac{\lambda\,d\lambda}{\lambda^2+1} + 2M \int_{1-\alpha^2}^1 \frac{\lambda\,d\lambda}{1+\lambda^2}.$$

Donc $I(x_0, y) - J(x_0, y) = I_0 + I_1 + I_2$ tend vers zéro avec y supposé positif (ou toujours négatif). Donc $I(x_0)$ existe et vaut $\theta(x_0)$.

PHYSIQUE. — *Sur une modification à la méthode fluorométrique de mesure des rayons* X, *et son application à la mesure du rayonnement des ampoules Coolidge.* Note de M. **R. Biquard**, présentée par M. J. Violle.

Les mesures quantitatives relatives à l'énergie des rayons X ont été faites par diverses méthodes (ionisation, fluorescence, effets chimiques, élévation de température) dans lesquelles un faisceau du rayonnement à évaluer produit dans un milieu approprié un phénomène mesurable directement. L'intensité I de ce phénomène est liée à la quantité E d'énergie de rayons X absorbée pendant l'unité de temps, par une relation que l'on admet être de la forme $I = kE$.

Pour que cette intensité I soit proportionnelle, non seulement à l'énergie absorbée E, mais aussi à l'énergie E_0 du faisceau incident, il faut que le milieu, siège du phénomène mesurable, absorbe totalement le rayonnement incident. S'il en était autrement, le rapport $\frac{E}{E_0}$ et par suite le rapport $\frac{I}{E_0}$ varieraient avec la nature du rayonnement à mesurer, puisqu'il n'existe aucun

corps dont le coefficient d'absorption pour les rayons X ne varie pas avec la longueur d'onde de ces rayons.

Cette condition d'absorption totale est réalisée dans les mesures par ionisation, en employant des chambres d'ionisation très longues, ayant $1^{m},80$ à $2^{m},50$, et remplies d'un gaz contenant des atomes lourds, l'iodure de méthyle par exemple (¹).

Elle a été réalisée aussi dans la méthode bolométrique en absorbant comme l'a fait Weeks les rayons X dans un bolomètre en plomb épais de 1^{mm} constitué par une grille de $\frac{1}{20}$ de millimètre d'épaisseur repliée 20 fois sur elle-même (²). Il n'en est pas de même pour la méthode fluorométrique qui en principe consiste, comme on sait, à évaluer l'intensité d'un faisceau de rayons X par la mesure de l'éclat d'un écran fluorescent formé d'une mince couche de cristaux de platinocyanure de baryum et recevant normalement le faisceau à étudier.

Cette méthode, bien que ne donnant pas une mesure en valeur absolue de l'énergie du rayonnement, rend des services dans les applications médicales des rayons X, à cause de sa simplicité d'emploi. Mais lorsqu'on calcule, d'après les résultats indiqués plus loin, la fraction de l'énergie incidente absorbée par de tels écrans, on trouve qu'elle varie suivant la nature des rayons X, entre 53 pour 100 et 20 pour 100, de sorte que la luminosité de l'écran est loin de donner une mesure de l'énergie du rayonnement incident, si l'on admet, comme on l'a indiqué au début, la proportionnalité entre la luminosité et l'énergie absorbée.

Il peut sembler *a priori* qu'il suffirait d'employer des écrans plus épais pour obtenir une absorption totale du rayonnement, et par conséquent un éclat proportionnel à l'énergie incidente. Mais en réalité il n'en est rien, car dans un écran épais, l'éclat visible est dû uniquement aux couches superficielles, en raison de la faible transparence des cristaux de platinocyanure de baryum pour leur propre luminosité. On ne mesurerait donc pas la luminescence totale de l'écran, d'autant moins que son épaisseur devrait être portée à 6^{mm} ou 8^{mm} pour les rayons X à courte longueur d'onde.

Nous avons évité cette difficulté en substituant à l'écran épais un nombre suffisant d'écrans minces ($0^{mm},2$). L'énergie du rayonnement incident est alors évaluée en fonction de la somme des éclats des écrans successifs.

(¹) Beatty, *Proc. R. Soc.*, 1913. — Brainin, *Phys. Review*, 1917.
(²) *Phys. Rev.*, 1917.

Le nombre de ces écrans doit atteindre 40 pour absorber les rayons très durs d'une manière sensiblement complète.

Pratiquement, on opère d'une manière analogue à celle indiquée par le Dr Guilleminot et qui consiste à substituer à l'évaluation de l'éclat L d'un écran placé à l'unité de distance de l'anticathode émissive, l'évaluation de la distance D à laquelle l'éclat de cet écran est égal à l'éclat λ d'une plage luminescente servant d'étalon. On en déduit, en négligeant l'absorption des rayons X dans l'air,

$$L = D^2 \lambda.$$

Si l'on veut maintenant mesurer l'éclat des écrans fractionnaires successifs, il suffira d'interposer entre l'écran qui sert aux mesures, et l'anticathode émissive, un nombre croissant d'écrans identiques à celui qui sert aux mesures. On évaluera ainsi, après interposition de 1, 2, ..., n écrans, des distances D_1, D_2, ..., D_n de plus en plus faibles, jusqu'à extinction pratiquement complète du faisceau.

L'énergie de ce faisceau sera alors évaluée par une relation

$$E = k \Sigma L = k \lambda \Sigma D^2.$$

La méthode qui vient d'être décrite a été appliquée à la détermination de l'énergie d'émission d'une ampoule Coolidge, alimentée au moyen d'un transformateur statique et d'un kenotron par un courant ondulatoire de sens unique dont le voltage moyen pouvait être réglé à des valeurs comprises entre 28000 et 88000 volts.

Les résultats obtenus permettent de tirer les conclusions suivantes :

L'éclat L d'un écran mince, recevant directement et absorbant partiellement le rayonnement, varie en fonction du voltage moyen V_m des ondes, suivant une relation

$$L = a(V_m^2 - A).$$

2° La somme des éclats des écrans successifs superposés en nombre suffisant pour absorber tout le rayonnement varie comme le cube du voltage moyen des ondes

$$\Sigma L = b V_m^3.$$

Donc si l'on admet que cette valeur ΣL soit proportionnelle à l'*énergie du rayonnement incident*, on retrouve dans les limites des voltages employés la loi

$$E = a \Sigma L = ab V_m^3 \qquad (a \text{ et } b \text{ const.}),$$

qui est celle que Weeks a déduite de ses *mesures calorimétriques* sur une

ampoule Coolidge, alimentée par un transformateur avec redresseur mécanique des ondes.

On peut se demander si, par suite de propriétés sélectives des écrans fluorescents, les résultats obtenus ne dépendent pas de la nature de l'écran, et si, avec d'autres matières fluorescentes, on n'obtiendrait pas une loi différente.

Bien étudier cette question, une série de mesures analogues aux précédentes a été effectuée en substituant au *platino-cyanure de baryum*, le *tungstate de cadmium*, utilisé depuis peu pour les écrans radioscopiques.

Bien que le coefficient d'absorption de ces écrans soit très sensiblement supérieur à celui des écrans au platinocyanure de baryum (1,5 à 3 fois), on retrouve encore pour l'éclat des premiers écrans, et pour la somme des éclats des écrans successifs, des lois de même forme que précédemment.

La constitution des écrans fluorescents ne paraît donc pas apporter de perturbation due à une absorption sélective et le procédé de mesure fluorométrique, tel qu'il vient d'être décrit, peut être considéré comme donnant, en valeur relative, des mesures correctes de l'énergie des rayonnements.

La détermination faite une fois pour toutes (par exemple en partant des données connues sur l'énergie des rayonnements des ampoules Coolidge), du rapport $\frac{E}{\Sigma L}$ pour une série d'écrans déterminée, permettrait d'ailleurs de passer des mesures relatives aux valeurs en mesure absolue de l'énergie.

PHYSIQUE. — *Spectroscopie des rayons X : Sur le spectre d'absorption* L *du radium*. Note de M. **M. de Broglie**, transmise par M. E. Bouty.

Le spectre d'absorption des éléments pour les rayons X comporte, dans la région qui correspond au spectre L d'émission, plusieurs bandes d'absorption dont deux ont été mesurées par Wagner (1) pour l'or et le platine, et par moi (2) pour le tungstène, le mercure, le plomb, le thallium, le bismuth, le thorium et l'uranium; pour six de ces éléments j'ai pu également mesurer l'arête d'une troisième bande, plus faible et de plus courte longueur d'onde. Cette troisième bande est importante au point de vue

(1) Wagner, *Ann. der Physik*, 1915.

(2) M. de Broglie, *Comptes rendus*, t. 162, 1916, p. 596, et *Journal de Physique*, 1916.

théorique, parce que sa position en avant de tout le groupe rétablit la loi de Stokes; elle indique, de plus, que la théorie de Sommerfeld, qui ne prévoit que deux bandes, doit être complétée.

Ces bandes L d'absorption sont bien visibles, pour l'uranium par exemple, lorsqu'on fait passer un faisceau de rayons X à travers une solution contenant $0^g,1$ d'azotate d'uranium par centimètre cube, et renfermée sous une épaisseur de 2^{mm} dans un petit récipient de celluloïd. Cela correspond à une quantité de matière absorbante de l'ordre du milligramme (¹) à placer sur le trajet des rayons.

Il est donc relativement facile d'obtenir ainsi le spectre d'absorption L du radium; les données spectroscopiques de haute fréquence manquent presque totalement pour ce corps, pour lequel Siegbahn et Stenström ont seulement mesuré une ligne $\lambda = 1,010.10^{-8}$ cm.

En disposant devant la fente du spectrographe environ 1^{mg} de sulfate de radium à l'état solide, contenu dans un tube de verre capillaire, j'ai obtenu très nettement la bande d'absorption L_2 du radium, dont la discontinuité se place à la longueur d'onde $\lambda = 0,659.10^{-8}$ cm, assignant au radium le nombre atomique $N = 88$, en bon accord avec les prévisions.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence du Priabonien dans la région de Salonique.* Note de M. **Jacques Bourcart**, présentée par M. H. Douvillé.

Au cours de recherches géologiques dans la région de Salonique, j'ai été amené à observer un niveau de roches absolument horizontales qui, à l'est des lacs Arazan et Amatovo, au sud du lac de Dojran, surmontent en discordance le Crétacé à Rudistes, plissé NNW-SSE.

La succession est la suivante de haut en bas :

	m
c) Calcaire jaune foncé feuilleté	20
b) Calcaire blanc compact	220
a) Calcaire grossier, ou gréseux à millioles	40
Calcaires gris-noirâtres crétacés.	

A première vue, ces calcaires ne me paraissaient pas contenir de fossiles; une seconde visite m'en fit découvrir un certain nombre que M. H. Douvillé a bien voulu déterminer.

(¹) Voir, pour la sensibilité de la méthode d'absorption pour les bandes K, le *Bulletin de la Société de Physique*, séance du 4 avril 1919.

1° Dans le *niveau c*) de très nombreuses *Orthophragmina* (*O. aspera*, Gumbel, *O.* sp.), *Pellatispira Madaraszi*, Oppenheim, *Heterostegina reticulata*, Rutimeyer.

2° *Niveau b*) : calcaires avec de très nombreux *Lithothamnium*, *Orthophragmina*, *Nummulites Garnieri* A, de la Harpe.

3° *Niveau a*) : restes d'Échinides indéterminables, Polypiers (*Trochocyathus tenuistriatus* Desh.), *Nummulites Fabianii* A. Prever, *N. Garnieri* A.

Cette faune correspond exactement à celle décrite par Hantken dans les couches de Hongrie à *Clavulina Szabói*, et appartient donc au Priabonien.

Il m'a paru intéressant de signaler ce niveau qui apparaît de l'altitude de 40^m à celle de 280^m, formant de faibles buttes isolées au milieu des alluvions pontiennes et quaternaires ; ou au « pic » de Krečovo, une sorte de tour de Babel où la stratification horizontale est visible de fort loin.

C'est la première fois que l'Eocène supérieur marin est signalé aussi au sud dans l'est de la péninsule des Balkans. Y a-t-il continuité entre ces gisements et ceux décrits par Cvijić dans la région d'Uskub, ou avec les couches à *Pellatispira Madaraszi* décrites par Pavlović dans la vallée de l'Azmak, un peu à l'est des précédentes, et, par là, communication avec celles connues en Transylvanie ? C'est un problème que je ne puis actuellement résoudre ; au sud du lac d'Amatovo il n'y a plus aucun dépôt de cet âge qui affleure.

La séance est levée à 16 heures.

É. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 5 MAI 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MINÉRALOGIE. — *Sur la présence du bore dans quelques silico-aluminates basiques naturels.* Note de MM. A. LACROIX et A. DE GRAMONT.

Le désir de compléter la connaissance de trois silico-aluminates basiques rares (*saphirine*, *kornerupine*) ou nouveaux (*grandidiérite*) de Madagascar (¹) nous a conduits à y rechercher spectrographiquement s'il n'y existerait pas quelque élément intéressant. Cet examen y ayant fait découvrir le bore qui avait échappé à une première analyse et en quantité qui paraissait devoir être dosable, nous en avons repris l'analyse complète, puis nous avons entrepris des sondages au point de vue qualitatif sur toute une série d'autres minéraux silico-alumineux.

La méthode de recherche est celle qui a été exposée par l'un de nous (²). Rappelons seulement que les minéraux réduits en poudre fine et intimement mélangés avec trois parties de Na^2CO^3 sont fondus dans une cuillère de platine au-dessus d'un bec Meker; le spectre d'étincelle (étincelle condensée, $C = 0,0232$ microfarad, sans self-induction) a été pris (par M. Dureuil), entre la masse en fusion et un gros fil de platine au spectrographe à optique en quartz qui laisse passer le doublet de raies ultimes du bore [u_1 2497,8, qui paraît sensible au cent-millième et u_2 2496,8]; afin d'obtenir quelques indications sur la teneur en bore des minéraux ainsi

(¹) A. LACROIX, *Comptes rendus*, t. 155, 1912, p. 672.
(²) A. DE GRAMONT, *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 477.

essayés, nous avons aussi tenu compte des variations d'intensité de la raie 3415,2 qui disparaît pour environ un dix-millième de bore. Ce spectre est intercalé en coïncidence sur la même plaque entre le spectre de Na^2CO^3 en fusion seul (mêmes conditions) et celui d'un cadmium à froid contenant plusieurs centièmes de bore.

L'intensité du spectre du bore fourni par la *saphirine* d'Itrongahy, par la *grandidiérite* d'Andrahomanana, par la *kornerupine* d'Itrongahy nous avait conduit à penser que la proportion du bore contenu dans ces minéraux doit aller en croissant de la première à la troisième de ces substances; c'est bien ce qu'ont mis en évidence les analyses suivantes effectuées par M. Raoult [1].

a, Saphirine; *b*, Grandidiérite; *c*, Kornerupine.

	a.	*b*.	*c*.
SiO^2	15,08	20,46	31,09
Al^2O^3	60,46	51,75	38,17
B^2O^3	0,75	2,81	3,59
Fe^2O^3	1,42	7,29	2,02
FeO	0,78	4,11	0,73
MgO	21,42	7,91	22,51
CaO	0,42	0,86	0,51
Na^2O	tr.	2,94	1,36
K^2O	»	0,38	0,08
H^2O à 105°	0,05	»	»
» au rouge	0,01	1,64	0,10
	100,49	100,17	100,16

On peut considérer que dans ces minéraux le bore remplace isomorphiquement l'aluminium; des essais effectués sur la saphirine et la kornerupine de Fiskernaes au Groenland et sur la prismatine (variété du même minéral) de Waldheim en Saxe ont montré que ces minéraux renferment également du bore, mais en quantité moindre que dans le produit de Madagascar : il eût été utile de reprendre l'analyse de ces minéraux, malheureusement nous ne possédons pas d'échantillons suffisants pour cette étude.

Ces nouvelles analyses donnent : pour la saphirine, une formule $4\,SiO^2$,

---

[1] La pureté des minéraux essayés a été, bien entendu, vérifiée par un examen microscopique très soigné.

$10(Al, Fe, B)^2O^3, 9 MgO$, un peu différente de celle admise généralement ($2 SiO^2, 6 Al^2O^3, 5 MgO$); pour la grandidiérite,

$$5 SiO^2, 8(Al, Fe, B)^2O^3, 4(Fe, Mg, Ca)O, 2(Na, K, H)^2O;$$

enfin, pour la kornerupine,

$$7 SiO^2, 6(Al, Fe, B)^2O^3, 8(Mg, Ca, K^2, Na^2)O = [SiO^4]^7 Mg^8 [(Al, Fe, B)O]^{12},$$

au lieu de la formule SiO^2, Al^2O^3, MgO qui a été proposée pour le minéral du Groenland. Il est à remarquer que, pour ce dernier, l'analyse de Lorenzen n'indique pas la présence d'alcalis, alors que dans la prismatine il en a été trouvé une quantité se rapprochant de celle signalée plus haut. Il est bon de signaler que, contrairement à la kornerupine et à la prismatine jusqu'ici étudiées, qui sont seulement translucides, la kornerupine de Madagascar est d'une pureté parfaite; ses cristaux transparents constituent une gemme.

Ceci étant posé, nous exposerons les résultats positifs ou négatifs que nous ont fournis diverses autres espèces minérales.

Résultats positifs. — Dumortiérite. Ce minéral a été décrit par Damour d'après des échantillons découverts par M. Gonnard à Beaunan, près Lyon; il n'y a été signalé alors que SiO^2, Al^2O^3, Fe^2O^3, mais plus tard le même minéral a été retrouvé dans divers gisements de l'Amérique du Nord, et des quantités de bore atteignant 5 pour 100 y ont été constatées. Nous n'avons pu purifier que quelques centigrammes de la dumortiérite de Beaunan dont le gisement est actuellement épuisé. La réaction du bore y est certaine, mais très faible; aussi semble-t-il que le pourcentage de cet élément doit être inférieur à celui des échantillons américains; ce serait là un argument en faveur de l'hypothèse (¹) d'après laquelle il remplacerait l'aluminium en proportion variable.

Idocrase. Le bore a été signalé déjà dans les beaux cristaux de wiluite (²). Nous en avons rencontré des quantités notables, dans l'idocrase des gisements suivants : Wilui (Sibérie) ; Pics de Péguères et d'Arbizon (Hautes-Pyrénées); Col de Bouts (Aragon); Vallée de Fleim

(¹) Cette opinion a été déjà émise par M. Ford (*Ann. J. of Sc.*, t. 14, 1902, p. 426) en opposition avec celle de M. Schaller (*Ibid.*, t. 19, 1905, p. 211), qui a déduit de ses analyses l'hypothèse d'une proportion constante de bore.

(²) 2,54 pour 100 de B^2O^3, d'après Rammelsberg.

(Tyrol); Egg et Christiansand (Norvège); un dosage direct a fourni 0,63 de B^2O^3 pour l'idocrase de Péguères ([1]).

Un spectre beaucoup plus faible et correspondant à une teneur moindre a été fourni par l'idocrase des gisements suivants : Canigou (Pyrénées-Orientales); Pic-du-Midi-de-Bigorre (Hautes-Pyrénées); Sahun et Pic des Posets (Aragon); Ala (Piémont); Göpfersgrün (Bavière); Parsonfield (Maine).

Enfin, les idocrases d'autres gisements ont donné des résultats négatifs : Roguédas (Morbihan); Somma; Zermatt; Cziklova (Banat); Eger (Bohême) (variété *egérane*); Mäntsäla (Finlande) (variétés *frugårdite*, *hétéromérite* et *jewreinowite*); Souland en Telemarken (Norvège) (variété *cyprine*).

On voit, d'après ces résultats, que là encore le bore est bien un élément accessoire des idocrases; son existence ne constitue pas une caractéristique constante de ce minéral. On sait qu'il existe des idocrases fluorées et d'autres dépourvues de fluor. Il serait intéressant de rechercher s'il y a quelque relation entre la présence du fluor et celle du bore; nous n'avons pour l'instant que des indications insuffisantes à cet égard, mais elles paraissent symptomatiques; l'idocrase de Wilui, de Péguères, d'Arbizon et d'Egg est à la fois fluorifère et borifère, alors que celle d'Ala, de Zermatt, de Cziklova, ne renferme ni bore ni fluor.

Le bore ne doit pas être considéré comme une simple impureté des métaux trivalents des silico-aluminates; dans un même gisement, il ne se rencontre que dans l'idocrase; en effet, à Péguères, les cristaux de ce minéral sont généralement englobés dans des rhombododécaèdres de grenat grossulaire, comme eux silicates alumino-calciques; or ces grenats ne renferment pas de bore. Il en est de même pour la prehnite (koupholite) qui accompagne l'axinite, minéral très boré, dans les contacts granitiques de la Piquette déras lids, près Barèges; elle ne contient pas traces de bore. La même observation peut être faite pour les minéraux (diopside, orthose ferrifère) qui accompagnent la kornerupine d'Itrongahy.

Notons en passant que le titane n'a été, jusqu'ici, signalé que dans l'idocrase de quelques gisements; nous avons constaté sa présence dans *tous* les échantillons examinés sans exception.

([1]) L'analyse complète faite par M. Raoult est la suivante : SiO^2 36,64; TiO^2 1,38; Al^2O^3 15,80; B^2O^3 0,63; Fe^2O^3 2,79; FeO 2,57; MnO 0,11; MgO 2,36; CaO 37,53; Na^2O 0,16; K^2O 0,49; H^2O 0,09; F 0,02 = 100,57.

Résultats négatifs. — La présence du bore dans la dumortiérite nous a conduits à étudier, au point de vue de la recherche de cet élément, les autres silicates d'alumine : *andalousite* (Brésil), *sillimanite* (Saybroock, Pontgibaud), *disthène* (Monte Campione), topaze (Brésil), l'alumine pure (*corindon*), ainsi que les hydrates d'aluminium (*diaspore* et *hydrargillite*), ainsi que la *staurotide* [Monte Campione et Baud (Morbihan)]. Tous ces minéraux ont fourni un résultat négatif. Il en a été de même encore pour la *prehnite* [Bowling et Kilpatrick (Écosse); Piquette déras lids], pour la *cordiérite* [Tsilaizina (Madagascar)], la *pollucite* (Buckfield, Maine), l'*ilvaite* (île d'Elbe), l'*euclase* (Ouro Preto, Brésil).

M. Vernadsky ayant annoncé ([1]) qu'il a rencontré au spectrographe des traces de bore dans la *waluewite* de la mine Nicoláje-Maximilianoff, près Achmatowsk (Oural), nous avons étudié ce minéral sans pouvoir y déceler cet élément pas plus que dans la *xanthophyllite* de la même région (M[t] Schischim), ni dans les chloritoïdes [*sismondine* (Saint-Marcel), *vénasquite* (Vénasque), *masonite* (Natic, Rhode Island)], ni enfin dans la *seybertite* (Amity, New York).

SPECTROSCOPIE. — *Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes.* Note de M. **H. Deslandres**.

Dans les trente dernières années, la structure de l'atome a été étudiée de toutes les manières, et plusieurs modèles d'atome électrique ont été présentés ([2]). Les auteurs s'appuient principalement sur les spectres des corps, qui, émanés directement de l'atome, en représentent les vibrations spéciales et caractéristiques. De toutes les manifestations de l'atome, c'est celle-là qui permet le mieux d'atteindre et de scruter sa nature intime; car, par sa petitesse, l'atome échappe à nos sens et aux microscopes les plus puissants.

I. On a cherché d'abord à expliquer les spectres de lignes, et, en parti-

---

([1]) *Zeitschr. f. Krystal.*, t. 53, 1913, p. 277.

([2]) L'atome électrique est un atome formé de particules électrisées. Si l'on excepte l'atome de Ritz qui offre au centre de petits aimants, les autres atomes ont un noyau positif et des électrons négatifs qui circulent autour. On a deux sortes de noyaux, le noyau de J.-J. Thomson qui est une sphère positive électrisée dans sa masse, à l'intérieur de laquelle se meuvent les électrons, et le noyau de Rutherford, beaucoup plus petit et bien séparé des électrons mobiles.

culier, les séries régulières de radiations, émises par un grand nombre de corps et représentées par la formule simple suivante (Balmer et Rydberg)

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{1}{[n+\beta]^2} - \frac{1}{[p+\gamma]^2} \right), \tag{1}$$

ν étant la fréquence de la radiation, ν_0 la constante universelle de Rydberg, β et γ deux constantes inférieures à l'unité, n et p deux nombres entiers dont l'un n est le plus petit et reste constant, alors que l'autre p varie.

L'atome de Ritz, et le second atome de J.-J. Thomson, récemment présenté, expliquent les séries de Balmer avec, il est vrai, plusieurs hypothèses spéciales, et avec l'appoint d'un champ magnétique intérieur très intense (¹).

Puis les magnifiques découvertes des sept dernières années sur la nature et la composition des rayons X ont apporté des données nouvelles de grande valeur. Aux spectres de lignes et de bandes relevés déjà dans les régions lumineuse et ultraviolette sont venus se joindre les spectres de la nouvelle région, qui comprend déjà près de huit octaves. Ces derniers spectres, dits de haute fréquence, n'ont pas montré de séries de Balmer, mais ils sont très simples; ils offrent des raies isolées caractéristiques (raies K, L, M, N, J de Barkla) qui se correspondent dans les corps simples successifs. Moseley, qui les a rapprochées le premier, a indiqué la relation suivante entre leurs fréquences ν et les nombres atomiques N, variables de 1 à 92 :

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) (N - 1)^2 \tag{2}$$

pour la raie K_α de $N = 11$ à $N = 70$; et

$$\nu = \nu_0 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) (N - 7,4)^2 \tag{3}$$

pour la raie L_α de $N = 30$ à $N = 92$, ν_0 étant, comme dans la formule (1), la constante de Rydberg.

Ces relations, simples et remarquables, sont les premières qui unissent directement les vibrations et les nombres atomiques de tous les corps, et elles ont fourni des indications précieuses sur la distribution des électrons

(¹) Il faut citer aussi l'atome de Bohr qui explique les séries de l'hydrogène, mais non celles des autres corps et aussi l'atome de Stanley Allen.

dans tous les atomes. En les présentant, Moseley a signalé, en effet, leur accord très net avec la théorie de Bohr, publiée quelques mois auparavant. Bohr part de l'atome de Rutherford, appelé souvent *atome astronomique*, qui comprend un noyau positif très petit et des anneaux concentriques d'électrons; il admet une émission vibratoire conforme à la théorie des quanta, et à l'intérieur de l'atome des forces nouvelles; en fait, les vérifications impliquées par sa théorie sont excellentes.

La plupart des auteurs ont adopté l'atome et la théorie de Bohr; et, récemment, Vegard, en s'appuyant sur les données précédentes, a présenté une répartition logique des électrons dans les divers atomes, de l'hydrogène à l'uranium; il explique les rayons X caractéristiques, et les variations périodiques des corps simples, suivant la loi de Mendeleef (1).

II. Les calculs de Vegard donnent avec une certaine précision le diamètre et la composition des anneaux dans le voisinage immédiat du noyau, mais les indications sur les anneaux extérieurs sont insuffisantes. Or, et c'est là le point que je veux spécialement examiner, les spectres de bandes semblent capables de combler la lacune ; car ils dépendent surtout des anneaux extérieurs de l'atome et des conditions spéciales de sa surface ; de toute façon, ils peuvent conduire à des vérifications utiles.

Les spectres de bandes sont émis, en effet, non seulement par les molécules des corps composés, mais aussi certainement par les atomes des corps simples. En général, ils apparaissent avec une faible excitation électrique, et sont remplacés par un spectre de lignes quand l'excitation augmente. Mais, dans les mêmes conditions, quelques-uns d'entre eux subsistent ; et d'ailleurs le rayonnement X, qui correspond aux excitations les plus fortes, comprend à la fois des raies isolées et des bandes ; même, chacune des raies $K\alpha$ ou $L\alpha$ de Barkla est accompagnée d'une bande dégradée vers les courtes longueurs d'onde. J'ai pu examiner ces bandes sur les belles épreuves de rayonnement X obtenues en France par de Broglie, et constater qu'elles ont l'aspect des bandes lumineuses observées avec une faible dispersion (2).

Les spectres de bandes ont été beaucoup moins étudiés que les spectres

(1) Voir *Philosophical Magazine* (Bohr, années 1913, 1914 et 1915; Moseley, 1913 et 1914; Végard, 1918 et 1919 ; J.-J. Thomson, de 1904 à 1919), *Annalen der Physik* (Ritz, 1908).

(2) Il importe de reconnaître si ces bandes de haute fréquence sont divisibles en raies fines et avec la même loi de distribution que les bandes lumineuses.

de lignes, étant plus complexes; quelques-uns ont plus de 100000 vibrations distinctes. Or, de 1885 à 1887, j'ai pu reconnaître leur structure générale et je l'ai représentée par la formule

$$\nu = f(n^2 p^2) \times m^2 + \mathrm{B} \times n^2 + \varphi(p^2), \tag{4}$$

B, α, β étant des constantes, f et φ des fonctions simples, m, n et p les nombres entiers successifs. Les raies et les bandes sont divisibles en séries dont les intervalles sont en progression arithmétique. Les 2[me] et 3[me] termes donnent les raies arêtes de toutes les bandes d'un même spectre; le 1[er] terme donne les raies de chaque bande.

En publiant ces résultats de l'observation, j'ai ajouté les remarques suivantes qui seront utilisées dans le présent Mémoire et que je rappelle brièvement :

a. Les fréquences des raies et bandes sont représentées par des expressions telles que $\nu = \mathrm{K} \pm \mathrm{B}n^2$ et elles peuvent être considérées comme la somme ou la différence de deux fréquences émises simultanément; les raies sont assimilables aux sons résultants de Helmholtz. Le terme $\mathrm{B}n^2$ correspond d'ailleurs à la série des harmoniques d'une verge sonore qui vibre dans le sens transversal, et l'on peut imaginer, par exemple, au centre de l'atome, une verge très petite, assez petite pour donner les fréquences élevées de la vibration lumineuse. J'ai invoqué en fait le principe de combinaison de Ritz, formulé plus tard, en 1908, et que l'on pourrait appeler le principe de Helmholz.

b. Le spectre de bandes entier est comparable à l'ensemble des sons d'un corps solide qui vibre dans toutes les directions de la façon la plus générale. Cette émission sonore a été étudiée par Lamé, qui, pour certains cas simples de la plaque et du prisme rectangles, a trouvé les formules

$$\nu = \mathrm{K}\left(\frac{m^2}{a} + \frac{n^2}{b}\right) \quad \text{et} \quad \nu = \mathrm{K}\sqrt{\frac{m^2}{a} + \frac{n^2}{b} + \frac{p^2}{c}};$$

a, b, c étant les côtés du rectangle et de la plaque; m, n, p les nombres entiers successifs. La ressemblance avec le spectre de bandes est manifeste; d'ailleurs, tous les problèmes similaires de variations périodiques (vibrations élastiques, électriques, etc.) offrent aussi dans le cas général l'intervention de trois paramètres m, n, p variables et distincts; ces paramètres correspondent aux trois dimensions de l'espace.

D'après la conception ancienne de Lagrange, un corps solide peut être

considéré comme formé de particules soumises à des attractions et répulsions mutuelles; et comme l'atome électrique a justement cette constitution, la comparaison avec un corps solide apparaît plus légitime [1].

En 1903, j'ai précisé les différences entre les spectres de lignes et de bandes, en montrant que le même atome peut émettre l'un et l'autre spectre; l'atome électrique a été rapproché du cas simple d'un amas sphérique d'étoiles soumises à la seule force de la gravitation. Le spectre de lignes est dû à l'irruption d'un électron dans l'amas et à la perturbation qui en résulte; le spectre de bandes tient aux simples déformations de l'amas ou de l'atome, contre lesquelles il réagit par des oscillations dans tous les sens.

L'année suivante, Nagaoka recherche par l'analyse mathématique les vibrations propres d'un atome électrique appelé *atome saturnien;* car il comprend un seul anneau d'électrons qui tourne autour d'un noyau central positif. La fréquence des vibrations transversales, perpendiculaires à l'anneau, est donnée pour les petites valeurs du nombre entier n par la formule $\nu = K \pm Bn^2$; on a la distribution spéciale aux spectres de bandes.

Les recherches précédentes, qui certes sont à compléter, éclairent dans une certaine mesure la genèse des spectres de bandes [2].

III. Dans un Mémoire récent, J.-J. Thomson proclame la nécessité d'explorer par la voie expérimentale la distribution des électrons dans l'atome. Or tous les spectres doivent concourir à la recherche, les spectres de bandes comme les autres; une théorie complète doit les expliquer tous.

Les données expérimentales doivent être aussi complètes que possible; or la reconnaissance exacte des spectres de bandes est forcément lente, le relevé complet d'un seul spectre étant très long. Les progrès réalisés dans les dernières années sont cependant notables.

En 1902, j'ai annoncé que la fonction $\varphi(p^2)$ de la formule (4) était parfois un polynome du second degré; or, il apparaît aujourd'hui que

---

(1) Il y a évidemment des points communs, mais aussi des différences; ainsi les particules de l'atome ont un mouvement orbital rapide et sont répartis entre des anneaux ou surfaces qui sont séparés.

(2) DESLANDRES, *Comptes rendus*, t. 103, 1886, p. 375; t. 104, 1887, p. 972; t. 106, 1888, p. 842; t. 110, 1890, p. 742; t. 113, 1891, p. 307; t. 134, 1902, p. 747; et t. 137, 1903, p. 1013. — NAGAOKA, *Philosophical Magazine*, vol. 7, 1904, p. 445.

cette propriété est générale. Les arêtes des bandes, qui forment l'ossature du spectre, exprimées en fréquences, sont données comme il suit par la différence de deux termes qui représentent chacun la somme des termes d'une progression arithmétique :

$$\nu = \frac{B}{2}(n+\beta)^2 - \frac{C}{2}(p+\gamma)^2 + K, \tag{4}$$

B, C, K, β et γ étant des constantes, n et p étant les nombres entiers successifs; B et C, qui sont les raisons des deux progressions, sont des nombres positifs.

A titre d'exemple, je présente les formules suivantes avec leurs coefficients numériques ([1]).

Premier groupe de l'azote

$$\nu = \frac{29,363}{2}(n+0,5)^2 - \frac{30,319}{2} \times p^2 + 22785,1,$$

n variant de 34 à 48 et p de 53 à 37 (Deslandres, 1902).

Premier groupe du cyanogène

$$\nu = \frac{25,80}{2}(n+0,6)^2 - \frac{25,80}{3}(p+0,8)^2 - 9741$$

n variant de 73 à 79 et p de 66 à 56 (Fowler et Shaw, 1912).

Premier groupe du carbone (Swan)

$$\nu = \frac{23,28}{2}(n+0,83)^2 - \frac{39,2}{2}(p+0,03)^2 + 2407,$$

n variant de 63 à 69 et p de 45 à 53 (Jones et Watts, 1914).

Aluminium

$$\nu = \frac{13,2}{2}(n+0,32)^2 - \frac{7,2}{2}(p+0,34)^2 + 38270,$$

n variant de 65 à 71 et p de 120 à 112 (Deslandres, 1919).

([1]) D'après ces formules, les raisons B et C des deux progressions diminuent lorsque les poids et nombres atomiques augmentent; elles ont peut-être aussi en même temps une autre variation liée aux périodes de Mendéléef.

Les formules de l'aluminium et du plomb ont été calculées d'après les mesures de Lauwartz (1903) et Lamprecht (1911).

Plomb

$$\nu = \frac{3,8}{2}(n+0,29)^2 - \frac{1,13}{2}(p+0,24)^2 + 17576,$$

n variant de 180 à 192 et p de 227 à 214 (Deslandres, 1919).

Il est remarquable que les arêtes des bandes, comme les séries des spectres de lignes L′, soient données par des fonctions simples des nombres entiers, telles que $B(n+\beta)^2$; de plus, avec les spectres de bandes, on a la différence de deux de ces fonctions, et avec les spectres de lignes la différence de leurs inverses. Cette opposition entre les deux types de spectres a été déjà signalée en 1888; elle est ici mieux précisée.

Avec les spectres de bandes, le fait expérimental se présente de la façon suivante : dans un même spectre, les arêtes sont divisibles en séries dont les intervalles sont en progression arithmétique, et ces séries sont superposables; c'est le résultat publié en 1887. De plus, si, dans chaque série, on range les arêtes dans l'ordre des fréquences croissantes, les premiers intervalles sont eux-mêmes croissants et les arêtes sont représentées par la progression B qui est toujours additive. Si, ensuite, on range les séries précédentes aussi dans l'ordre des fréquences croissantes, les premiers intervalles sont au contraire décroissants et, de plus, à peu près en progression arithmétique ; d'où la deuxième progression de raison C, qui est soustractive.

Ces premiers intervalles entre les séries sont parfois moins réguliers que ceux de la progression B et aussi moins nombreux; la raison C est alors déterminée avec une précision moindre; mais, et c'est là le point principal, ces premiers intervalles sont toujours décroissants. J'ai vérifié le fait sur les 15 spectres de bandes à trois paramètres, qui ont été jusqu'ici mesurés avec soin.

Les nombres entiers n et p, dans tous ces spectres, sont grands; ils sont supérieurs à 30, et parfois dépassent 200. Je montrerai que les spectres de bandes avec valeurs plus petites des nombres entiers n et p se trouvent vraisemblablement dans la région infra-rouge, à peine encore explorée.

Finalement, dans l'état actuel des recherches, le spectre de bandes peut être représenté par la formule générale suivante, qui est tout au moins une première approximation, le plus souvent très voisine de la réalité :

$$(5) \qquad \nu = \pm\frac{f(n^2p^2)}{2}\times(m+\alpha)^2 + \frac{B}{2}(n+\beta)^2 - \frac{C}{2}(p+\gamma) \pm K.$$

On a ajouté simplement à la formule (4) le terme en m^2 qui introduit la

troisième progression fondamentale et donne par ses variations la partie dégradée de chaque bande. Le nombre entier m a toutes les valeurs à partir de l'unité, et s'élève parfois jusqu'à 160; quant à la raison $f(n^2p^2)$, elle est variable d'une bande à l'autre et en général très faible, étant de 50 à 200 fois plus petite que les raisons B et C.

IV. Le modèle d'atome adopté doit pouvoir émettre l'amas complexe de vibrations qui est le spectre de bandes. Si l'on considère en particulier l'aluminium, on a non seulement les belles bandes représentées par la formule donnée plus haut, mais un spectre de lignes avec plusieurs séries de Balmer et aussi un spectre de rayonnement X. Il faut pouvoir expliquer ces trois modes vibratoires qui sont différents; ils sont dus, semble-t-il, aux actions plus au moins fortes des ions et électrons qui rencontrent l'atome.

Lorsque l'électron qui arrive est très rapide, il va jusqu'au centre ou noyau de l'atome; il y désorganise l'anneau intérieur le plus voisin du noyau en lui faisant perdre un de ses électrons, et il donne naissance au rayonnement X; moins rapide, il agit de la même manière sur un anneau extérieur et produit le spectre de lignes. Enfin, lorsque la vitesse est encore moindre, l'atome ne perd pas d'électron, il est seulement déformé et en deçà de ce que l'on peut appeler sa limite d'élasticité; il émet alors le spectre de bandes. On conçoit que ce troisième mode vibratoire soit très différent des deux autres, et, de plus, convienne aussi à la molécule qui, plus fragile, ne résisterait pas à des actions plus fortes.

Les électrons, négatifs et positifs, qui constituent l'atome ou la molécule, et avec eux les lignes de force électrique et magnétique qui leur sont attachées, sont déviés de leurs positions d'équilibre; et les vibrations développées sont comparables à celles d'un corps solide ordinaire qui reçoit un coup de marteau léger; d'où l'analogie des formules générales qui les représentent.

Dans la Note suivante, j'exposerai d'autres propriétés des spectres de bandes, et je discuterai l'accord de tous ces faits avec les divers modèles d'atome proposés jusqu'ici.

GÉOLOGIE. — *Essai de coordination chronologique générale des temps quaternaires.* Note de M. **Ch. Depéret.**

Avant d'aborder l'étude des régions du Nord de l'Europe, où l'histoire des mers quaternaires se trouve profondément modifiée par l'invasion

répétée des grandes nappes de glace scandinaves, il me paraît nécessaire de prendre un aperçu d'ensemble sur le classement de ces *glaciations* du Nord et sur leur corrélation avec les glaciations contemporaines, si magnifiquement développées autour de la chaîne des Alpes.

Les géologues du Nord de l'Europe ont reconnu quatre périodes principales de progression des glaciers, pour lesquelles le professeur J. Geikie a proposé dès 1895 (*Journal of Geology*, t. 3) les dénominations suivantes, en commençant par la plus ancienne : 1, période *scanienne*; 2, période *saxonienne*; 3, période *polandienne*; 4, période *mecklenbourgienne*. La première glaciation ou *scanienne* est la plus limitée; le glacier a suivi le bassin de la Baltique et s'est étalé seulement sur la Scanie et la plaine allemande jusqu'à Hambourg et Berlin; elle n'atteint pas les Iles-Britanniques. La deuxième glaciation ou *saxonienne* est au contraire la plus étendue : en Angleterre, les nappes de glace écossaise et scandinave fusionnées ont couvert toute la contrée jusqu'au bassin de la Tamise, en y déposant le *Drift ancien* ou *Boulder-clay inférieur;* en Allemagne ses moraines s'arrêtent seulement au pied des montagnes du Harz, de la Bohême et de la Saxe, pour s'étaler à l'Est sur la plaine russe jusque bien au delà de Moscou et rejoindre l'Oural. La troisième glaciation ou *polandienne* est notablement en retrait sur la précédente : le *Drift récent* ou *Boulder-clay supérieur* ne s'étale plus sur les comtés du centre de l'Angleterre (*Midlands*); en Allemagne les moraines terminales restent partout en arrière de celles de la glaciation saxonienne, et en Russie n'atteignent plus Moscou ni l'Oural. Enfin la quatrième glaciation ou *mecklenbourgienne* est bien plus restreinte : dans les Iles-Britanniques, il n'y a plus que des glaciers locaux dans les vallées divergentes des Highlands et des Grampians; et le glacier scandinave s'arrête au Danemark et à la région littorale de la plaine allemande (*moraines baltiques*).

Dans les Alpes, Penck et Brückner, dans leur grand Ouvrage *Die Alpen in Eiszeitalter*, 1909, ont également reconnu *quatre périodes glaciaires*, auxquelles ils ont appliqué les noms devenus classiques de glaciations *günzienne*, *mindélienne*, *rissienne* et *würmienne*.

La glaciation *günzienne* est la plus ancienne et la moins étendue; ses moraines frontales ne sortent qu'en de rares points hors du débouché des vallées alpines. Mais, entre les glaciations *mindélienne* et *rissienne*, il existe, d'après les auteurs, une divergence d'extension bien curieuse : dans la moitié Est des Alpes jusqu'aux lisières du Würtemberg (vallée de la Riss), les moraines terminales *mindéliennes* dépassent largement partout le

front des moraines *rissiennes*. A l'ouest de cette limite, les moraines *mindéliennes* sont au contraire chevauchées par les moraines *rissiennes* qui occupent le front le plus externe sur le haut Danube et dans le bassin du Rhin, ainsi que, d'après Penck, dans toutes les Alpes occidentales. Quant à la glaciation *würmienne*, elle est partout nettement en retrait sur les deux glaciations précédentes.

Cette divergence d'extension des moraines *mindéliennes* et *rissiennes* à l'est et à l'ouest de la chaîne alpine (que l'auteur cherche à expliquer par un invraisemblable mouvement du sol) a été et est encore la cause principale des difficultés qui se présentent pour établir la corrélation précise des glaciations du Nord et de celles de la chaîne alpine.

J. Geikie avait d'abord admis (*The great Ice age*, 1894) que le maximum d'extension des glaciers britanniques (*Drift ancien* ou *Saxonien*) répondait au maximum d'extension des glaciers alpins, représenté par les moraines les plus externes; celles-ci étant alors rapportées à une seule glaciation que Penck a désignée plus tard sous le nom de période *rissienne*. Cette interprétation avait été admise par l'unanimité des géologues jusque dans les ouvrages les plus modernes.

Mais en 1914, J. Geikie (*The antiquity of man in Europe*), revenant sur sa première opinion, sans d'ailleurs apporter de preuves bien décisives en faveur de ce revirement, attribue le Drift ancien d'Angleterre non plus à la glaciation *rissienne*, mais à la glaciation *mindélienne*, c'est-à-dire au maximum d'extension glaciaire dans les Alpes orientales. Comme conséquence, le Drift supérieur ou *polonien* (*olim* Polandien) des Iles-Britanniques ne représente plus le *Würmien*, comme on l'avait d'abord admis, mais la glaciation *rissienne*.

Depuis longtemps, j'avais moi-même conçu des doutes sur la réalité de l'âge *rissien*, attribué par Penck et Brückner à la glaciation la plus externe des Alpes occidentales. Déjà, en 1913, en reprenant l'étude des fronts terminaux du glacier du Rhône, aux environs de Lyon, pour la révision de la carte au 80000e, j'avais été amené à y reconnaître (*Comptes rendus*, t. 157, p. 522 et 564) entre les deux glaciations externe et interne (dites jusqu'ici *rissienne* et *würmienne*) une glaciation intermédiaire à laquelle je donnais le nom provisoire de glaciation *néorissienne*. Mais j'arrivais surtout à établir à cette occasion une relation constante entre les moraines frontales de chaque glaciation et l'altitude relative des terrasses fluviales qui en émanent : les moraines externes se rattachent à des terrasses de 55^{m}-60^{m}; les moraines intermédiaires, aux terrasses de 30^{m}; les moraines internes,

aux terrasses de 18^m-20^m. A chaque glaciation correspond donc une valeur différente du creusement de la vallée des grands cours d'eau issus de ces glaciers.

Depuis ma première Note, j'ai eu l'occasion d'étendre ces mêmes conclusions, avec des valeurs relatives identiques, aux anciens glaciers de la Durance, et, fait plus intéressant encore, aux glaciations de plusieurs vallées de la chaîne des Pyrénées, c'est-à-dire du versant atlantique. Je puis donc, aujourd'hui, formuler la relation dont il s'agit comme une véritable *loi générale* applicable aux glaciers des vallées atlantiques et méditerranéennes, et aussi, comme j'espère le montrer dans la suite de ce travail, aux grands glaciers du nord de l'Europe.

J'étais ainsi en possession d'une méthode nouvelle et précise de détermination comparée des glaciers quaternaires par l'altitude de la terrasse fluviale correspondante, méthode qui a échappé à MM. Penck et Brückner dans leur magnifique ouvrage sur les glaciations des Alpes. Mais en tenant compte des chiffres d'altitude relative des terrasses, notés malheureusement en trop petit nombre par ces géologues (1), j'ai pu arriver à reconnaître, pour les Alpes orientales et centrales, que :

1. Les moraines frontales *würmiennes* sont en relation constante avec une *basse terrasse* dépourvue de lœss (*Niederterrasse* de Penck), dont l'altitude au-dessus des thalwegs des *grands cours d'eau* se maintient généralement entre 15^m et 20^m;

2. Les moraines frontales *rissiennes* se continuent par des terrasses (*Hochterrasse* de Penck) qui dominent d'une vingtaine de mètres la terrasse *würmienne* et atteignent en conséquence l'altitude relative de 30^m-35^m;

3. Les moraines terminales *mindéliennes* de l'est des Alpes donnent des terrasses (*jüngerer Deckenschotter* de Penck), de 20^m-25^m plus élevées que la terrasse *rissienne*, c'est-à-dire d'une altitude relative comprise entre 50^m et 60^m;

---

(1) J'ai dû laisser de côté, dans ce relevé, les chiffres d'altitude relative donnés par Penck et Brückner pour les régions voisines des fronts glaciaires, parce que les *cônes de transition fluvio-glaciaires* ont des pentes *torrentielles* très fortes et que l'équidistance des terrasses n'y existe plus, par suite de la position du front glaciaire, différente pour chacune des glaciations. Seuls sont utilisables les chiffres relevés dans les parties des grands cours d'eau périalpins, suffisamment éloignées des fronts glaciaires.

4. Enfin les moraines *günziennes*, d'ailleurs peu fréquentes, donnent naissance à une terrasse (*älterer Deckenschotter* de Penck) dont l'altitude relative atteint, dans les cas les plus fréquents, 90^m-100^m au-dessus des fleuves actuels. Il me paraît d'ailleurs probable que des niveaux d'alluvion encore plus anciens ont été confondus par Penck et Brückner dans cet *ancien Deckenschotter*.

La comparaison de ces altitudes avec celles des trois terrasses fluvio-glaciaires du bassin du Rhône conduit aux conclusions suivantes, dont l'importance ne saurait échapper : la glaciation externe de la région de Lyon, avec ses terrasses de 55^m-60^m, n'est pas la glaciation *rissienne*, comme on l'a cru jusqu'ici, mais la glaciation *mindélienne*; la glaciation intermédiaire (*néorissienne* Depéret) répond aux terrasses de 30^m, soit au véritable *rissien ;* enfin la glaciation interne est bien la glaciation *würmienne*, comme le démontre l'altitude de 15^m-20^m des terrasses qui s'y rattachent.

Ainsi le maximum d'extension des glaciers alpins à la fois dans les Alpes orientales et dans les Alpes françaises correspond à la glaciation *mindélienne* et non à la glaciation *rissienne*. C'est seulement dans la partie centrale des Alpes (glacier du Rhin) que les glaciers *rissiens* semblent avoir dépassé au Nord le maximum *mindélien*. Et encore est-il nécessaire de faire des réserves sur ce point. Brückner écrit en effet [1] :

« Que la limite extrême des moraines anciennes appartienne à la glaciation *rissienne* dans toutes les parties de notre région (bassin du Rhin) ou que, sur quelques points, elle soit *dépassée par la glaciation mindélienne*, est une question qui doit rester en suspens, par suite de l'absence de connexion de ces moraines avec des graviers d'un âge bien déterminé. »

Peut-être y aurait-il lieu de reprendre l'étude du glacier rhénan à la lumière des méthodes nouvelles que je viens d'indiquer.

Conclusions. — Revenons maintenant à la comparaison des glaciations alpines avec les grandes glaciations du Nord. Il paraîtra tout naturel d'admettre que le maximum d'extension des glaciers alpins (*Mindélien*) coïncide avec le maximum d'avancée des glaciers scandinaves (*Drift ancien* ou *Saxonien*). Dès lors le Rissien des Alpes correspond au *Drift récent* ou *Polonien* des plaines du nord de l'Angleterre, et il nous faudra trouver l'équivalent du *Würmien* dans les *glaciers locaux* de l'Ecosse et dans les

---

(1) *Die Alpen im Eiszeitalter*, t. 2, p. 489.

moraines baltiques (Mecklenbourgien). Enfin il semblera logique de voir dans la glaciation *scanienne* le pendant du *Günzien* des Alpes.

J'aboutis ainsi à un Tableau de parallélisme conforme aux idées admises par J. Geikie en 1914, en les complétant par l'introduction des altitudes relatives des terrasses fluviales correspondant à chaque glaciation.

	Nord de l'Europe (J. Geikie).	Alpes (A. Penck).	Terrasses fluviales équivalentes (C. Depéret).
Quatrième glaciation....	*Mecklenbourgien*	*Würmien*	Terrasse de 18^m-20^m
Troisième »	*Polonien*	*Rissien*	» de 30-35
Deuxième »	*Saxonien*	*Mindélien*	» de 55-60
Première »	*Scanien*	*Günzien*	» de 90-100

Il me restera à montrer que les lignes de rivage quaternaires du nord de l'Europe sont en parfaite harmonie avec ce classement des périodes glaciaires et des terrasses fluviales.

GÉOGRAPHIE ET NAVIGATION. — *Les voies navigables d'Alsace et de Lorraine : leur rôle et leur avenir.* Note [1] de M. **Ed. Imbeaux.**

J'ai l'honneur — et la joie patriotique — de présenter à l'Académie une Note, malheureusement trop résumée, sur la situation actuelle du réseau des voies navigables de l'Alsace et de la Lorraine, le rôle qu'il joue et devrait jouer, ainsi que sur les transformations importantes qu'il aura à subir dans l'avenir pour bien desservir les besoins industriels des deux provinces.

Denrées à transporter. — L'importance économique du sujet résulte de la richesse même de leur industrie, laquelle comprend :

1° *Combustibles :* Bassin houiller de la Sarre, produisant annuellement 17 millions de tonnes de charbon, et son prolongement éventuel vers Pont-à-Mousson;

Bassin pétrolifère de Pechelbronn (30000^t de pétrole par an).

2° *Minerai de fer :* Bassin métallurgique lorrain (y compris une faible partie belge et luxembourgeoise), ayant produit en 1913, le chiffre énorme

---

(1) Séance du 28 avril 1919.

de 48171000^t de minerai, dont environ 18 millions de tonnes ont été exportées (principalement en Westphalie); le reste, traité sur place, a exigé l'apport d'environ 15 millions de tonnes de coke ou fines à coke (provenant presque entièrement de la Westphalie) et a donné 10111000^t de fonte brute (5978000^t d'acier).

3° *Potasse et sels de potasse :* Bassin potassique des environs de Mulhouse, contenant 323 millions de tonnes de potasse pure. En 1913, on a extrait 40170^t de potasse pure, mais on prévoit un accroissement très rapide.

4° *Soude et sels de soude :* Nombreuses soudières et salines de Lorraine, produisant annuellement environ 360000^t de sel brut et raffiné, et 525000^t de sel transformé en soude et carbonate de soude.

5° *Chaux et ciments, grès, calcaires, etc. :* Nombreuses usines de chaux et ciments; nombreuses carrières de pierres; tuileries, briqueteries, faïenceries, etc.

6° *Autres industries :* Tissages et filatures d'Alsace et des Vosges (exigeant l'apport des cotons d'Amérique); blés venant par le Rhin; vins du Midi; bois des Vosges et de la Forêt Noire, etc.

Situation du réseau des voies navigables. — Le réseau des voies navigables d'Alsace et de Lorraine qui vient d'être, pour la partie autrefois annexée, rattaché au réseau français, comporte :

1° Des fleuves et rivières, canalisées ou à l'état naturel, savoir :

Le Rhin, la Moselle, la Sarre, la Bruche et l'Ill;

Malheureusement, ces cours d'eau ne sont pas partout en état de navigabilité. Ainsi, le Rhin n'est navigable qu'à l'aval de Strasbourg, et même, de Strasbourg à Spire, le tirant d'eau descend encore souvent, en basses eaux, c'est-à-dire en hiver, à 1^m,40 : ce n'est qu'à l'aval de Spire qu'on est assuré d'avoir toujours 2^m, et à l'aval de Cologne 3^m. A l'amont de Strasbourg, on n'a, une partie de l'année, que 0^m,70 de hauteur d'eau, et les efforts pour faire de Bâle un port important ont échoué jusqu'ici. Le régime du Rhin alsacien est essentiellement glaciaire, c'est-à-dire que les basses eaux ont lieu de novembre à avril, et les hautes eaux, de mai à août, correspondant à la fonte des neiges; ce n'est qu'à l'aval de Bingen que, grâce aux apports des grands affluents (non glaciaires), le caractère change, pour disparaître totalement à l'aval de Cologne (1).

(1) Ainsi les crues sur le Rhin supérieur se voient surtout de mai à novembre, tandis que l'eau ne dépasse que très rarement 6^m à Cologne pendant cette période. L'annonce

La Moselle et la Sarre ne sont canalisées, et seulement pour péniches, que dans la partie amont de leur cours : la Moselle jusqu'à Metz seulement, et la Sarre jusqu'à Ensdorf, près Sarrelouis. La Moselle, de Metz à Perl (limite de Lorraine) n'a que $0^m,45$ de tirant d'eau en basses eaux; puis elle a $0^m,70$ de Perl à Trèves et $0^m,90$ de Trèves à Coblence. La Sarre, elle, n'a que $0^m,50$ entre Ensdorf et le confluent à Conz. Ces deux rivières, n'ayant pas de glaciers dans leurs bassins, ont un régime tout différent du Rhin alsacien : les crues ne se produisent guère que d'octobre à avril.

2° Des canaux ou voies artificielles, savoir :

Le canal de la Marne au Rhin, qui a partout un tirant d'eau de 2^m et des écluses de $38^m,50$; le canal des Houillères de la Sarre (auquel fait suite la Sarre canalisée), qui est dans les mêmes conditions de navigabilité, et le canal du Rhône au Rhin (avec ses embranchements de Huningue, de Brisach et de Colmar), qui n'est praticable pour les péniches qu'entre Strasbourg et Mulhouse.

De grands ports fort bien outillés existent à Lauterbourg, à Strasbourg, Mulhouse, Colmar, Sarrebrück, Sarralbe, etc.

Mais sauf le Rhin, qui admet, et jusqu'à Strasbourg seulement, des bateaux de 75^m, 11^m, 2^m, les voies navigables en question constituent un réseau de *navigation ordinaire,* c'est-à-dire accessible pour la péniche flamande (280^t à 300^t), réseau qu'on est décidé à compléter en mettant très prochainement le canal du Rhône au Rhin à l'amont de Mulhouse au gabarit voulu.

Insuffisance du réseau. — Dans ces conditions, le réseau ci-dessus décrit présente pour le rôle qu'il a à remplir les grandes défectuosités suivantes :

1° Il est mal outillé : ainsi, même en s'en tenant à la péniche flamande, il n'y a de traction mécanique dans toute la région de l'Est que sur les 7^{km} du tunnel de Mauvages (toueur à vapeur) et sur les 5^{km} du tunnel de Foug et abords [système de halage électrique funiculaire, qui a été appliqué en 1916 et fonctionne bien (1)].

2° Son développement est très insuffisant : ainsi les voies navigables ne

---

et la prévision des crues sur le cours moyen et inférieur du fleuve constituent un problème fort complexe et même mal résolu (par suite de ces influences contraires et variables). Le problème est plus facile pour le Rhin alsacien, où l'influence glaciaire prédomine.

(1) Voir ma Communication à l'Académie (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 461).

desservent pas les bassins métallurgiques de Thionville, Briey, Aumetz, Longwy, Villerupt, Luxembourg, ni le bassin salicole de Dieuze et Château-Salins.

3° Il emploie des bateaux trop petits : le prix du fret diminue, en effet, quand, au lieu de la péniche, on emploie des bateaux plus grands, ceux de 600^t ($65^m \times 8^m \times 1^m,75$) ou mieux ceux de 1200^t du type Rhin ($75^m \times 11^m \times 2^m$). Ceci soulève la question de création d'un *réseau de grande navigation*, qui sortirait d'ailleurs de nos deux provinces et s'étendrait à tout l'est et à tout le nord de la France, aux Pays-Bas et aux Pays Rhénans, et même se relierait à la Suisse, au Rhône (par le Rhône au Rhin transformé) et même à la Seine [par le canal de Bourgogne transformé [1]].

Forces motrices hydrauliques. — Pour le Rhin notamment, la question d'utilisation des forces hydrauliques est liée à celle de la navigation. De Bâle à Strasbourg seulement, soit sur 127^{km}, la chute totale étant de $109^m,43$ (dont $51^m,41$ entre Bâle et Brisach pour 58^{km}), on peut mettre en œuvre :

1° En basses eaux, soit $\frac{1}{3}$ de l'année, avec un débit de 400^{m^3} par seconde (dont 50^{m^3} à laisser dans le lit du Rhin) une puissance de 383000 poncelets;

2° En eaux moyennes, soit les $\frac{2}{3}$ de l'année, avec un débit de 800^{m^3}, une puissance de 820725 poncelets.

Il importe que le Traité de paix assure à la France la libre disposition de ces forces (le pays de Bade sur la rive droite ayant déjà à sa disposition les importantes forces hydrauliques de la Forêt Noire et par moitié celles du Rhin dans la section de Constance à Bâle).

Amélioration et extension du réseau. — En conséquence, il convient, outre la mise au gabarit de la péniche flamande déjà décidée pour le canal du Rhône au Rhin et l'embranchement de Huningue :

1° De réaliser au plus tôt un meilleur outillage des voies existantes, c'est-à-dire selon nous l'électrification de tout le canal de la Marne au Rhin et du canal latéral à la Marne, ainsi que du canal des houillères de la Sarre;

2° D'envisager la création de voies de grande navigation, c'est-à-dire admettant soit les bateaux de 1200^t (type Rhin), soit tout au moins ceux de 600^t, savoir :

---

(1) Voir sur ce sujet mon rapport au Congrès du Génie civil, Paris, 1918.

a. Mise en état de navigabilité plus complète du Rhin entre Strasbourg et Spire pour y assurer en tout temps un tirant d'eau de 2^m;

b. Création d'un *grand canal* de navigation et de force motrice dit *grand canal d'Alsace* entre Bâle et Strasbourg sur la rive gauche, canal qui mettra en valeur les forces hydrauliques du fleuve en basses eaux et en eaux moyennes et assurera ces forces à la France;

c. Canalisation de la Moselle et de la Basse-Meurthe (jusqu'à Dombasle) pour bateaux d'au moins 600^t, afin de desservir les bassins métallurgiques et salicoles lorrains, ainsi que création des canaux annexes (canaux du Luxembourg et de la Chiers, canal de l'Orne et canal de la Fentsch);

d. Canalisation de la Sarre, également pour les bateaux d'au moins 600^t, à l'aval de Sarrebrück jusqu'à la Moselle;

e. Enfin création d'une voie de grande navigation pour relier le grand canal d'Alsace (Rhin) au sud de Mulhouse à la Saône et au Rhône, et par suite la mer du Nord à la Méditerranée, et éventuellement transformation du canal de Bourgogne pour relier le Rhin et le Rhône à l'Yonne et à la Seine.

J'ajouterai que si la France veut avoir, et il le faut, influence et prépondérance dans la navigation du Rhin, il est nécessaire :

1° Que dans la future Commission du Rhin (1) la majorité soit assurée aux Alliés;

2° Que la France ou les Sociétés de navigation françaises possèdent une bonne partie de la flotte qui dessert cette navigation, flotte qui jusqu'ici était exclusivement allemande et hollandaise (2).

---

(1) On sait que de par le Traité de Vienne (1815), la navigation sur le Rhin est *internationale*. Elle est administrée par une Commission centrale qui siégeait par intermittences à Mannheim et appliquait le « Revidierte Rheinschiffahrtsakte » de 1868.

(2) Sans parler des petits propriétaires de bateaux, la flotte allemande sur le Rhin comptait dernièrement 2 firmes avec 50 vapeurs pour voyageurs, et 28 firmes pour transport de marchandises avec 305 remorqueurs et 86 autoporteurs (ensemble 170000 chevaux), et plus de 1500 chalands d'une capacité supérieure à 1600000^t.

En présentant à l'Académie la traduction française qu'il vient de faire d'une étude de Sir **J.-J. Thomson** sur *La Théorie Atomique*, M. **Charles Moureu** s'exprime en ces termes :

L'Hypothèse atomique est probablement l'instrument de travail le plus universellement fécond et le plus puissant que la spéculation théorique ait jamais produite. En donnant une image objective des phénomènes chimiques, elle permet, en général, de les interpréter aisément et de les prévoir. Grâce à elle, il est possible de représenter les propriétés des corps composés par des formules de constitution schématisant la disposition des atomes à l'intérieur de la molécule, et la Chimie Organique, à elle seule, est parvenue à établir l'architecture d'au moins 100000 substances. Grâce à elle également, on peut concevoir des corps différents en nombre indéfini, et l'on ne compte plus, aujourd'hui, les découvertes issues de ce travail préalable de l'imagination. Grâce à elle, enfin, la vieille Chimie, aride et presque exclusivement empirique, est devenue une Science où le raisonnement, combiné avec l'observation expérimentale, réserve au chercheur, sans parler des profits matériels possibles, les plus nobles jouissances de l'esprit.

Si la Théorie atomique fut, à ses débuts, l'objet de vives attaques et dut soutenir des luttes célèbres, où se rencontrèrent toutes les illustrations de la Science, elle triomphe aujourd'hui dans une véritable apothéose. Non seulement elle est partout admise et enseignée, mais personne ne conteste plus l'existence même des molécules et des atomes. Que dis-je! on les voit, on les compte, on les pèse, on en mesure les dimensions et l'on en suit tous les mouvements. Bien plus encore, la discontinuité de la matière ne s'arrête pas aux molécules et aux atomes : l'atome lui-même, avec ses électrons et ses autres éléments constitutifs, est tout un monde.

Dans une étude magistrale, notre illustre correspondant de Cambridge, Sir J.-J. Thomson, a résumé nos connaissances essentielles et nos vues actuelles sur ce problème éminemment suggessif de la structure des atomes, qu'il a tant éclairée par de brillantes recherches personnelles.

L'intérêt en est passionnant. Jeter un simple coup d'œil sur ces pages, c'est être assuré, pour tout esprit curieux des mystères de la Nature, qu'on les lira avec avidité et sans arrêt jusqu'à la fin. Je ne résisterai pas, quant à moi, au désir immédiat que j'éprouvai d'en faire une traduction pour mes compatriotes Physiciens ou Chimistes.

L'autorisation ayant été donnée de fort bonne grâce par l'auteur, sous réserve, après accord entre nous et avec les éditeurs, que les bénéfices de l'opération iraient à la Croix-Rouge Belge, voici cette traduction, opuscule de 57 pages, que j'ai l'honneur de présenter à l'Académie. Je ne saurai mieux faire, pour donner un aperçu de la nature des questions envisagées et de la profonde originalité des recherches auxquelles leur étude a conduit, que d'en reproduire ici les remarquables conclusions générales :

« Quoique nos connaissances sur l'atome ne soient qu'une minime partie de ce qui reste à apprendre, quelques conclusions essentielles concernant les atomes ont été établies sur ce qui paraît être l'évidence même au cours des toutes dernières années. Nous savons, notamment, que les atomes *existent* réellement, que les atomes d'un élément déterminé sont tous de même nature, que les atomes des différents éléments contiennent un constituant commun, le corpuscule ou électron, sur lequel nous savons beaucoup de choses; nous connaissons également le nombre d'électrons contenus dans un atome. Nous avons de fortes preuves que les électrons dans l'atome sont divisés en groupes, et que quelques propriétés de l'atome, celles que nous rattachons au groupe le plus profond, sont en relation très simple avec le nombre total d'électrons dans l'atome; qu'il y a d'autres propriétés, tout particulièrement les propriétés chimiques, qui varient périodiquement avec le poids atomique de l'élément, et qui dépendent des électrons situés à la surface de l'atome. Nous avons également la preuve que les atomes des différents éléments sont formés de systèmes plus simples, et que des modifications considérables dans la masse ont accompagné l'agrégation de ces systèmes. Nous savons, enfin, qu'il y a dans l'atome des régions, probablement les plus intéressantes de toutes, sur lesquelles nos connaissances sont minimes ou nulles, dont l'étude réserve une tâche hautement captivante à de nombreuses générations de Physiciens, qui n'auront assurément pas à « déplorer qu'il n'y ait plus rien de merveilleux à attendre ». Aucun fait nouveau relatif à l'atome ne saurait être banal, et il ne peut manquer d'accélérer les progrès de la Science physique, car la Philosophie naturelle n'est, en majeure partie, que la conséquence de la structure et du mécanisme de l'atome. »

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le *Rapport général sur l'industrie française, sa situation, son avenir*, rédigé par M. Léon Guillet. Première Partie. Chapitre I. (Présenté par M. A. Haller.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques propriétés des polynomes électrosphériques* (¹). Note de M. **Defourneaux**, présentée par M. G. Humbert.

I. Dans certaines questions d'électricité d'ordre pratique, telles que le calcul de la densité électrique en chaque point du système électrisé plan-sphère, pour conduire rapidement les opérations, on doit utiliser, en même temps que les polynomes U, certaines de leurs combinaisons linéaires, telles que

$$H_n(v) = U_n(v) - U_{n-2}(v); \quad F_n(v) = U_n(v) + U_{n-1}(v);$$
$$G_n(v) = U_n(v) - U_{n-1}(v).$$

Ces polynomes, H, F, G, satisfont à la même loi de récurrence que les polynomes U, à savoir

$$U_{n+1}(v) = vU_n(v) - U_{n-1}(v).$$

Les relations

$$U_n(-v) = (-1)^n U_n(v); \quad H_n(-v) = (-1)^n H_n(v); \quad F_n(-v) = (-1)^n G_n(v)$$

permettent, dans l'étude de ces polynomes, de se borner au cas de v positif. La définition des $U_n, \ldots, G_n$ étant étendue au cas de n négatif, on établit

(¹) A. Guillet et M. Aubert, *Théorie et mode d'emploi d'un nouvel électromètre absolu* (*Journal de Physique*, 1912, p. 990). Voir aussi *Annales de Physique*, 9ᵉ série, p. 58 à 95.

facilement les égalités

$$U_{-n-1}(v) = -U_{n-1}(v); \qquad H_{-n}(v) = H_n(v); \qquad F_{-n}(v) = -F_{n-1}(v);$$
$$G_{-n}(v) = G_{n-1}(v);$$

vraies pour n positif, nul ou négatif. En particulier $U_{-1}(v) = 0$.

Parmi les nombreuses identités auxquelles conduisent ces polynomes, il convient de citer les suivantes :

$$H_n^2(v) - (v^2-4)\,U_{n-1}^2(v) = 4; \qquad H_n^2(v) - v\,H_n(v)\,H_{n-1}(v) + H_{n-1}^2(v) = 4 - v^2;$$
$$(v+2)\,F_n^2(v) - (v-2)\,G_n^2(v) = 4; \qquad F_n^2(v) - v\,F_n(v)\,F_{n-1}(v) + F_{n-1}^2(v) = 2 + v;$$
$$U_n^2(v) - v\,U_n(v)\,U_{n-1}(v) + U_{n-1}^2(v) = 1; \qquad G_n^2(v) - v\,G_n(v)\,G_{n-1}(v) + G_{n-1}^2(v) = 2 - v;$$

qui mettent en évidence des solutions en nombres entiers de quelques équations de la forme

$$ax^2 + bxy + cy^2 = m.$$

II. On peut relier ces polynomes à des polynomes connus à l'aide de l'identité suivante, qu'on démontre de proche en proche,

$$\text{(1)} \qquad \left(\frac{v}{2} + \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}\right)^n = \frac{1}{2} H_n(v) + \sqrt{\frac{v^2}{4} - 1}\, U_{n-1}(v);$$

on peut l'écrire

$$(\alpha + \sqrt{\alpha^2 - 1})^n = \frac{1}{2} H_n(2\alpha) + \sqrt{\alpha^2 - 1}\, U_{n-1}(2\alpha).$$

Soit alors une *équation de Pell* $X^2 - DY^2 = 1$, admettant (α, β) comme solution fondamentale; on en conclut $\sqrt{\alpha^2 - 1} = \beta\sqrt{D}$, et la relation précédente donne dès lors, pour toute solution positive, X, Y, de l'équation de Pell, l'expression

$$X = \frac{1}{2} H_n(2\alpha); \qquad Y = \beta\, U_{n-1}(2\alpha).$$

L'identité (1) conduit à beaucoup d'autres; celles-ci, par exemple :

$$H_{np}(v) = H_p[H_n(v)], \qquad U_{np-1}(v) = U_{n-1}(v)\,U_{p-2}[H_n(v)], \qquad \ldots,$$
$$H_{n(2p+1)}(v) = H_n(v)\,G_p[H_n(v)], \qquad U_{n(2p+1)-1}(v) = U_{n-1}(v)\,F_p[H_{2n}(v)], \qquad \ldots,$$

qui donnent des conséquences relatives à la divisibilité des polynomes électrosphériques entre eux.

Enfin, le changement de variable $v = 2\cos\varphi$ permet d'écrire

$$\mathrm{U}_n(v) = \frac{\sin(n+1)\varphi}{\sin\varphi}; \qquad \mathrm{H}_n(v) = 2\cos n\varphi;$$

$$\mathrm{F}_n(v) = \frac{\sin(2n+1)\frac{\varphi}{2}}{\sin\frac{\varphi}{2}}; \qquad \mathrm{G}_n(v) = \frac{\cos(2n+1)\frac{\varphi}{2}}{\cos\frac{\varphi}{2}}.$$

Il ramène donc à des fonctions classiques, bien connues, les polynomes électrosphériques, et met en évidence leurs racines.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions uniformes à point singulier essentiel isolé.* Note de M. **Gaston Julia.**

Dans une Note récente (1) j'ai donné des propriétés générales des fonctions méromorphes moyennant l'hypothèse que *sur un certain chemin allant à l'infini, la fonction tende vers une limite déterminée* ω. Le raisonnement fait s'applique sans aucun changement à toute fonction uniforme admettant un point singulier essentiel isolé (2) (supposé à l'infini) moyennant la même hypothèse.

I. *Cette hypothèse est indispensable à l'exactitude du résultat énoncé.* On peut, en effet, donner des exemples simples de fonctions uniformes, admettant un point singulier essentiel isolé à l'infini, ne tendant vers une limite sur aucun chemin tendant vers le point singulier, et pour lesquelles existe un nombre $q(|q|>1)$ tel que la suite des fonctions $f_n(z) = f(q^n z)$ soit normale *en tout point voisin du point singulier, excepté, bien entendu, en ce point lui-même.*

Les plus simples des fonctions sans valeurs asymptotiques sont les fonctions elliptiques. Soit $\varphi(\mathrm{Z})$ une fonction elliptique aux périodes $2\pi i$, $a[\mathrm{R}(a)>0]$, En posant $\mathrm{Z} = \log z$, il vient $\varphi(\log z) = f(z)$ et $f(z)$ est une fonction uniforme dans tout le plan des z, méromorphe dans tout le plan, sauf aux deux points singuliers essentiels isolés 0 et ∞. Sur aucun chemin tendant vers zéro ou vers l'infini $f(z)$ ne peut tendre vers une limite déter-

(1) *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 718, paragraphe II.

(2) Qui peut être limite de pôles.

minée. Enfin la période a de $\varphi(Z)$ entraîne la relation

$$f(ze^a) = f(z), \quad e^a = q, \quad |q| > 1,$$
$$f(qz) = f(z),$$

et il est bien clair que dans toute aire finie du plan des z, ne contenant pas l'origine, la suite des $f_n(z) = f(q^n z)$ est normale.

L'existence de valeurs asymptotiques apporte, on le voit, un élément d'information utile pour la connaissance des propriétés d'une fonction. Je montrerai dans une autre publication les services qu'on en peut tirer dans d'autres cas.

II. Mais en admettant l'existence d'une valeur asymptotique ω, j'ai montré dans la Note citée au début que, quel que soit le nombre q ($|q| > 1$), on pouvait trouver un ensemble de points $\mathcal{E}_q$, tel que, z_0 étant un quelconque de ces points et $\mathbb{D}_0$ une aire arbitrairement petite qui entoure z_0, la fonction $f(z)$ prenne dans l'ensemble des aires $\mathbb{D}_0, \mathbb{D}_0 q, \mathbb{D}_0 q^2, \ldots, \mathbb{D}_0 q^n, \ldots$ toute valeur complexe finie ou infinie, sauf peut-être deux au plus. Dans le cas où $f(z)$ admet une valeur exceptionnelle (qui est l'∞ pour les fonctions entières générales), cet ensemble $\mathcal{E}_q$ est parfait. Si $f(z)$ n'admet aucune valeur exceptionnelle, $\mathcal{E}_q$ est fermé, mais peut n'être pas parfait : voici l'exemple d'une fonction méromorphe pour laquelle l'ensemble fermé $\mathcal{E}_q$ est formé de *points isolés*, excepté les points limites o et ∞; une telle fonction ne peut avoir de valeur exceptionnelle.

q étant un nombre réel > 1, on prendra

$$f(z) = \frac{1}{1-z} + \frac{1}{q-z} + \ldots + \frac{1}{q^n - z} + \ldots,$$

la série étant uniformément convergente dans toute aire Δ, finie, du plan z qui ne contient aucun des pôles q^k. On vérifie que

$$f_n(z) = f(q^n z) = \frac{f(z)}{q^n} + \frac{1}{1-q^n z} + \frac{1}{q}\frac{1}{1-q^{n-1}z} + \ldots + \frac{1}{q^{n-1}}\frac{1}{1-qz},$$
$$f_n(z) = \frac{f(z)}{q^n} + \varphi_n(z).$$

Dans toute aire Δ ne contenant aucun des points q^k et $\frac{1}{q^k}$ ($k = 0, 1, \ldots, \infty$), $\varphi_n(z)$ tend uniformément vers zéro quand n grandit indéfiniment. En effet,

de l'inégalité

$$\left|\frac{1}{q^k}\frac{1}{1-q^{n-k}z}\right| < \left|\frac{1}{1-q^{n-k}z}\right|$$

résulte, la série $\sum \left|\frac{1}{1-q^i z}\right|$ étant uniformément convergente dans Δ, qu'on a, pour p choisi assez grand, et quel que soit $n > p$,

$$\sum_{k=n-p}^{n-1} \left|\frac{1}{q^k}\frac{1}{1-q^{n-k}z}\right| < \varepsilon,$$

ε étant choisi à l'avance arbitrairement petit.

Puis, p étant fixe, on peut choisir n assez grand pour que

$$\left|\frac{1}{1-q^n z} + \frac{1}{q}\frac{1}{1-q^{n-1}z} + \ldots + \frac{1}{q^{n-p-1}}\frac{1}{1-q^{p+1}z}\right| < \varepsilon,$$

ce qui entraîne

$$|\varphi_n(z)| < 2\varepsilon.$$

Dans toute aire Δ ne contenant aucun des points $q^{\pm k}$, $f_n(z)$ tend donc uniformément vers zéro avec $\frac{1}{n}$. Sur l'axe réel négatif [1], $f(z)$ tend vers zéro.

L'ensemble $\mathcal{E}_q$ ne se compose évidemment que des points isolés $q^{\pm k}$ et de leurs points limites o et ∞; c'est un ensemble fermé, non parfait. Dans les aires ω_0, $\omega_0 q$, $\omega_0 q^2$, ..., ω_0 étant une aire arbitrairement petite entourant un quelconque des points $q^{\pm k}$, $f(z)$ prend (une infinité de fois) toute valeur finie ou infinie, sans aucune exception.

On peut généraliser sans peine cet exemple de multiple façon en considérant des séries $\sum \frac{A_n}{a_n - z}$, souvent étudiées par les géomètres, notamment M. Borel.

---

[1] Et sur tout rayon distinct de l'axe réel positif.

POUSSÉE DES TERRES. — *Sur certaines solutions particulières du problème de l'état ébouleux, où le massif considéré comprend deux régions régies par des lois différentes.* Note [1] de M. G. GUILLAUMIN, présentée par M. J. Boussinesq.

I. Dans une précédente Note, nous avons montré les particularités que présentaient les conditions d'équilibre-limite sur une paroi rectiligne dans la recherche des solutions du problème de l'état ébouleux. Soit maintenant C une courbe quelconque sur laquelle nous supposerons donnés p et χ en fonction de l'arc s. Prenons la verticale descendante pour axe des x et soit ψ l'azimut de la tangente à C dans le sens des arcs croissants. Les équations qui déterminent, sur C, les dérivées partielles de p et χ sont les suivantes :

$$(1)\qquad (1+k\cos 2\chi)\frac{dp}{dx}+k\sin 2\chi\frac{dp}{dy}+2kp\left(\cos 2\chi\frac{d\chi}{dy}-\sin 2\chi\frac{d\chi}{dx}\right)=\Pi;$$

$$(2)\qquad k\sin 2\chi\frac{dp}{dx}+(1-k\cos 2\chi)\frac{dp}{dy}+2kp\left(\cos 2\chi\frac{d\chi}{dx}+\sin 2\chi\frac{d\chi}{dy}\right)=0;$$

$$(3)\qquad \frac{dp}{ds}=\frac{dp}{dx}\cos\psi+\frac{dp}{dy}\sin\psi;$$

$$(4)\qquad \frac{d\chi}{ds}=\frac{d\chi}{dx}\cos\psi+\frac{d\chi}{dy}\sin\psi.$$

Le déterminant Δ des coefficients des inconnues s'écrit

$$\Delta=2kp[\cos(2\chi-2\psi)-k].$$

Les données sont donc exceptionnelles si C forme surface libre, cas que nous laisserons pour le moment de côté, ou bien si l'on a

$$2\chi-2\psi=\varepsilon\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)+2h\pi;\qquad \varepsilon=\pm 1,$$

égalité qui caractérise l'équilibre-limite.

Si l'on admet l'existence, au voisinage de C, d'une intégrale (p,χ) dont les dérivées soient finies, on peut déduire aisément des équations ci-dessus une relation analogue à celle obtenue pour la solution Rankine-Lévy; cette

[1] Séance du 22 avril 1919.

relation s'écrit, tous calculs faits,

$$\frac{dp}{ds} - 2\varepsilon p \tan\varphi \frac{d\psi}{ds} = \Pi \frac{\cos(\psi - \varepsilon\varphi)}{\cos\varphi}. \tag{5}$$

Cette équation différentielle caractérise évidemment, à l'intérieur du massif, le double faisceau des lignes de glissement (ou de rupture) et elle a déjà été utilisée, à ce titre, par divers auteurs allemands ([1]). La solution simple de Rankine et Maurice Lévy correspond au cas où les lignes de glissement sont des droites ($\psi =$ const.).

Si donc, sur une courbe donnée, l'équilibre-limite est imposé, la pression moyenne y sera parfaitement déterminée (par l'équation différentielle ci-dessus) si l'on suppose, en outre, que les dérivées de p et χ soient continues; et la paroi appartiendra au double faisceau des lignes de glissement. Dans le cas contraire, la courbe donnée sera enveloppe d'un des systèmes de lignes de glissement, c'est-à-dire sera ligne de glissement singulière, et l'équation différentielle (5) ne sera plus satisfaite le long de la paroi. On vérifie bien, en effet, ces dernières propriétés sur le cas particulier indiqué au paragraphe III de notre précédente Note.

II. *Solutions de M. Boussinesq.* — Nous appellerons ainsi des solutions du problème de l'équilibre dans l'état ébouleux envisagées par M. Boussinesq dans l'étude du problème du mur ([2]). On peut définir ces solutions de la manière générale suivante. Soit une courbe C à l'intérieur du massif pulvérulent; supposons que nous sachions construire deux intégrales (p, χ), (p', χ'), la première définie dans la région du plan située au-dessus de C, la seconde définie dans la région du plan située au-dessous de C. L'ensemble de ces deux intégrales formera évidemment une solution du problème de l'équilibre dans l'état ébouleux si elles prennent les mêmes valeurs (p_0, χ_0) sur C, car elles se prolongent l'une l'autre. Il est presque évident, d'après ce qui a été dit plus haut, que ce prolongement ne sera possible que si l'équilibre-limite est réalisé le long de C, c'est-à-dire si cette courbe forme ligne de glissement commune aux deux solutions.

Soit en effet, par exemple, le cas où C est une droite que nous prenons

---

([1]) Voir notamment Kötter, *Zeitschrift für Architektur und Ingenieurwesen*, 1908.

([2]) *Annales scientifiques de l'École Normale supérieure*, 1917.

pour axe des x. On voit, d'après les équations (1) et (2) de notre précédente Note, que le système

$$\lambda k \sin 2\chi_0 + 2k\mu p_0 \cos 2\chi_0 = 0,$$
$$\lambda(1 - k\cos 2\chi_0) + 2k\mu p_0 \sin 2\chi_0 = 0$$

doit être vérifié pour des valeurs non nulles de λ et μ, ces quantités représentant les discontinuités de $\left(\frac{dp}{dy}\right)_0$ et $\left(\frac{d\chi}{dy}\right)_0$; cela revient bien à dire que l'équilibre-limite le long de Ox sera nécessairement réalisé. D'autre part, le rapport $\frac{\lambda}{\mu}$ devra évidemment vérifier l'égalité

$$\frac{\lambda}{\mu} = 2\varepsilon p_0 \operatorname{tang}\varphi,$$

résultat établi déjà par M. Boussinesq par une voie différente [1].

Ainsi les lignes de glissement, c'est-à-dire les courbes le long desquelles est réalisé l'équilibre-limite, sont les seules pouvant servir de *lignes de jonction* dans la construction des solutions de M. Boussinesq.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la décomposition de liquides diélectriques au sein desquels jaillit un arc.* Note de MM. **Ed. Urbain** et **Clair Scal**, présentée par M. Charles Moureu.

Nous avons eu besoin, au cours de recherches sur les réactions chimiques qui se produisent lors du passage des décharges électriques sous forme d'arc ou d'étincelles dans des milieux variés, de maintenir le passage du courant pendant des durées notables sans pouvoir recourir à un réglage mécanique.

Remarquant que le potentiel explosif est toujours supérieur au potentiel de passage, nous avons réalisé ces deux périodes successives par la superposition de deux courants électriques distincts : un courant d'allumage de durée très courte, mais créant entre les électrodes des différences de potentiel de l'ordre de plusieurs milliers de volts; et en second lieu un courant de beaucoup plus faible voltage, 500 volts à 110 volts, qui peut acquérir une intensité de plusieurs ampères lorsque le premier courant a rompu le diélectrique entre les électrodes.

---

(1) Mémoire des *Annales de l'École Normale*, p. 31.

Naturellement, la superposition des deux courants ne se fait que sur les électrodes. Les circuits respectifs, sauf une courte portion commune, sont absolument séparés.

Nous avons utilisé pour les hauts potentiels un courant de fréquence élevée, le courant de basse intensité étant continu ou alternatif ordinaire. Le circuit à haute fréquence est monté en Tesla. Pour éviter la mise en court-circuit du courant de basse tension par le secondaire du transformateur de haute fréquence, celui-ci est divisé en deux parties égales par un condensateur de capacité suffisante pour laisser sans perturbation la haute fréqnence, mais qui arrête complètement soit le courant continu, soit le courant à 42 périodes du secteur.

Ce condensateur ainsi placé présente en outre l'avantage, au point de vue de l'isolement des électrodes, de conserver la symétrie du montage bipolaire. Tout se passe effectivement comme si la spire médiane du secondaire était mise à la terre.

Deux selfs de 180^{mm} de diamètre, comprenant 100 tours de fil sur une seule couche chacune, et à l'intérieur desquelles nous avons introduit deux cylindres de tôle mince ouverts suivant une génératrice, empêchent les oscillations de la haute fréquence de se perdre dans le circuit de basse tension.

L'étincelle de haute fréquence employée pour l'allumage et l'entretien de l'arc ne représente pas plus de 2,5 pour 100 de l'énergie électrique consommée, elle n'entre presque pas dans le processus des réactions chimiques que l'on produit dans l'arc.

En effet, lorsqu'en utilisant ce dispositif on fait jaillir seulement l'étincelle de haute fréquence au sein d'un liquide diélectrique, on constate un dégagement gazeux insignifiant; au contraire, ce dégagement devient considérable lorsqu'un courant d'une intensité suffisante à basse tension s'y superpose.

Nous avons étudié des diélectriques liquides divers.

L'arc jaillissant au sein des tétrachlorures de titane, d'étain, de carbone, produit une décomposition profonde et un dégagement intense de chlore.

Dans les mêmes conditions avec les hydrocarbures liquides saturés, dégagement d'acétylène, d'éthylène, d'hydrogène et dépôt de charbon. Avec la benzine, production d'acétylène, d'éthylène et dépôt de charbon.

Avec le pinène, production des mêmes produits et formation dans le liquide de quantités notables d'isoprène. Avec les cétones, production d'oxyde de carbone et d'hydrocarbures divers.

M. le Professeur Grignard nous a signalé qu'il a été fait des recherches sur la décomposition électrique des huiles de pétroles au Mellon Institute de Pittsburg, mais dans des conditions très différentes en utilisant un arc fonctionnant sous un potentiel de 10000 volts.

Nous terminerons en remarquant :

1° Il est nécessaire d'employer des électrodes métalliques lorsqu'on étudie des diélectriques organiques. Le carbone qui se forme toujours au sein des liquides organiques soumis à l'arc se dépose sur les électrodes de charbon et ne tarde pas à créer un court circuit, au contraire, avec des électrodes métalliques, le charbon reste en suspension, et ne constitue aucune gêne même après plusieurs heures de marche.

2° Il existe deux régimes de décomposition des liquides organiques suivant que l'arc jaillit au sein du liquide maintenu à 15°C. ou suivant qu'il jaillit dans le liquide porté au voisinage de son point d'ébullition. Dans le premier cas, la décomposition est ménagée et suit un processus qu'on peut étudier; dans le deuxième cas, elle est très brutale, car l'arc s'enveloppe rapidement d'une gaine gazeuse, et ce n'est plus dans un liquide que l'arc jaillit mais dans des gaz, et la décomposition est alors toute différente.

CHIMIE MINÉRALE. — *Les azotures normaux de nickel et de cobalt.* Note de M. **A.-C. Vournasos**, transmis par M. A. Gautier.

L'azote ne semble avoir aucune affinité directe pour le nickel et le cobalt. Les recherches faites en vue d'obtenir les azotures de ces métaux par l'action de l'azote sur eux sont restées infructueuses. Par voie indirecte, le nickel seul donne certains composés de constitution anormale.

La réaction que j'ai appliquée en 1917 pour la préparation de l'azoture de glucinium [1] m'a permis d'obtenir également un azoture de nickel normal. Elle consiste dans l'oxydation du carbone d'un cyanure stable d'un métal, à l'aide de l'oxyde azoteux à une température plus ou moins élevée.

Au cours de mes expériences, j'ai pu constater que ladite oxydation du carbone cyané peut être obtenue aussi par l'oxygène de plusieurs oxydes métalliques à la température de l'arc électrique; le métal de l'oxyde réduit se combine alors à l'azote du cyanure et forme un azoture stable et pur,

(1) A.-C. Vournasos, *L'azoture de glucinium* (*Bull. Soc. chim.* 4e série, t. 21, p. 285).

surtout si l'on opère dans une atmosphère d'azote. Des essais exécutés avec le cuivre, le nickel et le cobalt ont ainsi donné les azotures normaux correspondants.

La combustion du cyanure métallique peut être alors représentée par l'équation ci-après où nous prenons comme oxyde comburant le protoxyde de nickel :

$$NiC^2N^2 + 2\,NiO = 2\,CO + Ni^3N^2.$$

Si la température ne dépasse pas 1000°, la réduction simple fournit le métal pur en quantité équimoléculaire :

$$NiC^2N^2 + 2\,NiO = 2\,CO + N^2 + 3\,Ni.$$

Mais si l'on chauffe rapidement à plus de 2000° le mélange des corps réagissants, la combinaison entre azote et nickel est totale.

Le cyanure de nickel qu'on fait réagir doit être complètement anhydre; dans ce but on chauffe le produit obtenu par précipitation de l'acétate de nickel, placé dans un tube de verre où passe un courant lent d'azote pur et sec et jusqu'à complet départ de la vapeur d'eau. En tous cas, la température de dessiccation ne doit pas être inférieure à 180° ni supérieure à 200°. Le cyanure anhydre de couleur jaune-brune est refroidi toujours dans l'azote sec puis mélangé avec le protoxyde de nickel préalablement séché dans le vide sulfurique. Le mélange se compose de 10 parties de protoxyde pour 7,4 de cyanure de nickel; il doit être aussi intime que possible et conservé au dessicateur.

La combustion s'opère dans un ballon de verre ovale et trois fois tubulé. Les deux ouvertures latérales portent chacune un bouchon percé de deux trous destinés à recevoir les deux électrodes de charbon aggloméré et les deux tubes pour l'entrée et la sortie de l'azote sec. La tubulure supérieure porte un petit tube en graphite qui conduit au-dessus du petit espace entre les deux électrodes où jaillit l'arc électrique.

On balaie d'abord le ballon par de l'azote pur et sec, puis on fait jaillir l'arc électrique sur lequel on projette par très petites proportions le mélange préparé, qu'on introduit par l'orifice du tube en graphite.

La réaction a lieu instantanément et l'azoture est obtenu sous forme d'une poudre légère de couleur grise foncée et qui n'est pas fusible à la température de l'expérience. Or, on peut la faire repasser par l'arc électrique sans la moindre décomposition.

L'azoture de nickel normal n'est pas magnétique; il brûle si on le chauffe dans une atmosphère d'oxygène et donne NiO et NO^2. Il est attaqué à chaud par le chlore en formant le $NiCl^2$, et aussi par les acides azotique et chlorhydrique. Il n'est pas à confondre avec les deux autres azotures de nickel :

le Ni^3N préparé par MM. Beilby et Henderson (1) par l'action de NH^3 sur du nickel divisé et chauffé au rouge, et le produit NiN^6 obtenu par MM. Curtius et Darapsky (2) par dissolution de $NiCO^3$ dans l'acide azothydrique.

L'azoture de nickel normal, que j'ai le premier obtenu, est inattaquable par l'eau à l'ébullition, mais il est décomposé par la soude caustique fondue en donnant du gaz ammoniac; l'analyse fournit 16,65 pour 100 NH^3, vis-à-vis de 86,28 pour 100 de nickel, ce qui conduit à la formule Ni^3N^2.

Azoture de cobalt. — Il est produit par l'arc voltaïque sur un mélange intime de 10 parties de CoO avec 7,4 parties de $Co(CN)^2$ séché comme il vient d'être dit. L'azoture de cobalt, Co^3N^2, constitue une poudre brune foncée légère, inattaquable par l'eau bouillante, mais décomposée par les acides azotique, chlorhydrique et sulfurique, et par la soude caustique fondue en dégageant du gaz ammoniac.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Dosage de l'oxychlorure de carbone contenu dans l'air à l'état de traces.* Note de MM. **André Kling** et **René Schmutz**, présentée par M. A. Haller.

Dans une Note précédente, nous avons montré que la caractérisation de l'oxychlorure de carbone, ainsi que sa fixation complète, pouvaient être réalisées par l'emploi de l'eau d'aniline saturée à froid et que, pour des atmosphères dans lesquelles la concentration en phosgène était de l'ordre de $\frac{1}{100000}$ (en volume), la formation du précipité était encore très nette.

Il nous reste à montrer comment la méthode de dosage, précédemment décrite, doit être appliquée en pareils cas, et quel degré d'exactitude on peut alors en attendre.

Ainsi que nous le rappellerons, on opère sur un volume de 1^l à 5^l du mélange gazeux qu'on fait barboter lentement dans 3^{cm^3} à 10^{cm^3} d'eau d'aniline (3). La quantité de diphénylurée formée peut être déterminée soit pondéralement soit colorimétriquement.

---

(1) Beilby et Henderson, *Chem. Soc.*, t. 79, p. 125.

(2) Curtius et Darapsky, *Journ. f. prakt. Chem.*, t. 61, p. 415.

(3) Pour les mélanges dans lesquels la concentration en $COCl^2$ dépasse 2 pour 100, il est nécessaire de placer un second barboteur identique à la suite du premier, afin de retenir les petites quantités de phosgène qui n'auraient pu être fixées par celui-ci.

Dans un cas comme dans l'autre, le précipité, détaché par agitation des parois du barboteur, est recueilli sur un tout petit disque de papier filtre appliqué sur un tortillon de fil de platine logé dans la douille d'un entonnoir de dimensions minuscules. Ce précipité est lavé, sur le petit filtre même, à quatre ou cinq reprises différentes avec la plus petite quantité d'eau possible, jusqu'à disparition de l'aniline et du chlorhydrate qui le souille, il est enfin séché à l'étuve à 50° ou 60°, pendant 2 heures, afin de le débarrasser des dernières traces d'aniline.

Dosage pondéral. — Si son poids est assez important pour pouvoir être déterminé à la balance avec une précision suffisante ($> 10^{mg}$), le précipité est dissous, sur le filtre même, avec de l'alcool bouillant. La solution alcoolique recueillie dans une petite capsule de platine tarée est évaporée au bain-marie à une température inférieure à son point d'ébullition; enfin, le résidu est séché à 50° ou 60° durant 2 heures, puis il est pesé. Du poids de diphénylurée trouvé on déduit celui de l'oxychlorure de carbone qui lui a donné naissance.

Dosage colorimétrique. — Si la quantité de diphénylurée précipitée est trop faible pour être pesée avec exactitude, on peut néanmoins l'apprécier indirectement en transformant cette urée en ammoniaque et en dosant colorimétriquement celle-ci à l'aide du réactif de Nessler.

A cet effet, au sortir de l'étuve, le disque de papier-filtre contenant la majeure partie du précipité est introduit dans un petit matras, puis arrosé de 4^{cm^3} d'acide sulfurique pur à 66° B. qu'on fait couler lentement le long des parois de l'entonnoir et sur le tortillon de fil de platine qui ont pu retenir des parcelles de diphénylurée. On ajoute au mélange 10^{mg} de sulfate de mercure et on le porte 2 heures à une température voisine de son point d'ébullition. La solution sulfurique est alors complètement décolorée. Après refroidissement, on étend le mélange de 20^{cm^3} d'eau distillée et on le fait passer dans un ballon de 200^{cm^3} contenant $0^g,25$ d'hypophosphite de soude dissous dans 100^{cm^3} d'eau, on lave à plusieurs reprises le matras, jusqu'à ce que le volume du liquide soit voisin de 150^{cm^3} et l'on procède enfin à la distillation de l'ammoniaque. Celle-ci s'effectue dans un appareil genre Aubin, de dimensions réduites, dans lequel l'ammoniaque est déplacée par 4^g de magnésie. On distille environ 70^{cm^3} du liquide entraînant la totalité de l'ammoniaque; les produits de la distillation sont reçus dans 25^{cm^3} d'eau additionnée de 1^{cm^3} de HCl $\frac{N}{10}$. On complète à 100^{cm^3} le volume du liquide distillé et l'on procède au dosage colorimétrique de

l'ammoniaque à l'aide du réactif de Nessler préparé quelques jours à l'avance.

Comme terme de comparaison, on emploie une solution de NH^4Cl à $0^g,324$ par litre, dont 1^{cm^3} correspond à $0^{mg},3$ de $COCl^2$ $\left(\frac{COCl^2}{2NH^4Cl} = \frac{99}{107}\right)$.

Pour l'exactitude de l'évaluation, il est nécessaire que les colorations à comparer ne soient pas trop intenses. Aussi, suivant les richesses en $COCl^2$ des atmosphères à analyser, devra-t-on opérer sur des prises d'essai de 10^{cm^3} à 50^{cm^3}. Ces prises seront disposées dans de gros tubes à essai (35^{mm} de diamètre) portant un trait de jauge limitant 50^{cm^3}. On complète, avec de l'eau distillée, le volume du liquide de chaque tube et on l'additionne de 2^{cm^3} de réactif de Nessler.

D'autre part, dans un tube identique, contenant 50^{cm^3} d'eau et 2^{cm^3} de réactif de Nessler, on ajoute goutte à goutte au liquide la solution titrée de NH^4Cl. S'il est nécessaire d'employer plus de 25^{cm^3} de cette solution pour atteindre l'égalité de coloration, on recommence la détermination, en réduisant dans les proportions convenables la prise d'essai du liquide à titrer.

On peut également opérer par comparaison avec une gamme de tubes renfermant des quantités croissantes de NH^4Cl et en utilisant un colorimètre plus ou moins rudimentaire.

Appliquant cette méthode à l'analyse d'atmosphères de teneurs bien connues en phosgène, nous avons obtenu les résultats suivants :

	$COCl^2$ (en milligramme par litre)	
	introduit.	trouvé.
1	0,22	0,20
2	0,22	0,22
3	0,38	0,35
4	0,44	0,41

Ainsi qu'on le voit, les nombres obtenus dans ces dosages ont été satisfaisants, quoique toujours un peu inférieurs aux nombres théoriques. Le léger déficit que l'on a constaté est bien moins imputable à la méthode analytique qu'à une action destructive exercée sur le phosgène par des traces d'humidité condensées à la surface des récipients contenant le mélange et agissant sur lui pendant la durée du prélèvement. On s'est rendu compte de ce fait en effectuant des prélèvements fractionnés d'heure en heure; leurs analyses ont fourni des teneurs régulièrement décroissantes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'acétylène monosodé sur quelques iodures d'alcools primaires à chaîne ramifiée.* Note de M. **Picon**, présentée par M. A. Haller.

Dans une Note parue récemment, nous avons montré que les éthers halogénés des alcools, en réagissant sur l'acétylène monosodé dissous dans l'ammoniac liquide, fournissaient soit des carbures acétyléniques vrais, soit des carbures éthyléniques, suivant qu'on emploie les dérivés des alcools primaires normaux ou ceux des alcools secondaires et tertiaires. Nous indiquerons aujourd'hui les résultats de nos essais avec les dérivés des alcools primaires à chaîne ramifiée.

L'iodure d'isobutyle ne réagit qu'à l'autoclave et à la température ordinaire. Les produits de la réaction sont de l'acétylène et de l'isobutylène. On trouve encore 1 pour 100 de carbure acétylénique vrai liquide dont la présence est certainement due à des traces d'impuretés contenues dans l'iodure d'isobutyle utilisé. La réaction est complète et le rendement de 95 pour 100.

L'iodure d'isoamyle commercial distillant de 144° à 145° sous la pression de 754^{mm} est un mélange contenant approximativement 75 pour 100 d'iodure d'isoamyle inactif et 25 pour 100 d'iodure d'isoamyle actif. Il faut donc s'attendre à ce que ce corps fournisse une réaction complexe. Celle-ci ne commence qu'à — 15°, mais elle est encore incomplète après trois heures à cette température ; toutefois, à ce moment, l'iodure d'isoamyle inactif est complètement transformé en un carbure acétylénique vrai, tandis que l'autre iodure est à peine attaqué.

Pour transformer entièrement l'iodure, il est nécessaire d'atteindre la température ordinaire. On obtient alors un carbure éthylénique distillant à 29° sous la pression normale. Ce point d'ébullition est voisin de celui du méthyl-2 butène-1 $CH^3-CH^2(CH^3)C=CH^2$, bouillant à 31°-32° et dérivant de l'iodure d'isoamyle actif $CH^3-CH^2-CH(CH^3)CH^2I$. Il est plus éloigné de celui du méthyle-2 butène-3 : $CH^3-CH(CH^3)CH=CH^2$, bouillant à 21°1-21°3 dérivant de l'iodure d'isoamyle inactif

$$CH^3-CH(CH^3)CH^2-CH^2I.$$

Le rendement en isoamylène correspond à 20 pour 100 de l'iodure employé.

Il se forme également de l'isoheptine, carbure acétylénique vrai bouillant de 92° à 93°. Le rendement est de 40 pour 100. On retrouve enfin un produit de condensation légèrement coloré en jaune ne se formant qu'à la température ordinaire.

L'iodure d'isoamyle commercial fournit donc, d'une part de l'isoheptine et un produit de condensation provenant de l'iodure d'isoanyle inactif, puis d'autre part de l'isoamylène dérivant de l'iodure actif.

Nous avons vérifié ces conclusions en examinant l'action de l'acétylène monosodé sur de l'iodure d'isoamyle inactif, préparé avec de l'alcool obtenu par synthèse au moyen d'iodure d'isobutylmagnésium d'éther et de trioxyméthylène.

En présence d'acétylène monosodé, cet iodure fournit de l'isoheptine avec un rendement de 70 pour 100 et un produit de condensation. Il ne se forme plus de carbure éthylénique.

Des expériences précédentes il est permis de conclure que l'acétylène monosodé réagit différemment sur les éthers iodhydriques des alcools primaires suivant que la chaîne carbonée du dérivé halogéné possède ou ne possède pas de ramification sur l'atome de carbone voisin de la fonction éther. Si cette ramification n'existe pas, c'est-à-dire si l'on peut représenter le dérivé halogéné par la formule générale suivante $R - CH^2 - CH^2X$, on obtient un carbure acétylénique vrai par fixation du radical $- C \equiv CH$. Si, au contraire, la ramification existe soit sur l'atome de carbone portant l'halogène, soit sur l'atome de carbone contigu, on obtient le carbure éthylénique provenant du dérivé halogéné employé par perte d'une molécule d'hydracide.

Dans chaque série, les réactions s'effectuent intégralement sans jamais se superposer à celles de l'autre série. La différenciation des deux modes d'action de l'acétylène monosodé s'établissant ainsi avec une grande netteté, nous avons cherché s'il était facile d'expliquer la formation de chacun de ces deux types de réaction.

Dans la formation des carbures acétyléniques vrais représentée par la formule $CH \equiv CNa + RI = NaI + R - C \equiv CH$, le mécanisme de la réaction paraît très simple. Un atome de sodium se combinant directement à un atome d'halogène, les deux restes de molécules carbonées libérées se soudent.

Si nous examinons maintenant la formation des carbures éthyléniques

$$CH \equiv CNa + R - CHR' - CH^2I = NaI + CH \equiv CH + R - CR' = CH^2;$$

on constate que l'acétylène monosodé agit comme le ferait de la soude.

Ceci nous a conduit à rechercher l'action de la présence de traces d'eau; celles-ci fournissant de la soude avec l'acétylène monosodé.

En effectuant plusieurs expériences avec l'iodure d'isobutyle en tube scellé dans lesquelles on s'est mis à l'abri de toute trace d'humidité, on a pu constater que la réaction est identique à celle qui se produit à l'autoclave en présence de traces d'eau.

Dans un autre essai, on a mis en présence d'iodure d'isobutyle et d'ammoniac liquide, de la soude caustique pulvérisée. La soude s'est montré inerte. Ce n'est donc pas la présence de traces d'eau ou de soude qui détermine la formation des carbures éthyléniques.

D'autre part, la réaction secondaire de l'ammoniac liquide sur l'iodure d'isobutyle pouvait-elle expliquer cette formation? Après 48^h de contact à la température ordinaire, un tiers de l'iodure est encore inattaqué. Les deux autres tiers fournissent 10 à 15 pour 100 d'isobutylène, près de 20 pour 100 d'iodhydrate de monoisobutylamine et 60 pour 100 d'un mélange d'amines libres.

La formation d'isobutylène est loin d'être intégrale comme en présence d'acétylène monosodé. Nous avons alors cherché si l'on pouvait obtenir de l'isobutylène par action de l'acétylène monosodé sur les produits formés par un contact préalable de 70 heures entre l'ammoniac et l'iodure d'isobutyle. Nous avons constaté que les amines ne réagissent pas et que, seul, l'iodure d'isobutyle non encore attaqué est transformé intégralement en isobutylène. D'autre part, l'acétylène monosodé ajouté disparaît complètement en réagissant sur l'iodure d'ammonium et l'iodhydrate de monoisobutylamine, et fournit de l'acétylène, de l'ammoniac et l'amine libre.

La formation de carbure éthylénique au moyen de l'acétylène monosodé et de certains dérivés halogénés n'est pas due à la présence de traces d'eau ni à la réaction secondaire entre le dissolvant et le dérivé halogéné. C'est, au contraire, une action bien spécifique.

MINÉRALOGIE. — *Sur la signification et le rôle de la lapiésation dans la désagrégation des roches granitiques en Portugal.* Note de M. **Ernest Fleury**, présentée par M. De Launay.

Dans plusieurs régions de la Meseta, les roches granitiques sont exceptionnellement découpées et parfois grossièrement sculptées comme si elles avaient été modelées par la lapiésation ou par les eaux courantes :

1° Entre Vimioso et Santo Adriao (Traz-os-Montes), des blocs irréguliers de 2^m

à 3m de hauteur, massifs ou rarement pédonculés et bien isolés les uns des autres sont groupés en un véritable *champ lapiaire* à sol relativement plat. Un autre champ de lapiés a été signalé par le Dr P. Choffat, entre la Borageira et le col de Leonte, dans le Gerez (¹).

2° Le cirque de Covão-de-Boi, des Cantaros (Serra de Estrëla), montre une magnifique série de *colonnes cylindriques* ou un peu plus larges au sommet qu'à la base et de blocs pédonculés de 2m à 5m de hauteur.

3° Aux Poios Brancos, sur le sommet plat de la berge droite du Zezere, en face des Cantaros, il y a plusieurs petits *massifs chaotiques* et diaclasés, encore bien groupés, quoique très espacés, de 4m à 10m de hauteur.

4° Dans presque toutes les serras granitiques, les blocs branlants, perchés, pédonculés ou en colonnes irrégulières ou bien massifs et chaotiques sont fréquents. Ils sont sporadiques, isolés ou parfois groupés sur des sols plats ou des pentes. Certains présentent des silhouettes d'animaux, de figures humaines, etc.

5° De grosses *cannelures* dirigées par la pente ou par des cassures apparaissent sur les gradins des versants du petit plateau du sommet de la Serra da Estrëla et sur quelques blocs des dômes chaotiques.

6° Les fines *sculptures* sont partout très rares. On peut en observer cependant sur un bloc isolé de granite grossier près da Lagoa Secca (Serra da Estrëla) et sur les syénites de Monchique.

7° Enfin, beaucoup de surfaces granitiques bien exposées aux actions atmosphériques, comme aussi la plupart des formes qui viennent d'être citées, ont des cavités rappelant les *écuelles lapiaires* et les *tafoni*.

Toutes ces formes sont dans des granites de composition variée, *mais à gros feldspaths très abondants*. La plupart sont enracinés et, pour l'ensemble, le déracinement indique un stade sénile. Leurs surfaces sont très rugueuses et sans traces d'usure; si les feldspaths sont altérés, la roche s'effrite et les grains de quartz sont en saillie; s'ils sont sains, ils forment les plus grosses aspérités et la roche est résistante.

Malgré plusieurs caractères morphologiques, il est impossible d'affirmer que ces formes ont été ébauchées par une usure tourbillonnaire des eaux courantes, comme l'admet M. E.-A. Martel pour celles des grès de Fontainebleau et du Dagota ou les calcaires des Causses (²). Elles s'expliquent faci-

(¹) P. Choffat, *Notes sur l'érosion en Portugal* (*Communicações do Serviço geol. de Portugal*, 1895-1896, t. 3, p. 22). Lisbonne.

(²) E.-A. Martel, *L'érosion des grès de Fontainebleau* (*Bull. des Services de la Carte géol. de la France*, t. 21, 1910, n° 127).

lement par *une désagrégation chimique dirigée ou influencée par certaines actions mécaniques.*

I. Dans les tranchées profondes des granites de Sintra et du Gerez ou des syénites de Monchique, on constate que la zone d'altération superficielle est souvent très épaisse et que sa base est généralement très irrégulière; elle s'enfonce surtout le long des cassures, laissant dans les *arènes éluviales* des parties en saillie ou des masses incomplètement transformées que le ruissellement et le ravinement peuvent dégager pour former des blocs enracinés ou des chaos de tassement.

II. Dans la Serra da Estrëla, les grandes dalles des granites dues à la desquamation, parfois facilitée par le dynamo-métamorphisme ancien, forment de larges gradins et plusieurs ont des réseaux très réguliers de cassures verticales bien entrecroisées. En dirigeant l'infiltration des eaux météoriques et en concentrant l'altération superficielle, ces cassures deviennent des zones d'altération qui s'enfoncent plus rapidement qu'elles ne s'élargissent. Le ruissellement et le ravinement peuvent ainsi dégager des formes enracinées qui représentent l'intérieur des mailles des réseaux de cassures.

La désagrégation chimique qui intervient est l'*arénisation;* elle agit surtout sur les feldspaths et aussi sur les micas et elle se rapproche de la lapiésation des calcaires en produisant des matériaux résiduels. Son activité est influencée par les facteurs pétrographiques et dirigée par les facteurs structuraux, par les diaclases primordiales de retrait et de consolidation des roches ou secondaires produites par éclatement, desquamation ou exfoliation sous l'influence du gel, de l'insolation et des variations de la température, ou encore par les phénomènes tectoniques.

Toutes les cassures ne jouent cependant pas le même rôle, parce que l'arénisation dépend de l'infiltration des eaux météoriques et de leur circulation souterraine.

Les colonnes de Covão de Boi rappellent celles des calcaires lapiésés de Pedra Furada ([1]); elles ont des cassures transversales horizontales et parallèles qui ne paraissent pas avoir dirigé l'arénisation tant que les eaux purent s'enfoncer rapidement. Les massifs chaotiques des Poios Brancos

---

([1]) E. Fleury, *Les lapiés des calcaires au nord du Tage.* (*Communicações do Serviço Geologico de Portugal*, 197, t. 12, Lisbonne).

ressemblent aux groupes lapiaires enracinés sur des socles; ils ont des fissures à peine ouvertes et d'autres qui sont très élargies. Quand aux blocs a silhouettes étranges ou perchés, pédonculés, etc., si fréquents dans les sierras granitiques, ils s'expliquent encore par un agrandissement inégal de fissures et de cassures.

Cette arénisation dirigée peut être considérée comme une forme de lapiésation des roches de composition hétérogène et peu solubles; elle laisse des matériaux résiduels grossiers et produit parfois des modelés à caractères lapiaires, mais elle utilise davantage l'altération et la désagrégation que la dissolution. C'est une action très générale qui est particulièrement active dans les régions de forte dénudation. Il convient de distinguer une *arénisation phanérogène* se réalisant à l'air libre, aidée par le ruissellement et le ravinement et une *arénisation cryptogène* effectuée en profondeur sous des matériaux détritiques éluviaux ou aluviaux, comme pour la lapiésation des roches solubles. Ses matériaux résiduels diffèrent nettement des *terra rossa* des calcaires, mais ils présentent aussi des types variés suivant leur évolution.

L'usure par les eaux, qui produit parfois des formes plus ou moins comparables, n'intervient cependant dans l'arénisation que comme facteur secondaire, au même titre que les agents atmosphériques : son action est plus localisée.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la prévision des variations barométriques.* Note de M. **Gabriel Guilbert**, présentée par M. R. Bourgeois.

MM. Dunoyer et Reboul [1] ayant étudié nos bases de prévision, nous croyons devoir rappeler les principes essentiels de notre méthode :

1° *Les vents convergents, anormaux par excès, déterminent la hausse du baromètre et détruisent les cyclones;*

2° *Les vents divergents, inversement, produisent la baisse du baromètre et créent les dépressions barométriques;*

3° *La pression se dirige, de la droite vers la gauche des vents, dans le sens même de la normale aux isobares.*

L'énoncé de ces trois principes nous paraît exempt de toute ambiguïté.

Nous avons formulé ces principes dès 1891; ils nous ont permis d'établir

[1] Voir *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 356.

dès cette date des prévisions relatives aux variations de pression. A cette époque, et même encore en 1906, comme nous l'avons montré dans notre Ouvrage : *Nouvelle méthode de prévision du temps*, Paris, 1909, la science météorologique considérait le vent, au point de vue de la prévision, « comme aussi inutilisable que possible. » Au contraire, nous avons affirmé que *le vent est le maître de la pression ; qu'il comble ou creuse le cyclone ; qu'il en détermine la vitesse et la trajectoire ; qu'il commande à toutes les variations barométriques.*

Les lois que rappellent MM. Dunoyer et Reboul sur la trajectoire des bourrasques sont donc les nôtres et nous ne pensons pas qu'aucun auteur en ait formulé de semblables, au moins antérieurement à 1891.

L'expression de vents *divergents*, selon nous, ne saurait être remplacée par celle de « vents d'appel », proposée par MM. Dunoyer et Reboul.

D'ailleurs, cette expression de « vents d'appel » nous appartient au même titre que nos lois sur les variations barométriques. Elle figure dans notre règle n° 14, comme synonyme de vents divergents. Dans la discussion des exemples cités dans notre Ouvrage de 1909, nous parlons des « centres d'appel », des « zones d'appel », des « régions d'appel ».

L'expression de « vents divergents », à notre avis, n'offre pas plus d'obscurité que celle de « vents convergents ». Des savants étrangers ont parfaitement admis l'une comme l'autre et ont déclaré ces expressions « claires par elles-mêmes ».

Rien de plus simple que la définition des vents divergents : « Ce sont des vents, dont la composante, loin d'être centripète dans l'orbite d'un cyclone, devient centrifuge par rapport au centre tourbillonnaire ».

Il n'y a ici rien d'anormal dans la circulation atmosphérique.

Il ne faut pas croire que l'existence d'un *seul* vent divergent sur une carte isobarique soit sans importance. Nous avons tenu pour considérables, dans toute prévision, ces anomalies apparentes.

Ce vent divergent, en effet, n'apparaît unique sur les cartes isobariques, que par suite de l'absence d'autres stations dans la région géographique considérée. Le cas du 11 novembre 1905, qui nous a été si injustement reproché par des savants français, est typique à cet égard. A cette date, Carlsruhe *seul*, sur la carte du Bureau Central météorologique de France, notait un vent de NW : Pourquoi ? Parce que *seule* station figurant sur toute l'Allemagne du Sud. Et, en effet, sur les cartes allemandes, plus de *dix* stations de l'Allemagne du Sud enregistraient à la même heure et comme Carlsruhe, des vents de NW.

Il suffit de resserrer davantage les postes d'observation, comme l'a fait durant la guerre le bureau météorologique militaire, pour voir l'objection disparaître.

MM. Dunoyer et Reboul ont étudié l'application de « notre règle » des vents divergents sur les cartes de l'année 1904.

Il peut y avoir ici une certaine confusion entre nos règles 14, 15, 16, car MM. Dunoyer et Reboul ne citent pas la règle qu'ils ont voulu vérifier.

La trajectoire des bourrasques, dans notre méthode, est déterminée par l'examen des régions de « moindre résistance ». Nous ne trouvons pas cette expression dans le travail inséré dans les *Comptes rendus*. Et cependant, la notion de « moindre résistance » est capitale dans l'étude des vents divergents.

C'est pour cette raison, sans doute, que MM. Dunoyer et Reboul, n'ont trouvé pour notre règle qu'une proportion de succès de 70 pour 100. Or, le pourcentage de nos règles 14, 15 ou 16, relatives aux vents divergents et à la région de moindre résistance, n'est pas inférieur à 95 pour 100 de succès.

Il n'y a rien d'aléatoire, — nos prévisions passées ou présentes nous donnent la possibilité de l'affirmer, — dans l'emploi de nos multiples règles sur les vents divergents.

Nous envisagerions autrement que MM. Dunoyer et Reboul l'établissement d'un « coefficient de certitude ».

Nous nous baserions plutôt sur l'importance des anomalies. Ainsi, lorsqu'un vent, de force normale, comporte une vitesse de 6^m par seconde et qu'en réalité, cette vitesse atteint 12^m, la hausse barométrique consécutive sera beaucoup plus assurée que si l'excès de vent ne dépassait que de 1^m ou de 2^m la vitesse normale.

Plus l'importance de l'anomalie serait considérable, et plus la proportion de succès deviendrait meilleure. Mais il faut bien se garder de placer, sur le même rang, les cas simples et les cas complexes; les certains et les douteux; les anomalies importantes et celles à peine sensibles. Le coefficient de certitude doit se distinguer d'un pourcentage de succès ou d'une proportion d'erreurs.

L'application de cette méthode eut peut-être modifié le pourcentage des tableaux présentés par MM. Dunoyer et Reboul.

Le vent du Nord ne donnerait d'après ces Tableaux qu'une proportion de succès de 50 pour 100. Or c'est, selon nos travaux, le vent divergent le plus actif; le vent d'appel le plus énergique.

MM. Dunoyer et Reboul ont constaté d'ailleurs d'excellents résultats dus à nos règles sur les vents divergents.

Des vents de NNW, régnant sur l'Écosse, et divergents par rapport à une dépression sur l'Islande, ont déterminé, écrivent-ils, des *changements de temps* FOUDROYANTS en Lorraine.

Rien ne prouve mieux l'utilité des applications de nos principes de prévision du temps par les vents divergents, dont la direction NW est de toutes la plus importante, la plus riche en succès.

GÉOLOGIE. — *Nouvelles observations sur le système d'accidents géologiques appelé* Faille des Cévennes. Note de M. **Paul Thiéry**, présentée par M. Pierre Termier.

Quand on examine la feuille *Alais* de la Carte géologique de la France au $\frac{1}{80000}$, on remarque, dans la région située entre Alais et Saint-Ambroix, que l'Infra-crétacé est limité, au Nord-Ouest, par un certain nombre de fractures, parfois discontinues, plus ou moins parallèles entre elles : la plus méridionale a été souvent nommée *Faille des Cévennes*. Tous les auteurs qui ont étudié la géologie du Gard se sont occupés de ce système d'accidents, mais ils l'ont interprété de façons très diverses : les uns ont voulu tout expliquer par des failles d'affaissement; les autres y ont vu des indices de charriages. Il ne semble pas que Fabre, l'auteur de la feuille *Alais*, ait pris parti nettement dans cette controverse. Il s'est contenté de limiter, aussi bien qu'il l'a pu, les divers étages, et son travail, extrêmement consciencieux, est souvent très voisin de la perfection.

J'étudie, depuis quelques mois, les abords de la route nationale n° 104, entre Rousson et Saint-Ambroix; j'ai pu, dans cette région de la *Faille des Cévennes*, faire de nombreuses observations qui précisent, parfois corrigent, les anciennes données et semblent ne pouvoir s'expliquer que par la théorie du charriage. J'ai constaté, en de nombreux points :

1° De fréquents contacts anormaux : Berriasien et Valanginien sur Séquanien, Rauracien, Oxfordien, Callovien, Bajocien ; Charmouthien sur Trias [1]; Bajocien supérieur (calcaire à entroques) sur Toarcien, Char-

---

[1] Aucun auteur n'a signalé de fossiles dans le Trias du département du Gard : j'ai recueilli des articles d'*Encrinus liliiformis* dans le Muschelkalk de Saint-Jean-de-Valériscle (Couze) et aux Salles-du-Gardon (entre le Mazel et les Oules), associés

mouthien, Sinémurien, etc.; la surface de contact est, en général, horizontale; parfois, elle est plus ou moins inclinée; mais cette inclinaison, toujours faible, due à des ondulations postérieures à la superposition des couches, n'implique nullement l'existence d'une faille d'affaissement;

2° Que la ligne réunissant les points de contact anormaux identiques est toujours sinueuse;

3° Que les assises subissent souvent d'importantes réductions d'épaisseur : au Mas Dieu, par exemple, le Trias, d'une puissance normale de 250^m, n'a plus que quelques mètres, entre le Houiller et le Lias;

4° Que les couches marneuses de l'Oxfordien et du Callovien sont violemment laminées;

5° Que des *boutonnières* apparaissent fréquemment, montrant, dans la déchirure d'une assise, un terrain différent de celui qui devrait se présenter si la succession des couches était normale : Bajocien dans Oxfordien, à Lagardie; Charmouthien dans Callovien, à Larnac; Trias dans Hettangien supérieur, au sud de Couze;

6° Qu'il existe des superpositions anormales : Bajocien sur Callovien (Mas la Panse, puits des Mages, Larnac); Charmouthien sur Bajocien (entre la Mathe et le Mas Mathieu); Hettangien sur Hettangien ([1]).

Les lacunes et les réductions d'épaisseur sont trop fréquentes et trop importantes pour que l'on puisse les expliquer par l'érosion; les boutonnières et les superpositions anormales ne sont pas de celles dont on puisse rendre compte par des failles d'affaissement : la coexistence de ces anomalies, leur fréquence, leur constance, pour mieux dire, impliquent nécessairement des déplacements horizontaux relatifs et sont caractéristiques d'une série sédimentaire affectée par un charriage.

Le pays alaisien compris entre la bordure tertiaire et une ligne *sinueuse* allant de Mercoirol à Pierremorte est constitué par un système *d'écailles*, séparées les unes des autres par des surfaces de friction, peu inclinées sur l'horizon, dont chacune est un lieu de déplacement relatif, ou une faille de charriage. La ligne sinueuse qui limite au Nord-Ouest ce paquet d'écailles

---

à *Myophoria Goldfussi*, *Myophoria elegans*. Je possède un échantillon de *Lingula sp.* (?) provenant des marnes irisées de Notre-Dame de Laval (Mas de la Tuilière).

([1]) Cette anomalie, visible à Saint-Jean-de-Valériscle, sur le chemin du Mas de Valz, est facile à reconnaître, l'Hettangien inférieur (zone à *Psiloceras planorbe*) étant très fossilifère.

ou, si l'on veut, cette nappe fragmentée, est elle-même l'affleurement d'une surface de charriage, séparant la nappe du pays autochtone. Si l'on tient à garder le nom de *Faille des Cévennes*, c'est à cette ligne sinueuse, seulement, qu'il faut l'appliquer. Les autres lignes de discontinuité ne sont que des traces d'accidents secondaires.

Il n'est que juste de dire que la conclusion ci-dessus est celle même que MM. P. Termier et G. Friedel, dans une course commune faite en octobre 1918, m'avaient indiquée comme la plus vraisemblable; elle est conforme aux vues d'ensemble de Marcel Bertrand [*Bassin du Gard* (*Annales des Mines*, t. 17, 1900, p. 616)].

PARASITOLOGIE. — *Sur une nouvelle Coccidie parasite de la Truite indigène.* Note de MM. **L. Léger** et **E. Hesse**, présentée par M. Edmond Perrier.

Peu de Coccidies ont été jusqu'ici signalées dans les Poissons d'eau douce et aucune n'est connue dans les Salmonides. Toutes les Coccidies actuellement décrites chez les Poissons sont d'ailleurs d'une remarquable uniformité et appartiennent aux Eiméridées octozoïques tétrasporées. Labbé cependant les a réparties en deux genres principaux : le genre *Goussia* à paroi kystique grêle, sans reliquat, à spores s'ouvrant en deux valves et dont la maturation s'effectue dans l'hôte, et le genre *Coccidium* (= *Eimeria*) à paroi kystique épaisse, avec reliquat, à spores sans valves visibles et à sporulation exogène. Cette distinction nous semble fragile et trop souvent inapplicable car, dans la plupart des cas, il est impossible de voir comment s'ouvrent les spores et, d'autre part, nous savons qu'il y a des *Eimeria* mûrissant dans l'hôte. Ne voulant pas entreprendre ici une revision de ces deux genres, nous placerons, au moins provisoirement, la Coccidie que nous avons découverte dans la Truite dans le genre *Goussia* en raison de sa faible taille, de sa paroi kystique mince, sans reliquat et de sa maturation dans l'hôte, bien que nous n'ayons pu observer la déhiscence des spores. Nous désignerons cette nouvelle espèce sous le nom de *Goussia trutæ* n. sp.

Siège. — Nous avons observé cette Coccidie dans les Truites sauvages (*Salmo fario*) d'un torrent des environs de Grenoble, le Furon, au voisinage de son embouchure dans l'Isère. Les sujets examinés, presque tous

parasités, avaient en moyenne 20^{cm} de long et ne montraient aucun trouble pathologique. Les parasites étaient cependant nombreux dans l'épithélium des cæcums pyloriques et du début de l'intestin grêle, le plus souvent logés à la base des cellules, au-dessous du noyau. Les stades observés en février étaient des ookystes mûrs ou en voie de sporulation; puis quelques rares macrogamètes et un ou deux éléments représentant peut-être des microgamétocytes. Nous n'avons pu voir de schizogonie, ce qui nous porte à penser que celle-ci est peut-être saisonnière (été) ou bien s'effectue dans un autre hôte. Quoi qu'il en soit, à la fin de l'hiver, le tube digestif élimine de nombreuses spores mûres encore groupées par quatre qui doivent servir à l'infection exogène.

Description. — Les macrogamètes adultes sont des corps sphériques de 10^{μ} à 12^{μ} avec un noyau central et quelques grains chromatoïdes épars. A la maturité sexuelle le noyau gagne la périphérie. On trouve ensuite des stades à noyau étiré en fuseau et correspondant sans doute à la fécondation.

Les très rares stades que nous interprétons avec doute comme microgamétocytes sont des éléments sphériques couverts de nombreux petits noyaux virguliformes comme on en observe chez les *Eimeria*. Mais nous n'avons pas eu la chance d'observer les microgamètes complètement développés. Par contre, nombreux sont les stades d'ookystes en voie de sporulation : stades à 2 puis à 4 noyaux avec une mince membrane protectrice; puis stades à 4 sporoblastes en croix, d'abord sphériques puis peu à peu ovoïdes allongés. Plus nombreux encore sont les ookystes mûrs dans l'épithélium et dans la lumière intestinale où ils tombent par dislocation des cellules.

Ces ookystes, sphériques, ont une paroi frêle incolore, qui à la maturité se moule souvent sur les spores, ce qui la rend difficile à voir.

Il n'y a pas de reliquat kystique et les spores mûres, devenues ovoïdes, quittent leur disposition primitive en croix pour se placer parallèlement ou d'une façon irrégulière.

Les spores, toujours au nombre de quatre, sont ovoïdes allongées, à paroi tout à fait transparente et sans ligne valvaire distincte. Cette paroi présente ordinairement un épaississement chromophile en calotte à l'un des pôles qui paraît alors plus élargi que l'autre. Chaque spore renferme à maturité deux sporozoïtes recourbés en U avec un reliquat ovoïde, granuleux, central.

Diagnose. — *Goussia truttæ* n. sp. Ookyste sphérique de 12^{μ}, à paroi frêle, hyaline, renfermant quatre spores dizoïques, ovoïdes allongées de 8^{μ}

sur $4^{\mu},20$ montrant un épaississement en calotte à l'un des pôles. Pas de reliquat kystique. Maturation dans l'épithélium intestinal de l'hôte.

Habitat. — Cæcums pyloriques et intestin grêle de *Salmo fario*. Cours d'eau du bassin de l'Isère, près Grenoble.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la coordination des caractères morphologiques et des mouvements des molaires des éléphants et des mastodontes.* Note de **M. Sabba Stefanescu.**

Par cette coordination j'entends que les caractères qui nous servent à préciser la position de gauche ou de droite, supérieure ou inférieure des molaires, sont produits par les mouvements que ces mêmes molaires accomplissent. Or, le seul mouvement de progression des molaires, « suivant un grand arc de cercle » connu pour les auteurs qui m'ont précédé, ne peut pas produire ni l'incurvation des molaires, ni l'érosion différente de leurs faces de trituration. Mes recherches à ce sujet m'ont conduit à la conclusion que *les molaires des éléphants et des mastodontes ne progressent pas suivant des grands arcs de cercles, mais suivant d'autres courbes, et que pendant leur progression elles accomplissent, simultanément, un mouvement de torsion sur elles-mêmes.*

I. Les trajectoires des molaires des *éléphants* et des *mastodontes* sont des courbes moins régulières que les arcs de cercles, allongées et symétriques, celles des molaires supérieures à concavités internes, celles des molaires inférieures à concavités externes. Les deux trajectoires d'un même côté de la tête ne sont pas superposables, car leurs parties postérieures divergent beaucoup et leurs parties antérieures s'entre-croisent légèrement; par conséquent, *les molaires qui se trouvent ou qui arrivent dans les parties antérieures des trajectoires s'entre-croisent en x*, comme il résulte de ce qui suit :

J'ai calqué les faces de trituration des molaires de lait $m\frac{2}{2}$ et $m\frac{3}{3}$ du squelette d'une tête d'un jeune *Elephas indicus;* j'ai tracé ensuite la ligne médiane de chacune de ces faces de trituration (ligne qui, chez les molaires supérieures, est une courbe à concavité interne, et chez les molaires inférieures une courbe à concavité externe) et après avoir superposé les dessins de manière à imiter la réalité, j'ai remarqué que les lignes médianes

mentionnées s'entre-croisaient en x, ce qui veut dire que les molaires s'entre-croisaient elles-mêmes. D'autres observations m'ont conduit au même résultat.

II. Les faces de trituration des molaires sont modifiées par l'érosion due aux mouvements du maxillaire inférieur. Au point de vue des modifications qu'ils impriment aux faces de trituration, les plus importants des mouvements de ce maxillaire sont les mouvements postéro-antérieures et antéro-postérieures. Par suite du mode d'articulation du condyle, ces mouvements se font dans la direction de la diagonale qui unit les angles postéro-interne (PI) et antéro-externe (AE) de la face de trituration des molaires inférieures. Cette direction est indiquée naturellement par les rayures qui sillonnent le cément de la partie postérieure de la face de trituration de ces molaires; la direction de ces rayures est parallèle à la diagonale PI — AE, que je désigne, conventionnellement, sous le nom de *diagonale d'usure*, pour la distinguer de la diagonale PE — AI, que j'appelle *diagonale de résistance*. Chaque diagonale de la face de trituration des molaires inférieures coïncide avec la diagonale de nom contraire et s'entre-croise avec la diagonale de même nom des molaires supérieures.

Par d'autres procédés, je suis arrivé au même résultat : ni la face de trituration des molaires inférieures n'est régulièrement concave, ni celle des molaires supérieures n'est régulièrement convexe, mais la première est tordue suivant la diagonale d'usure PI — AE, tandis que la dernière est tordue suivant la diagonale d'usure PE — AI. Le sens de la torsion de l'une et de l'autre est différent, car la face de trituration des molaires inférieures est inclinée vers l'intérieur à sa face postérieure, et vers l'extérieur à sa partie antérieure, tandis que la face de trituration des molaires supérieures, inversement, est inclinée vers l'extérieur à sa partie postérieure et vers l'intérieur à sa partie antérieure. Ces connaissances nous permettent donc de comprendre, pourquoi le cément qui remplit les vallées qui séparent les lames des dernières vraies molaires d'*Elephas africanus* est plus profondément érodé sur le bord postéro-externe des molaires supérieures et sur le bord postéro-interne des molaires inférieures, que sur leurs bords opposés.

III. Non seulement la face de trituration, mais aussi la couronne tout entière des molaires est tordue. Il suffit de regarder une troisième molaire inférieure de *Mastodon arvernensis* ou d'*Elephas meridionalis* pour s'en convaincre. La torsion de la couronne est la conséquence du *mouvement de*

torsion qu'accomplit la molaire pendant sa progression d'arrière en avant, ce qui résulte des observations suivantes :

a. Les lames postérieures des germes des dernières vraies molaires inférieures d'*Elephas indicus* sont inclinées vers l'intérieur, les lames du milieu sont redressées, tandis que les lames antérieures sont inclinées vers l'extérieur. Pendant la progression de la molaire, les lames du milieu s'inclinent vers l'extérieur et les lames postérieures à leur tour, d'abord se redressent et ensuite s'inclinent vers l'extérieur.

b. La couronne du germe des dernières vraies molaires inférieures de *Mastodon angustidens* n'est pas horizontale dans son alvéole, par rapport à la direction du maxillaire, mais elle est inclinée vers l'intérieur de la bouche, à sa partie postérieure plus qu'à sa partie antérieure, ce qui veut dire qu'elle est tordue. La torsion s'est accomplie suivant la diagonale d'usure PI-AE, comme chez les molaires des *éléphants*.

Si l'on met une pareille couronne de germe de molaire de *Mastodon angustidens* ou de *M. tapiroides*, sans racines, sur une table, la base en bas, on s'aperçoit que seulement trois de ses quatre angles, à savoir : ou les angles PI, AI et AE, ou les angles PI, PE et AE touchent la table. Dans les deux cas, les angles de la diagonale d'usure PI-AE sont en contact avec la table, tandis que les angles de la diagonale de résistance PE-AI, dans aucun des cas, ne le sont pas à la fois, et ils ne peuvent pas l'être, parce qu'ils sont tous les deux relevés, l'un (PE) pour se renverser vers l'intérieur, l'autre (AI) pour se renverser vers l'extérieur.

Le sommet de la couronne, c'est-à-dire la face de trituration non entamée par l'érosion, est tordu dans le même sens que la base.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Oxydation simultanée du sang et du glucose.* Note de M. R. Fosse, présentée par M. E. Roux.

Nous avons établi que les aliments que l'homme consomme le plus abondamment, les hydrates de carbone, possèdent la faculté d'engendrer l'urée par oxydation en présence de l'ammoniaque [1].

Lorsqu'on brûle du glucose par voie humide, en présence d'ammoniaque, celle-ci ne saurait échapper à l'obligation de former de l'urée, même si cette

---

[1] R. Fosse, *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1448.

base n'existe qu'à l'état de traces (1^{cg}) ou à la dilution de 1^{cg} par litre [1]. De là résulte l'existence probable d'une relation insoupçonnée entre deux importantes fonctions de la physiologie animale, la glycogénèse et l'uréogénèse. Les expériences qui suivent confirment encore cette hypothèse.

1. *L'aptitude du glucose à produire l'urée n'est pas moins remarquable, lorsqu'on provoque son oxydation en présence de la substance mère de l'ammoniaque dans l'organisme, l'albumine elle-même.*

Tandis que le rendement en urée dans l'oxydation des albuminoïdes seuls est assez faible, il s'élève à des valeurs considérables, si, dans des conditions convenables, on oxyde simultanément les protéiques du sang et le glucose.

Ici, encore, on constate la formation d'un terme intermédiaire uréogène, *l'acide cyanique*, découvert par nous dans les produits d'oxydation des substances organiques [2].

2. *Le rendement en urée, formée par oxydation du sang additionné de glucose, s'accroît, dans certaines limites, avec la proportion de glucose et d'oxygène consommés.*

Expérience I. — Dans un vase cylindrique de 1^{l}, contenant le sang, le permanganate de potassium pulvérisé et assez d'eau pour rendre le mélange fluide, on laisse écouler goutte à goutte et en agitant, une solution de glucose à $\frac{1}{10}$ jusqu'à destruction complète du per-sel.

				Urée xanthylée pour 10^{cm} de liqueur		Urée par litre de sang	
Sang.	Glucose.	MnO^4K.	Filtrat et eaux de lavage.	avant chauffage.	après chauffage avec NH^4Cl.	avant chauffage.	après chauffage avec NH^4Cl.
cm	g	g	cm	g	g	g	g
10	0,8	20	100	0,028	0,103	4	14,7
10	2	30	150	0,016	0,094	3,4	20,1

Expérience II. — Même mode opératoire. Titres du sang par litre : N, $31^{g},78$; urée, $0^{g},307$; azote de l'urée, $0^{g},14$.

---

(1) R. Fosse, *Annales de l'Institut Pasteur*, t. 30, 1916, p. 667 et 672.

(2) R. Fosse, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 320.

Sang.	Glucose.	MnO^4K.	Filtrat et eaux de lavage.	Urée xanthylée pour 10^{cm^3} de liqueur: avant chauffage.	Urée xanthylée pour 10^{cm^3} de liqueur: après chauffage avec NH^4Cl.	Urée par litre de sang: avant chauffage.	Urée par litre de sang: après chauffage avec NH^4Cl.	$\frac{\text{N, urée (1)}}{\text{N, total du sang}} \times 100$.
cm³	g	g	cm³	g	g	g	g	g
10......	1,4	20	150	0,008	0,052	1,71	11,14	16,3
10......	2,3	30	150	0,0146	0,0665	3,12	14,25	20,9
20......	3,2	37	250	0,021	0,1075	3,75	19,19	28,2

3. La quantité d'urée formée s'élève encore pour atteindre 40^g par litre de sang, et dépasser singulièrement ainsi le titre des urines humaines les plus riches en urée, si l'on opère ainsi qu'il suit :

Proportion des réactifs :

Sang de l'expérience précédente, dilué à $\frac{1}{5}$.......	5^{cm^3}
MnO^4K pulvérisé..........................	4^g
Solution de glucose $D = 1,090$.................	$1^{cm^3},9$

Mode opératoire. — Dans un vase conique de 150^{cm^3} environ, contenant le sang et MnO^4K, mêlés et préalablement portés, durant quelques minutes, dans un bain d'eau à 80°, on introduit, hors du bain, goutte à goutte et en agitant, la solution de glucose. Après destruction complète du per-sel, addition d'eau, de chlorure d'ammonium et chauffage, 1^h vers 95°, on traite le résidu presque sec par de l'acide acétique à 66 pour 100, essore et lave avec le même réactif, de manière à obtenir environ 50^{cm^3} de liqueur, à laquelle on ajoute, en deux fois, 4^{cm^3} de xanthydrol méthylique à $\frac{1}{10}$.

$$CO\left[NH-CH\left\langle{C^6H^4 \atop C^6H^4}\right\rangle O\right]^2 \text{ (après 4-6 heures)} = 0^g,283.$$

D'où urée, pour 1^l de sang : $40^g,4$.

---

(1) Une partie de l'azote de l'urée provient du chlorure d'ammonium ajouté.

PARASITOLOGIE. — *Action toxique comparée de quelques substances volatiles sur divers insectes.* Note de M. **Gabriel Bertrand** et Mme **M. Rosenblatt**, présentée par M. Marchal.

Nous avons appliqué la méthode décrite antérieurement par l'un de nous [1], à propos de l'action toxique exercée par la chloropicrine sur les insectes, à la mesure de l'activité de plusieurs substances volatiles déjà employées ou susceptibles d'être employées pour la destruction de quelques uns de ces animaux parasites.

Nos recherches ont porté comparativement sur des substances appartenant aux anesthésiques (l'éther, le chloroforme, le sulfure et le tétrachlorure de carbone), aux lacrymogènes (la monochloracétone et le bromure de benzyle, aux substances à la fois lacrymogènes et suffocantes (le nitrochloroforme ou chloropicrine) et aux substances purement toxiques (l'acide cyanhydrique).

Elles ont été effectuées principalement sur une espèce de chenille : la livrée des arbres ou larve de *Bombix neustria* L., que nous avons pu nous procurer en quantité suffisante, sur des ormes, à proximité du laboratoire. Mais, autant que le nombre des individus dont nous disposions nous l'a permis, nous avons étendu nos recherches à la pyrale de la vigne, à l'eudémis de la grappe, à une espèce de noctuelle et à la larve de tenthrède du peuplier.

Les parasites ont été soumis à l'action des mélanges titrés d'air et de vapeur pendant une durée qui était en général de 10 minutes, mais qui a été portée dans certains cas à une demi-heure et à 1 heure. C'est en multipliant les expériences avec des mélanges de concentration variée et en notant les effets produits que nous avons déterminé la valeur toxique relative des diverses substances énumérées plus haut.

Voici, brièvement résumés, les résultats que nous avons obtenus en opérant sur la livrée des arbres.

L'*éther* n'est pas très actif. A la dose de 0g,50 par litre, il ne détermine encore, après 10 minutes, qu'une anesthésie momentanée : sur trois chenilles adultes, une s'est

---

[1] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 742-744. A la fin de la troisième ligne de la page 744, au lieu de : selles, il faut lire : sols.

ranimée un quart d'heure après la sortie du flacon, les deux autres après un demi-heure. Ces chenilles ont tissé leur cocon respectivement après 4 jours, 5 jours et 7 jours.

Le *chloroforme* est un peu plus actif que l'éther. Après avoir subi son action pendant 10 minutes à la concentration indiquée ci-dessus, trois chenilles se sont ranimées au bout de 55 minutes. Deux jours après, elles étaient encore vivantes, mais peu mobiles. Une exposition d'un quart d'heure à la concentration de 5^{mg} à 10^{mg} par litre suffit toutefois pour atteindre une légère anesthésie.

Le *sulfure de carbone* est nettement plus toxique que l'éther et le chloroforme. Après 10 minutes d'exposition dans une atmosphère à $0^{g},50$ par litre, trois chenilles sont restées immobiles pendant plusieurs jours; elles semblaient mortes, mais réagissaient au toucher par de faibles mouvements. Après 5 jours, deux ont tissé leur cocon; la troisième était morte.

Le *tétrachlorure de carbone* se comporte à peu près comme le chloroforme; il semble toutefois qu'une dose un peu plus élevée soit nécessaire pour obtenir les mêmes effets.

La *monochloracétone* est beaucoup plus active que les substances précédentes. On peut déjà tuer les larves par une exposition de 10 minutes dans une atmosphère qui renferme seulement quelques centigrammes de liquide volatil par litre.

Le *bromure de benzyle* détermine, à la concentration de quelques centigrammes par litre, une excitation passagère et de vives contorsions. Au point de vue toxique, il se place entre le sulfure de carbone et la monochloracétone.

La *chloropicrine* présente une activité encore plus grande que la monochloracétone, car une exposition de 10 minutes dans une atmosphère renfermant quelques milligrammes par litre peut suffire à provoquer la mort plus ou moins tardive des larves.

L'*acide cyanhydrique* se range à côté de la chloropicrine, mais il est plutôt un peu moins toxique. A de faibles concentrations, auxquelles la chloropicrine semble d'abord sans effet, il provoque une anesthésie ou paralysie complète des chenilles pouvant faire croire à la mort, mais après quelque temps les animaux se raniment et reprennent peu à peu leurs fonctions. Il faut des doses un peu plus fortes que celles de chloropicrine pour entraîner la même mortalité.

Comme nous l'avons mentionné au commencement de cette Note, nous avons étendu nos recherches à trois autres chenilles et à une larve d'hyménoptère. Dans la mesure où le nombre des individus disponibles a permis de multiplier les expériences, il n'est pas apparu de différence profonde dans la toxicité d'une même substance pour diverses espèces ([1]) et le classement de ces substances est resté identique. Il est probable, d'après ces

---

([1]) Peut-être dans le rapport du simple au double.

premières constatations, que les résultats obtenus avec la livrée des arbres sont déjà susceptibles d'une assez grande généralisation. En tout cas, ils font ressortir le grand pouvoir parasiticide de la chloropicrine, au moins égal en pratique à celui de l'acide cyanhydrique, et donnent une idée de la proportion suivant laquelle on pourrait remplacer les substances examinées les unes par les autres en vue de diverses applications.

COMITÉ SECRET.

La Commission chargée de présenter une liste de candidats à l'une des places de Membres de la Division des Applications de la Science à l'Industrie, présente, par l'organe de M. le Président, la liste suivante :

En première ligne	M. Hilaire de Chardonnet
En deuxième ligne, ex æquo, par ordre alphabétique	MM. Georges Claude Maxime Laubeuf Louis Lumière Maurice Prud'homme Charles Rabut

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1919 (*suite et fin*).

Observatoire de Zikawei. *La température en Chine et à quelques stations voisines, d'après des observations quotidiennes compilées* par H. Gauthier; t. I : Introduction. Tableaux quotidiens (janvier-avril); — t. II : Tableaux quotidiens (mai-septembre); — t. III : Tableaux quotidiens (octobre-fin). — Appendice. T'Ou-Sè-Wè, près Changhaï, Imprimerie de la mission catholique, 1918; 3 vol. 31^{cm},5. (Présentés par M. Bigourdan.)

Travaux et Notices publiés par l'Académie d'agriculture de France, t. I. Paris, Académie d'agriculture, 1918; 1 vol. 22^{cm},5.

Bref och Skrifvelser af och till Carl von Linné, med understöd af Svenska Staten utgifna af Upsala Universitet; första afdeningen, del VII. Upsala, A. B. Akademiska Bokhandeln, 1917; 1 vol. 24^{cm},5.

Canada. Ministère des Mines. Commission géologique. Mémoire 92 : *Étude d'une partie de la région du lac Saint-Jean, Québec*, par John A. Dresser;—Mémoire 98 : *Gisements de magnésite du district de Grenville, comté d'Argenteuil, Québec*, par M. E. Wilson. Ottawa, Imprimerie du gouvernement, 1918; 2 fasc. 25^{cm}.

Annuaire astronomique et météorologique pour 1919, par Camille Flammarion. Paris, Flammarion, 1919; 1 vol. 18^{cm}.

Subsidios para o estudo das relações exteriores de Portugal em seguida á restauração (1640-1649), por Carlos Roma da Bocage, vol. I. Lisboa, Academia das sciencias, 1916; 1 vol. 23^{cm}.

Boletim bibliográfico da Academia das sciências de Lisboa, segunda série, vol. II, fasc. 1. Coimbra, imprensa da universidade, 1918; 1 fasc. 30^{cm}.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE MARS 1919.

Leçons de calcul des probabilités faites à l'Université de Gand de 1846 à 1890, par EMMANUEL-JOSEPH BOUDIN, publiées avec des notes et additions par PAUL MANSION. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1916; 1 vol. 25cm.

Société de Pathologie exotique. *Bulletin*, t. XI, 1918. Paris, Masson, 1918; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Laveran.)

Congrès de l'Étang et de l'élevage de la Carpe. Mémoires et comptes rendus publiés par LOUIS ROULE et ERNEST POHER. Paris, au Secrétariat du Congrès, 1919; 1 vol. 25cm. (Présentés par M. Edmond Perrier.)

Le Choléra, par H. VIOLLE. Préface de M. E. ROUX. Paris, Masson, 1919; 1 vol. 24cm,5. (Présenté par M. Roux.)

Ambulance de « L'Océan », La Panne. Travaux publiés, sous la direction du Dr A. DEPAGE, par les Drs A.-P. DASTIN et G. DEBAISIEUX; t. I, fasc. I et II; t. II, fasc. I. Paris, Masson, 1917-1918; 3 vol. 25cm.

Création d'un centre mondial de communication, par OLIVIA CUSHING ANDERSEN et ANDRIK CHRISTIAN ANDERSEN. *Science positive du gouvernement*, par UMANO; *les avantages économiques*, par JEREMIAH W. JENKS. Rome, chez les auteurs, 1918; 1 vol. 46cm,5.

ERRATA.

—

(Séance du 14 avril 1919.)

Note de M. *Fred Vlès*, Sur la transmission des émulsions de bactéries et d'hématies :

Page 794, formule (1), *au lieu de* $(Cn^{-1} + D)$, *lire* $(Cv^{-1} + D)$.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 MAI 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. ÉMILE PICARD informe l'Académie que, sur l'invitation de la Section des Sciences de l'Académie Royale de Belgique, la Conférence interalliée des Académies scientifiques, agissant comme Conseil international de recherches, se réunira à Bruxelles les 16 juillet prochain et jours suivants.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la mesure des classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de déterminant donné.* Note de M. G. HUMBERT.

1. *Objet de la Note.* — Eisenstein (¹) et Stephen Smith (²) ont fait connaître des formules simples pour exprimer la mesure (ou densité) de l'ensemble des classes quadratiques ternaires, positives et proprement primitives, ayant des *invariants*, Ω et Δ, donnés; il était naturel de chercher à en déduire la mesure de l'ensemble des classes analogues pour lesquelles le *déterminant*, $\Omega^2\Delta$, est donné. Stephen Smith ne semble pas s'être préoccupé de ce problème; Eisenstein s'est contenté, dans l'avertissement mis en tête de la Table numérique qu'il a publiée au tome 41 du *Journal de Crelle*, de donner, sans démonstration, des formules applicables seulement à des cas particuliers et dont il ne ressort aucune loi simple; c'est qu'en effet, comme

---

(¹) *Journal de Crelle*, t. 35.

(²) *Phil. Transactions*, 1867, et *Œuvres*, t. 1, p. 506. — Voir aussi BACHMANN, *Arithm. des formes quadratiques*, p. 196.

nous le verrons plus bas, la formule générale se présente sous une forme assez compliquée. Mais si, en partant de cette formule, on s'inspire d'une méthode de Dirichlet, on voit les résultats se simplifier et l'on arrive à une proposition assez élégante, relative à la mesure des classes, *primitives ou non*, de déterminant donné.

2. *Formule initiale.* — D'après Stephen Smith, la mesure de l'ensemble des classes ternaires, positives et proprement primitives, d'invariants Ω et Δ *impairs*, est la suivante

$$\mathrm{M}(\Omega, \Delta) = \frac{\Omega\Delta}{24}(2-\lambda)\,\Pi_r\left[1-\frac{1}{r^2}\right]; \tag{1}$$

r désignant tout nombre premier, supérieur à 1, divisant à la fois Ω et Δ; quand à λ, il se calcule ainsi : soit posé $\Omega = \Omega_1\,\omega^2$, $\Delta = \Delta_1\,\delta^2$, où ω^2 et δ^2 sont les plus grands carrés divisant Ω et Δ; soit (Ω, Δ) le plus grand commun diviseur de Ω et Δ; on prend $\lambda = \frac{1}{\Omega_1\Delta_1}$, ou $\lambda = 0$, selon que $\Omega_1\Delta_1$ est premier ou non à (Ω, Δ).

Pour en déduire la mesure, $\mathfrak{M}(\mathrm{D})$, des classes proprement primitives de *déterminant impair* D, il suffit de faire la somme des quantités $\mathrm{M}(\Omega, \Delta)$, pour toutes les valeurs positives entières de Ω, Δ, vérifiant la relation $\Omega^2\Delta = \mathrm{D}$.

Prenons d'abord, au second membre de (1), le terme indépendant de λ; il donne, dans $\mathfrak{M}(\mathrm{D})$, le terme $\mathfrak{M}_1(\mathrm{D})$, défini par

$$\mathfrak{M}_1(\mathrm{D}) = \frac{2\mathrm{D}}{24}\sum\frac{1}{\Omega}\prod_r\left(1-\frac{1}{r^2}\right). \tag{2}$$

Soit posé, en mettant les facteurs premiers en évidence,

$$\mathrm{D} = p^\alpha p'^{\alpha'}\ldots,\qquad \Omega = p^\rho p'^{\rho'}\ldots,\qquad \Delta = p^{\alpha-2\rho}\ldots\qquad \left(0 \leq \rho \leq \frac{\alpha}{2},\ \ldots\right).$$

On voit aisément que, au second membre de (2), la somme Σ se met sous la forme d'un *produit*, portant sur les p, p', ...; le facteur de ce produit qui correspond au facteur p est le suivant :

1° α *impair*. Alors ρ va de 0 à $\frac{\alpha-1}{2}$, et le facteur cherché est

$$1+\left(1-\frac{1}{p^2}\right)\left[\frac{1}{p}+\frac{1}{p^2}+\ldots+\frac{1}{p^{\frac{\alpha-1}{2}}}\right],$$

le terme 1 étant celui qui correspond à $\rho = 0$. Si l'on somme la progression géométrique, l'expression précédente prend la forme

$$1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^{\frac{1}{2}(\alpha+1)}} - \frac{1}{p^{\frac{1}{2}(\alpha+3)}}.$$

2° α *pair*. Alors ρ va de 0 à $\frac{\alpha}{2}$, et l'on trouve, par un calcul semblable, l'expression

$$1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^{\frac{1}{2}(\alpha+2)}}.$$

On a dès lors, en supposant $D = p^\alpha p'^{\alpha'} \ldots$,

$$(3) \qquad \mathfrak{M}_1(D) = \frac{D}{12} \prod_p \left[1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} - \mu_\alpha\right],$$

μ_α étant égal à $p^{-\frac{1}{2}(\alpha+2)}$, si α est pair, et à $p^{-\frac{1}{2}(\alpha+1)} + p^{-\frac{1}{2}(\alpha+3)}$, si α est impair.

Considérons maintenant, au second membre de (1), le terme en λ; il donne, dans $\mathfrak{M}(D)$, le terme $\mathfrak{M}_2(D)$ défini par

$$(4) \qquad \mathfrak{M}_2(D) = -\frac{D}{24} \sum_{\rho, \rho', \ldots} \frac{1}{p^\rho p'^{\rho'} \ldots} \lambda \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\left(1 - \frac{1}{p'^2}\right) \cdots$$

Si $\rho = 0$ ou $\frac{\alpha}{2}$, le facteur $\left(1 - \frac{1}{p^2}\right)$ doit être remplacé par 1; quant à λ, on peut l'écrire, d'après sa définition,

$$\lambda = \frac{l}{p^h} \frac{l'}{p'^{h'}} \cdots$$

l étant 1 ou 0, selon que $\Omega_1 \Delta_1$ et (Ω, Δ) ne contiennent pas ou contiennent simultanément le facteur p, et p^h étant la plus haute puissance de p qui figure dans $\Omega_1 \Delta_1$.

Il résulte de là que la somme Σ qui figure au second membre de (4) est un *produit* portant sur les $p, p', \ldots$, et dans lequel nous allons chercher le facteur qui correspond à p.

1° α *impair*. Si ρ est pair, Ω_1 ne contient pas p et Δ_1 le contient à la puissance *un*; (Ω, Δ) le contient, sauf si $\rho = 0$. Dès lors l est nul, sauf si $\rho = 0$; h est alors égal à 1, d'où le terme *unique* $\frac{1}{p}$. Si ρ est impair, on a toujours 0.

2° *α pair*. On est conduit à distinguer deux sous-cas, $\alpha = 4\beta$ et $\alpha = 4\beta + 2$, et l'on examine successivement ρ pair et ρ impair.

Dans le premier sous-cas, on trouve, pour le facteur qui correspond à p,

$$1 + \frac{1}{p^{2\beta}} + \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^4} + \ldots + \frac{1}{p^{2\beta-2}}\right);$$

et dans le second,

$$1 + \left(1 - \frac{1}{p^2}\right)\left(\frac{1}{p^2} + \frac{1}{p^4} + \ldots + \frac{1}{p^{2\beta}}\right) + \frac{1}{p^{2\beta+2}},$$

c'est-à-dire *dans les deux cas* $1 + \frac{1}{p^2}$.

On a donc, étant toujours posé $D = p^\alpha p'^{\alpha'} \ldots$,

$$\mathfrak{M}_2(D) = -\frac{D}{24}\prod_p \begin{cases} \frac{1}{p} & \text{si } \alpha \text{ impair}, \\ 1 + \frac{1}{p^2} & \text{si } \alpha \text{ pair}. \end{cases} \tag{5}$$

$\mathfrak{M}_1(D)$ et $\mathfrak{M}_2(D)$ étant alors donnés par (3) et (5), on écrira

$$\mathfrak{M}(D) = \mathfrak{M}_1(D) + \mathfrak{M}_2(D); \tag{6}$$

ce qui est la formule assez compliquée dont nous avons parlé plus haut.

3. *Formule définitive*. — Considérons maintenant toutes les classes *ternaires positives*, *proprement primitives*, *de déterminant impair*, et choisissons, par classe, *une* forme : par exemple, la *réduite unique* R correspondante

$$R = ax^2 + a'y^2 + a''z^2 + 2b''xy + 2b'zx + 2byz;$$

soit k le nombre de ses transformations en elle-même, linéaires, à coefficients entiers et de déterminant $+1$; le déterminant est

$$aa'a'' + 2bb'b'' - ab^2 - a'b'^2 - a''b''^2,$$

ce que nous écrirons plus brièvement $aa'a'' + \ldots$.

Cela posé, considérons la somme (où s désigne une constante)

$$\mathbf{S}\frac{1}{k}\frac{1}{[aa'a''+\ldots]^s} \tag{7}$$

étendue à toutes les réduites R.

Dans cette somme, un terme M^{-s}, où M est un entier positif, impair, donné, figure avec un coefficient égal à la *mesure* des classes positives, proprement primitives, de déterminant M, c'est-à-dire avec le coefficient $\mathfrak{M}(M)$.

On a donc une équation dont le premier membre est la somme (7), et dont le second est la somme

$$\sum \frac{1}{M^s} \mathfrak{M}_1(M) + \sum{}' \frac{1}{M^s} \mathfrak{M}_2(M), \tag{8}$$

étendue aux valeurs entières, positives, impaires de M.

Prenons d'abord, dans (8) la première somme, $\sum$, *multipliée par* 12. Remplaçant M par $p^\alpha, p'^{\alpha'}, \ldots$, on la met sous forme de produit, portant sur *tous* les nombres premiers *impairs*, $p, p', \ldots$; pour le terme qui répond à p, on trouve, en partant de (3) et supposant successivement $\alpha = 2\beta$ et $2\beta + 1$, l'expression

$$1 + \sum_{\beta=1}^{\infty} \frac{1}{p^{2\beta(s-1)}} \left[1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^{\beta+1}}\right] + \sum_{\beta=0}^{\infty} \frac{1}{p^{(2\beta+1)(s-1)}} \left[1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} - \frac{1}{p^{\beta+1}} - \frac{1}{p^{\beta+2}}\right],$$

c'est-à-dire, après sommation des progressions géométriques,

$$\left(1 - \frac{1}{p^{3s}}\right) : \left(1 - \frac{1}{p^{s-1}}\right)\left(1 - \frac{1}{p^{2s-1}}\right).$$

Dès lors, la somme $\sum$, dans (8), a pour expression

$$\sum = \frac{1}{12} \prod_p \frac{1 - \frac{1}{p^{3s}}}{\left(1 - \frac{1}{p^{s-1}}\right)\left(1 - \frac{1}{p^{2s-1}}\right)}, \tag{9}$$

le produit étant étendu à *tous* les nombres premiers p' impairs (supérieurs à 1).

On opérera de même sur la seconde partie, $\sum'$, de (8), en utilisant (5); le calcul est plus simple et conduit, pour $\sum'$, à l'expression

$$\sum{}' = -\frac{1}{24} \prod_p \frac{1 - \frac{1}{p^{3s}}}{\left(1 - \frac{1}{p^{s}}\right)\left(1 - \frac{1}{p^{2s-2}}\right)}. \tag{10}$$

Transformant les seconds membres de (9) et (10) d'une manière bien connue, on trouve

$$\sum + \sum' = \frac{1}{12} \frac{\sum \frac{1}{n^{s-1}} \sum \frac{1}{n^{2s-1}}}{\sum \frac{1}{n^{3s}}} - \frac{1}{24} \frac{\sum \frac{1}{n^{s}} \sum \frac{1}{n^{2s-2}}}{\sum \frac{1}{n^{3s}}};$$

n, dans ces nouvelles sommes $\sum$, parcourant *tous* les entiers *positifs impairs*.

Égalant maintenant cette dernière expression à la somme (7) et chassant le dénominateur $\sum n^{-3s}$, on obtient la relation finale

$$24 \mathop{\mathrm{S}} \frac{1}{k} \frac{1}{(\mathrm{A A' A''} + \ldots)^s} = 2 \sum \frac{1}{n^{s-1}} \sum \frac{1}{n^{2s-1}} - \sum \frac{1}{n^s} \sum \frac{1}{n^{2s-2}}.$$

Au premier membre, la somme porte sur toutes les réduites $\mathrm{A}x^2 + \ldots$ ternaires, positives, de déterminant impair, *primitives ou non*, mais *propres*, c'est-à-dire que A, A', A'', B, B', B'' peuvent avoir un facteur impair commun, mais A, A' et A'' ne sont pas pairs simultanément. Cette introduction des formes non primitives provient de ce que, après la multiplication par $\sum n^{-3s}$, les $a, a', \ldots, b''$ sont remplacés par $na, na', \ldots, nb''$, où n est *impair*.

Quant à k, il désigne évidemment encore le nombre des transformations (linéaires, de déterminant $+1$) de la forme $\mathrm{A}x^2 + \ldots$ en elle-même.

Au second membre enfin, n parcourt tous les entiers positifs *impairs*.

4. *Corollaire*. — Égalons, dans les deux membres de la relation précédente, les coefficients des termes en D^{-s}, où D désigne un entier positif impair quelconque ; nous voyons que :

La mesure de l'ensemble des classes ternaires positives, primitives ou non, mais propres, de déterminant impair donné, D, *est égale à* $\frac{1}{24}\Sigma(2nn' - n'^2)$, *la somme* Σ *s'étendant aux décompositions en facteurs* $\mathrm{D} = nn'^2$, *où* n *et* n' *sont entiers et positifs.*

On reconnaît aisément que cette règle est d'accord avec les règles particulières formulées par Eisenstein (*Crelle*, t. 41, p. 152) pour la mesure des classes *primitives* : par exemple, si D n'est divisible par aucun carré (autre

que 1), les décompositions nn'^2 se réduisent à une seule, $D = D.1^2$, et la mesure ci-dessus est $\frac{1}{24}(2D-1)$; or, en ce cas, toutes les classes de déterminant D sont proprement primitives, et Eisenstein indique précisément, pour leur mesure, le nombre $\frac{1}{24}(2D-1)$.

Même vérification de la formule donnée par Eisenstein dans le cas de $D = q^3$, où q désigne un nombre premier impair, etc.

Soit enfin $D = 81$; les classes, primitives ou non, de ce déterminant sont, outre les classes proprement primitives pour lesquelles les Tables numériques d'Eisenstein indiquent la mesure 138 : 24, les classes proprement primitives de déterminant 3, après multiplication des coefficients par 3. Pour ces classes, les Tables donnent la mesure 5 : 24. Au total, la mesure visée dans notre Corollaire est donc $\frac{143}{24}$.

Or les décompositions nn'^2 de 81 sont

$$81 = 81.1^2 = 9.3^2 = 1.9^2,$$

d'où, pour $\Sigma(2nn' - n'^2)$, la somme :

$$(2.81-1)+(2.9.3-9)+(2.9-81),$$

qui est bien 143.

HYDRODYNAMIQUE. — *Sur les tourbillons d'une veine fluide.* Note de M. L. Lecornu.

Beltrami a recherché en 1889 (*Rendiconti del reale Istituto lombardo*) s'il est possible que, dans le mouvement d'un fluide, les lignes de flux, c'est-à-dire les courbes partout tangentes aux vitesses, coïncident avec les lignes de tourbillon et il a fourni divers exemples permettant de répondre affirmativement. Il a cité, entre autres, la solution suivante, qui est applicable à un tuyau cylindrique. Soient u, v, w les composantes de la vitesse en un point et α, β, γ celles du tourbillon, l'axe du tuyau étant pris pour axe des z. En appelant r la distance à cet axe, k une constante, Z une fonction arbitraire de z et du temps, et posant

$$u = -ky, \quad v = kx, \quad w = \sqrt{Z - 2k^2r^2},$$

on trouve

$$\frac{\alpha}{u} = \frac{\beta}{v} = \frac{\gamma}{w} = \frac{k}{\sqrt{Z - 2k^2 r^2}}.$$

La coïncidence des deux genres de lignes se trouve ainsi réalisée. Elles appartiennent à des cylindres de révolution autour de l'axe des z.

Beltrami a fait voir aussi que si, comme nous le supposerons désormais, le mouvement est permanent, en sorte que les lignes de flux ne diffèrent pas des trajectoires, le rapport λ existant entre le tourbillon et la vitesse varie, le long de chaque trajectoire, proportionnellement à la densité. Cette propriété, déduite par lui d'un calcul assez compliqué, résulte immédiatement de ce que, pour chaque filet de trajectoires, on a, en appelant σ la section du filet, ρ la densité, V la vitesse et Ω le tourbillon, les deux équations

(1) $\rho V \sigma = \text{const.}$ (équation de continuité),

(2) $\Omega \sigma = \text{const.}$ (propriété connue des tourbillons).

Enfin, on doit également à Beltrami la remarque que la permanence d'un mouvement dans lequel la fonction $H = \frac{V^2}{2} + \int \frac{dp}{\rho}$ (où p désigne la pression, supposée dépendre uniquement de la densité) a partout la même valeur exige que, s'il y a des tourbillons, les lignes de tourbillon se confondent avec les trajectoires.

Ceci rappelé, considérons une veine sortant, à l'état permanent, d'un réservoir dans lequel le fluide demeure sensiblement en équilibre, et supposons les pertes de charge négligeables. La fonction H est, on le sait, constante sur chaque trajectoire. Comme, à l'intérieur du réservoir, elle a partout même valeur, nous nous trouvons précisément dans le cas envisagé par Beltrami. Il est vrai que l'absence de tourbillons dans le réservoir devrait, d'après le théorème de Lagrange, entraîner leur absence dans la veine. Mais, dans le réservoir, les vitesses ne sont qu'approximativement différentes de zéro, et, dès lors, rien ne s'oppose à ce qu'il existe également, dans ce réservoir, des tourbillons très lents prenant ensuite, dans la veine, des valeurs appréciables. On peut même affirmer que, si les tourbillons ne sont pas rigoureusement nuls dans le réservoir, ils deviennent importants, dans la veine, au même titre que les vitesses, puisque le rapport $\lambda = \frac{\Omega}{V}$ varie, sur chaque filet, comme la densité, laquelle demeure supérieure à une limite non nulle. La facilité bien connue avec laquelle naissent des tour-

billons au contact d'un fluide avec une paroi porte d'ailleurs à croire que l'absence absolue de tourbillons dans le réservoir est, pratiquement, irréalisable.

Nous sommes ainsi conduits à dire que le genre de mouvement permanent étudié par Beltrami, loin de présenter un caractère exceptionnel, doit être celui que possède toute veine sortant d'un réservoir.

Il est à noter que le rapport λ est entièrement défini par la forme des trajectoires. Si l'on désigne en effet par a, b, c les cosinus directeurs de la tangente à la trajectoire, au point de coordonnées x, y, z, on a

$$u = a\mathrm{V}, \qquad v = b\mathrm{V}, \qquad w = c\mathrm{V},$$

d'où

$$2\alpha = \frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial u}{\partial y} = \mathrm{V}\left(\frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial b}{\partial z}\right) + c\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial y} - b\frac{\partial \mathrm{V}}{\partial x}$$

et deux équations analogues en α, β, γ. Formant alors la combinaison

$$2(\alpha a + \beta b + \gamma c),$$

puis remplaçant α, β, γ par $\lambda\mathrm{V}a$, $\lambda\mathrm{V}b$, $\lambda\mathrm{V}c$, il vient

$$(3) \qquad 2\lambda = a\left(\frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial b}{\partial z}\right) + b\left(\frac{\partial a}{\partial z} - \frac{\partial c}{\partial x}\right) + c\left(\frac{\partial b}{\partial x} - \frac{\partial a}{\partial y}\right).$$

V a disparu, ce qui établit la proposition.

L'équation (3) montre que λ s'annule chaque fois que les trajectoires sont normales à une suite continue de surfaces. C'est ce qui arrive, en particulier, pour une veine parcourant un tuyau de révolution, quand les trajectoires sont situées dans les plans méridiens et symétriquement distribuées autour de l'axe. Si cette circonstance se présentait, la veine serait dépourvue de tourbillons et, comme nous avons dit plus haut qu'il y a toujours des tourbillons, nous devons conclure que jamais les trajectoires circulant symétriquement dans un pareil tuyau ne sont situées dans les plans méridiens.

Nous pouvons ajouter que la symétrie du mouvement autour de l'axe entraîne, pour chaque trajectoire, la constance du moment de la vitesse par rapport à cet axe, car on sait que, dans un mouvement doué d'une pareille symétrie, le moment de la vitesse est constant pour chaque ligne de tourbillon, confondue ici avec une trajectoire.

La quantité figurant au second membre de l'équation (3) a une signification géométrique qui a été jadis signalée par Joseph Bertrand, et qui est la suivante : à partir du point considéré M, portons deux longueurs égales

et infiniment petites $MM' = MM'' = \varepsilon$ dans deux directions perpendiculaires à la tangente MT à la trajectoire et perpendiculaires entre elles. Soient i', i'' les angles que forment respectivement avec les plans M'MT, M''MT les tangentes en M' et M'' aux trajectoires passant par ces deux points. La quantité dont il s'agit est égale à $\frac{i'-i''}{\varepsilon}$.

Dans un étranglement de la veine, tel que celui qui se produit au col d'une tuyère, on peut admettre que tous les filets présentent un minimum de section. Comme le rapport λ varie proportionnellement à la densité, il présente ou non en cet endroit un minimum, suivant que la vitesse du son ne se trouve pas ou se trouve atteinte (je signale en passant que dans le paragraphe final de ma Note du 10 mars *Sur l'écoulement des fluides*, on lit au sujet de la densité précisément le contraire : le reste de la Note montre bien qu'il y a là un lapsus). De son côté, la vitesse V possède ou non un maximum à la traversée du col suivant qu'elle n'atteint pas ou qu'elle atteint la vitesse du son. Pareille distinction ne s'applique pas au tourbillon Ω : car, d'après l'équation (2), cette quantité varie toujours en raison inverse de σ, et, par suite, possède toujours un maximum au passage du col.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des métaux divisés sur les vapeurs de pinène.* Note (¹) de MM. **Paul Sabatier, Alph. Mailhe** et **G. Gaudion.**

L'action d'une température élevée sur les vapeurs de pinène a été l'objet d'études assez nombreuses. Berthelot, en les faisant passer dans un tube chauffé au rouge, a obtenu un grand nombre d'hydrocarbures, parmi lesquels il a caractérisé le benzène, le toluène, le métaxylène, la naphtaline, l'anthracène (²).

Schultz, qui se servait d'un tube en fer, a obtenu les mêmes produits et a constaté en outre la présence de phénanthrène et de méthylanthracène (³).

En opérant également dans un tube en fer, mais à température moins élevée atteignant à peine le rouge visible, Tilden a constaté la formation de gaz riche en hydrogène chargé de vapeurs de pentène ou de pentadiène.

(¹) Séance du 5 mai 1919.

(²) Berthelot, *Ann. Chim. Phys.*, 3e série, t. 39, 1858, p. 5, et 4e série, t. 16, 1869, p. 165.

(³) Schultz, *Berichte*, t. 10, 1877, p. 114.

4000$^{cm^3}$ de pinène lui ont donné 2775$^{cm^3}$ de liquide. La différence, qui représentait environ 30 pour 100 du pinène traité, correspondait à la formation des produits gazeux et des matières goudronneuses déposées dans le tube. Ce liquide, qui bouillait depuis 30° jusqu'au delà de 200°, est inactif sur la lumière polarisée : ses portions les plus volatiles sont constituées par des carbures C^5H^8, tels que l'*isoprène*.

Le reste est formé de divers hydrocarbures aliphatiques, surtout non saturés, de terpènes inactifs isomères du pinène et bouillant au-dessus de 170°, et enfin de carbures aromatiques, benzène, toluène, xylène et surtout cymène : l'ensemble de ces derniers représentait environ 15,5 pour 100 du volume primitif du pinène [1]. Il s'y trouvait en outre une certaine proportion de polyterpènes, tels que le colophène, provenant d'une polymérisation du pinène. Une température plus haute diminuait la dose des hydrocarbures les plus volatils, et accroissait celle des gaz.

On pouvait prévoir que l'intervention de catalyseurs déshydrogénants tels que les métaux divisés devait faciliter la destruction des vapeurs de pinène en abaissant la température nécessaire, et, sans doute, en modifiant dans une certaine mesure les conditions du dédoublement. Nos essais ont porté sur le cuivre, le nickel, le cobalt et le fer.

Le *pinène* mis en œuvre a été obtenu par fractionnement d'une essence de térébenthine française, en ne retenant que les portions passant de 156° à 158° : il donnait au polarimètre, dans le tube de 1 décimètre, une rotation de $-32°12'$ à 15° ; sa densité était 0,87, ce qui donne $\alpha_D = -36°8'$.

Les vapeurs de pinène dirigées au travers d'un tube de verre contenant une traînée de métaux réduits de leurs oxydes, maintenus à la température de 350°, ne donnent lieu à aucun dégagement gazeux, mais se condensent en un liquide moins volatil que le pinène primitif, passant à la distillation de 156° jusqu'à 230° : il est presque entièrement composé de *terpènes* isomères du pinène, contenant une petite quantité de *polyterpènes*. Nous aurons l'honneur de revenir sur la nature de ces isomères ainsi que sur les conditions de l'isomérisation.

Mais si la température du métal est plus haute, on observe un dégagement gazeux dont l'importance varie beaucoup selon la température et la nature du métal catalyseur.

Action du cuivre. — Nous avons employé un cuivre très léger de couleur

---

(1) TILDEN, *Ann. Chim. Phys.*, 6e série, t. 5, 1885, p. 120.

violacée obtenu en réduisant, par l'hydrogène à température peu élevée, l'hydrate noir tétracuivrique ([1]).

Le cuivre étant maintenu à 500°, l'adduction des vapeurs de pinène procure un dégagement abondant de gaz très éclairant, qui contient beaucoup d'hydrogène et des carbures éthyléniques. On condense un liquide verdâtre dont un fractionnement soigné permet d'isoler, pour 100^{cm^3} :

8^{cm^3}	passant	au-dessous de 120°
5,9	»	de 120° à 150°
76,1	»	de 150° à 185°
10	»	au-dessus de 185°

La portion la plus abondante 47^{cm^3},8, qui passe de 165° à 175°, ne donne plus, dans un tube de 0^m,1, qu'une rotation de — 6°.

Une température de 600°-630° conduit à une transformation plus avancée. En amenant très lentement les vapeurs de pinène, on obtient un dégagement gazeux plus intense entraînant des fumées difficiles à condenser.

Le liquide obtenu est de couleur ambrée et dégage une odeur pénétrante. 462^{cm^3} de pinène ont fourni 374^{cm^3} de liquide : la perte qui correspond aux gaz dégagés, aux produits condensés et aux matières goudronneuses imprégnant le cuivre, atteignait 88^{cm^3}, soit 19,1 pour 100.

Le liquide, soumis à un fractionnement attentif, fournit pour 81 volumes, provenant de 100 volumes de pinène primitif :

Fractions.	Volumes.	Températures.	Après SO^4H^2.
A....................	13,3	au-dessous de 95°	1,0
B....................	27	de 95° à 150°	10,1
C....................	31,4	de 150° à 185°	19
D....................	9,3	au-dessus de 185°	1,3
	81,0		31,4

Ces diverses portions ont été successivement traitées, en évitant autant que possible l'élévation de température, par l'acide sulfurique concentré qui dissout les carbures éthyléniques et diéthyléniques, ainsi que les carbures cyclohexéniques et les terpènes, et n'attaque que très faiblement les carbures aromatiques.

Les volumes des résidus obtenus par ce traitement suivi d'un lavage à la

([1]) Paul Sabatier, *La Catalyse en chimie organique*, p. 106.

soude et à l'eau, sont indiqués dans la colonne de droite du Tableau ci-dessus. Ces résidus étaient d'ailleurs presque entièrement solubles dans le mélange sulfonitrique qui les changeait en dérivés nitrés : ce sont des carbures aromatiques, ne renfermant que de faibles traces de carbures forméniques ou cyclohexaniques.

La fraction A, bouillant de 30° à 95°, ne contient que des doses minimes de *benzène* et de *toluène*. Elle absorbe une forte proportion de brome; mise au contact de sodium métallique, elle donne, après quelque temps, une certaine dose de carbure solide mou translucide; ce qui y indique la présence d'*isoprène* ou de *pipérylène* dans des proportions qui ne dépassent pas 15 pour 100 ; ils y sont associés à des carbures éthyléniques, amylènes, hexènes.

La portion B, passant de 95° à 150°, incolore comme les fractions A et C, a une densité de 0,849 à 12°, et un pouvoir rotatoire sensiblement nul : elle est constituée par un mélange d'hydrocarbures éthyléniques et diéthyléniques, avec un peu plus d'un tiers de carbures aromatiques, *toluène*, et surtout *métaxylène* (qui bout à 139°, densité 0,871) : une partie de ce dernier est dissous dans l'attaque par l'acide sulfurique, ce qui diminue la proportion du résidu trouvé.

La fraction C qui est la plus abondante ne possède qu'un pouvoir rotatoire tout à fait négligeable; elle est constituée en majeure partie par des carbures aromatiques, surtout du *cymène* (qui bout à 175°), avec du *cumène* et du *méthyléthylbenzène*, et par des *terpènes* issus de l'isomérisation du pinène, bouillant soit au voisinage de 170°, soit au-dessus de 180°

La portion D qui est verdâtre comprend, à côté de polyterpènes, des carbures éthyléniques ou diéthyléniques très condensés sans proportions appréciables de carbures aromatiques.

La dose totale de carbures aromatiques formés à 600°-630°, sous l'action du cuivre, est donc voisine de 31, pour 100 de pinène traité.

Des essais industriels effectués vers 550° sur plusieurs tonnes d'essence de térébenthine, à l'aide d'un catalyseur à cuivre moins actif que celui employé plus haut, ont conduit à une formation d'environ 21 pour 100 de carbures aromatiques, transformables en produits nitrés.

On voit que l'emploi du cuivre comme catalyseur accroît d'une manière très notable la proportion des carbures aromatiques fournis par le dédoublement pyrogéné du pinène.

Action des autres métaux. — Le *nickel* réduit exerce à 600°, sur les vapeurs

de pinène, une décomposition très énergique avec dépôt abondant de matières charbonneuses et dégagement de gaz peu éclairants très riches en hydrogène; il se condense peu de liquides. Mais l'activité du métal ne tarde pas à diminuer au fur et à mesure de sa dissémination dans la masse charbonneuse, le gaz devient moins abondant et plus éclairant, se rapprochant de celui du cuivre, et l'on condense un liquide ambré (environ 75^{vol} pour 100^{vol} de pinène), où l'action successive de l'acide sulfurique et du mélange sulfonitrique décèle, à côté des carbures semblables à ceux fournis par le cuivre, une certaine dose de carbures saturés inattaqués, dûs à l'hydrogénation par le nickel des carbures éthyléniques ou terpéniques. Ainsi, dans les portions comprises entre 150° et 180°, le cymène se trouve accompagné d'une certaine proportion d'un *terpane*.

Le *cobalt* donne à 600° des résultats intermédiaires entre ceux du nickel et ceux du cuivre. Quand au *fer*, il se comporte à peu près comme le nickel, et donne lieu à un charbonnement très intense.

THERMODYNAMIQUE. — *Détermination directe de l'exposant de la température dans l'équation d'état des fluides.* Note de M. E. ARIÈS.

Nous avons appliqué à la détermination directe de l'exposant n, pour sept substances différentes, la formule démontrée dans notre dernière Note, et qui concerne les volumes moléculaires v_1 et v_2 d'un fluide saturé à l'état de vapeur ou à l'état liquide,

$$v_1 - v_2 = \frac{RT_c}{8P_c}\frac{x}{\tau^{n+1}}(y_1 - y_2). \tag{1}$$

Ces substances, toutes examinées dans le Mémoire déjà signalé de M. Sydney Young, sont : le chlorure stannique, le formiate de méthyle, le formiate d'éthyle, le formiate de propyle, l'acétate de propyle, l'hexane et l'heptane. Le nombre des atomes qu'ils renferment augmente régulièrement de trois unités en passant de l'un d'eux au suivant, et varie de 5 atomes pour le chlorure stannique à 23 atomes pour l'heptane.

On tire de la formule ci-dessus

$$n = \frac{\log\left[\frac{RT_c}{8P_c}\frac{x}{v_1 - v_2}(y_1 - y_2)\right]}{\log\tau} - 1. \tag{2}$$

La connaissance des éléments critiques T_c, P_c et de la tension de vaporisation ainsi que des volumes v_1 et v_2 à une température donnée, assignent, par cette dernière équation, une valeur bien déterminée à l'exposant n. Si la formule (1) est acceptable, l'application de l'équation (2), à différentes températures, à une substance *normale*, c'est-à-dire de constitution chimique bien définie et invariable, devra donner, à toutes ces températures, non pas rigoureusement la même valeur pour n, ce qui serait trop demander, mais des valeurs très rapprochées les unes des autres, et dont une sorte de moyenne sera la valeur à adopter.

En procédant par cette méthode, nous avons trouvé :

	n.
Pour le chlorure stannique	1,05
» le formiate de méthyle	1,10
» le formiate d'éthyle	1,15
» le formiate de propyle	1,18
» l'acétate de propyle	1,22
» l'hexane	1,26
» l'heptane	1,30

Si les sept valeurs de n, ci-dessus, ne peuvent être considérées comme absolument définitives, elles ne paraissent cependant susceptibles que de très légères modifications. Le Tableau suivant montre, en effet, avec quelle remarquable approximation ces valeurs permettent d'exprimer, par la formule (1), les variations de la différence $v_1 - v_2$ avec la température, sur toute l'étendue de l'échelle étudiée par M. S. Young, pour les sept substances. Plus de 60 pour 100 des valeurs de cette différence ainsi calculée s'approchent à moins de $\frac{1}{200}$ des valeurs observées; moins de 14 pour 100 d'entre elles accusent des écarts dépassant $\frac{1}{100}$. Les plus grands écarts se produisent toujours aux hautes températures, et atteignent, parfois, au voisinage immédiat de la température critique, une importance excessive, comme on le voit pour le formiate de propyle et pour l'heptane à 260° C, c'est-à-dire à moins de 5° et 7° des températures critiques de ces deux corps.

Ces divergences exagérées peuvent, sans doute, trouver leur explication dans une imperfection passagère de la formule (1) aux températures élevées, mais ce n'est peut-être pas la seule qu'on puisse invoquer. Il ne faut pas oublier que les observations deviennent de plus en plus difficiles à mesure que l'on s'approche de l'état critique, tant pour l'estimation des deux densités que pour celle de la tension de vaporisation. La formule (1)

Température centigrade.	$v_1 - v_2$ calculé.	$v_1 - v_2$ observé.

1. *Chlorure stannique.*

($T_c = 591,8$; $\mu = 261$; $n = 1,05$).

100°	45,4921	45,2847
110	33,9642	34,1644
130	20,1714	20,3537
150	12,7262	12,7022
170	8,3332	8,3390
190	5,6674	5,6064
210	3,9015	3,8516
230	2,7133	2,6905
250	1,8642	1,8669
270	1,2514	1,2572
280	1,0130	1,0169

2. *Formiate de méthyle.*

($T_c = 487,1$; $\mu = 60,03$; $n = 1,1$).

30	26,0185	26,1405
40	18,4495	18,4765
60	9,7647	9,8703
80	5,6556	5,6498
100	3,4517	3,4137
120	2,1795	2,1576
140	1,3821	1,3764
160	0,8828	0,8789
180	0,5455	0,5440
200	0,2792	0,2875

3. *Formiate d'éthyle.*

($T_c = 508,4$; $\mu = 74,05$; $n = 1,15$).

50	30,1082	30,2988
60	21,6183	21,8854
80	12,0450	12,0560
100	7,0813	7,0841
120	4,3720	4,3739
140	2,7877	2,7885
160	1,8078	1,8056
180	1,1769	1,1764
200	0,7353	0,7369
220	0,3873	0,3966

4. *Formiate de propyle.*

($T_c = 537,95$; $\mu = 88,06$; $n = 1,18$).

70	39,6529	39,4349
80	28,7973	28,8465
100	16,2274	16,1028
120	9,7119	9,6355
140	6,0677	6,0736

***Formiate de propyle* (suite).**

160	3,9300	3,9171
180	2,6074	2,5929
200	1,7332	1,7311
220	1,1301	1,1299
240	0,6703	0,6808
260	0,2339	0,2764

5. *Acétate de propyle.*

($T_c = 549,3$; $\mu = 102,08$; $n = 1,22$).

90	41,3213	41,4202
100	30,4193	30,5467
120	17,4934	17,5885
140	10,5538	10,6034
160	6,6545	6,7119
180	4,3391	4,3524
200	2,8642	2,8518
220	1,8881	1,8637
240	1,1826	1,1647
260	0,6366	0,6388

6. *Hexane.*

($T_c = 507,9$; $\mu = 86,11$; $n = 1,26$).

60	35,1248	34,4780
80	19,3101	19,1457
100	11,3538	11,2787
120	6,9831	7,0103
140	4,4444	4,4543
160	2,8829	2,8696
180	1,8709	1,8552
200	1,1629	1,1633
220	0,6062	0,6256

7. *Heptane.*

($T_c = 540,0$; $\mu = 100,13$; $n = 1,30$).

70	68,9033	68,4328
80	49,8804	49,9067
100	27,5553	27,6729
120	16,3738	16,3124
140	10,1045	10,0580
160	6,4619	6,4464
180	4,2554	4,2744
200	2,8231	2,8287
220	1,8287	1,8297
240	1,0919	1,1050
260	0,4526	0,4881

devient précisément, aux hautes températures, très sensible aux erreurs qui peuvent être commises dans ces estimations. Ainsi pour l'heptane à 260°, en réduisant seulement de 13^{cm} la tension de vapeur observée qui est de 1847^{cm}, on élève de 0,4526 à 0,4852 la valeur calculée de $v_1 - v_2$ qui s'approche ainsi à près de $\frac{1}{200}$ de la valeur observée, considérée elle-même comme exacte, et qui est de 0,4881.

Il suffirait de remplacer deux des sept valeurs de n ci-dessus, 1,05 et 1,15 (chlorure stannique et formiate d'éthyle), respectivement par 1,06 et 1,14, pour faire correspondre, à chaque augmentation de trois atomes dans la constitution de la substance, une augmentation de 0,04 dans la valeur de n, ce qui conduit à penser que cet exposant, pour les corps diatomiques et triatomiques, doit être très voisin de l'unité tout en lui restant supérieur, et partir de l'unité pour les corps monoatomiques. Il ne serait donc pas toujours compris entre 0,5 et 1, comme nous l'avions supposé tout d'abord, alors que nous ne songions pas au parti qu'on peut tirer de la formule (1) pour déterminer n sans hésitation possible.

Les nouvelles valeurs que nous trouvons aujourd'hui diffèrent assez notablement des premières; elles doivent naturellement modifier et améliorer les expressions des fonctions Γ, propres à donner une bonne représentation des tensions de vaporisation. On constate, en effet, facilement que cette fonction reste très généralement supérieure à l'unité avant de prendre cette valeur obligée au point critique, sans avoir à l'atteindre une première fois à une certaine température réduite que nous avons si souvent trouvée voisine de 0,84. Il en est ainsi pour cinq des sept substances que nous venons d'examiner : pour deux d'entre elles seulement, le chlorure stannique et l'acétate de propyle, Γ devient égal à l'unité avant d'atteindre la température critique, mais à une température si voisine de celle-ci ($\tau = 0,9523$ pour l'acétate de propyle, ce qui correspond à 250° C.) qu'on est tenté d'admettre que, théoriquement, les deux températures doivent se confondre. Cette remarque ne manque pas d'importance, et devra servir de guide dans le choix de la forme à donner à la fonction Γ. Elle tend, en effet, à démontrer que, pour tous les corps, la courbe ayant comme abscisses les températures réduites τ et comme ordonnées les valeurs correspondantes de Γ, doit présenter au point critique ($\tau = 1$, $\Gamma = 1$), une tangente parallèle à l'axe des τ. La dérivée de la fonction doit être nulle pour $\tau = 1$.

M. ÉMILE BERTIN fait hommage à l'Académie d'une brochure intitulée : *Les cargos*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Division des Applications de la Science à l'Industrie.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 53,

M. Hilaire de Chardonnet obtient	. . . .	31 suffrages
M. Georges Claude »	. . . .	6 »
M. Louis Lumière »	. . . .	6 »
M. Maxime Laubeuf »	. . . .	5 »
M. Charles Rabut »	. . . .	3 »
M. Émile Belot »	. . . .	1 suffrage
M. Lazare Weiller »	. . . .	1 »

M. **Hilaire de Chardonnet**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire général de la **Fondation Carnegie** invite l'Académie à élire l'un de ses membres qui occupera, dans la Commission administrative de la Fondation, la place vacante par le décès de M. *G. Darboux*.

M. **Henri Andoyer** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Ch. Wolf*.

ASTRONOMIE. — *Sur les orbites spirales à gravitation équilibrée.* Note de M. Emile Belot, présentée par M. Bigourdan.

L'absence de tout calcul de Mécanique newtonienne dans la démonstration de la loi des distances des planètes et satellites a toujours étonné M. Poincaré et a jeté quelque discrédit sur la Cosmogonie tourbillonnaire. Les considérations et calculs suivants peuvent résoudre cette difficulté d'apparence paradoxale.

1° Rappelons d'abord que dans notre cosmogonie le système planétaire résulte du choc sur une nébuleuse amorphe N d'un noyau solaire primitif S (tourbillon ou nébuleuse planétaire) et des vibrations consécutives dans sa masse qui en détachent périodiquement à l'équateur les nappes planétaires. Supposons, pour fixer les idées, que le noyau S sur lequel se condensera ultérieurement la presque totalité de N ait d'abord une masse limitée à un centième de celle du Soleil. A la distance 1 du noyau N, la vitesse parabolique sera seulement $4^{km},2$. D'autre part, j'ai montré que le point de choc de S sur N était à 81 u. a. de l'écliptique primitive. A cette distance, la vitesse parabolique pour une masse nébuleuse N égale à celle du Soleil serait seulement $4^{km},6$, et l'attraction diminuant au fur et à mesure de la pénétration de S dans la nébuleuse N donnera lieu à des vitesses inférieures à $4^{km},6$. Mais la vitesse relative de la rencontre de S et N peut atteindre 300^{km}, valeur mesurée pour la nébuleuse d'Andromède, et le choc à cette vitesse peut produire dans le noyau S des projections de matière planétaire atteignant une vitesse de plusieurs milliers de kilomètres par seconde comme on en a mesuré dans les Novæ.

Ainsi les vitesses ($4^{km},2$ et $4^{km},6$) que peut produire l'attraction entre les masses en présence sont d'un ordre 100 à 1000 fois plus faible que les vitesses dues au choc; et l'attraction n'agira que comme une force perturbatrice négligeable dans les phénomènes mécaniques résultant de cette rencontre cosmique.

2° Mais supposons qu'il n'en soit pas ainsi, et appelons *orbites à gravitation équilibrée* des trajectoires planes où en tout point l'attraction balance exactement la force centrifuge. Dans le système solaire, seule une orbite circulaire satisfait à cette condition qu'exprime la troisième loi de Képler. Mais dans un milieu nébuleux, une infinité de trajectoires spirales peuvent être des orbites à gravitation équilibrée, où les variations de distance au

centre ne dépendent que des forces autres que l'attraction. En effet, si une impulsion radiale déplace une masse située sur une telle orbite pour l'amener à une nouvelle distance où l'attraction balance encore la force centrifuge, il est évident que seules les forces répulsives radiales auront une action effective dans ce déplacement. Posons

$$(1) \qquad \omega = \omega_0(1 \pm t)^n \qquad (\omega = \omega_0 \text{ au temps } t = 0),$$

$$(2) \qquad \omega^2 r^3 = M \qquad (\text{troisième loi de Képler}).$$

De (1) on tire, pour la longitude Ω dans l'orbite, si $n \neq -1$,

$$(3) \qquad \Omega = \omega_0 \frac{(1 \pm t)^{n+1}}{n+1}.$$

L'élimination de ω et t entre (1), (2) et (3) donne une relation entre Ω et r qui est l'équation polaire de la famille de spirales obtenues quand on fait varier n. Les spirales sont centripètes quand n et le terme t sont de même signe et centrifuges dans le cas inverse.

Considérons le cas où $n = -1$ avec le signe $+$ devant le terme en t : l'équation (3) devra alors être remplacée par

$$(4) \qquad \Omega = \omega_0 L(t+1),$$

d'où, par (1) et (2),

$$(5) \qquad \omega_0^2 r^3 = e^{\frac{2\Omega}{\omega_0}} M.$$

Dans une nébuleuse que l'on peut supposer sphérique, la masse M donnant lieu à l'attraction centrale varie avec r et avec la loi des densités internes d. Dans une nébuleuse formée de gaz parfaits et sans noyau central condensé, on a

$$(6) \qquad d = \frac{A}{r^2},$$

d'où, par (5),

$$(7) \qquad \omega_0^2 r = \mu e^{\frac{\Omega}{\omega_0}} \qquad \left(\text{spirale logarithmique, } \mu = \frac{4}{3}\pi A\right).$$

Mais l'existence d'un noyau central S de rayon a fait varier subitement la densité à la distance a, ce qu'on peut exprimer en remplaçant (6) par

$$(6') \qquad d = \frac{A}{(r-a)^2}.$$

Par suite, (7) sera remplacé par

$$\omega_0^2(r-a)=\mu e^{\frac{\Omega}{\omega_0}}. \tag{7'}$$

Cette équation qui représente une conchoïde de spirale logarithmique est précisément celle que donne la cosmogonie tourbillonnaire pour les projections planes des trajectoires des masses planétaires primitives dans la nébuleuse N. Ainsi donc, d'après ce qui précède, de telles orbites sont à gravitation équilibrée et en chacun de leurs points l'attraction balance exactement la force centrifuge, laissant ainsi entièrement le champ libre dans la direction radiale à toutes les forces d'origine purement mécanique ou radiante qui peuvent prendre naissance dans un choc cosmique.

Il ne faudrait pas déduire de (6′) que la densité peut être infinie à la distance $r=a$; car, en réalité, les trajectoires planétaires ne prennent naissance qu'à l'extrémité du rayon $r=a+\varepsilon$ du renflement équatorial du noyau S produit par le choc.

Les nébuleuses spirales sont du type des spirales centrifuges et l'équation (7′) convient sans doute à leurs branches comme elle s'applique aux trajectoires divergentes des masses planétaires dans la nébuleuse primitive. Il est facile de voir que dans le cas d'une résistance R de milieu, non accompagnée de forces répulsives, la spirale sera centripète. En effet (H. Poincaré, *Hypothèses cosmogoniques*, p. 119), on a, dans ce cas avec (2), la condition

$$\frac{dr}{dt}=-\frac{2R}{\omega};$$

d'où l'on déduit facilement, suivant les hypothèses faites sur R,

$$\omega=\omega_0\left(R\omega_0^{-\frac{1}{3}}M^{-\frac{1}{3}}t+1\right)^3 \qquad (R \text{ const.}),$$
$$\omega=\omega_0\left(1-\omega_0^{\frac{1}{3}}M^{\frac{1}{3}}t\right)^{-3} \qquad (R\sim\omega^2r^2),$$

équations qui sont bien du type (1) avec le terme en t de même signe que n.

OPTIQUE. — *Sur la vitesse de la lumière dans les milieux troubles.* Note de MM. **Charles Chéveveau** et **René Audubert**, présentée par M. Lippmann.

La diffusion de la lumière par les milieux troubles fait intervenir le phénomène de diffraction si les particules sont de diamètre inférieur à la lon-

gueur d'onde de la lumière incidente; mais il est vraisemblable de supposer que, lorsque les particules ont des dimensions notables par rapport à la longueur d'onde et sont transparentes, ce sont probablement les phénomènes de réflexion ou de réfraction qui prennent de l'importance. On peut d'ailleurs constater que la lumière transmise par un milieu trouble, nettement polarisée à angle droit pour de petits granules, ne l'est sensiblement plus pour de grosses particules.

Imaginons un milieu trouble dans lequel des particules transparentes sont également réparties. Considérons dans une épaisseur e de ce milieu, une file de particules, de diamètre, d, séparées par des intervalles d' et placées sur le trajet d'un faisceau de lumière monochromatique. Si le milieu intergranulaire avait le même indice de réfraction que le milieu particulaire, pour la radiation considérée, le milieu serait transparent; c'est ce qui est à peu près réalisé pour des suspensions de résines provenant de la dissolution de certains caoutchoucs dans le benzène. Dans le milieu trouble, nous devons donc supposer que l'indice N' de la matière qui forme les particules est différent de l'indice N_0 du milieu interparticulaire.

Calculons le retard qui se produit, dans la propagation de la lumière, entre les chemins suivis par un rayon traversant le milieu intergranulaire et un rayon voisin rencontrant successivement les particules de la file suivant leur axe. Appelons N l'indice du milieu trouble, et admettons que la vitesse subisse, à chaque surface de séparation des milieux, une perte de $\mp a$ pour 100, suivant que l'indice N' est plus grand ou plus petit que l'indice N_0; s'il y a dans la file p particules et $p+1$ intervalles, on a

$$(N - N_0)e = N'd\left(\frac{1}{1\pm a} + \frac{1}{1\pm 3a} + \ldots + \frac{1}{1\pm(2p-1)a}\right)$$
$$- p\,dN_0 + N_0 d'\left(\frac{1}{1\mp 2a} + \frac{1}{1\mp 4a} + \ldots + \frac{1}{1\mp 2pa}\right) - pa'N_0,$$

d'où l'on peut déduire

$$(1) \qquad (N - N_0)e = pd(N' - N_0) \pm pa[p\,dN' - (p+1)\,d'N_0].$$

On peut tirer de ce résultat les conclusions suivantes :

1° Si d est petit vis-à-vis de d', l'équation (1) se résout en

$$(N - N_0)e = \mp p(p+1)a\,d'N_0.$$

Si l'on admet que la perte a est due uniquement à la réflexion et a la

valeur $a = \frac{N_0 - N'}{N_0 + N'}$, on peut évaluer la valeur de $(N - N_0)$ dans différents cas et la comparer à la valeur déterminée expérimentalement par la méthode de réflexion totale. Par exemple, pour la raie D, on a

			$N - N_0$	
			calculé.	observé.
Inclusion d'eau	$N' = 1{,}33$ dans une résine	$N_0 = 1{,}48$...	0,16	—0,16
Émulsion d'eau	$N' = 1{,}33$ dans l'huile	$N_0 = 1{,}47$...	0,08	+0,08
Émulsion d'huile	$N' = 1{,}47$ dans l'eau	$N_0 = 1{,}33$...	0,07	0,07

Ainsi l'indice du milieu trouble est toujours supérieur à celui du milieu intergranulaire.

Il paraît donc légitime de supposer que la réflexion joue un rôle important dans tous les phénomènes optiques présentés par les milieux à grosses particules.

2° Si $N' = N_0$, $a = 0$ et le deuxième terme de la relation (1) s'annule comme le premier. On voit donc bien que, dans ce cas, les particules transparentes en suspension dans un milieu de même indice de réfraction ne produiront aucun trouble optique, fait confirmé par l'expérience.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur l'application de l'équation de Gibbs-Helmholtz, $A - U = T\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)$, aux systèmes monovariants.* Note de M. **A. Boutaric**, présentée par M. Daniel Berthelot.

1. L'équation de Gibbs-Helmholtz,

$$A - U = T\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_v, \tag{1}$$

dans laquelle A représente le maximum de travail que puisse fournir un phénomène isothermique accompli à la température T, et U la diminution correspondante de l'énergie totale du système, a été établie pour les systèmes thermo-élastiques dont l'état dépend d'au moins deux variables indépendantes v et T (systèmes divariants).

Pour de tels systèmes, elle permet de calculer sans ambiguïté la variation U de l'énergie totale en fonction de v et de T quand on connaît la variation A de l'énergie libre en fonction des mêmes variables. Connaissant U, elle permet de calculer A à une constante près.

2. Quand on envisage des transformations portant sur des systèmes monovariants, les volumes qui interviennent étant déterminés par la température, A et U deviennent uniquement fonction de T. Il pourrait sembler, à première vue, que l'équation (1) doit être remplacée par

$$A - U = T\frac{dA}{dT}, \qquad (1\ bis)$$

$\frac{dA}{dT}$ désignant la dérivée, par rapport à T, de A, fonction de l'unique variable T. C'est ce que supposent implicitement Nernst et tous ses commentateurs ([1]) dans l'application qu'ils font de l'équation (1) au calcul de A à partir des seules données thermiques fournies par la fonction $U = f(T)$.

En réalité, il est aisé de montrer qu'une telle extension n'est pas légitime, tout au moins d'une manière générale, et qu'elle pourrait conduire à des erreurs grossières.

Considérons par exemple la vaporisation d'un solide ou d'un liquide. Désignons par p la pression maxima à T°, par v_2 et v_1 les volumes moléculaires respectifs de la phase gazeuse et de la phase solide ou liquide; la diminution d'énergie libre, rapportée à la molécule gramme, est

$$A = p(v_2 - v_1)$$

qui devient, en négligeant le volume v_1 de la phase solide ou liquide vis-à-vis du volume v_2 de la phase gazeuse,

$$A = p v_2;$$

d'où l'on tire

$$\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_v = v_2 \frac{dp}{dT}.$$

En portant dans l'équation (1) on obtient l'expression correcte de la chaleur de vaporisation :

$$Q = A - U = T v_2 \frac{dp}{dT}.$$

Supposons au contraire que nous exprimions A en fonction de T. Assimilant la vapeur à un gaz parfait, nous avons

$$A = RT,$$

([1]) Voir, en particulier, NERNST, *Journal de Chimie physique*, t. 8, 1910, p. 228.

d'où

$$\frac{dA}{dT} R.$$

Cette valeur de $\frac{dA}{dT}$, portée dans l'équation (1 *bis*), conduirait à une expression *inexacte* de la chaleur de vaporisation, soit

$$Q = A - U = T\frac{dA}{dT} = RT.$$

3. On peut modifier l'équation (1) de manière à la rendre applicable aux transformations isothermiques des systèmes monovariants.

En désignant par dv la variation de volume de l'une des phases sous la pression p, on a

$$A = \int p\,dv,$$

p et v étant des fonctions de la température seule. (L'intégrale s'applique à l'ensemble des phases et à l'ensemble des transformations envisagées.) D'où

$$\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_v = \int \frac{dp}{dT}\,dv = \frac{dA}{dT} - \int p\,\frac{d^2v}{d^2T}\,dT.$$

Pour les transformations des systèmes monovariants, l'équation qui relie les variations A et U de l'énergie libre et de l'énergie totale *considérées comme des fonctions de la température seule* est alors

$$\text{(1 ter)} \qquad A - U = T\left(\frac{dA}{dT} - \int p\,\frac{d^2v}{dT^2}\,dT\right).$$

C'est l'équation qu'on devra appliquer, par exemple, à la fusion d'un solide en présence du liquide seul sous la pression d'équilibre correspondante.

On voit, par les considérations qui précèdent, qu'on ne peut espérer calculer A connaissant uniquement la fonction $U = f(T)$: les hypothèses de Nernst sur les valeurs de $\frac{dA}{dT}$ au zéro absolu ne résolvent pas, *dans le cas le plus général*, le problème pour lequel elles ont été émises, à savoir le calcul de A à partir des seules données thermiques fournies par la fonction $U = f(T)$.

4. L'équation (1) peut cependant être mise sous la forme (1 *bis*) pour les transformations des systèmes monovariants telles que $\frac{dA}{dT}$ soit identique à $\left(\frac{\partial A}{\partial T}\right)_v$ ce qui suppose

$$\frac{\partial A}{\partial v} = 0.$$

Cette condition est réalisée dans un certain nombre de cas, notamment dans ceux que choisit Nernst comme exemples d'application de son hypothèse.

CHIMIE PHYSIQUE. — *L'eutexie et les solutions étendues.* Note de M. **Alb. Colson**, présentée par M. Lippmann.

Eutexie. — L'expérience montre que le refroidissement d'une dissolution s'arrête brusquement à une température T_e à laquelle la totalité de la dissolution se solidifie, comme il arriverait à un liquide pur. C'est le phénomène d'eutexie qui, chaque jour, présente des applications nouvelles.

Or, ce résultat expérimental est contenu dans la formule de solubilité déjà exposée ([1]),

$$425 \times L = T(V + \varepsilon)\, i \frac{dC}{dT}.$$

En effet, le volume V du solvant qui renferme 1^{mol} en dissolution saturée (volume qui est inversement proportionnel à la solubilité en volume) augmente pour $L > 0$, sous l'influence du refroidissement; il passe par un minimum quand L change de signe. Je vais montrer qu'il atteint, généralement, un maximum où il reste invariable pendant le travail de refroidissement. C'est ce maximum qui correspond au phénomène eutectique.

Refroidissons, par exemple, une solution saturée de sel marin; celui-ci se dépose et V augmente. Vers $T = 273°$ (glace fondante) apparaît un point anguleux en même temps que l'hydrate $NaCl, 2H^2O$, mais, comme nous l'avons vu, V continue à croître. L'effet du refroidissement progressif conduirait alors à des solutions de plus en plus diluées, congelables à des températures qui se relèveraient et tendraient vers 273°. Deux alternatives se présentent donc :

([1]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 681.

a. Ou bien T passe par un minimum, ce qui exige $\frac{dT}{dC} = 0$ et $L = \infty$ pour satisfaire à l'équation

$$425 \times L = T(V + \varepsilon)\, i \frac{dC}{dT},$$

ce qui est impossible, puisque le travail de saturation $425 \times L$ n'est pas infini.

b. Ou bien T reste invariable, donc dT et dC sont nuls simultanément, puisque L n'est pas nul, c'est-à-dire que la température T et la concentration C ne changent plus sous l'action du refroidissement. Mais si C est fixe, V l'est aussi, ce qui exige que la solution conserve une composition invariable, identique à celle du dépôt, ce qui est bien la définition de l'eutectique.

Solutions étendues. — L'eutexie peut être figurée par un point anguleux provenant de l'intersection de la courbe de saturation avec la courbe de congélation des solutions étendues. Ce point de rencontre, situé au point le plus bas, constitue en quelque sorte le pendant du summum de solubilité.

Si, en effet, nous ajoutons dans un mélange eutectique un excès de sel constituant, à la température eutectique T_e, il ne se dissoudra pas. Si nous élevons la température le sel se dissoudra et inversement se redéposera par refroidissement. C'est la succession de ces états qui est régie par la loi générale dont nous avons déduit l'eutexie, c'est-à-dire

$$(1) \qquad 425\,L = T(V + \varepsilon)\, i \frac{dC}{dT}.$$

Si, au lieu du sel, nous ajoutons une quantité quelconque du solvant solidifié à une température égale ou inférieure à T_e, il reste intact; mais il disparaîtra par dissolution à une température supérieure à T_e, pour se reconstituer d'une manière réversible par refroidissement. La solubilité du solvant solide est donc assimilable à celle du corps saturant.

Si nous désignons par C' la concentration du *solvant* dans la dissolution, par L' la chaleur de dissolution d'une molécule du solvant solidifié dans le volume correspondant à C' à une température T supérieure à T_e, on aura donc

$$(2) \qquad 425\,L' = T(V' + \varepsilon')\, i' \frac{dC'}{dT}.$$

D'ailleurs $C' = 100 - C$ d'après la définition de la concentration, donc

$$\frac{dC'}{dT} = -\frac{dC}{dT}.$$

La substitution de la valeur de la concentration saline C à C' dans l'équation (2) donne une relation entre la concentration saline et la température T de fusion du solvant dans une solution où la concentration saline est C.

La valeur L', qui se rapproche d'ailleurs extrêmement de la chaleur de fusion d'une molécule du solvant pour les solutions étendues, reste positive; $\frac{dC}{dT}$ doit donc être négatif, c'est-à-dire que la température T augmente lorsque la concentration C diminue, ce qui est conforme aux faits.

La courbe représentative de l'équation (1) est la courbe de saturation du sel dans le solvant ou plus généralement d'un corps A dans un corps B. La courbe représentative de l'équation (2) est relative à la saturation du corps B dissous dans le corps A. Le point de rencontre de ces deux courbes figure donc l'état de saturation mutuelle des deux corps l'un par l'autre, de sorte que l'eutexie résulte en somme de cette saturation mutuelle et l'on comprend alors que le refroidissement provoque la solidification simultanée des deux corps A et B.

Les équations (1) et (2) s'appliquent non seulement aux solubilités dans l'eau, mais à celles des corps organiques les uns dans les autres et même à celles d'un métal A dans un métal fondu B, ce dernier pouvant être un corps pur ou une combinaison définie de deux métaux.

En un mot, ces considérations s'appliquent aux alliages aussi bien qu'aux autres dissolutions, pourvu que le phénomène soit réversible et qu'il ne soit pas troublé, par exemple, par un cas d'isomorphisme ou de cristaux mixtes.

Remarquons, de plus, que l'équation (2), tirée par un artifice de calcul, de la loi rationnelle des solutions saturées, est elle-même rationnelle. Autrement dit, elle doit exprimer toutes les propriétés des dissolutions étendues; en particulier, elle doit contenir en germe les propriétés cryoscopiques constatées expérimentalement par Raoul. C'est là un point chimique de première importance qu'il nous est impossible de développer ici.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'isolement et la caractérisation des alcools à l'état d'allophanates.* Note (¹) de M. A. **Béhal**, présentée par M. A. Haller.

L'extraction des alcools des mélanges qui les renferment est un problème qui se pose fréquemment en Chimie organique, soit dans l'analyse des huiles essentielles, soit dans les recherches purement synthétiques.

Quand on a poussé les méthodes physiques aussi loin que possible et que l'alcool n'est pas pur, on est obligé de recourir à des méthodes chimiques. Celles-ci consistent à transformer les alcools en dérivés qui, en raison de leurs propriétés physiques ou chimiques spéciales, se prêtent aisément à une séparation.

La transformation des alcools en éthers-sels a fréquemment servi de base à des méthodes de ce genre. Le premier procédé susceptible d'une application générale aux alcools primaires a été donné par Pasteur, qui eut recours à la séparation de deux alcools contenus dans l'alcool amylique de fermentation en les transformant en éthers sulfuriques acides qu'il convertit en sels de baryum dont la solubilité dans l'eau était différente et qui permettaient le retour par hydrolyse aux alcools primitifs.

L'emploi de certains acides bibasiques organiques a fourni des résultats d'une portée plus générale encore, puisqu'elle s'étend aux alcools secondaires. La méthode est due à M. A. Haller. Dans une étude sur les bornéols et en particulier sur le camphol de romarin, publiée en 1889 (²), M. A. Haller utilisa les propriétés que possèdent les acides bibasiques organiques de donner, avec des alcools, des éthers-sels acides solubles dans les alcalis, et d'où les alcools peuvent être aisément régénérés par saponification.

Tiemann et Krieger (³) ont fait remarquer que cette méthode ne saurait convenir à la plupart des alcools de la série terpénique, en raison de la facilité avec laquelle ces alcools subissent des transformations, sous l'influence des acides ou de chaleur.

Quoi qu'il en soit, la méthode de M. A. Haller a rendu de grands services; elle a été appliquée par Dodge dans ses études de l'essence de citronnelle et, après lui, par de nombreux chimistes qui se sont occupés de la composition des huiles essentielles. M. A. Haller a, lui-même, préconisé la préparation du phtalate acide de méthyle au moyen de l'anhydride phtalique pour obtenir facilement l'alcool méthylique pur.

Bouveault a proposé, pour caractériser et séparer un alcool d'un mélange, l'emploi de l'acide pyruvique dont il transformait les éthers en semi-carbazones, d'où l'on pouvait revenir aux alcools par saponification.

(¹) Séance du 5 mai 1919.

(²) *Comptes rendus*, t. **108**, 1889, p. 140, et t. **110**, 1890, p. 580.

(³) Tiemann et Krieger, *Ber. d. ch. Ges.*, t. **29**, 1896, p. 901.

On a utilisé ensuite, pour caractériser les alcools, l'isocyanate de phényle ou le chlorure de diphénylcarbamide, qui conduit à l'obtention d'uréthanes.

J'ai repris une méthode déjà connue qui consiste à faire réagir l'acide cyanique sur les alcools et qui fournit surtout des allophanates à côté des uréthanes qui, la plupart du temps, ne sont que des produits accessoires à la réaction.

On connaissait quelques dérivés allophaniques des alcools primaires et secondaires à fonction simple, et des polyalcools simples ou à fonction complexe.

Un de mes élèves, M. L. Belières, a étudié un certain nombre de termes de la série acyclique, alcools primaires et secondaires.

Cette méthode a été appliquée aux alcools primaires, secondaires et tertiaires. Je dois faire remarquer qu'aucune des méthodes précédentes n'était utilisable dans le cas des alcools tertiaires.

Je l'ai employée d'autre part dans la série des alcools dits terpéniques et et elle m'a permis d'apporter quelques lumières sur la composition de divers produits de ce groupe.

Je l'ai étendue aux alcools cycliques, aux alcools de la série benzénique et enfin aux phénols, dont je n'ai trouvé mentionné que le premier terme.

La méthode de préparation a consisté à faire passer un courant de gaz cyanique dans l'alcool; le gaz est fourni par la dépolymérisation de l'acide cyanurique.

Le produit de la réaction est lavé à l'éther, pour enlever l'alcool qui aurait pu ne pas réagir et l'uréthane qui se forme toujours en quantité plus ou moins grande.

Le résidu insoluble qui constitue l'allophanate souillé par un peu d'acide cyanurique est redissous à chaud dans l'alcool absolu, le benzène ou l'acétone, et il cristallise par refroidissement.

Tous les allophanates que nous avons obtenus sont des corps cristallisés et inodores, leur solubilité dans l'éther froid est très faible, leur solubilité dans l'alcool froid est un peu plus grande mais néanmoins encore faible.

Dans les alcools de la série acyclique, nous avons observé que les allophanates tertiaires étaient saponifiés par l'action de l'eau bouillante. Il en est de même pour les phénols.

L'alcool est régénéré; il se dégage de l'acide carbonique et l'on obtient de l'urée.

En opérant sur 5^g d'alcool ou de substance renfermant ces 5^g, on peut d'abord isoler l'alcool, le caractériser par le point de fusion de son allo-

phanate et le régénérer pour prendre ses constantes physiques et refaire à nouveau l'allophanate qui doit être identique au corps primitif.

Dans la série des alcools terpéniques, le linalol se comporte comme un alcool qu'on doit mettre hors cadre. Tous les autres alcools du groupe se comportent normalement.

J'ai étudié les différents termes du groupe qui nécessitent à eux seuls un Mémoire développé.

La série des alcools cycliques ne donne lieu à aucune observation. La formation des allophanates, sauf dans le cas du terpinol, est normale, et ceux-ci présentent les caractères habituels.

Dans la série cyclique, on peut observer des perturbations graves lorsque les corps renferment des fonctions phénoliques.

Si la fonction phénolique est éthérifiée par des alcoyles ou des aryles, elle n'amène plus aucune perturbation et la réaction est normale.

Comme au point de vue de la séparation, les corps à fonction phénolique sont solubles dans les alcalis, il sera aisé d'utiliser le traitement alcalin pour séparer au préalable les corps à fonction phénolique.

Les alcools à fonction carbure éthylénique, aussi bien dans la série cyclique que dans la série acyclique, donnent des allophanates normaux.

MÉTÉOROLOGIE. — *Influence des saisons et des régimes aérologiques sur les variations corrélatives de la pression atmosphérique et de l'intensité du vent.* Note de MM. G. **Reboul** et L. **Dunoyer**.

Dans notre Note du 14 avril (¹) (dont le lecteur est prié de rétablir le texte d'après l'erratum publié aux *Comptes rendus* du 22 avril), nous avons montré l'importance que présente, pour la prévision des variations barométriques, la variation dans le temps ou en altitude de l'intensité du vent. Fidèles à notre principe : ne pas nous borner à indiquer quelques exemples sur lesquels nos thèses seraient remarquablement vérifiées, mais tenir compte, au contraire, de *tous* les cas, défavorables aussi bien que favorables, nous croyons devoir compléter cette Note en indiquant comment varie, suivant la saison et le régime des vents, le coefficient de certitude de nos règles.

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 785.

I. Considérons d'abord le cas où des *sondages successifs* donnent des vents croissants ou décroissants d'un sondage à l'autre. Pour l'année qui s'étend de septembre 1915 à septembre 1916, nous obtenons les résultats suivants :

Coefficient de certitude.	Vents croissants d'un sondage à l'autre, accompagnés de baisse.	Vents décroissants d'un sondage à l'autre, accompagnés de hausse.	Vents stationnaires d'un sondage à l'autre, Immobilité barométrique.
Été.......	0,79	0,53	0,76
Hiver.....	0,90	0,90	0,94

Les règles énoncées s'appliquent donc mieux l'hiver (où leur coefficient de certitude est remarquablement grand) que l'été. Cela tient sans doute à l'existence des périodes orageuses de cette dernière saison ; de brusques variations dans l'intensité du vent, dues à des phénomènes locaux, se produisent alors sans variations barométriques importantes, régulières, et géographiquement étendues.

Au lieu de chercher quelle est l'influence de la saison sur la régularité avec laquelle la variation d'intensité du vent amène une variation de la pression, on peut chercher quelle est, dans ce phénomène, l'importance de la direction du vent. Voici le résultat :

Coefficient de certitude annuel moyen pour les vents de :	
N — NE — E..............................	0,68
SE — S — SW — W — NW................	0,84

Les règles s'appliquent donc mieux pour les vents des régions SW que pour ceux des régions NE. Il faut noter que les vents de SW sont des vents humides (et chauds l'hiver), tandis que les vents NE sont des vents secs. Or il est incontestable que la chaleur et l'humidité jouent un rôle important dans la formation et la propagation des grandes perturbations.

II. Considérons maintenant le cas où *un sondage fait apparaître une forte différence d'intensité entre le vent des grandes altitudes et celui des couches inférieures*. La discussion des observations faites pendant la même période que ci-dessus nous conduit aux résultats suivants :

Coefficient de certitude.	Vents forts en haut accompagnés ou suivis de baisse.	Vents faibles en haut accompagnés ou suivis de hausse.	Vents homogènes, immobilité barométrique.
Été.................	0,75	0,53	0,60
Hiver...............	0,82	0,76	0,85

Ainsi donc, comme précédemment, les règles s'appliquent mieux l'hiver que l'été, et sans doute pour des raisons analogues. Pendant l'été, les couches inférieures, soumises au violent échauffement du sol, sont de moins bonnes indicatrices des phénomènes généraux, et par conséquent aussi, leur comparaison avec les couches supérieures donne des indications plus aléatoires.

L'examen du coefficient de certitude en fonction de la direction des vents conduit également au même résultat que plus haut.

	Coefficient de certitude annuel moyen pour des vents de :
N — NE — E	0,65
SE — S — SW — W — NW	0,80

La valeur des règles, faisant intervenir les vents de sondage pour la prévision de la hausse ou de la baisse suivant qu'ils sont forts ou faibles en haut, est donc plus grande pour les vents de SW que pour les vents de NE.

A propos d'une Note de M. Guilbert. — Dans le précédent *Compte rendu*, M. G. Guilbert critique notre Note du 3 mars sur les vents d'appel (Note que d'ailleurs il ne cite pas) et une autre Note (qu'il cite) du 17 février sur les coefficients de certitude (¹).

Dans notre Note sur les vents d'appel, nous croyions avoir montré avec une suffisante clarté dans quelle mesure la règle sur les vents d'appel, telle que nous l'énonçons, dérivait des tentatives que nous avons faites pour appliquer journellement les règles de M. Guilbert. Nous croyions aussi avoir clairement défini notre point de vue : nous ne prétendons pas inventer les vents d'appel; nous disons simplement que, dans l'ensemble des 25 règles énoncées par M. Guilbert au Chapitre III de son Ouvrage bien connu, l'action des vents d'appel, c'est-à-dire d'une certaine catégorie de vents divergents (comme Brunhes le faisait d'ailleurs remarquer dans sa Préface), nous paraît seule à retenir. Nous avons en outre précisé dans notre Note les conditions d'application de la règle des vents d'appel suivant l'époque de l'année et la direction d'appel, ce qui présente, en pratique, un important progrès.

Quant à nos coefficients de certitude, il nous aurait été facile assurément, comme nous l'indique M. Guilbert, de leur trouver une valeur plus grande, en donnant une prépondérance marquée aux cas types. Nul plus que nous

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 457 et 356.

n'est favorable à l'étude privilégiée des cas types. En météorologie, où l'expérimentation proprement dite est impossible, ils constituent un des plus puissants modes d'investigation. Mais ils sont rares dans la pratique quotidienne de la prévision. Leur donner une importance prédominante dans l'estimation du coefficient de certitude exposerait donc à de fâcheuses illusions sur la grandeur réelle, pratique, de ce coefficient. C'est ainsi qu'une méthode comme celle de M. Guilbert, assise sur quelques vérifications remarquables dans des cas types, n'arrive à donner que des renseignements notoirement vagues et insuffisants dans les cas ternes, indécis, à évolution lente, qui sont la monnaie courante des cartes isobariques.

C'est donc la valeur minima du coefficient de certitude qu'il est utile de connaître, quitte à la majorer d'après l'étude de chaque cas particulier et en faisant intervenir, non pas un seul élément météorologique, les vents de surface, comme le fait M. Guilbert, mais tous les éléments que l'observation permet d'atteindre (vents de sondage, tendance, etc.).

PALÉOBOTANIQUE. — *Sur la découverte du* Laurus canariensis *Webb et Berth., dans les tufs de Montpellier.* Note de M. **Josias Braun-Blanquet**, présentée par M. Guignard.

Les tufs quaternaires de la vallée du Lez, près de Montpellier, ont déjà été l'objet de travaux importants. On y a signalé une trentaine de végétaux et de nombreux mollusques (63 espèces), vivant encore pour la plupart au voisinage immédiat de ces dépôts. La détermination exacte de l'âge de ces tufs est d'autant plus importante qu'ils constituent un des gisements quaternaires les plus riches de France.

D'après G. Planchon (¹), la formation des tufs de Montpellier serait plus récente qne celle des travertins de Provence étudiés par Saporta (²). « Elle me paraît devoir être rapportée à l'époque où des conditions climatiques analogues aux nôtres se sont définitivement établies pour ne subir que des oscillations insignifiantes (³) ». M. Viguier (⁴), en s'appuyant sur

---

(¹) *Étude des tufs de Montpellier*, Paris, 1864.

(²) *Sur la flore des tufs quaternaires en Provence* (*Congr. scient. Fr.*, 33ᵉ sess., t. I, p. 267-296).

(³) Planchon, *loc. cit.*, p. 61.

(⁴) *Étude sur quelques formations de tufs de l'époque actuelle* (*Revue des Sciences naturelles*, Montpellier, 1881).

la faune malacologique, accentue encore cette opinion; il ne croit pas à la contemporanéité des tufs des Aygalades près de Marseille avec ceux de Montpellier et il rapporte ces derniers à l'époque des alluvions modernes. Une étude d'ensemble sur la flore des tufs quaternaires de la France m'avait déjà conduit à un résultat différent.

Les tufs de Montpellier contiennent, en effet, trois végétaux franchement méditerranéens, qui ne croissent plus à l'état spontané aux environs de cette ville. Ils se rencontrent cependant ailleurs, sur le pourtour septentrional de la Méditerranée (*Cotoneaster Pyracantha*, *Laurus nobilis*, *Vitis vinifera*). Plusieurs autres espèces des mêmes tufs se sont retirées dans la montagne et manquent aujourd'hui complètement à la plaine languedocienne.

Ainsi *Pinus nigra* var. *Salzmanni* et *Acer Opulus* sont cantonnés sur l'étage du chêne blanc et du hêtre dans les Cévennes. *Ilex aquifolium*, planté à Montpellier, se rencontre très rarement à l'état naturel au delà de la bordure cévenole. *Fraxinus Ornus*, espèce subméditerranéenne-montagnarde, suit le cordon montagneux de l'Illyrie à la Ligurie et aux Alpes-Maritimes, pour y atteindre actuellement sa limite extrême vers l'Ouest. *Acer neapolitanum* enfin est localisé dans les bois montagneux de l'Italie méridionale.

Aucune des espèces émigrées ne demande un climat plus chaud que le climat actuel de Montpellier. Mais la plupart d'entre elles exigent un régime moins extrême et surtout plus humide, en d'autres termes plus océanique. Elles trouvent leur optimum de développement dans les basses montagnes, sur la lisière méditerranéenne où la saison sèche de l'été est de courte durée, où les brouillards sont fréquents et où les précipitations annuelles atteignent de 1200^{mm} à 1800^{mm} par an.

Le caractère océanique de cette flore la rapproche des flores interglaciaires de Resson, de Pont-à-Mousson, etc., tandis que la liste des espèces indique surtout des rapports avec la flore du même âge des travertins de Meyrargues et des Aygalades en Provence. Or, le gisement des Aygalades est nettement caractérisé comme appartenant au Chelléen par la présence de *l'Elephas antiquus* et du *Laurus canariensis*. La découverte toute récente du *Laurus canariensis* dans les tufs de Montpellier me paraît de nature à confirmer leur synchronisme.

J'ai trouvé dans la partie inférieure de ces tufs (au Gasconnet) plusieurs grands fragments de feuille et une feuille tout entière, très bien conservée. Les fragments avaient la même taille et la même forme que la feuille

entière, les bords visibles étaient parfaitement plans, la nervation identique.

La détermination a été faite à l'aide des échantillons authentiques des herbiers de l'Institut botanique de Montpellier et des reproductions de feuilles fossiles et vivantes données par Webb et Berthelot, par de Saporta et par M. L. Laurent.

Description de la feuille entière (face supérieure) : Forme nettement obovale; longueur (sans le pétiole) 7^{cm}, largueur $4^{cm},4$; largeur maximum vers le sommet à $2^{cm},6$ de la pointe, se rétrécissant insensiblement vers la base. Pétiole $1^{cm},6$ de long, canaliculé, large de 3^{mm}. Bords entièrement plans, sans trace d'ondulation. Sommet de la feuille arrondi, très faiblement acuminé (chez le *Laurus nobilis*, les feuilles déformées seules sont arrondies). Nervure médiane très développée, mais pas saillante. Nervures secondaires, huit à neuf de chaque côté, presque parallèles, droites, allant jusqu'au bord. Dichotomie des nervures secondaires du milieu du limbe très faible (chez le *L. nobilis* très prononcée). Nervures tertiaires à réseau de mailles très fines et très visibles.

Le pétiole intact d'une seconde feuille mesure $1^{cm},4$. D'après Planchon, la longueur moyenne du pétiole du *L. nobilis* est de 3^{mm} à 6^{mm}; il atteint et dépasse rarement 1^{cm}.

Le *Laurus canariensis* est relégué aujourd'hui aux îles Canaries et à Madère, où il habite la ceinture des brouillards persistants. En Europe, l'arbre a existé depuis le Tertiaire moyen jusqu'au Quaternaire moyen; il a été reconnu dans de nombreux gisements du Pliocène et du Pléistocène moyen de la France, notamment dans les tufs de la Provence; il peut donc être considéré comme caractéristique des dépôts de cet âge.

Conclusion. — La présence du *Laurus canariensis* dans les tufs de Montpellier confirme et *accentue le caractère océanique* et relativement chaud de la flore au temps de la formation de ce dépôt; elle permet en outre de *le synchroniser avec les tufs des Aygalades* qui datent de la dernière période interglaciaire.

PALÉOBOTANIQUE. — *Relations des zones végétales* A_1A_2 *et* B_1B_2 *avec les niveaux marins du terrain houiller du nord de la France.* Note (1) de M. **Paul Bertrand**, présentée par M. Ch. Barrois.

Les horizons marins, par leur inégale répartition dans le terrain houiller, comme aussi par leurs caractères paléontologiques propres, constituent des

(1) Séance du 5 mai 1919.

niveaux-repères très précieux pour les exploitants et pour les géologues [1]. Ces horizons ont permis d'établir la succession et la répartition des principales zones végétales du wesphalien du nord de la France sur des bases nouvelles et très sûres [2]. Il convient de souligner par quelques remarques l'importance de ces horizons au point de vue stratigraphique et paléobotanique :

1. La zone inférieure A_1 ou zone à *Pecopteris aspera* Br. (Assise de Flines), pauvre en houille, renferme plusieurs bancs marins caractéristiques (6 environ). Elle est limitée à sa partie supérieure par le *grès de Flines* (*grès d'Andenne*) qui renferme lui-même un niveau marin.

2. *Importance stratigraphique du niveau marin de la passée du toit de Laure.* — La zone A_2 de Zeiller débute au grès de Flines; elle se termine à 150 ou 200^m sous le niveau marin de *Poissonnière*. Elle correspond à peu près à l'assise de Vicoigne de MM. Barrois et Pruvost. Elle comprend en réalité deux zones distinctes : la partie inférieure seule constitue véritablement la zone à *Nevropteris Schlehani* Stur et *Sphenopteris Hœninghausi* Br.; la partie supérieure constitue la zone à *Alethopteris lonchitica* Schloth.; elle est caractérisée par la diminution marquée de *N. Schlehani* et *S. Hœninghausi* et par la multiplication des *Nevropteris* autres que *N. Schlehani*.

Or la moitié inférieure de l'assise de Vicoigne renferme d'abord deux ou trois niveaux à Lingules (faisceau d'*Olympe* de la fosse Notre-Dame d'Aniche); puis vient le niveau marin de la passée du toit de *Laure*, qui représente par conséquent le plus élevé des horizons marins de la zone à *N. Schlehani* et *S. Hœninghausi*. C'est à une faible distance au-dessus de ce niveau (100^m au maximum) que débute la zone à *Alethopteris lonchitica*.

3. *Importance statigraphique du niveau marin de Poissonnière.* — La zone à *Lonchopteris Bricei* Br. (zone $B_1 B_2$ de Zeiller), qui mesure plus de 600^m d'épaisseur à la fosse Notre-Dame, débute à 150^m ou 200^m sous *Poissonnière*; elle s'étend à environ 500^m au-dessus de ce niveau.

M. Barrois a signalé à plusieurs reprises l'importance stratigraphique du

---

(1) Ch. Barrois et P. Pruvost, *Les divisions stratigraphiques du terrain houiller du nord de la France* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 647).

(2) Voir P. Bertrand, *Les zones végétales du terrain houiller du nord de la France* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 780).

niveau de *Poissonnière* (1). Alors que les niveaux marins de l'assise de Flines ou ceux de la zone à *N. Schlehani* et *S. Hœninghausi* sont *groupés*, c'est-à-dire séparés seulement par de faibles épaisseurs de terrains, le niveau de *Poissonnière-Bernard* est isolé au milieu du terrain houiller productif : il est distant de 400^{m} environ du niveau marin de la passée de *Laure*. Or ces observations s'appliquent également aux niveaux marins du bassin de la Ruhr; là aussi, on trouve un niveau marin : celui de *Catharina*, nettement isolé au milieu des charbons gras.

Il semble donc naturel d'identifier le niveau de *Poissonnière* et celui de *Catharina*.

La répartition des zones végétales par rapport aux niveaux marins confirme cette identification. Dès 1893, Cremer, après une étude sommaire de la flore du bassin de la Ruhr (2) constatait :

1° Que *N. Schlehani* et *S. Hœninghausi* avaient leur maximum de fréquence dans la zone des charbons maigres (zone riche en bancs marins correspondant au faisceau d'*Olympe* d'Aniche);

2° Que le *Lonchopteris Bricei* était déjà fréquent dans la bande de terrains immédiatement inférieure à *Catharina*.

Les mêmes faits ont été observés par M. Carpentier (3) sur la concession d'Anzin et par moi-même sur la concession d'Aniche (4).

---

(1) Ch. Barrois, *Note sur la veine Poissonnière du terrain houiller d'Aniche* (*Ann. S. N. G.*, t. 39, p. 49).

(2) L. Cremer, *Ueber die foss. Farne des westfäl. Carbons u. ihre Bedeut. für eine Gliederung des letzteren*, Marburg, 1893.

(3) A. Carpentier, *Carbonifère du Nord de la France*. (*Mém. S. G. N.*, t. VII, n° 2, p. 176-231). — Les résultats obtenus par M. A. Carpentier sont d'autant plus remarquables qu'il ne connaissait pas à Anzin la position des horizons marins de la passée de *Laure* et de *Poissonnière*.

(4) A titre de renseignements, il convient de signaler les équivalences suivantes, qui ont été établies par le service du Musée houiller de Lille, sous la direction de M. Barrois :

Concession d'Aniche :

Bande nord (fosse Déjardin)		Bande centrale (fosse Notre-Dame)		Renversés de la bordure sud (fosse d'Erchin)
Poissonnière	=	*Bernard*		
Niveau marin sous 6e veine	=	Niveau de la passée du toit de *Laure*	=	Niveau marin de *Joubert*.

Le niveau marin de *Catharina-Poissonnière* a donc une extension superficielle considérable ([1]). Son isolement à la base de la zone à *Lonchopteris Bricei* lui donne un intérêt tout spécial. Un caractère de ce niveau, c'est qu'il surmonte une bande de terrains de 100^m à 150^m d'épaisseur renfermant de nombreuses passées, mais pas de veine exploitable.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur le rôle des chenaux maritimes nord-floridien et sud-caraïbien dans les migrations des Mammifères tertiaires et quaternaires.* Note de M. **L. Joleaud**, présentée par M. Émile Haug.

Les migrations des Mammifères d'Europe, d'Afrique et d'Amérique m'ont permis de reconstituer partiellement l'histoire de l'Atlantique central au Néogène ([2]). Les régressions et les transgressions qui ont favorisé ou arrêté ces échanges fauniques sont évidemment synchroniques des déplacements de la Méditerranée. Celle-ci communiquait avec l'Océan par les détroits nord-bétique et sud-rifain, remplacés plus tard par le détroit de Gibraltar. L'évolution géologique de ces chenaux a été magistralement élucidée par les belles explorations de Louis Gentil ([3]).

Les mouvements épirogéniques qui ont déterminé ces phénomènes ont eu leur répercussion dans la mer des Antilles. Les Quadrupèdes des États-Unis et de l'Argentine, qui comptaient au Montien des types communs, sont ensuite restés différents jusqu'au Pliocène. Les chenaux qui séparaient alors les deux Amériques n'occupaient pas l'emplacement de ceux qui encadrent aujourd'hui les Antilles. Un *détroit nord-floridien* était situé entre la Caroline, la Louisiane et la Floride. Un *chenal sud-caraïbien* qui s'avançait au sud de la chaîne caraïbe des Guyanes et du Vénézuela, correspondait à la plaine des Llanos ([4]).

([1]) D'après W.-C. Klein, *Catharina* serait représentée en Belgique par la veine *Grand-Bac*, du bassin de Liége.

([2]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 177, 310, 412.

([3]) *Notice sur les titres et travaux scientifiques* de Louis Gentil, Paris, E. Larose, p. 55-57.

([4]) Osborn (*The Age of Mammals*, 1910, p. 245, figure) indique un détroit (?) au sud de la chaîne Caraïbe : la plaine des Llanos dessine une avancée dans le haut Portuguesa, entre cette chaîne et la cordillère de Meridia, en face de la dépression de Barquisimato, au voisinage de laquelle les plis se rebroussent.

Le détroit nord-floridien était fermé lors du dépôt de la série du Grand Gulf : le golfe du Mexique ne communiquait pas alors avec l'Océan et la Floride était soudée aux Bahamas et aux Antilles ([1]). Peut-être une liaison continentale plus ou moins directe s'établit-elle ainsi entre les deux Amériques ([2]). Grâce à elle, put arriver jusqu'à l'Orégon un Édenté de la Plata, *Megalonyx* ([3]), dont les restes ont été trouvés dans les « Mascall beds ». Ces formations, généralement rapportées au Vindobonien, renferment un Équidé, *Kalobatippus gracilis*, qui, plus petit que les *K. præstans* et *agatensis* aquitaniens, remonterait au début du Néogène ([4]); peut-être en serait-il de même du *Megalonyx* de l'Orégon. *Kalobatippus* a émigré de la côte pacifique au Mississipi, à l'Aquitanien, puis en Europe, par l'Atlantique central, au Burdigalien. Il est possible que *Megalonyx* se soit déplacé vers la même époque en sens inverse, du Brésil à l'Orégon par les Antilles et la Floride. Les chenaux sud-caraïbien et nord-floridien auraient donc été partiellement émergés vers l'Aquitanien.

Cette émersion, assez localisée sans doute, semble s'être produite dès l'Oligocène. Car le genre *Solenodon*, aujourd'hui propre à Cuba et Haïti, est voisin de types sannoisiens nord-américains, *Apternodus* et *Micropternodus*. Ce groupe d'Insectivores, disparu du territoire des États-Unis dès le Tongrien supérieur, aurait trouvé un refuge aux Antilles. Mais *Solenodon* est aussi apparenté aux Centétidés du Congo et de Madagascar; une communication assez directe entre Cuba et l'Afrique occidentale aurait donc existé au Rupélien, lorsqu'arrivait à Madagascar la faune européenne et nord-américaine.

La grande transgression géosynclinale helvétienne dut déterminer la rupture de cette liaison continentale, qui fut rétablie partiellement peut-être dès le Tortonien, sûrement au Pontien et complètement au Pliocène. Par les Antilles soudées aux Guyanes, des Édentés pénétraient en Floride et au Texas, en même temps que des Mammifères nord-américains arrivaient dans la Néogée : les Procyonidés, qui vivaient au Pontien dans le Nebraska, et *Amphycion*, qui débutait dans l'Amérique du Nord au Burdigalien, parvenaient au Pliocène en Argentine.

([1]) HILGARD, *Proc. Amer. Assoc.*, vol. 20, *Indianopolis*, 1872, p. 222.

([2]) SCHARFF, *Amer. Natural*, vol. 43, 1909, p. 513-531.

([3]) SINCLAIR, *Univ. Cal.*, *Bull. Dept. Geol.*, vol. 5, n° 2, 1906, p. 65-69.

([4]) OSBORN, *Mém. Amer. Mus. Nat. Hist.*, New ser., vol. 2, 1re part., 1918, p. 69 et fig. 51.

De ces migrations entre les deux Amériques subsistent des traces dans la faune quaternaire et actuelle des Antilles, comme demeurent, au Pléistocène et aujourd'hui, des animaux européens ou africains dans les îles de la Méditerranée. Mais tandis qu'en Corse, en Sardaigne, etc., dominent des formes de petite taille, aux Antilles se sont maintenus des types de fortes dimensions, de gros Rongeurs, *Capromys* et *Plagiodontia*, originaires de la Néogée, un Muridé géant, *Moschomys*, et de grands Insectivores, *Solenodon*, provenant de l'Amérique du Nord. Au Pléistocène, la faune de Cuba comptait un Edenté gigantesque, *Megalocnus cubensis* Pomel, celle d'Anguilla et de Saint-Martin, un Rongeur, *Amblyrhiza*, de la taille d'un Ours (1).

La faune quaternaire et actuelle des Antilles aurait été affectée par le gigantisme, celle des îles méditerranéennes par le nanisme. La première, à faciès surtout sud-américain, était arrivée, à la fin du Tertiaire, à un stade plus avancé que la seconde, à caractère un peu éthiopien. Le milieu insulaire serait ainsi également favorable à la conservation des formes naines primitives et, par suite, insuffisamment spécialisées, comme des types géants très évolués et, en conséquence, spécialisés à l'excès.

Les changements survenus pendant le Néogène au tracé des chenaux nord-floridien et sud-caraïbien semblent donc avoir été synchroniques de ceux qui ont affecté leurs symétriques, les détroits nord-bétique et sud-rifains. La cordillère des Antilles qui, partant des sierras du Honduras, passe par la Jamaïque, Haïti, Port-au-Prince, les Petites Antilles, la Trinité, et va rejoindre la chaîne Caraïbe dans le Vénézuela, dessine une courbe convexe vers l'Est, tandis que sa symétrique la guirlande Cordillère-bétique-Riff est fermée vers l'Ouest : l'une comme l'autre enveloppent un effondrement en « ovale méditerranéen ».

PHYSIOLOGIE. — *Ventilation pulmonaire et hématose.*
Note (2) de M. **Jules Amar**, présentée par M. Edmond Perrier.

On a vu, précédemment (3), que la ventilation pulmonaire augmente très vite sous l'influence de l'exercice, et décroît lorsqu'on revient au repos.

(1) Della Torre, *Congr. Géol. intern.*, 11e sess., Stockholm, 1910, 2e fasc., p. 1023. — Spencer, *Geol. Mag.*, t. 7, 1910, p. 512.

(2) Séance du 5 mai 1919.

(3) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 828.

Il faut encore mentionner qu'elle réalise dans les meilleures conditions le phénomène intime de la respiration, à savoir l'oxygénation du sang, l'hématose.

Par quel mécanisme la ventilation pulmonaire favorise-t-elle l'hématose, c'est ce que l'expérience et la théorie vont nous expliquer.

1° *La ventilation pulmonaire augmente bien plus par l'amplitude que par la fréquence des respirations.* — Lorsqu'on effectue un travail de plus en plus grand, on trouve que les courbes respiratoires (tonogrammes) deviennent de plus en plus profondes. Leur *amplitude* progresse régulièrement.

Par contre, leur *fréquence*, même dans les grandes fatigues, atteint aussitôt sa limite extrême; elle n'obéit à aucune progression régulière.

Il y a plus : si l'on impose de respirer à des fréquences différentes, on vérifie que :

Dans le même temps, les respirations lentes et profondes mobilisent plus d'air dans les poumons que les respirations précipitées.

Voici la démonstration de ces trois faits :

a. Durant 10 minutes, on pédale sur le cycle à frein, à des vitesses variant par 10 tours depuis 90 jusqu'à 190 à la minute, et sous une résistance de 1^{kg}.

Le graphique des respirations montre que le rythme de ces dernières ne dépasse pas 40 et tend à se fixer, mais leur amplitude s'élève en fonction de la fatigue.

b. En employant une résistance double, et des vitesses comprises entre 132 et 208 tours, le résultat reste semblable; la profondeur des tonogrammes atteint 2 à 6 fois sa valeur initiale (du repos). Et ceux-ci finissent par être brusques, leurs branches se rejoignant par des raccords courbes; c'est-à-dire que l'expiration et l'inspiration cessent d'être parfaitement délimitées. La régularité de la respiration est menacée dès la vitesse de 210 tours (70 coups de pédale).

c. On marche pendant 25 minutes à la vitesse de 210 tours, avec 3^{kg} au frein. L'amplitude des tonogrammes est alors un maximum. Porter la fatigue plus loin ne ferait que réduire l'*amplitude respiratoire et déterminer l'essoufflement :* l'organisme ne se défendrait plus.

d. Enfin, on règle *volontairement* sa respiration de repos suivant les rythmes rapides de 30, 78, 96 et 108 par minute. Malgré cette précipitation, les volumes d'air correspondants sont de 8^l, 10^l, 11^l et 18^l environ. L'abdomen a la plus large, sinon l'unique part dans ce type de respiration.

Ralentissons le rythme, au contraire, en l'amenant à 23, à 14, puis à 9. Les débits seront, respectivement : $14^l,30$, $18^l,60$ et $27^l,25$ par minute. Le type respiratoire est, dans ces conditions, à prédominance thoracique.

En conséquence, la quantité d'air qui passe par les poumons augmente avec la lenteur et la profondeur des respirations. La fréquence n'y apporterait pas une compensation équivalente. Il reste à dire *pourquoi*.

2° *Les respirations lentes et profondes favorisent l'oxygénation du sang.* — Or, par cela même que les respirations lentes et profondes introduisent un grand volume d'air, à concentration d'oxygène à peu près constante, il s'ensuit que ce dernier gaz pénètre dans le sang en proportion de la surface pulmonaire offerte aux échanges.

Il est clair que cette surface se développera aux dépens des alvéoles, qui s'ouvrent *peu à peu*, réalisant une série de cavités remplies d'air. La *surface relative* est, comme on sait, plus étendue dans le cas de ces petits volumes que dans celui d'une grande cavité unique. Car elle varie suivant le *carré du rayon* de la capacité pulmonaire, et les volumes suivant le *cube*.

L'intensité des échanges respiratoires s'accroît donc en raison de l'augmentation relative de la surface, laquelle s'exprime par le rapport des rayons (1). De là, cette amplitude et cette longue durée des respirations de fatigue; de là aussi, à mesure que l'animal évolue et doit dépenser de la puissance, le cloisonnement progressif de ses poumons, simples poches chez le Protée ou le Triton, véritable ballon à cellules chez le Mammifère.

L'expérience confirme la théorie.

a) On a obtenu, au repos, une ventilation de 10^l par minute, et 22,5 respirations. Les taux d'échanges ont été :

$$CO^2 = 2,70 \text{ pour } 100, \qquad O^2 = 3,40 \text{ pour } 100, \qquad \frac{CO^2}{O^2} = 0,79.$$

On fait, ensuite, 150 mouvements de flexion et extension des bras, à la cadence de 100. Respirations = 26. Gaz recueillis, rapportés à la minute :

$$\text{Ventilation} = 25^l,50, \qquad CO^2\,\% = 3,90, \qquad O^2\,\% = 4,50, \qquad CO^2/O^2 = 0,857.$$

Les volumes par respiration ont donc été :

$$\text{Repos :} \quad \frac{10^l}{22,5} = 0^l,44; \qquad \text{Exercice :} \quad \frac{25^l,50}{26} = 0^l,98.$$

Et l'intensité des échanges a dû augmenter comme $\sqrt[3]{\dfrac{0,98}{0,44}} = 1,30.$

---

(1) Ce rapport $\frac{r}{r'}$ peut s'écrire $\sqrt[3]{\frac{r^3}{r'^3}}$ ou $\sqrt[3]{\frac{v}{v'}}$, en remplaçant les cubes des rayons par les volumes d'air correspondant à chacune des respirations, lente et rapide.

Il est ainsi aisé de vérifier, en effet, que le taux d'oxygène, d'abord égal à 3,40, est devenu 4,50, ce qui est à peu près la valeur calculée :

$$3,40 \times 1,30 = 4.42.$$

b) Une seconde expérience a fourni les éléments ci-après :

	Ventilation.	Respiration.	$\frac{CO^2}{O^2}$.
Au repos.........	$9^l,50$	24	$\frac{3,60}{4,60} = 0,782$
A l'exercice.......	$19^l,00$	26	$\frac{4,40}{5,50} = 0,80$

D'où : $\frac{9,50}{24} = 0^l,40$, $\frac{19}{26} = 0^l,73$ et $\sqrt[3]{\frac{0,73}{0,40}} = 1,22.$

Et l'on a : $4,60 \times 1,22 = 5,612$ (valeur observée : 5,50).

Si l'on trouble l'automatisme nerveux, la loi des échanges cesse d'être observée.

c) En effet, on respire, *au repos*, tantôt sur le rythme précipité de 108, tantôt sur celui, très lent, de 9 par minute. Et l'on a :

Respirations.	Ventilation.	CO^2 pour 100.	O^2 pour 100.	$\frac{CO^2}{O^2}$.
108.........	$19^l,25$	1,80	2,40	0,75
9.........	$27^l,75$	3,60	4,90	0,74

Par suite :

$$\frac{19,25}{108} = 0^l,178, \quad \frac{27,75}{9} = 3^l,083 \quad \text{et} \quad \sqrt[3]{\frac{3,083}{0,178}} = 2.58.$$

Or $2,58 \times 2,40 = 6,20$ au lieu de 4,90.

Les respirations très fréquentes sont donc impropres à l'hématose ; elles fournissent un taux d'oxygène insuffisant et ne satisfont pas à la loi des échanges.

Du reste, elles sont un signe de l'essoufflement.

Et l'on aboutit à cette nouvelle conclusion :

L'hématose exige que la respiration développe, en toutes circonstances, un maximum de capacité pulmonaire..

GÉOGRAPHIE ZOOLOGIQUE. — *Sur la faune ichthyologique du Sahara oriental.* Note de M. **Jacques Pellegrin**, présentée par M. Edmond Perrier.

Contrairement à ce que l'on est tenté au premier abord de supposer pour des régions sablonneuses et presque en totalité aujourd'hui désertiques, il existe encore une faune des eaux douces du Sahara. En effet, si l'on s'en tient aux seuls Vertébrés, on constate que plusieurs espèces de Poissons, de Batraciens et quelques Reptiles aquatiques, derniers reliquats d'une population jadis beaucoup plus abondante, ont pu se maintenir dans certaines stations privilégiées, et cela non seulement, comme le fait a été signalé depuis longtemps, dans les sources des oasis, dans les chotts, dans les gouffres ou bahrs de la lisière sud de l'Atlas, mais même dans diverses autres localités explorées plus récemment des parties centrales (Touat, Tidikelt, Tassili des Azdjers) ou occidentales (Adrar, Tagant). C'est ainsi que dans une liste récapitulative donnée il y a quelques années [1] j'ai pu réunir un total de 21 espèces : 2 Reptiles, le Crocodile du Nil (*Crocodilius niloticus* Laur.), une Tortue, l'Emyde lépreuse (*Clemmys leprosa* Schw.), 8 Batraciens répartis en 4 genres et 4 familles et 11 Poissons appartenant à 7 genres et 4 familles. Toutefois l'ensemble de ces formes provenait uniquement soit du Nord et du Centre, soit de quelques points de l'Ouest du « Grand désert », aucun Vertébré aquatique n'avait encore été recueilli dans le Sahara oriental. Les récentes investigations du lieutenant-colonel Tilho dans les massifs montagneux du Tibesti et de l'Ennédi et dans le seuil du Borkou qui les réunit, viennent heureusement combler cette lacune et montrer que, là aussi, les Poissons ne font pas défaut.

La famille des Cyprinidés est représentée par trois espèces, un Labéon et deux Barbeaux : le *Labeo horie* Heckel, forme nilotique que le lieutenant-colonel Tilho a retrouvé dans la mare de Tottous (Tibesti), le *Barbus deserti* Pellegrin que j'ai fait connaître [2] d'après des exemplaires recueillis par le capitaine Cortier dans le Tassili des Azdjers et qu'il n'est pas très étonnant de voir étendre son habitat jusqu'à la mare d'Archei (Ennédi), le *Barbus anema* Boulenger, pêché dans la mare de Tottous (Tibesti), espèce minuscule du Nil appartenant au groupe paradoxal des Barbillons sans barbillons.

---

(1) J. Pellegrin, *Les Vertébrés aquatiques du Sahara* (*Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 972, et *C. R. Assoc. fr. Avanc. Sc.*, 1913, p. 346).

(2) *Bull. Mus. Hist. nat.*, 1909, p. 239.

La famille des Siluridés ne compte qu'un représentant, pris aussi dans la mare de Tottous, l'Harmouth lazera (*Clarias lazera* C. V.), Poisson à vaste distribution géographique, connu de Syrie, du Nil, du Tchad, du Sénégal et du Congo et qui doit à l'appareil arborescent spécial annexé à ses branchies la faculté de pouvoir résister assez longtemps à la privation d'eau.

Les Cichlidés figurent avec trois espèces : l'Hemichromis à deux taches (*Hemichromis bimaculatus* Gill) signalé comme assez rare à Ounianga Serir (Borkou), mais très commun en Afrique depuis le Nil jusqu'au Congo et particulièrement dans les oasis du Sud-Algérien, la Tilapie de Zill (*Tilapia Zilli* Gervais) rencontrée à la fois dans l'Ennédi et le Tibesti et qui habite la Syrie, le Nil, le Tchad, le Niger et le Sahara algérien, enfin une espèce nouvelle pour la science, la Tilapie du Borkou (*Tilapia borkuana* nov. sp.) assez voisine d'une forme très cosmopolite, la Tilapie de Galilée (*Tilapia galilæa* Artédi), mais qui s'en distingue toutefois par son corps plus allongé, son œil plus grand, ses épines de la nageoire dorsale plus faibles. D'après le lieutenant-colonel Tilho, l'abondance de ce Poisson, gros comme une petite Perche, serait grande à Ounianga Serir dont il provient, puisque 20^{kg} ont pu être récoltés en une heure, au moyen d'une nasse.

Ce premier aperçu sur la faune ichthyologique du Tibesti, du Borkou et de l'Ennédi fournit un total de 7 espèces, réparties en 5 genres et en 3 familles; 1 étant nouvelle et 3 n'ayant pas encore été signalées dans le Sahara (*Labeo horie*, *Barbus anema*, *Clarias lazera*), le nombre des Poissons actuellement connus de cette partie de l'Afrique se trouve ainsi porté de 11 à 15.

En second lieu, on doit constater que toutes les espèces du Sahara oriental ont un caractère nettement africain, appartiennent sans exception à la faune éthiopienne proprement dite. On ne retrouve plus là, comme dans le Sahara algérien ou même dans le Tassili des Azdjers, des formes paléarctiques, méditerranéennes (*Cyprinodon*, *Barbus biscarensis* Boulenger), associées aux espèces africaines.

Les Poissons rapportés par le lieutenant-colonel Tilho sont en général nilotiques ou à distribution géographique des plus vastes comprenant à la fois le Nil et l'Afrique occidentale. Quant à la forme spéciale, la Tilapie de Borkou, elle peut être dérivée par ségrégation de la Tilapie de Galilée qui rentre dans la catégorie des espèces à habitat très étendu.

Les massifs montagneux du Sahara oriental et le Borkou constituent les derniers refuges d'une faune aquatique autrefois beaucoup plus riche et aujourd'hui en voie de disparition. Les nombreux dépôts de coquilles de Mollusques fluviatiles et les quantités d'ossements de Poissons qu'on

rencontre dans ces régions et dans les parties avoisinantes en sont le témoignage indéniable. Un fragment de crâne et des vertèbres recueillis par la mission Tilho dans l'oued Dira (Egueï), à mi-distance entre le Tchad et le Borkou, me semblent devoir être rapportés à un spécimen de Perche du Nil (*Lates niloticus* L.) d'environ 2^{m} de longueur. Par cet exemple, on peut juger de l'importance des cours d'eau qui sillonnaient jadis ces contrées et qui pouvaient servir d'habitat à des Poissons aussi énormes.

EMBRYOLOGIE. — *Les premières phases du développement embryonnaire chez* Leander squilla *Fabricius*. Note de M. E. **Sollaud**, présentée par M. Yves Delage.

Nos connaissances sur le développement embryonnaire des *Palæmonidæ* reposent essentiellement sur les travaux, devenus classiques, de Bobretzky [1]. Mes recherches, qui ont porté principalement sur *Leander squilla* Fabr., espèce fort commune sur nos côtes, m'ont permis de préciser ou de rectifier un certain nombre de points et de reconnaître quelques faits importants relatifs aux premières phases de l'ontogénie.

L'œuf est du type centrolécithique, mais le vitellus n'y est pas exactement centré : il est un peu plus abondant du côté de la future face ventrale, et le noyau, un peu excentrique, est plus rapproché de la future face dorsale. Les deux premiers sillons de segmentation semblent apparaître presque simultanément, divisant l'œuf en quatre blastomères égaux, munis chacun d'un noyau entouré d'une masse protoplasmique étoilée. Les limites des blastomères n'atteignent pas le centre de l'œuf; à aucun moment la segmentation n'est vraiment totale. Toutes les divisions nucléaires se faisant parallèlement à la surface, les blastomères se disposent d'emblée en une assise périphérique de *pyramides vitellines* rayonnantes, de plus en plus nombreuses et étroites, dont la partie profonde se confond avec la masse centrale, indivise, du vitellus; au fur et à mesure que la segmentation progresse, les noyaux se rapprochent de la surface, et les limites des pyramides s'effacent graduellement, du centre vers la périphérie; elles disparaissent lorsque protoplasma et noyaux, s'isolant des réserves vitellines sous-jacentes, viennent finalement s'étaler à la surface pour constituer le blastoderme.

(1) N. Bobretzky, *Sur l'embryologie des Arthropodes* (*Mém. Soc. des Naturalistes de Kiew*, t. III, 1873) [en russe].

Aucun élément cellulaire ne reste dans la masse centrale du vitellus pour s'y transformer directement en vitellophage.

La segmentation est légèrement inégale : dès les stades à 16 ou 32 blastomères, on reconnaît plus ou moins nettement un pôle à micromères, dorsal, et un pôle à macromères, ventral. Dès que les masses protoplasmiques nucléées contenues dans les macromères (ou pyramides vitellines ventrales) ont atteint la surface, leur chimisme se modifie, peut-être sous l'effet d'oxydations plus intenses; un plus ou moins grand nombre de ces éléments s'enfoncent à nouveau dans le vitellus, à l'intérieur duquel ils vont se déplacer, par des mouvements amiboïdes, tout en le digérant : ce sont les premiers vitellophages.

Ce phénomène n'est pas tout d'abord étroitement localisé; il peut se produire sur une surface plus ou moins étendue de la région ventrale; mais bientôt on le voit se manifester d'une façon particulièrement intense en un point spécial, où les noyaux se multiplient très activement et abandonnent la surface pour émigrer dans la profondeur. En ce point apparaît un léger enfoncement, bien marqué, mais de dimensions très restreintes, et que l'on peut qualifier de blastopore. Le fond et les parois de cette dépression sont le siège d'une abondante prolifération, les éléments nouvellement formés étant l'origine de l'entoderme et du mésoderme; on peut donc bien parler d'une imagination mésentodermique; mais, contrairement à l'assertion de Bobretzky, il n'y a pas formation d'une véritable cavité gastrulaire se fermant par rapprochement des bords de l'ouverture. La prolifération donne d'abord naissance à de nombreux vitellophages qui se dispersent immédiament dans l'épaisseur du vitellus; mais bientôt elle aboutit à la formation d'un massif cellulaire plein, dont la partie antérieure s'étend sous l'ectoderme, en avant du blastopore, pour constituer le mésoderme de l'embryon nauplien. Dès que la période active de pénétration des vitellophages est terminée, la petite dépression superficielle s'efface rapidement et ne tarde pas à disparaître (¹). On sait, depuis Bobretzley, que les vitellophages viennent finalement se disposer autour du vitellus, en une assise cellulaire endodermique, qui représente le mésentéron.

(¹) Roule a décrit chez *Leander serratus* (*Ann. Sc. nat. Zool.*, 8ᵉ série, t. II, 1896) une segmentation du type discoïdal, se faisant à partir d'une petite cicatricule superficielle où tout le protoplasma serait concentrée au début; il n'y aurait aucune trace d'invagination mésentodermique. Or, dans les œufs considérés par cet auteur comme étant au début de leur développement, non seulement la segmentation était achevée,

Peu après l'apparition du blastopore, lorsque les dernières pyramides vitellines ont disparu, on assiste à un curieux phénomène de migration cellulaire : la plupart des éléments ectodermiques du pôle supérieur se mettent en mouvement; ils progressent rapidement à la surface du vitellus, à la façon d'éléments amiboïdes, et, tout en se divisant en cours de route, se dirigent vers la face inférieure. Cette migration est sans doute le résultat d'un chimiotactisme particulier, mis en jeu par la digestion active des matériaux vitellins au point de pénétration des vitellophages. Le noyau semble diriger le mouvement en entraînant à sa suite la masse protoplasmique, qui s'étire en une longue bande rubanée; sur des œufs fixés au moment propice et colorés en masse, ces traînées protoplasmiques donnent l'impression d'un système de lignes de forces convergeant vers la région blastoporique. Bientôt il ne subsiste plus, à l'opposé du blastopore, qu'un petit nombre de noyaux épars.

Sur la face ventrale s'est effectuée, par prolifération locale, et surtout par l'apport de nouveaux éléments, une importante concentration cellulaire, où commencent à se manifester les véritables processus morphogènes : immédiatement en avant du blastopore s'individualisent deux bandes, qui divergent comme les deux branches d'un V, et où se dessinent peu à peu les organes pairs de l'embryon nauplien (lobes ophthalmiques, antennes I, antennes II, mandibules, avec les ganglions correspondants). A l'extrémité postérieure de l'ébauche nauplienne, au niveau même où s'était faite l'invagination mésentodermique, il existe un amas cellulaire très dense, dont les matériaux serviront à édifier les tissus ecto- et mésodermiques de la portion métanauplienne du corps. Les éléments ectodermiques qui avaient subsisté sur la face dorsale se multiplient et prennent part à la formation de l'épiderme de la région thoracique.

---

mais le blastopore avait déjà disparu; la prétendue cicatricule originelle n'est autre chose que le petit massif cellulaire qui s'est constitué sur l'emplacement du blastopore; le protoplasma n'est pas tout entier concentré en ce point, puisque le vitellus est enveloppé de cellules ectodermiques, et que des éléments endodermiques (vitellophages) sont disséminés dans sa masse.

BIOLOGIE. — *Sur la pigmentation des alevins du Saumon* (Salmos salar *L.*), *et sur ses relations avec le premier séjour en rivière et la première migration à la mer*. Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. Edmond Perrier.

On peut distinguer cinq périodes successives dans le développement de ces alevins, depuis l'éclosion jusqu'à la migration de descente à la mer : 1° la *période vésiculée*, pendant laquelle la vésicule vitelline existe, tout en se résorbant et en diminuant de façon progressive; 2° la *période nue*, qui commence de suite après la résorption complète, et se caractérise par la privation d'écaillés apparentes; 3° la *période écailleuse*, pendant laquelle les écailles sont présentes; 4° la *période de transposition pigmentaire*, où la coloration se modifie pour aboutir aux dispositions de la livrée migratrice; 5° la *période migratrice*, au cours de laquelle les alevins, parvenus à l'état de Tacons, descendent les rivières pour se rendre à la mer.

L'ensemble de ces périodes embrasse ordinairement, dans les divers bassins hydrographiques que fréquente le Saumon dans notre pays, une durée de deux années; une minorité seule descend à la mer après une année de vie en rivière; une minorité encore plus restreinte demeure trois années en eau douce avant d'effectuer sa descente. La première période comprend habituellement deux à trois mois, depuis le mois de février, qui est le plus souvent celui de l'éclosion dans la nature, jusqu'au mois de mai de la première année. La deuxième période s'étend sur les cinq ou six semaines consécutives, et va jusqu'en juin. La troisième période, la plus longue, commence ensuite, et se maintient jusqu'au cours de l'hiver qui précède la descente, c'est-à-dire dix-huit à vingt mois dans le plus grand nombre des cas. Enfin la quatrième et la cinquième périodes précèdent immédiatement la migration, qui s'effectue vers la fin de la mauvaise saison, et, d'habitude, dans le courant du mois d'avril.

La pigmentation, au moment de l'éclosion, est faible; elle consiste en un petit nombre de fines ponctuations disséminées sur la tête et le tronc, dans la région dorsale. Elle devient plus intense pendant la première période; d'une part, les ponctuations se rendent plus abondantes et plus serrées, tout en gagnant les flancs, et empiétant partiellement sur la région ventrale; d'autre part, des taches prennent naissance le long de la ligne latérale, où elles se disposent sur une file. Cette accentuation de l'intensité pigmentaire augmente pendant la deuxième période et le début de la troi-

sième. L'alevin, dans la nature, acquiert une teinte très foncée; les ponctuations, nombreuses et serrées, couvrent le corps presque entier, sauf une faible partie de la face inférieure de la tête et de la région antérieure de l'abdomen; les taches ne se bornent point aux deux rangées latérales, mais occupent aussi la moitié dorsale du corps. Ces diverses productions sont uniformément constituées par un pigment de couleur gris brun. Les choses demeurent en cet état pendant la durée de la troisième période.

Il n'en est plus de même dans la période de transposition. Deux actions différentes se manifestent alors de façon synchrone. L'une d'elles consiste dans la disparition de la plupart des ponctuations et des taches précédentes, sauf vers la région dorsale, où la teinte s'uniformise. L'autre réside en l'apparition d'un pigment nouveau, de nuance gris bleuâtre assez claire, qui se dispose sur les flancs, le long de la ligne latérale, sous la forme de grandes taches aux contours d'abord diffus, ensuite nets et précis. Il résulte de ces deux modifications concomitantes que la teinte générale des alevins devient notablement moins foncée, que la région ventrale se fait entièrement blanche, et que la pigmentation principale est désormais constituée par les taches bleuâtres latérales. Ces changements ont pour résultat d'aboutir à l'état bien connu de livrée migratrice. C'est lorsque cet état est réalisé que l'alevin accomplit sa migration de descente et se rend à la mer.

On doit remarquer, à ce propos, que la migration s'effectue seulement après l'apparition de cette livrée, non pas auparavant, et cela quel que soit l'âge de l'alevin, un an, deux ans ou trois ans, marqué par ses écailles. Un changement de cette sorte doit influer nécessairement sur le mode d'absorption des radiations lumineuses par les téguments. Le pigment brun et abondant, qui forme écran pendant les périodes de la vie en rivière, sert aux alevins, sans doute, pour résister à l'action de la vive lumière du milieu terrestre et des ruisseaux où ils se trouvent alors. Il est intéressant d'observer que l'atténuation de ce pigment concorde avec la recherche d'une eau plus profonde, qui conduit progressivement l'individu aux rivières principales d'abord, au milieu marin ensuite, où il va d'emblée dans les zones abyssales et presque aphotiques. On serait donc en droit de présumer que la migration de descente, en tant que cause immédiate principale, pourrait relever d'un cas de phototropisme négatif.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Géométrie, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par suite de l'élection de M. *Émile Picard* comme Secrétaire perpétuel :

En première ligne	M. **Émile Borel**
En seconde ligne.	M. **Édouard Goursat**
En troisième ligne, ex æquo, par ordre alphabétique. . . . . ,	MM. **Elie Cartan** **Jules Drach** **Henri Lebesgue** **Ernest Vessiot**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'Académie, à l'unanimité des suffrages, adjoint M. **Claude Guichard** à la liste de présentation.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures.

É. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 MAI 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique** adresse ampliation du décret, en date du 15 mai 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Hilaire de Chardonnet**, pour occuper l'une des places de la division des *Applications de la Science à l'Industrie*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Hilaire de Chardonnet** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à MM. **Lorentz** et **Volterra**, Associés étrangers, qui assistent à la séance.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur la mesure des classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de déterminant donné.* Note de M. **G. Humbert**.

Cette Note fait suite à celle du précédent *Compte rendu* (1); on y étudie le cas d'un déterminant pair.

---

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 917. Les références aux travaux d'Eisenstein et de Stephen Smith ont été données dans cette première Note.

Erratum : à la page 921, ligne 10, au lieu de p^{α}, $p'^{\alpha'}$, ..., lire $p^{\alpha}p'^{\alpha'}$....

1. *Déterminants impairement pairs.* — On part de la formule de Smith, donnant la mesure de l'ensemble des classes ternaires, positives et proprement primitives, d'invariants Ω et Δ, lorsque Ω est impair et $\Delta \equiv 2 \bmod 4$:

$$(11) \qquad M(\Omega, \Delta) = \frac{\Omega\Delta}{16} \prod_r \left(1 - \frac{1}{r^2}\right),$$

r désignant tout nombre premier (impair > 1) divisant à la fois Ω et Δ.

Par les raisonnements et calculs de la Note précédente, le *déterminant*, $\Omega^2\Delta$, étant donné égal à $2D'$, avec D' impair, on trouve, pour la mesure, $\mathfrak{M}(2D')$, de l'ensemble des classes positives et proprement primitives de déterminant $2D'$, l'expression

$$(12) \qquad \mathfrak{M}(2D') = \frac{1}{8} D' \prod_p \left[1 + \frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} - \mu_\alpha\right],$$

étant posé $D' = p^\alpha p'^{\alpha'} \ldots$, le produit s'étendant aux facteurs premiers $p, p', \ldots$ de D', et μ_α désignant $p^{-\frac{1}{2}(\alpha+2)}$ ou $p^{-\frac{1}{2}(\alpha+1)} + p^{-\frac{1}{2}(\alpha+3)}$ selon que α est pair ou impair ([1]).

Les procédés de la dernière Note conduisent alors, avec les notations déjà employées, à la formule suivante :

$$(13) \qquad 8 \mathop{\mathrm{S}} \frac{1}{k} \frac{2^s}{(AA'A'' + \ldots)^s} = \sum \frac{1}{n^{s-1}} \sum \frac{1}{n^{2s-1}}.$$

Au premier membre, la somme S porte sur toutes les réduites ternaires,

$$Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + 2Byz + 2B'zx + 2B''xy,$$

positives, *primitives ou non, mais propres* ([2]), des déterminants impairement pairs (une réduite seule par classe); k est le nombre des transformations en elle-même de la réduite $Ax^2 + \ldots$; $AA'A'' + \ldots$ est le déterminant de celle-ci. Au second membre, n parcourt les entiers positifs *impairs*.

([1]) Si l'on pose $8\mathfrak{M}(2D') = f(D')$, observons en passant qu'on a, par (12), en supposant D' et D'' *premiers entre eux et impairs*, $f(D'D'') = f(D')f(D'')$.

([2]) C'est-à-dire que $A, A', \ldots, B''$ peuvent avoir un diviseur commun *impair*, et que A, A', A'' ne sont pas *pairs à la fois*.

On déduit immédiatement de (13) ce *corollaire :*

La mesure de l'ensemble des classes ternaires, positives, primitives ou non, mais propres, de déterminant impairement pair donné, $2D'$, *est égale à* $\frac{1}{8}\sum nn'$, *la somme* $\sum$ *s'étendant aux décompositions en facteurs* $D' = nn'^2$, *où* n *et* n' *sont entiers et positifs.*

2. *Introduction de la fonction* $\mu(N)$. — Nous désignerons par $\mu(N)$ la mesure de l'ensemble des classes ternaires, positives, primitives ou non, mais propres, de déterminant (positif) N; nous poserons

$$\psi(s) = \sum \frac{1}{n^s},$$

n parcourant les entiers positifs *impairs;* on a évidemment, en désignant par $\zeta(s)$ la fonction numérique classique,

$$\psi(s) = \zeta(s)\left(1 - \frac{1}{2^s}\right).$$

On peut alors mettre l'équation (13) sous la forme

$$(14)\quad 8\sum \frac{\mu(2N)}{N^s} = \psi(s-1)\psi(2s-1) = \left(1 - \frac{1}{2^{s-1}}\right)\left(1 - \frac{1}{2^{2s-1}}\right)\zeta(s-1)\zeta(2s-1),$$

N, au premier membre, parcourant les nombres positifs *impairs*.

La formule finale de la Note précédente, combinée à (14), donnera de même, avec les mêmes notations,

$$(15)\quad 8\sum \frac{2\mu(2N) - 3\mu(N)}{N^s} = \psi(s)\psi(2s-2) = \left(1 - \frac{1}{2^s}\right)\left(1 - \frac{1}{2^{2s-2}}\right)\zeta(s)\zeta(2s-2),$$

ce qui fait connaître des liaisons intéressantes entre les fonctions μ et ζ.

3. *Déterminants* $2^{2\nu+1}D'$. — Soit $D = 2^{2\nu+1}D'$, avec D' impair. Posons toujours $D' = p^\alpha p'^{\alpha'}\ldots$; on satisfera à $\Omega^2\Delta = D$ en posant

$$\Omega = 2^\sigma p^\rho p'^{\rho'}\ldots = 2^\sigma \Omega'; \qquad \Delta = 2^{2\nu+1-2\sigma}p^{\alpha-2\rho}\ldots = 2^{2\nu+1-2\sigma}\Delta';$$

laissant Ω' et Δ' fixes, et faisons varier σ de 0 à ν.

D'après Smith, puisque 2 figure dans Δ avec un exposant *impair*, $M(\Omega, \Delta)$ sera encore donné par (11); faisant la somme des valeurs

de $M(\Omega, \Delta)$ quand σ seul varie, on a

$$\sum M(\Omega, \Delta) = \frac{\Omega'\Delta'}{16}\prod_r\left(1-\frac{1}{r^2}\right).[2^{2\nu+1}+2^{2\nu+1-1}+\ldots+2^{2\nu+1-\sigma}+\ldots+2^{\nu+1}]$$
$$= 2[2^{2\nu+1}-2^\nu]\frac{\Omega'\Delta'}{16}\prod_r\left(1-\frac{1}{r^2}\right),$$

c'est-à-dire, en vertu même de (11),

$$\sum M(\Omega, \Delta) = (2^{2\nu+1}-2^\nu)M(\Omega', 2\Delta'),$$

d'où l'on conclut sans difficulté :

(16) $$\mathfrak{M}(2^{2\nu+1}D') = (2^{2\nu+1}-2^\nu)\,\mathfrak{M}(2D'),$$

et, par suite,

(17) $$\mu(2^{2\nu+1}D') = (2^{2\nu+1}-2^\nu)\,\mu(2D').$$

4. *Déterminants* $2^{2\nu}D'$. — Nous développerons les calculs en supposant ν impair, $\nu = 2q+1$. Soit encore

$$\Omega = 2^\sigma p^\rho\ldots = 2^\sigma\Omega'; \qquad \Delta = 2^{4q+2-2\sigma}p^{\alpha-2\rho}\ldots = 2^{4q+2-2\sigma}\Delta'.$$

Laissons Ω' et Δ' fixes; donnons d'abord à σ les valeurs *paires* $0, 2, \ldots, 2q$; alors, par Smith, quel que soit σ,

$$M(\Omega, \Delta) = \frac{\Omega\Delta}{8}\,\frac{2-\lambda}{4}\prod_r\left(1-\frac{1}{r^2}\right);$$

r désigne toujours tout nombre premier *impair* divisant Ω et Δ; λ est une quantité définie par Smith et qui, ici, a la même valeur que si Ω et Δ se réduisaient à Ω' et Δ'.

Faisant la somme des valeurs de $M(\Omega, \Delta)$ pour $\sigma = 0, 2, \ldots, 2q$, on a

$$\sum{}' M(\Omega, \Delta) = 2^{2q}(2^{2q+2}-1)\frac{\Omega'\Delta'}{8}\,\frac{2-\lambda}{3}\prod_r\left(1-\frac{1}{r^2}\right);$$

d'où, en vertu de la formule de Smith marquée (1) dans notre dernière Note,

(18) $$\sum{}' M(\Omega, \Delta) = 2^{2q}(2^{2q+2}-1)M(\Omega', \Delta').$$

Donnons maintenant à σ une des valeurs *impaires* 1, 3, ..., $(2q+1)$, on a, par Smith, pour la mesure $M(\Omega, \Delta)$, la formule (11); laissant Ω' et Δ' fixes, et faisant la somme des valeurs $M(\Omega, \Delta)$ pour $\sigma = 1, 3, \ldots, (2q+1)$, on trouve

$$\sum{}'' M(\Omega, \Delta) = \frac{2^{2q+1}}{3}(2^{2q+2}-1)\frac{\Omega'\Delta'}{16}\prod_r\left(1-\frac{1}{r^2}\right),$$

ou, d'après (11),

(19) $$\sum{}'' M(\Omega, \Delta) = \frac{2^{2q}}{3}(2^{2q+2}-1)\,M(\Omega', 2\Delta').$$

Mais les formules de Smith employées jusqu'ici sont celles de la mesure d'un ordre, (Ω, Δ), dont les classes, *proprement* primitives, ont leurs *réciproques proprement* primitives; dans le *seul* cas où $\sigma = 2q+1$, il existe des classes *proprement* primitives, d'invariants Ω, Δ, à réciproques *improprement* primitives; on vérifie aisément, en partant des formules de Smith, que leur mesure est

(20) $$M''' = 2^{2q}M(\Omega', \Delta') - \frac{1}{3}2^{2q}M(\Omega', 2\Delta').$$

Additionnons maintenant (18), (19), (20), faisons varier Ω', Δ' de manière que $\Omega'^2\Delta' = D'$, et ajoutons les résultats; nous trouvons évidemment la relation :

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}(2^{4q+2}D') = {} & 2^{2q}(2^{2q+2}-1)\,\mathfrak{M}(D') + \frac{2^{2q}}{3}(2^{2q+2}-1)\,\mathfrak{M}(2D') \\ & + 2^{2q}\mathfrak{M}(D') \qquad\qquad - \frac{2^{2q}}{3}\mathfrak{M}(2D');\end{aligned}$$

ou, après réductions, et $4q+2$ étant remplacé par 2ν,

(21) $$\mathfrak{M}(2^{2\nu}D') = 2^{2\nu}\,\mathfrak{M}(D') + \frac{2^{\nu}}{3}(2^{\nu}-1)\,\mathfrak{M}(2D').$$

Cette formule, on l'établit de même, *reste vraie pour* ν *pair*. On a donc aussi, quel que soit ν,

(22) $$\mu(2^{2\nu}D') = 2^{2\nu}\mu(D') + \frac{2^{2\nu}-2^{\nu}}{3}\mu(2D'),$$

et les relations (17) et (22) donnent $\mu(D)$, quand D est pair, grâce

aux deux formules (Note précédente et Note actuelle)

$$(23)\qquad 24\mu(D') = \sum (2nn' - n'^2); \qquad 8\mu(2D') = \sum nn' \qquad (D' \text{ impair}),$$

où les $\sum$ s'étendent toujours aux décompositions $D' = nn'^2$.

D'ailleurs (17) et (22) subsistent évidemment pour $\nu = 0$.

5. *Formule générale.* — Considérons maintenant la somme

$$\mathbf{S}\frac{\mu(M)}{M^s},$$

où M prend *toutes* les valeurs entières positives; on déduit aisément des relations (17), (22) et (23) que cette somme est égale à l'expression

$$\sum \frac{1}{n^{s-1}} \sum \frac{1}{n^{2s-1}} \left[\sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{2^{2\nu+1} - 2^\nu}{8.2^{(2\nu+1)s}} + \frac{2^\nu(3.2^\nu - 1)}{24.2^{2\nu s}} \right] - \sum \frac{1}{n^s} \sum \frac{1}{n^{2s-2}} \sum_{\nu=0}^{\infty} \frac{2^{2\nu}}{24.2^{2\nu s}},$$

les n parcourant les entiers positifs *impairs*.

Sommant les progressions géométriques, on arrive à la formule

$$(24)\qquad \mathbf{S}\frac{\mu(M)}{M^s} = \frac{1}{24}\left(2 - \frac{1}{2^s}\right)\zeta(s-1)\zeta(2s-1) - \frac{1}{24}\left(1 - \frac{1}{2^s}\right)\zeta(s)\zeta(2s-2).$$

On en déduit, après quelques calculs faciles, cette expression générale de $\mu(M)$, quel que soit M, *impair ou pair*,

$$24\mu(M) = \frac{1}{7}{4} \sum (7mm' - 2m'^2) - \frac{1}{7}{4} \sum (-1)^m (mm' - 2m'^2).$$

les $\sum$ portant sur les décompositions $M = mm'^2$, où m et m' sont entiers et positifs, pairs ou impairs.

6. *Évaluation arithmétique d'un volume.* — Le premier membre de (24) s'écrit

$$(25)\qquad \mathbf{S}\frac{1}{k}\frac{1}{(AA'A'' + \ldots)^s},$$

la somme s'étendant cette fois à *toutes* les réduites (une par classe),

$$Ax^2 + A'y^2 + A''z^2 + \ldots + 2B''xy,$$

ternaires, positives, primitives ou non, mais propres; k est toujours le nombre des transformations en elle-même de la réduite, dont $AA'A'' + \ldots$ est le déterminant.

Posons $s = 2 + \rho$, multiplions par ρ les deux membres de (24) [le premier étant remplacé par (25)], et cherchons leurs limites quand ρ tend vers zéro par valeurs positives.

Au second membre, la limite est manifestement zéro pour le second terme; pour le premier, puisque $\rho\zeta(1+\rho)$ tend vers 1 (Dirichlet), la limite est $\frac{1}{24}\frac{7}{4}\zeta(3)$.

Au premier membre, en appliquant la méthode classique de Dirichlet, on trouve, pour la limite cherchée,

$$N.2\frac{V}{2^6},$$

où N désigne le nombre des systèmes de valeurs non congrus entre eux mod 2, de A, A′, A″, B, B′, B″, pour lesquels A, A′, A″ ne sont pas pairs à la fois : évidemment $N = 2^6 - 2^3 = 56$.

Quant à V c'est, dans l'espace à *six dimensions* où les coordonnées sont A, A′, ..., B″, le volume du champ défini par les inégalités

$$(26)\qquad AA'A'' + 2BB'B'' - AB^2 - A'B'^2 - A''B''^2 \leqq 1; \qquad F_i(A, \ldots, B'') \leqq 0,$$

les inégalités $F_i \leqq 0$ étant celles qui expriment que la forme $Ax^2 + \ldots$ est *réduite* positive.

Enfin, au premier membre (25), on a remplacé k par 1, parce que les réduites pour lesquelles k dépasse 1 correspondent à des valeurs de A, ..., B″ donnant, dans l'espace à six dimensions, des points situés *sur* la frontière du volume V, car ces valeurs vérifient certaines des inégalités $F_i \leqq 0$ *avec le signe* =.

On a donc la relation

$$2.56\frac{V}{64} = \frac{1}{24}\cdot\frac{7}{4}\zeta(3), \qquad \text{d'où} \qquad 24V = \zeta(3) = 1 + \frac{1}{2^3} + \frac{1}{3^3} + \ldots;$$

V est ce qu'on peut appeler le *volume de réduction ternaire*, c'est l'intégrale sextuple $\int dA\, dA' \ldots dB''$, étendue à la région définie par les inégalités (26); les dernières, $F_i \leqq 0$, sont celles qui expriment que la forme ternaire $Ax^2 + \ldots$, dont les coefficients sont maintenant des quantités réelles *quelconques* (entières ou non) est positive et réduite; la première exprime que son déterminant, nécessairement positif, est au plus égal à 1.

On serait arrivé à la même valeur de V en opérant d'une manière analogue sur la relation (13), ou sur celle qui termine le n° 3 de la Note précédente.

CHIMIE AGRICOLE. — *Influence des fluorures sur la végétation. A. Essais préliminaires en vases de jardin.* Note de MM. **Armand Gautier** et **P. Clausmann**.

Nous avons établi que le fluor existe dans tous les tissus des animaux ou des plantes (¹), souvent en très faibles proportions, quelquefois abondant, comme dans les os, l'épiderme, l'émail des dents. En raison de cette généralisation et de cette localisation élective, nous avons conclu que cet élément joue dans l'économie vivante un rôle nécessaire (²). Nous avons établi qu'en effet le fluor accompagne toujours le phosphore dans la cellule vivante, qu'il varie avec cet élément dont il semble assurer la fixation, enfin qu'il s'élimine en combinaison avec lui.

L'origine du fluor chez l'animal n'est pas douteux, il nous vient primitivement par les végétaux alimentaires qui l'empruntent eux-mêmes aux fluorures et fluophosphates du sol où ils croissent. Il y a donc lieu de se demander quelles sont les conditions qui favorisent cette assimilation par la plante, et que deviennent les diverses cultures lorsqu'elles sont enrichies ou privées de fluorures. Rien, jusqu'ici, n'a été tenté dans ce sens.

Pour étudier l'influence du fluor sur la végétation, nous avons commencé, en 1913, une série d'essais culturaux, d'abord dans de grands vases de jardin, de 4 litres, tous placés à la campagne dans des conditions identiques. Plus tard, en 1915, nous avons poursuivi nos essais au même lieu, en courtes plates-bandes, dans les conditions de la culture maraîchère.

(¹) *État et rôle du fluor dans l'organisme animal* (*Comptes rendus*, t. **156**, 1913, p. 1347 et 1435, et t. **157**, 1913, p. 94; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. **13**, p. 909, et t. **15**, p. 159; *Comptes rendus*, t. **158**, 1914, p. 159). — *Le fluor chez les végétaux* (*Comptes rendus*, t. **160**, 1915, p. 194, et t. **162**, 1916, p. 105; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. **19**, p. 140). — *Le fluor dans les eaux potables ou minérales* (*Comptes rendus*, t. **158**, 1914, p. 1389 et 1631; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. **154**, p. 707); *Comptes rendus*, t. **157**, 1913, p. 148 et 390, 1708 et 1715. — *Méthodes pour rechercher et doser le fluor* (*Comptes rendus*, t. **154**, 1912, p. 1469, 1475, 1670, 1677, 1753 et 1758; *Bull. Soc. chim.*, 4ᵉ série, t. **11**, p. 872).

(²) M. Delezenne vient d'établir que le zinc paraît être un constituant très répandu de la cellule vivante (*Annales de l'Institut Pasteur*, 1919, p. 68 et 134) et qu'il se concentre très sensiblement dans quelques excrétions et ferments solubles. Il en conclut, avec raison, que ce métal ne joue pas un rôle accidentel, mais nécessaire au fonctionnement vital. On connaît aussi les anciennes observations de Raulin sur l'influence que des traces de zinc jouent dans le développement de l'*Aspergillus niger*.

Enfin, en 1916 et 1917, ces observations préliminaires ne nous ayant pas donné entière satisfaction, nous avons opéré en plein champ sur des surfaces d'un are et plus par chaque culture.

Dans nos expériences de jardin en vases, nous avons essayé de comparer nos cultures en terrain aussi exempt que possible de fluor avec celles faites dans ce même terrain artificiellement fluoré. Comme terrain peu fluoré ou ne contenant cet élément qu'à l'état presque insoluble, nous avions choisi d'abord un verre très pur spécialement fabriqué pour ces essais (¹) et réduit en grains de la grosseur d'un pois. Ce milieu étant encore trop fluoré, nous avons recouru l'année suivante (1914) au charbon de bois de bouleau pulvérisé et lavé à chaud aux acides, puis à l'eau bouillante. C'est le seul milieu presque exempt de fluor que nous connaissions ($1^{mg},87$ par kilo).

a. Cultures sur verre concassé additionné ou non de fluorures. — Chaque espèce végétale était cultivée comparativement en trois vases de 4 litres chacun, isolés sur une assiette creuse. Deux avaient reçu le verre (3500^{g} par pot) mélangé d'un même engrais dont nous donnerons plus loin la composition (phosphate et carbonate de chaux, azotate de potasse, sulfate d'ammoniaque, magnésie carbonatée, silice et alumine en gelées, traces de zinc, de fer, enfin un peu d'une terre arable très fertile devant apporter la flore microbienne). Ce mélange de perméabilité à l'eau comparable à celui de la terre arable ordinaire ne contenait que le fluor à peu près insoluble du verre privé de ses poussières. Aux vases à fluorer, on ajoutait le fluor sous forme de solution étendue de fluorure alcalin. Un troisième vase, rempli de terre arable ordinaire, permettait de compléter la comparaison.

Ces premiers essais portèrent sur 14 espèces végétales appartenant aux familles les plus diverses : orge, seigle, avoine, sarrazin, pois, vesce, haricots, pourpier, moutarde, lin, pissenlit, tabac, nigelle, zinnia, etc. Les plantes se développèrent généralement assez mal dans ce milieu vitreux, particulièrement les pois, vesce, pourpier, lin, pissenlit, tabac, nigelle, zinnia. Seuls l'avoine, le haricot, la moutarde, l'escholtzia donnèrent d'assez bons résultats. Nous en conclûmes que le terrain vitreux, formé surtout d'un sel sodique, ne convenait généralement pas à la végétation (²). D'ailleurs, le verre employé, quoique purifié, contenait encore 123^{mg} de fluor par kilo,

(¹) Verre, gracieusement offert par la Maison Legras de Saint-Denis, fait avec des matières particulièrement choisies et purifiées. Nous avons reconnu que ce verre contenait encore 40^{mg} de fluor par kilogramme.

(²) On sait que les sels de soude sont stérilisants et que le verre lui-même est un peu soluble dans l'eau.

ce qui n'était pas sans laisser quelque incertitude dans nos conclusions sur les cultures comparées avec ou sans fluor. Nous pensâmes donc qu'il valait mieux choisir un autre milieu et nous nous décidâmes, en 1914, à remplacer le verre par le charbon de bois de boulange purifié [1] séparé de sa poudre la plus fine. Comme source de fluor, nous n'avons employé que du fluorure de potassium, 2g,45 par kilogramme de charbon ou 0g,835 par vase [2], ayant soin de faire toujours repasser les eaux d'égoutage dans les vases correspondants qui n'étaient ensuite arrosés qu'en eau de pluie.

Le milieu charbonneux était composé de la façon suivante, que nous calculons pour 1000g de charbon lavé : *Charbon lavé*, 1000g (fluor correspondant, 0g,00187 Al^2O^3 ajouté à l'état d'alumine en gelée = 120g (fluor = 0); *craie* = 730g (fluor 0g,002); *humus*, 27g,3; *terre arable* très fertile = 66g (fluor 0g,007); PO^4CaH = 24g; AzO^3K = 34; SO^4Am^2 = 30g; NaCl = 3g; CO^3Mg = 68g; $MnCl^2$ = 0g,80; $ZnCO^2$ = 0g,07; SiO^2 employée en gelée = 17g,0; SO^4Fe = 180g; arséniate sodique = 1g,4.

Ce mélange complet, moyennement perméable à l'eau, composé des éléments fertilisants minéraux et biologiques indispensables contenait donc seulement 11mg de fluor par kilogramme, ou 3mg,97 par vase. Les fluorés reçurent 300mg de fluor par vase, c'est-à-dire 77 fois la quantité des témoins.

Voici, résumés en un Tableau très abrégé, quelques-uns de nos composés : A. *Terrain charbonneux n'ayant pas reçu de fluor;* B. *Charbon fluoré artificiellement;* C. *Terre de jardin ordinaire.*

a. CRUCIFÈRES : *Cresson alénois.*

Époques.	A. (Charbon sans fluor).	B. (Charbon fluoré).	C. (Terre arable).
Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet [1].	Plante hauteur moyenne, 0m,64; verte bien feuillue; poids sec, 17g,10; graines, 6g,80 [3].	Plante hauteur moyenne 0m,60; verte bien feuillue; poids sec, 18g,65; graines, 6g,80.	Plante hauteur, 0m,62, très maigre, peu de feuilles jaunissantes.

[1] Il contient par kilogramme 11mg,5 de fluor et, après lavage aux acides, 1mg,87 seulement, soit 0g,000187 pour 100g.

[2] Chaque vase de 4l, rempli aux trois quarts, ne contenait que 366g de charbon; milieu très poreux, très léger, acceptant facilement les mélanges fertilisants. On fera remarquer, en passant, toutes les facilités que donne, pour les études théoriques sur la végétation, ce milieu solide, charbonneux, presque absolument dénué de tous sels (silice, fluor, chaux, alcalis).

[3] Dans ce Tableau on ne donne l'état de la plante qu'au moment de la récolte.

Les fluorures paraissent donc légèrement favorables à cette plante. Elle s'est mieux développée dans le charbon que dans la terre arable.

Chou d'York.

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet.	$0^{m},20$ de haut; bien venu, mais moins beau que le fluor B.	$0^{m},22$ de haut; plus beau que A; vigoureux.	Plante maigre; $0^{m},17$ de haut; feuillage passant un peu au rouge.

Donc : Influence des fluorures sensiblement favorable.

b. Caryophyllées : *Spergula arvensis.*

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 25 août.	Plante maigre très mal développée; 4 pieds sur 6 sont morts; pas de graines.	Plante hauteur moyenne $0^{m},18$; graines assez nombreuses.	Plante bien venue; hauteur moyenne, $0^{m},27$.

Les fluorures paraissent donc favoriser cette espèce.

c. Papavéracées : *Escholtzia Californica.*

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet.	Fleurit tardivement; poids de la plante, $39^{g},2$; siliques encore un peu vertes, $3^{g},10$.	Fleurit un peu tardivement; poids de la plante, $40^{g},2$; siliques légèrement vertes, $6^{g},20$.	Plante un peu étiolée; hauteur, $0^{m},35$; très peu de graines et de fleurs.

Le bénéfice attribuable au fluor est ici évident.

d. Légumineuses : *Pois chiche.*

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Recolté le 17 juillet.	Une graine seule levée sur 6, mais bien verte, monte à $0^{m},33$; plante pauvre; siliques rares.	Plante un peu maigre, mais verte, monte à $0^{m},22$; fleurs tardives, pas de silique.	Plante bien verte, fournie, monte à $0^{m},60$; de 19 à 20 siliques bien grainées.

Le fluor joue ici un rôle nul ou défavorable.

Pois de senteur.

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet.	Plante maigre mais bien verte; hauteur, $0^m,33$; rares siliques mal garnies de graines.	Plante un peu maigre, bien verte; monte à $0^m,22$; peu de fleurs, pas de silique.	Plante bien verte, bien fournie; monte à $0^m,60$; de 19 siliques remplies de graines.

Le fluor joue encore ici un rôle défavorable.

e. Graminées : *Seigle.*

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 13 août.	Beaux épis; hauteur de la plante $1^m,30$; poids des épis secs $22^g,45$.	Plante vigoureuse plus belle que A; hauteur $1^m,32$; poids des épis $18^g,15$.	Plante un peu faible; hauteur $1^m,25$; poids des épis $4^g,65$.

En raison d'une récolte peut-être un peu trop hâtive pour B l'influence des fluorures paraît ici douteuse mais non nuisible.

f. Chénopodées : *Épinard.*

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 13 août.	Plante bien venue; hauteur $0^m,50$; 4 pieds, graines $7^g,30$.	Plante bien fournie, verte; hauteur $0^m,60$ et $0^m,75$; graines 9^g.	Plante un peu maigre $0^m,26$ et $0^m,15$ de hauteur; mal grainée.

L'action très favorable du fluor est ici évidente.

g. Convolvulacées : *Belle-de-jour.*

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 17 juillet.	Plante très maigre; 3 pieds ont poussé sur 9; 1 pied est mort.	Plante très maigre; 9 pieds de $0^m,10$; la plante souffre; pas de morts.	Plante bien fournie; hauteur $0^m,35$; commence à grainer le 17 juillet.

Les fluorures paraissent peu ou pas favorables à ce végétal.

h. Boraginées : *Vipérine.*

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 25 août.	Plante bien venue, verte, vigoureuse; hauteur $0^m,20$.	Plante bien en feuilles, vigoureuse, plus belle que A, hauteur $0^m,20$.	La plante pousse assez bien, mais un peu étiolée, elle n'arrive qu'à $0^m,10$ de haut.

L'influence favorable du fluor paraît être ici sensible.

i. Liliées : *Oignon commun.*

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 25 août.	Plante très menue, plus faible qu'en B; hauteur 0m,03.	Plante assez pauvre mais moins faible que A; hauteur de la tige 0m,04.	Plante bien venue, vigoureuse; hauteur de la tige 0m,25.

Le milieu charbonneux paraît déplaire à ce végétal, mais l'influence du fluor semble plutôt favorable à ce végétal.

j. Composées : *Petite Centaurée.*

Époques.	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 25 août.	Mal venue.	Mal venue.	Bien venue; jolie plante fleurie; hauteur 0m,38.

On ne peut rien conclure de cet essai, notre milieu de culture artificiel ayant été trop défavorable à ce végétal.

k. Canabiacées : *Chanvre.*

Époques	A.	B.	C.
Semé le 13 mars. Récolté le 25 août.	2 graines seulement ont levé et donné 2 pieds de 0m,30 et 0m,40 de haut; en fleur le 25 août.	8 graines ont levé; bouquet floral bien développé; hauteur 0m,36 et 0m,38; jolie plante.	Le chanvre n'a pas levé dans cette terre quoique dans les mêmes conditions extérieures.

L'heureuse influence du fluor est ici manifeste.

Ainsi, sur 12 espèces cultivées dans des conditions toutes semblables, mais avec addition ou non de fluorures, 7 ont été favorisées par le fluor (cresson, chou, escholtzia, épinard, vipérine, spergule, chanvre), 3 sont restées indifférentes (belle-de-jour, oignon, seigle), 3 ont donné des récoltes inférieures (pois de senteur, pois chiches, centaurée).

Quoique assez satisfaisant, ce premier examen nous ayant donné 7 succès sur 12 essais, nous ne nous sommes pas senti entièrement convaincus, même dans les cas favorables, étant données les trop faibles quantités de récoltes obtenues avec 10 à 12 graines et dans des conditions de culture en vases de jardin; ayant d'ailleurs pris comme source de fluor le fluorure de potassium qui, malgré la très faible proportion de potassium, pouvait influer par ce métal sur la fécondité de nos récoltes. Nous avons été ainsi amenés à

examiner, en 1916 et 1917, l'influence que les autres fluorures peuvent exercer sur la végétation, sur celle tout au moins des plantes les plus utiles, cultivées en plein champ dans les conditions de la pratique ordinaire. Nous ferons très prochainement connaître le résultat de ces recherches.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur un mode de génération des surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système.* Note de M. C. **Guichard**.

En étudiant les surfaces isothermiques telles que l'équation du réseau formé par les lignes de courbure soit intégrable par la méthode de Laplace, je suis arrivé à une construction simple des surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système.

Pour faciliter la lecture de cette Note, j'exposerai le résultat obtenu d'une façon élémentaire sans employer mes méthodes générales.

Je considère un cylindre de révolution et une courbe quelconque (C) tracée sur ce cylindre; sur la développable circonscrite à (C), je considère le réseau formé par les génératrices et les sections par les plans tangents au cylindre. On sait que ce réseau est un réseau conjugué. Je dis de plus que *l'équation de Laplace de ce réseau est à invariants égaux.* En effet, je prends comme troisième axe de coordonnées l'axe du cylindre; soient ρ un plan tangent au cylindre, A la trace de la génératrice de contact sur le plan x_1, x_2. Les coordonnées du point A sont $R\cos v$, $R\sin v$; soit maintenant M un point de la courbe C, B la trace de la génératrice passant par M sur le plan x_1, x_2; les coordonnées de B sont $R\cos u$, $R\sin u$. Cela posé soit N le point de rencontre de la tangente en M à la courbe C avec le plan P, le point N se projette sur le plan x_1, x_2 en un point n qui est le point de rencontre des tangentes en A et B à la section droite. Il en résulte que si l'on désigne par x_1, x_2, x_3 les coordonnées du point N, on a

$$x_1 = R\frac{\cos\left(\frac{u+v}{2}\right)}{\cos\left(\frac{u-v}{2}\right)}, \qquad x_2 = R\frac{\sin\frac{u+v}{2}}{\cos\frac{u-v}{2}};$$

or les valeurs de x_1 et x_2 suffisent pour former l'équation du réseau; on vérifie facilement que cette équation a ses invariants égaux.

Si l'on effectue une transformation homographique quelconque le réseau

conjugué se transforme en un réseau conjugué; l'équation du nouveau réseau sera encore à invariants égaux; donc *le théorème s'étend au cône du second ordre*.

Cela posé soient S un cône du second ordre, (C) une courbe isotrope tracée sur ce cône; Γ la section de la développable isotrope circonscrite à C par un plan tangent de S; je fais rouler le cône S sur un cône quelconque T; la courbe Γ prend la position Γ_1. Le lieu des courbes Γ_1 quand le plan tangent au cône S varie est une surface Σ dont une série de lignes de courbure est formée par les courbes Γ_1 (Ribaucour). On sait d'autre part que l'équation du réseau tracé sur Σ est la même que celle du réseau tracé sur la développable isotrope; donc la surface Σ est isothermique. On a ainsi une série de surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système; les plans des lignes de courbure enveloppent un cône qui peut être quelconque. En comparant avec les formules analytiques données par M. Darboux (*Leçons*, 4e Partie, Chap. X), on voit qu'on obtient ainsi toutes les surfaces isothermiques telles que les plans des lignes de courbure planes passent par un point fixe.

En remplaçant le cône S par un cylindre du second degré et le cône T par un cylindre quelconque, on obtiendra des surfaces isothermiques à lignes de courbure planes, les plans qui contiennent les lignes de courbure planes enveloppent un cylindre.

Analytiquement, ces surfaces sont définies de la façon suivante. Les coordonnées du point décrivant la surface sont

$$X_1 = Z_3 + p\frac{dZ_3}{du}, \qquad X_2 = Z_4 + p\frac{dZ_4}{du}, \qquad X_3 = Z'_3 + q\frac{dZ'_3}{dv}, \tag{1}$$

où p et q sont déterminés par les équations

$$\left\{\begin{aligned} Z_1 + p\frac{dZ_1}{du} &= Z'_1 + q\frac{dZ'_1}{dv}, \\ Z_2 + p\frac{dZ_2}{du} &= Z'_2 + q\frac{dZ'_2}{dv}, \end{aligned}\right. \tag{2}$$

où Z_1 et Z_2 sont les coordonnées d'un point d'une conique exprimées en fonction d'un paramètre u; Z'_1, Z'_2 les coordonnées d'un point de la même conique exprimées en fonction d'un paramètre v; Z_3 et Z_4 sont des fonctions de u satisfaisant à la condition

$$dZ_3^2 + dZ_4^2 = dZ_1^2 + dZ_2^2. \tag{3}$$

Z'_3 est une fonction de v définie par l'équation

$$(4) \qquad dZ_1'^2 + dZ_2'^2 + dZ_3'^2 = 0.$$

Si l'on suppose

$$Z_3 = KZ_1,$$

K étant une constante, les lignes de seconde courbure sont aussi des courbes planes, car on aura

$$X_1 = K\left(Z'_1 + q\frac{dZ'_1}{dv}\right).$$

Les plans des lignes de courbure de la seconde série enveloppent un cylindre dont les génératrices sont parallèles au second axe de coordonnées; les coordonnées d'un point de la section droite sont

$$KZ'_1, \quad 0, \quad Z'_3.$$

On obtient ainsi toutes les surfaces isothermiques qui ont même représentation sphérique de leurs lignes de courbure qu'une cyclide de Dupin.

GÉOGRAPHIE. — *Une Mission scientifique de l'Institut de France en Afrique centrale (Tibesti, Borkou, Ennedi).* Note de M. **Tilho**.

Situation géographique. — Le *Tibesti* est une région de hautes montagnes du Sahara oriental, à peu près également distante des rives du lac Tchad et celle de la Méditerranée (900^{km} à 1000^{km}) et située un peu à l'Est (150^{km} à 250^{km}) de la route des caravanes conduisant de Tripoli au Soudan par Bilma. Sa position en latitude est approximativement comprise entre les 19° et 23° parallèles Nord et en longitude entre les 15° et 20° méridiens Est de Greenwich.

L'*Ennedi* est une région de hauts plateaux située à 250^{km} environ au sud-est du Tibesti, à peu près à égale distance (1000^{km}) du lac Tchad et du Nil moyen. Ses limites en latitude sont marquées par les 16° et 18° parallèles Nord et en longitude par les 21° et 24° méridiens Est de Greenwich.

Le *Borkou* est une région d'oasis de faible altitude séparant le *Tibesti* de l'*Ennedi* et située dans le prolongement des zones déprimées du nord-est du lac Tchad qui constituent les pays bas du Tchad.

Explorations antérieures. — Jusqu'à ces dernières années, le Tibesti n'avait été exploré que par l'Allemand Nachtigal (1869). Il ne put d'ailleurs en visiter que la partie Nord-Ouest et dans des conditions exceptionnellement difficiles : cela explique qu'entre autres inexactitudes, il ait assigné au point de *Bardaï*, terminus de son itinéraire, une position erronée d'environ 90^{km}.

Après lui, aucun autre voyageur européen ne pénètre plus au Tibesti, jusqu'au moment où le Gouvernement français fit occuper les points de Zouar (1913) et de Bardaï (1914) par la colonne du commandant Löffler.

Le premier voyageur européen qui pénétra au Borkou fut également Nachtigal; parti des bords du lac Tchad en mars 1871, il visita la partie sud-ouest de cette région, jusqu'alors totalement inconnue, sous la protection d'une tribu arabe du Kanem (Ouled Sliman) venue, selon la coutume, faire la récolte annuelle des dattes dans les oasis de Yen, de Ngourr et de Bedo. Après lui, aucun autre explorateur ne réussit à pénétrer au Borkou qui fut occupé, par la Confrérie musulmane des Senoussistes. Toutefois, à partir de 1905, les razzias senoussistes sur nos protégés du Kanem, du Bahr el Ghazal et du Fittri, obligèrent nos méharistes à pousser leurs contre-rezzous jusque dans la partie sud du Borkou (Faya et Aïn Galakka), mais sans chercher à y établir notre domination.

L'Ennedi n'a été visité par aucun explorateur, mais c'est encore à Nachtigal que nous devons les premiers renseignements sur sa situation approximative, grâce aux informations que, pendant son voyage au Borkou, il put recueillir auprès d'une jeune esclave ennedienne et de quelques Arabes ayant participé à des expéditions de pillage contre les tribus de cette région. A partir de 1909, et à la suite de notre installation au Ouadaï, nos méharistes sous les ordres des commandants Hilaire et Colonna de Leca purent enfin aborder l'Ennedi; une bonne carte de ses confins occidentaux fut dressée par le capitaine Vignon en 1912.

En résumé, jusqu'en 1914, les explorations de Nachtigal et les expéditions de nos méharistes avaient fourni d'utiles renseignements sur le Tibesti, le Borkou et l'Ennedi, mais n'avaient pu donner de l'ensemble de ce pays qu'un aperçu très incomplet.

But de la Mission. — En 1912, l'Académie des Inscriptions et Belles-Lettres, sur la proposition de M. Henri Cordier, membre de cette Académie, me fit l'honneur de me charger de rechercher les traces de l'ancienne communication fluviale qu'on pouvait supposer avoir existé entre le

lac Tchad et le Nil (Fondation Benoît-Garnier [1]). A l'occasion de cette mission, je m'étais proposé en outre : 1° de recouper tous les itinéraires de Nachtigal au nord-est et à l'est du Tchad et de relier leurs extrémités (Bardaï, Borkou, Ouadaï) par un itinéraire transversal; 2° de déterminer les altitudes des principaux sommets du Tibesti et de l'Ennedi; 3° de relier le Tchad au Nil par une ligne ininterrompue de positions astronomiques précises, permettant d'établir dans de bonnes conditions la carte d'ensemble au $\frac{1}{1000000}$ de ces vastes régions jusqu'alors à peu près inconnues.

Le voyage. — J'ai quitté la France fin juin 1912 et suis arrivé quatre mois plus tard au Kanem, sur la côte nord-est du lac Tchad, ayant suivi la route ordinaire d'accès par le Congo, l'Oubangui et le Chari.

De novembre 1912 à octobre 1913, pendant que j'exerçais le commandement politique et militaire de la circonscription du Kanem, j'ai eu l'occasion de faire trois reconnaissances intéressantes au point de vue géographique : l'une, au Bahr el Ghazal, l'autre sur la côte orientale du Tchad, la troisième, dans les régions désertiques des pays bas du Tchad jusqu'aux frontières du Borkou.

Au mois de novembre 1913, ayant quitté le commandement du Kanem pour prendre part, sous les ordres du colonel Largeau, à la conquête du Borkou et de l'Ennedi, je fus chargé d'exercer le commandement de la nouvelle circonscription. A cette occasion j'eus à exécuter quelques reconnaissances d'exploration à travers le Borkou, l'Ennedi et le Tibesti; la première, d'une durée de 6 semaines, me permit de jeter les bases de la carte du Borkou (mars-avril 1914); la deuxième, d'une durée de 4 mois (octobre 1914-janvier 1915) me révéla la véritable physionomie de l'Ounianga, de l'Erdi et de l'Ennedi; la troisième d'une durée de 10 semaines (septembre-novembre 1915), me permit de compléter ma tâche par l'exploration du Tibesti central.

Enfin, au début de 1916, je réussissais à capter les signaux horaires nocturnes de la Tour Eiffel et à déterminer ainsi avec précision la première longitude par T. S. F. obtenue dans le centre de l'Afrique, directement avec Paris.

Au mois de mai 1917, j'ai quitté la circonscription Borkou-Ennedi pour

---

[1] Au sujet de l'hypothèse de cette ancienne communication, voir *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1868. *Sur la présence dans le lac Tchad du* Palæmon niloticus *Roux*, etc.

rentrer en France par l'Egypte, traversant le Mortcha, l'Ouadaï, le Tama, le Guimer et le Dar Four, où j'effectuais à El Fasher dans des conditions très satisfaisantes, la soudure entre le réseau géodésique des possessions françaises du Tchad et celui des possessions anglo-égyptiennes de la vallée du Nil. Du Dar Four, je gagnais ensuite la Basse-Égypte par le Kordofan, Khartoum, Ouadi Halfa, Shellal et le Caire, et de là je rentrais à Paris où j'arrivais le 1er octobre 1917, après 5 ans et 3 mois d'absence, pour me rendre presque aussitôt sur le front français.

Difficultés de cette exploration. — Outre les aléas ordinaires des contrées inconnues, le Tibesti, le Borkou et l'Ennedi offrent des difficultés spéciales, particulièrement malaisées à surmonter au cours d'un voyage d'exploration.

D'abord la pénurie de chameaux (due à la grande consommation occasionnée par les brigandages des nomades, les contre-rezzous de nos méharistes et les lourds convois de ravitaillement des troupes) limitait nos moyens de transport au nombre de chameaux strictement indispensable pour les vivres de route, l'eau et le personnel; encore étions-nous le plus souvent obligés d'utiliser des chameaux maigres, insuffisamment reposés et parfois blessés.

Ensuite, il faut noter que la rareté des pâturages et des points d'eau nous imposait le choix d'itinéraires demandant l'effort minimum à nos chameaux, et que les points où nous devions nous arrêter quelque temps, n'étaient généralement pas ceux où il eût été intéressant, au point de vue géographique, de pouvoir séjourner. La consommation des vivres de route aurait pu théoriquement nous donner des facilités de transport d'échantillons nombreux, mais, dans la pratique, le nombre de chameaux fatigués, dont il fallait répartir les charges sur les autres plus valides, augmentait en cours de route beaucoup plus vite que ne diminuaient nos indispensables provisions alimentaires.

J'ajouterai, en outre, que les aspérités d'un terrain constamment rocailleux, dont les arêtes vives et les escarpements souvent formidables abîmaient les pieds des hommes et des chameaux, nous obligeaient à nous renfermer coûte que coûte dans les limites de temps prévues au départ, trop heureux même, quand nous n'étions pas contraints d'écourter notre programme; à titre d'exemple, je citerai qu'au cours de l'exploration du Tibesti, nous avons dû parcourir en montagne environ 500^{km} en 17 jours.

Enfin, sans parler du surcroît de fatigues occasionné par l'insécurité du pays, je signalerai que nos guides indigènes, excellents sur certains parcours,

témoignaient, sur d'autres, d'une hésitation dangereuse tenant, soit à une réelle défaillance de mémoire, soit plutôt à leur profonde répugnance à nous conduire dans les zones de refuge des tribus insoumises; sentiment très compréhensible d'ailleurs, car celles-ci les rendent responsables, eux et leurs familles, des dommages et des pertes qu'elles subissent lorsqu'elles ont à livrer combat à nos détachements.

Bien d'autres difficultés (ravitaillement, administration, opérations militaires, etc.) seraient encore à mentionner; comme il est improbable que leur nombre aille en décroissant, la tâche des explorateurs futurs qui voudront compléter notre travail, restera vraisemblablement très ardue, pendant de longues années.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Émile Picard*, élu Secrétaire perpétuel.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 52,

M. Édouard Goursat obtient.	29	suffrages
M. Émile Borel »	23	»

M. **Édouard Goursat**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un membre de la *Commission administrative de la Fondation Carnegie*, en remplacement de M. *G. Darboux*, décédé.

M. **Émile Picard** réunit la majorité absolue des suffrages.

PLIS CACHETÉS.

M. **De Launay** demande l'ouverture de deux plis cachetés, déposés dans la séance du 15 avril 1850 par M. Ch. Chastellain, son oncle, et inscrits sous les nos 985 et 986.

Ces deux plis, ouverts en séance par M. le Président, contiennent des Notes relatives à diverses questions d'*Astronomie*.

(Renvoi à l'examen de M. De Launay.)

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **A. Herdner** adresse une collection de Mémoires relatifs aux *Machines à vapeur*.

(Renvoi à la Commission des Prix de Mécanique.)

CORRESPONDANCE.

M. **George Ellery Hale**, élu Associé étranger, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Le Catalogue raisonné et descriptif des collections d'ostéologie du service d'Anatomie comparée du Muséum d'Histoire naturelle*, par R. Anthony : *Mammifères*, *Pholidota* (*Pangolins*). (Présenté par M. Ed. Perrier. Publié à l'aide d'une subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil*.)

2° *Études sur la période pléistocène (quaternaire) dans la partie moyenne du bassin du Rhône*, 2e et 3e parties, par W. Kilian et J. Révil.

3° *Aperçu sommaire sur les roches éruptives des Alpes françaises*, par W. Kilian et J. Révil.

M. **Fernand Widal** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Médecine et Chirurgie, par le décès de M. *A. Dastre*.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions entières ou méromorphes.* Note de M. **Gaston Julia**.

I. Dans diverses Notes récentes ([1]), j'ai introduit, pour l'étude des propriétés d'une fonction entière ou méromorphe $f(z)$, un ensemble $\mathcal{E}_\sigma$ qui est le lieu des points où la suite des fonctions $f_n(z) = f(z\sigma^n)$ $[|\sigma| > 1]$ n'est pas normale. Je voudrais revenir sur les propriétés de cet ensemble pour rectifier, préciser et compléter certains détails de mes Communications antérieures.

Si $f(z)$ est une fonction entière quelconque, $\mathcal{E}_\sigma$ est fermé. J'ai dit qu'il était parfait, mais je viens de reconnaître que cela n'est pas toujours exact. Un point P de $\mathcal{E}_\sigma$ pourrait être isolé dans $\mathcal{E}_\sigma$ si la suite des $f_n(z)$, qui n'est pas normale en P, était normale en tout autre point d'un cercle $\mathcal{O}$ assez petit de centre P, de telle façon qu'une au moins des suites extraites de la suite des $f_n(z)$ converge *vers l'infini* en tout point de $\mathcal{O}$ distinct de P, tout en restant *bornée en* P.

Le lemme de Weierstrass ne permet de conclure que la suite des $f_n(z)$ est normale dans tout $\mathcal{O}$, sachant qu'elle est normale partout hors du centre, que si toute suite convergente extraite de la suite des f_n, converge vers une limite *finie*. Si donc on est sûr que dans $\mathcal{O}$ les fonctions f_n ne prennent pas une certaine valeur finie a, la considération de la suite des fonctions $\frac{1}{f_n(z) - a}$, holomorphes dans tout $\mathcal{O}$, concurremment avec la suite des $f_n(z)$, permet d'affirmer que toute suite, extraite de la suite $f_n(z)$, qui converge dans $\mathcal{O}$, hors P, vers une limite finie ou infinie, converge aussi *en* P vers cette limite, c'est-à-dire que P n'est pas isolé dans $\mathcal{E}_\sigma$.

([1]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 502 et 718.

On peut donc affirmer qu'un point P de $\mathcal{E}_\sigma$ n'est pas isolé dans $\mathcal{E}_\sigma$ si, $\mathcal{D}$ étant une aire assez petite entourant P, dans l'ensemble des aires $\mathcal{D}$, $\mathcal{D}\sigma$, $\mathcal{D}\sigma^2$, ... $f(z)$ ne prend pas une certaine valeur finie. Cela arrivera certainement *si $f(z)$ admet une valeur exceptionnelle a*, et pour une telle fonction $\mathcal{E}_\sigma$ est sûrement parfait : il n'est d'ailleurs pas discontinu, comme le montre la considération des chemins sur lesquels $f(z)$ tend respectivement vers a et vers l'infini.

$\mathcal{E}_\sigma$ étant fermé dans le cas général se décompose en un ensemble parfait et un ensemble dénombrable. L'ensemble parfait n'est certainement pas nul lorsque la fonction $f(z)$ admet *une valeur asymptotique finie :* en ce cas, en effet, $\mathcal{E}_\sigma$ contient un continu (¹). Pour fournir l'exemple d'une fonction $f(z)$ dont l'ensemble $\mathcal{E}_\sigma$ soit dénombrable, il faut s'adresser à une fonction dont on soit sûr qu'elle n'ait pas de valeur asymptotique finie : c'est le cas des fonctions d'ordre $<\frac{1}{2}$. Si l'on forme, en effet, la fonction

$$f(z)=\prod_{n=1}^{\infty}\left(1-\frac{z}{\sigma^n}\right),$$

qui est d'ordre zéro, $(|\sigma|>1)$, la relation

$$f(\sigma^n z)=(1-z)(1-\sigma z)\ldots(1-\sigma^{n-1}z)f(z)$$

prouve que, dans toute aire finie Δ, ne renfermant aucun des points $\sigma^{\pm k}(k=0, 1, 2, \ldots, \infty)$, $f(\sigma^n z)$ tend uniformément vers l'infini avec n. L'ensemble $\mathcal{E}_\sigma$ de $f(z)$ se réduit donc aux *points isolés $\sigma^{\pm k}$ et à leurs deux points limites* 0 *et* ∞. Il est *fermé*, mais *dénombrable*.

II. On doit faire des remarques analogues pour les fonctions méromorphes $\varphi(z)$ admettant une valeur asymptotique ω, finie ou infinie. Quel que soit σ $(|\sigma|>1)$, on peut alors définir l'ensemble fermé $\mathcal{E}_\sigma$ des points où la suite des $\varphi_n(z)=\varphi(z\sigma^n)$ n'est pas normale. Un point P de $\mathcal{E}_\sigma$ peut être isolé, comme je l'ai déjà montré (²). On peut affirmer qu'il ne l'est pas si, dans l'ensemble des aires $\mathcal{D}$, $\mathcal{D}\sigma$, $\mathcal{D}\sigma^2$, ... ($\mathcal{D}$, aire assez petite entourant P), la fraction $\varphi(z)$ ne prend pas *deux* certaines valeurs distinctes finies ou infinies.

(¹) $\mathcal{E}_\sigma$ a des points dans toute couronne, d'épaisseur arbitrairement petite, limitée par deux courbes quelconques entourant l'origine.

(²) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 883, II.

J'ai déjà donné l'exemple d'une fonction méromorphe admettant un $\mathcal{E}_\sigma$ fermé, dénombrable, formé de points isolés et de leurs deux points limites $(0, \infty)$; une telle fonction a au plus une valeur asymptotique (qui peut être valeur exceptionnelle), car pour *toute fonction* $\varphi(z)$ *admettant deux valeurs asymptotiques finies* ou *infinies* distinctes, $\mathcal{E}_\sigma$ *contient un continu* (¹). En particulier, pour toute fonction méromorphe ayant deux valeurs exceptionnelles, $\mathcal{E}_\sigma$ est parfait et continu.

III. Si l'on remplace la suite $\sigma, \sigma^2, \ldots, \sigma^n, \ldots$ par une suite $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \ldots, \sigma_n, \ldots$ de nombres dont les modules croissent indéfiniment, il importe aussi de prendre certaines précautions. Considérant la suite des fonctions $f_n(z) = f(z\sigma_n)$, suite qui n'est pas normale en o, il n'est possible d'affirmer, pour une fonction entière *absolument quelconque*, l'existence d'un ensemble E de points *distincts* de o où la suite des f_n ne soit pas normale, que si la suite des σ_n n'est *pas trop rapidement croissante* (par exemple, croît moins vite que σ^n). On peut, en effet, en s'adressant à des suites σ_n très rapidement croissantes et à des fonctions $f(z)$ (d'ordre nul) dont les zéros soient assez rares, aboutir à des suites $f_n(z) = f(z\sigma_n)$, normales dans tout le plan, sauf en o. Je reviendrai ultérieurement sur le rôle que joue dans ces questions la croissance de la suite σ_n et de la fonction $f(z)$ pour donner des exemples précis. Cependant, il est clair que pour toute fonction entière $f(z)$ admettant une valeur asymptotique finie (ou méromorphe avec deux valeurs asymptotiques finies ou infinies), l'ensemble E existe et renferme un continu pour lequel la note (¹) est valable.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les développements de Jacobi.* Note de M. **Erwand Kogbetliantz**, présentée par M. Appell.

Les polynomes hypergéométriques de Jacobi $P_n^{(\alpha,\beta)}(x)$, orthogonaux dans $(-1, +1)$, sont définis par la fonction génératrice

$$(1 - 2xz + z^2)^{-\frac{1}{2}}\left(1 + z + \sqrt{1 - 2xz + z^2}\right)^\alpha \left(1 - z + \sqrt{1 - 2xz + z^2}\right)^\beta \qquad \begin{pmatrix} \alpha < 1 \\ \beta < 1 \end{pmatrix}.$$

Supposons que $f(x)$, sommable dans $(-1, +1)$, ne devient infinie aux

(¹) $\mathcal{E}_\sigma$ a des points dans toute couronne limitée par deux courbes quelconques entourant l'origine.

points frontiers $x=-1$ et $x=+1$ que d'ordres moindres que $1-\alpha$ et $1-\beta$ respectivement. Le développement de $f(x)$ en série de Jacobi s'écrit

$$(1)\qquad f(x) \sim 2^{-(\alpha+\beta)} \sum_{n=0}^{\infty} \left(n+\frac{1-\alpha-\beta}{2}\right) \frac{\Gamma(n+1)\,\Gamma(n+1-\alpha-\beta)}{\Gamma(n+1-\alpha)\,\Gamma(n+1-\beta)} \times \mathrm{P}_n^{(\alpha,\beta)}(x) \int_{-1}^{+1} \frac{f(t)\,\mathrm{P}_n^{(\alpha,\beta)}(t)\,dt}{(1+t)^{\alpha}(1-t)^{\beta}}.$$

Pour $\alpha=\beta=\frac{1}{2}-\lambda$ (1) se réduit au développement ultrasphérique de $f(x)$. Darboux, en étudiant la convergence de (1) en points intérieurs

$$(-1<x<+1),$$

a établi ([1]) que la série (1) diverge partout, si les ordres d'infinitude de $f(x)$ aux points frontiers sont $\geqq$ que $\frac{3}{4}-\frac{\alpha}{2}$ et $\frac{3}{4}-\frac{\beta}{2}$. Par exemple, le développement (1) de $(1+x)^{\omega}$ diverge partout, si $1-\alpha>\omega\geqq\frac{3}{4}-\frac{\alpha}{2}\left(\alpha<\frac{1}{2}\right)$, quoique cette fonction est à variation bornée et continue dans $(\varepsilon-1, 1)$.

Mais en se bornant aux polynomes $\mathrm{P}_n^{(\alpha,\beta)}(x)$ avec $\alpha+\beta<0$ et $|\alpha-\beta|<1$, on démontre le théorème que voici :

Pour $\alpha+\beta<0$ et $|\alpha-\beta|<1$ *la série* (1) *en point* $x=x_0$ *est sommable* $(\mathrm{C}, \delta>1+\alpha-\beta)$ *avec la somme* $\frac{1}{2}[f(x_0-0)+f(x_0+0)]$, *si* $f(x)$ *est à variation bornée dans le voisinage de ce point* x_0; *la sommabilité est uniforme dans tout intervalle de continuité de* $f(x)$, *compris dans un intervalle, où* $f(x)$ *est à variation bornée.*

Par exemple, le développement divergent de la fonction $(1+x)^{\omega}$, où $\omega\geqq\frac{3}{4}-\frac{\alpha}{2}$, est uniformément sommable $(\mathrm{C}, \delta>1-\alpha-\beta)$ vers la fonction développée dans l'intervalle $1\geqq x\geqq\varepsilon-1$ $(\varepsilon>0)$.

La démonstration dudit théorème est basée sur un théorème de Chapman ([2]) et sur la sommabilité $(\mathrm{C}, \delta>1-\alpha-\beta)$ de la série

$$(2)\qquad \sum_{n=0}^{\infty} \left(n+\frac{1-\alpha-\beta}{2}\right) \frac{\Gamma(n+1)\,\Gamma(n+1-\alpha-\beta)}{\Gamma(n+1-\alpha)\,\Gamma(n+1-\beta)} \mathrm{P}_n^{(\alpha,\beta)}(x)\,\mathrm{P}_n^{(\alpha,\beta)}(t)$$

([1]) *Journal de Liouville*, 3e série, t. 4, 1878, p. 393.

([2]) *Quaterly Journal*, t. 43, 1912, p. 1-53 (§ 1, théor. II, A).

avec la somme zéro pour $x \neq t$, si $\alpha + \beta < 0$ et $|\alpha - \beta| < 1$, la sommabilité étant uniforme pour $|x - t| \geqq \varepsilon$ $(\varepsilon > 0)$. La recherche de sommabilité (C, δ) de la série (2) se réduit à son tour grâce aux formules

$$(3) \quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\rho - \frac{1}{2}\right)}{(1+x)^\alpha (1-x)^\beta} P_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{2^{\frac{1}{2}+\beta}\,\Gamma(n-\beta+1)}{\Gamma(\rho+\alpha)\,\Gamma(n+1)} \int_0^\theta \int_0^\omega \frac{\sin\omega\left(\cos\frac{\omega}{2}\right)^{\beta-\alpha} \cos(n+\rho)\varphi \, d\varphi\, d\omega}{(\cos\omega - \cos\theta)^{\frac{3}{2}-\rho}(\cos\varphi - \cos\omega)^{\rho+\alpha}},$$

$$(4) \quad \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\rho - \frac{1}{2}\right)}{(1+x)^\alpha (1-x)^\beta} P_n^{(\alpha,\beta)}(x) = \frac{2^{\frac{1}{2}+\alpha}\,\Gamma(n-\alpha+1)}{\Gamma(\rho+\beta)\,\Gamma(n+1)} \int_\theta^\pi \int_\omega^\pi \frac{\sin\omega\left(\sin\frac{\omega}{2}\right)^{\alpha-\beta} \cos[(n+\rho)\varphi - \rho\pi] \, d\varphi\, d\omega}{(\cos\theta - \cos\omega)^{\frac{3}{2}-\rho}(\cos\omega - \cos\varphi)^{\rho+\alpha}},$$

où $x = \cos\theta$ et $2\rho = 1 - \alpha - \beta$, à l'étude de la série

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+\rho)\frac{\Gamma(n+2\rho)}{\Gamma(2\rho)\,\Gamma(n+1)} \cos[(n+\rho)u - \rho\pi] \qquad (0 \leqq u \leqq 2\pi),$$

qui est sommable $(C, \delta > 2\rho)$ et a zéro pour somme, si $u \neq 0$, 2π, et l'est même uniformément dans l'intervalle $(\varepsilon, 2\pi - \varepsilon)$.

La formule (3) n'est valable que si $\alpha + \beta < 0$, $\beta - \alpha < 1$ et la formule (4) que si $\alpha + \beta < 0$, $\alpha - \beta < 1$. Il est très probable que les restrictions $\alpha + \beta < 0$ et $|\alpha - \beta| < 1$ dans l'énoncé du théorème ne sont nullement nécessaires et qu'on les lèvera, en étudiant la série divergente (2) par une méthode directe.

Cette étude directe doit aussi diminuer l'index $\delta > 1 - \alpha - \beta$ de la sommabilité de la série (2) jusqu'à $\delta > \frac{1-\alpha-\beta}{2}$ pour $|x| < 1$ et même jusqu'à $\delta > 0$, si x et y se trouvent tous les deux à l'intérieur de l'intervalle $(-1, +1)$. Enfin la série (2) n'est pas sommable $\left(C, \delta \leqq \frac{1-\alpha-\beta}{2}\right)$ pour $|y| = 1$, $|x| < 1$ et ne l'est pas non plus $(C, \delta \leqq 1 - \alpha - \beta)$ si $x = -y = \pm 1$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la détermination des températures atteintes dans les réactions explosives.* Note [1] de M. **Henri Muraour**, présentée par M. Vieille.

Recherche, par l'emploi d'une détente brusque, de la décomposition réelle des gaz au moment de l'explosion. — La détermination des températures atteintes dans les réactions explosives n'a pu, jusqu'ici, être effectuée par des mesures directes. Deux méthodes indirectes permettent de les évaluer.

La première consiste à calculer t à partir de la quantité de chaleur dégagée par la réaction et des chaleurs spécifiques.

La seconde consiste à calculer t à partir de la pression mesurée à la bombe et du volume gazeux.

Les deux méthodes supposent connue la composition des gaz au moment de l'explosion et supposent résolue cette question : Le méthane, corps formé à partir de CO avec contraction, existait-il au moment de l'explosion, ou s'est il formé pendant le refroidissement.

Suivant que l'on admet l'une ou l'autre hypothèse, on obtient pour le volume gazeux et par conséquent pour la température, des valeurs très différentes, l'écart pour t ne pouvant dépasser 400°.

D'autre part, la proportion de méthane augmentant lorsque la densité de chargement augmente, on est conduit à admettre, dans l'hypothèse de l'existence du méthane au moment du maximum de pression, que la température d'explosion d'une poudre est fonction de la densité de chargement, la variation de la température pouvant dans certains cas atteindre 80 pour 100.

La composition gazeuse au moment de l'explosion a été étudiée par le lieutenant-colonel Kœhler et Poppenberg. Deux modes opératoires ont été utilisés.

Dans le premier (Kœhler-Poppenberg) les explosifs, mélinite, tolite placés dans une bombe de grande capacité, ont été amorcés par une capsule de fulminate. La proportion de méthane trouvée a été très faible.

---

[1] Séance du 12 mai 1919.

Mais l'absence de méthane dans les produits d'une détonation qui se propage à une vitesse voisine de 6000^m à la seconde, soit 2 millionièmes pour une pastille de 12^{mm} d'épaisseur, ne suffit pas pour démontrer l'absence de ce gaz dans les produits de la combustion de la poudre B en vase clos, le méthane pouvant se former en quantité importante pendant la durée de combustion de la poudre qui varie de plusieurs millièmes à plusieurs centièmes de seconde.

Dans le second (Poppenberg), on a utilisé un dispositif particulier : canon de fusil très court, fixé sur une bombe, projectile arrêté par un matelas de plomb, les résultats n'ont pas été très nets, la plus grande différence n'atteignant pas 1,6 pour 100. De plus, la pression maxima réalisée dans le canon de fusil n'a pas été enregistrée. Or on sait que la teneur des gaz en méthane diminue très vite lorsque la pression s'abaisse. Enfin, la combustion de la poudre n'a pas été complète et une partie a pu brûler dans la grosse bombe sous faible pression et par conséquent sans formation de méthane.

En fait, en ce qui concerne la combustion des poudres dans la bombe et dans les armes, le problème a été considéré comme non résolu, et dans les récents travaux des auteurs les plus qualifiés, les calculs sont effectués en admettant la présence du méthane au moment de l'explosion ([1]).

Nous avons repris la question en opérant sur des poudres donnant des gaz riches en méthane et avons recherché un dispositif permettant de refroidir rapidement les gaz, tout en réalisant une pression maxima très voisine de celle obtenue dans les essais à la bombe.

Dans ce but, nous avons utilisé une bombe à érosion (type du Laboratoire central des Poudres) dans laquelle les gaz de l'explosion s'échappent à travers un grain d'acier percé d'un canal de 1^{mm} de diamètre.

Avec ce dispositif, la pression maxima réalisée est très voisine de celle obtenue à la bombe ordinaire pour une même densité de chargement.

La bombe à érosion est fixée par un bouchon particulier sur une bombe de 4^l munie d'un robinet. Le grain à érosion en acier est fixé à l'intérieur du bouchon qui réunit les deux bombes. Les gaz de l'explosion, déjà refroidis par leur passage à travers le canal de 1^{mm} de diamètre qui traverse le grain, se détendent brusquement dans la bombe de 4^l dans laquelle on a préalablement fait le vide. Le refroidissement est ainsi très rapide, la force vive des molécules s'amortissant sur toute la surface intérieure de la bombe de 4^l qui est considérable (environ 1589$^{cm^2}$).

Dans certains essais, et pour obtenir un refroidissement encore plus énergique, on a introduit, dans la bombe de 4^l, soit une lame d'argent

---

([1]) Voir notamment *Mémorial de l'Artillerie navale*, 1914, p. 211 et 272.

de $34^{cm} \times 12^{cm} \times 0,03$, soit 500^{cm^3} de mercure. La bombe est alors placée verticalement.

Dans une de ces expériences, le grain d'acier a été bouché avec un petit fragment de plomb de façon à supprimer la fuite, d'ailleurs très faible, qui existe dans la période d'allumage.

Les essais ont donné les résultats suivants :

		Pour 100 de méthane dans les gaz de l'explosion H^2O liquide.	Pour 100 de méthane dans les gaz de l'explosion H^2O vapeur.
Poudre BM^5 type Am.	Bombe ordinaire sans détente.	4,04	3,31
	Détente avec mercure dans la bombe de 4^l	0,78	0,64
BM^5 spécial n° 1	Bombe ordinaire sans détente.	8,30	7,23
	Détente simple	3,01	2,70
BM^5 spécial n° 2	Bombe ordinaire sans détente.	5,63	4,44
	Détente avec mercure dans la bombe de 4^l	1,68	1,46
BM^5 spécial n° 3	Bombe ordinaire sans détente.	10,86	9,60
	Détente simple	4,34	3,69
	Grain bouché avec du plomb.	5,43	4,73
	Détente sur lame d'argent	3,23	2,73
	Détente avec mercure dans la bombe de 4^l	3,71	3,05
BF spécial n° 47	Bombe ordinaire sans détente.	12,90	»
	Détente simple	5,32	»

Des résultats identiques ont été obtenus en substituant au grain d'acier un grain d'argent.

Conclusions. — *Les expériences exécutées dans la bombe à érosion, avec détente brusque des gaz, montrent d'une façon indiscutable que la plus grande partie, sinon la totalité du méthane contenu dans les produits de la combustion des poudres se forme pendant la période de refroidissement.*

Dans le calcul des températures d'explosion, les résultats les plus exacts seront donc obtenus en rétrogradant la totalité du méthane en $CO + H^2$.

On remarquera que la non-existence du méthane au moment de l'explosion implique, s'il n'y a pas de dépôt de carbone, la constance du volume gazeux.

Par suite et contrairement à ce qui est généralement admis, la température d'explosion des poudres n'augmente pas lorsqu'on élève la densité de chargement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur une nouvelle colonne à distiller, pour laboratoire, et sur la mesure de son efficacité.* Note [1] de M. M.-H. ROBERT, présentée par M. Maurice Leblanc.

I. M'inspirant des appareils industriels de distillation fractionnée, dont l'efficacité est supérieure à celle des appareils de laboratoire, j'ai réalisé, dans la colonne en verre qui fait l'objet de cette Note, des dispositifs analogues à ceux qu'on emploie dans l'industrie : 1° en isolant thermiquement la colonne proprement dite par un manchon vide d'air; 2° en la surmontant d'un rétrogradateur, qui alimente la colonne en liquide par condensation partielle des vapeurs.

II. La colonne que j'ai adoptée (*fig.* 1) possède des étranglements successifs, supportant chacun un petit entassement A (haut de 5^{cm} à 6^{cm}) de cylindres de verre de 7^{mm} à 8^{mm} de diamètre et de même hauteur. Cette colonne est soudée à l'intérieur d'un manchon en verre B, où l'on a fait un vide très poussé, analogue à celui des vases de Dewar.

Le rétrogradateur est constitué par un réfrigérant à air C, à grande surface, de modèle quelconque (pointes de Vigreux, boules, etc.). On peut faire circuler un courant d'air plus ou moins intense dans la double enveloppe D, à l'aide d'une trompe à eau ou mieux d'une soufflerie.

Un dispositif analogue à celui des ballons de Berthelot permet, en entourant le thermomètre d'une double gaine de vapeurs, de connaître exactement le point d'ébullition des produits allant au réfrigérant descendant [2].

III. On règle la marche de l'appareil à la fois par le chauffage du ballon et par le courant d'air du rétrogradateur, de façon que ce dernier alimente abondamment la colonne, sans cependant y produire d'engorgements, et que le liquide recueilli coule à la vitesse d'une goutte par seconde. Dans ces conditions, la distillation s'arrête d'elle-même, par condensation totale des vapeurs, quand le produit le plus léger est passé.

IV. Cet appareil, employé à diverses séparations, a donné les résultats suivants :

Séparation alcool-eau. — Une seule rectification de l'alcool à 50° fournit 93 pour 100 de l'alcool contenu sous forme d'alcool à 95°-96°.

---

[1] Séance du 12 mai 1919.
[2] M. Gerbaut a bien voulu se charger de la réalisation de ce premier appareil.

Extraction de l'hexahydrotoluène de l'essence de Bornéo. — Après cinq rectifications de cette essence, débarrassée de carbures benzéniques par nitration, j'ai obtenu une importante fraction d'hexahydrotoluène sensiblement pur, fondant à −129°. (corps pur : −126°,4 d'après Timmermans).

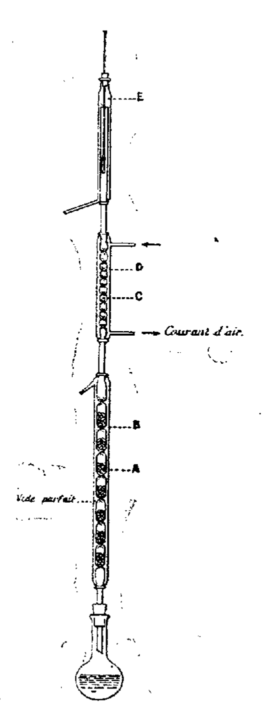


Fig. 1. — Colonne à rectifier à grand pouvoir séparateur. Ensemble ($\frac{1}{10}$).

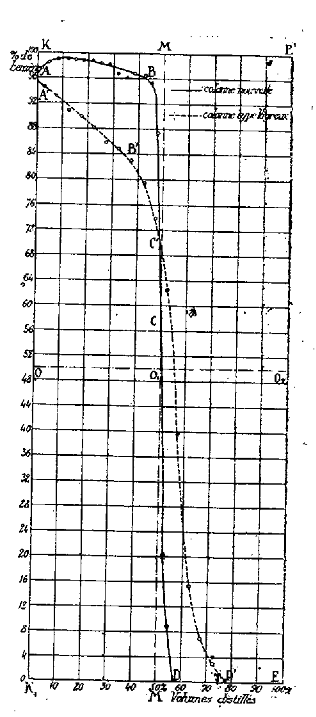


Fig. 2. — Diagrammes de distillation.

Fractionnement de l'essence de pétrole américaine. — M. P.-E. Erckmann a pu séparer, par trois rectifications, les carbures suivants :

	Point de fusion.		
Pentane..........	−133°	Timmermans :	−130°,8 (1)
Hexane............	−95°	»	−94°,03
Heptane...........	−103°	»	−97°,01

Purification de l'anhydride acétique contenant de l'acide acétique. — On obtient à l'état pur les $\frac{4}{5}$ de l'anhydride contenu, par une seule rectification.

(1) TIMMERMANS, *Bull. Soc. chim. Belg.*, t. 25, p. 216.

L'appareil fonctionne donc également bien pour des corps à point d'ébullition élevé (anhydride acétique + 139°,5) et pour des corps à bas point d'ébullition (pentane + 36°). Il me paraît même possible d'opérer des distillations fractionnées au-dessous de la température ambiante, par réfrigération convenable du rétrogradateur.

V. Pour apprécier l'efficacité de cette colonne, j'ai distillé, à la vitesse moyenne d'une goutte par seconde, un mélange à parties égales de benzène et de toluène purs, en recueillant des fractions égales. J'ai déterminé la teneur en benzène de chacune de ces fractions en comparant leurs points de solidification commençante avec ceux de mélanges connus [1]. La courbe obtenue en portant, en abscisses, successivement les quantités de distillat recueillies dans chaque fraction, et en ordonnées leur teneur en benzène, constitue le diagramme de fonctionnement de l'appareil.

La figure 2 donne les diagrammes de la colonne nouvelle (ABCDE) et celui d'une colonne type Vigreux, très puissante, à 14 rangées doubles de pointes (A'B'C'D'E). Le diagramme d'un appareil parfait serait KMM_1E, celui d'un appareil complètement inefficace OO_1O_2.

En appelant v la quantité de benzène contenue dans le mélange primitif, et a et b les quantités de benzène et de toluène contenues dans la première moitié du distillat, j'ai adopté pour coefficient d'efficacité le rapport

$$E = \frac{a - b}{v},$$

qui est nul pour une colonne complètement inefficace, et égal à 1 pour une colonne parfaite.

---

[1] Le diagramme des points de solidification commençante des mélanges benzène-toluène, dont nous donnons ci-dessous quelques points, a été établi par M. Masson (Communication inédite).

Pour 100 de benzène.	Point de solidification commençante.	Pour 100 de benzène.	Point de solidification commençante.	Pour 100 de benzène.	Point de solidification commençante.
0	+5°,5	40	−20°,5	80	−67°,4
5	+2,8	45	−24,8	85	−80,0
10	0	50	−29,4	88	−99,8
15	−2,9	55	−34,3	(eutectique)	
20	−6,0	60	−39,6	90	−98,0
25	−9,3	65	−45,4	95	−96,0
30	−12,8	70	−51,8	100	−94,5
35	−16,5	75	−59,0	″	″

Pour la colonne type Vigreux, j'ai trouvé

$$E = 0,73,$$

et, pour la colonne nouvelle,

$$E = 0,94.$$

Cette colonne permet donc de réaliser presque quantitativement certaines séparations.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur une conséquence importante de la synthèse industrielle de l'ammoniaque.* Note de M. **Georges Claude**, présentée par M. d'Arsonval.

Au moment où, après ceux de la guerre, les besoins de la paix donnent une ampleur si grande au problème de l'azote et où la notion de prix de revient, si longtemps abolie, impose un choix prudent parmi les solutions multiples que comporte ce problème, il est devenu possible d'indiquer un point de vue qui m'a guidé moi-même dans les recherches que je poursuis depuis deux ans et qui, non signalé encore à ma connaissance, paraît capable d'avantager d'une façon remarquable celles de ces solutions qui visent *à la synthèse directe de l'ammoniaque.*

En temps de paix, le but essentiel de la fixation de l'azote, c'est la fabrication des engrais : un procédé qui fournit l'ammoniaque doit donc être complété par des moyens permettant d'engager cette ammoniaque, peu transportable et non assimilable, en un produit aisément transportable, directement utilisable comme engrais. A part la transformation en nitrate, déjà plus rationnelle, le seul moyen qui ait été envisagé pour cela, tant pour l'ammoniaque provenant de la cyanamide que pour celle résultant de la synthèse directe, c'est la transformation classique en sulfate, qui nécessite d'énormes quantités d'acide sulfurique coûteux et dépourvu de toute valeur fertilisante.

Tout au plus s'est-on préoccupé en Allemagne de diminuer les frais de cette transformation en s'inspirant d'un procédé français et empruntant au gypse son acide sulfurique. C'est ainsi qu'on travaillerait déjà chez nos voisins, si l'on en croit les dires des ingénieurs allemands aux délégués français chargés de constater l'état de cette industrie.

Pourtant, le *sulfate* d'ammonium n'est pas l'unique sel capable de servir d'engrais. On sait, depuis les travaux de notre compatriote Georges

Ville, que le *chlorure* le vaut au moins à cet égard, tandis que son poids moindre à quantité d'azote égale lui donne pour les transports une supériorité très nette.

On peut dès lors se proposer de transformer en chlorure l'ammoniaque synthétique.

Si l'on n'aboutissait ainsi qu'à remplacer l'acide sulfurique par l'acide chlorhydrique, le résultat serait médiocre : c'est heureusement d'autre chose qu'il s'agit.

On sait que dans la fabrication de la soude à l'ammoniaque (Fresnel, Schlœsing et Rolland, Solvay, etc.), une quantité donnée d'ammoniaque transforme en carbonate de soude des quantités indéfinies de sel marin et d'acide carbonique : le chlore du sel marin, fixé d'abord sur l'ammoniaque est, lors de la régénération de celle-ci par la chaux, transformé en chlorure de calcium, lequel est perdu.

Or si, au lieu d'une masse donnée d'ammoniaque servant de mise de fonds, nous sommes en possession, grâce à un procédé de synthèse, de quantités indéfinies de ce corps, le problème change, et il est bien plus simple : il n'y a naturellement plus lieu de régénérer l'ammoniaque et il suffit de s'arrêter à la formation du chlorure d'ammonium et du bicarbonate de soude, puis de recueillir séparément, par précipitations successives, l'un et l'autre de ces sels, par une méthode dérivée de l'élégant procédé de Schreib.

Ainsi nous atteignons notre but, qui est de transformer l'ammoniaque en engrais transportable, mais c'est le chlore du sel marin, perdu dans l'industrie de la soude, qui y remplace l'acide sulfurique coûteux; ainsi nous relevons cette industrie de son plus gros défaut, la perte du chlore du sel marin; ainsi nous l'affranchissons de la sujétion d'avoir à se débarrasser d'énormes quantités de chlorure de calcium; et pour peser tout l'intérêt de ces constatations, on observera que de chaque tonne d'azote fixé doivent résulter comme sous-produit plus de *trois tonnes* de carbonate de soude.

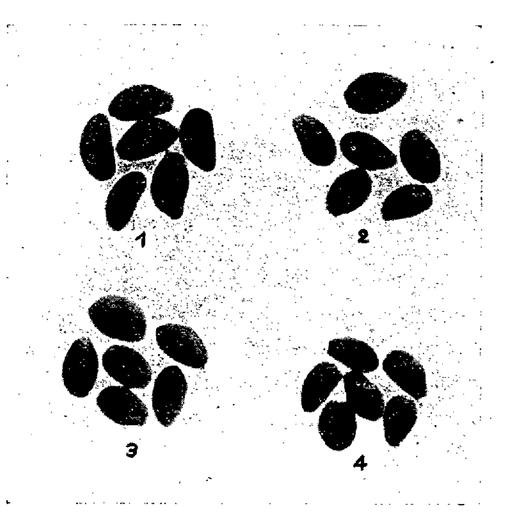
Ainsi se justifient un peu plus largement les préférences de ceux qui voient dans la synthèse de l'ammoniaque la solution d'avenir du problème de l'azote.

BOTANIQUE. — *Sur la stabilisation de caractères dans les plantes salées.* Note de M. **Pierre Lesage**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Si l'on compare deux plantes de la même espèce, l'une A, placée dans les conditions normales, l'autre B, placée dans les mêmes conditions et, en outre, soumise à l'action d'un agent *f*, on trouve couramment, entre B et A, des différences d'une grandeur et d'une importance qui sont sous la dépendance de *f* envisagé à divers points de vue, tels que qualité, quantité, mode d'application et durée de l'action de cet agent. Imaginons la comparaison dans le temps, des générations successives A_1, A_2, etc. dérivées de A et traitées comme A, et B_1, B_2, etc., dérivées de B et traitées comme B, on est amené à penser que A_1, A_2, etc., se ressembleront entre elles et ressembleront à A; que B_1, B_2, etc., différeront de A, mais ne seront pas nécessairement semblables entre elles, ni semblables à B, parce que l'action de *f* se répétant dans les générations successives, son effet, la différence, le caractère peut s'amplifier progressivement jusqu'à l'infini ou jusqu'à une limite que l'on peut prévoir sans la préciser. A ce point de vue, on peut faire des distinctions et imaginer les cas de caractère seulement provoqué et de caractère acquis, dans une même plante B ou dans la série des plantes B, dérivées les unes des autres. Dans une même plante, le caractère seulement provoqué se manifeste tant que *f* agit et disparaît quand l'action de *f* cesse; le caractère acquis persiste même quand *f* n'agit plus sur la plante considérée. Dans la série des plantes dérivées les unes des autres, le caractère seulement provoqué réapparaît chaque fois que l'agent *f* intervient et disparaît quand *f* n'agit plus; le caractère acquis par les plantes B influencées par l'agent *f* persiste sans modification dans les générations suivantes. Si ces dernières ne sont plus soumises à l'action de *f* et si le caractère acquis persiste encore, c'est un caractère hérité et il y a hérédité. Acquisition de caractère, hérédité de caractère comportant des variations, des degrés que je ne puis envisager ici. Je me contente de retenir la possibilité de cette gradation dans les résultats de l'action d'un agent sur la variation d'une plante : caractère provoqué, caractère acquis, caractère hérité, pour interpréter mes cultures de *Lepidium sativum* arrosées à l'eau salée (les plantes B) ou arrosées à l'eau ordinaire (les plantes A).

Parmi les caractères des B, il en est qui ne peuvent être que provoqués,

soit parce que chaque plante ne peut pas courir tout son cycle de développement et donner des graines, soit parce que, donnant encore des graines, celles-ci ne germent pas. Ceci est lié à l'incompatibilité de la salure en quantité au mode d'application, avec la vie des plantes. Dans les cas de compatibilité, parmi les caractères provoqués capables de devenir caractères acquis et peut-être hérités, je ne m'arrêterai, pour le moment, qu'à celui de la forme de la graine. Comme l'indique la photographie ci-jointe,



donnant un grossissement d'environ trois diamètres, la graine des B (n° 2 et n° 4) est plus courte, plus arrondie, plus dodue que la graine des A (n° 1).

Ce caractère des B n'est pas apparu brusquement, il s'est établi lentement pendant huit générations. Est-il acquis? Je n'ai pas fait d'expériences en modifiant mes arrosages dans une même génération, pour ne pas trop compliquer ces expériences, et je ne puis répondre exactement à ce point de vue; mais il y a des différences entre les graines n° 2 et n° 4 qui montrent que l'acquisition n'est pas encore complète. D'autre part, les graines n° 3 sont intermédiaires entre les graines de n° 1 et celles de n° 2, plus voisines des premières que des secondes; le caractère considéré s'y trouve indiqué faiblement, mais représenté tout de même; or ces graines ont été produites par les plantes B_6 arrosées à l'eau ordinaire, non soumise à l'agent f, qui est ici la salure. Ces résultats paraissent de peu d'importance, si l'on considère que j'en suis à la huitième génération.

Cependant ils montrent le caractère provoqué, laissant entrevoir, dans l'avenir, le caractère acquis avec possibilité de caractère hérité, et engageant, malgré leur médiocrité apparente, à poursuivre les expériences si, en particulier, on se laisse guider par la conception suivante déjà esquissée. L'action de la salure, convenablement dosée, s'exerçant sur de nombreuses générations successives, ne pourrait-elle pas amplifier progressivement le caractère provoqué dans des conditions telles qu'après la $n^{ième}$ génération, par exemple, la plante complètement adaptée à la dose de salure employée demeure désormais semblable à elle-même dans les générations ultérieures traitées de la même manière que les générations antérieures à cette $n^{ième}$ génération? Il y aurait fixation, stabilisation du caractère considéré qui serait alors véritablement acquis.

Ce n'est qu'une hypothèse; mais, par ce qui est déjà connu, on peut se laisser tenter d'en poursuivre la vérification. En ce moment, nous n'en sommes qu'à la période de prestabilisation du caractère, il reste à le voir s'accentuer encore dans les années suivantes jusqu'au moment où il sera complètement fixé, inchangeable. Alors les graines n° 2 et n° 4 seront rigoureusement semblables. On est amené à penser que les graines n° 3 leur seront peut-être semblables aussi et que l'hérédité véritable sera établie, si cette hérédité est possible.

Ce que j'ai dit pour le caractère «forme des graines» pourrait se répéter pour quelques autres caractères dont j'ai déja parlé [1].

BOTANIQUE. — *Sur le lieu d'absorption de l'eau par la racine.* Note de M. **Henri Coupin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Dans une précédente Communication [2], j'ai montré que, contrairement à l'opinion courante, la racine peut absorber l'eau, d'une manière parfaite, par son sommet. Il y a lieu, maintenant, de chercher à se rendre compte dans quelle proportion cette absorption intervient, comparativement à celle,

---

[1] Pierre Lesage, *Plantes salées et transmissibilité des caractères acquis* (*Comptes rendus*, t. **161**, 1915, p. 440); *Sur la transmissibilité des caractères acquis par les plantes arrosées à l'eau salée* (Rapport résumé donnant l'état actuel et la bibliographie de mes recherches sur le sujet, présenté à l'Académie des Sciences le 24 juin 1918).

[2] *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 519.

supposée existante, des autres régions de la racine. Dans le but d'avoir quelque idée sur la question, j'ai noté la manière de se comporter de deux racines identiques, appartenant à la même espèce, mises à plonger, toutes deux, dans l'eau, l'une (A) par sa pointe seulement, l'autre (B) par sa totalité, c'est-à-dire, à la fois, par sa pointe et par sa région pilifère, laquelle est couverte de *poils* improprement appelés *absorbants* comme on le verra plus loin. Les expériences étaient toujours faites en atmosphère très humide ([1]) à l'obscurité et à une température constante (23°). Voici, à titre d'exemples, quelques-uns des résultats obtenus avec six jeunes germinations de *Pois gris*, de *Fève* et de *Soleil*.

		A. (*pointe seule dans l'eau*).		B. (*racine entière dans l'eau*).	
	Au bout de	Accroissement de la racine.	Nombre de radicelles.	Accroissement de la racine.	Nombre de radicelles.
		cm		cm	
POIS GRIS. Racines initiales de $3^{cm},2$ (A) et de $2^{cm},5$ (B).	24 heures.	2,8	0	0,4	traces
	48 » ..	3,8	6	1,5	4
	72 » ..	4	15	1,7	4
	96 » ..	6,3	15	3,5	4
	120 » ..	7,8	16	4	5
FÈVE. Racines initiales de $3^{cm},5$ (A) et de 5^{cm} (B).	24 heures..	1,3	0	1,5	0
	48 » ..	5,7	0	2,5	0
	72 » ..	7,5	11	4,5	14
	96 » ..	11	20	6	16
	120 » ..	13,5	20	7	22
SOLEIL. Racines initiales de $1^{cm},2$ (A) et de 2^{cm} (B).	24 heures..	3,8	0	1,7	0
	48 » ..	5	traces	2	traces
	72 » ..	13,3	40	3	10
	96 » ..	15	40	4	10
	120 » ..	17,8	40	5	10

La très grande majorité des autres espèces expérimentées (*Potiron*, *Pin*, *Maïs*, *Ricin*, etc.) ont donné des résultats analogues à ceux que je viens de

([1]) Si l'atmosphère n'était pas humide, les racines se dessècheraient et mourraient très rapidement, ainsi que j'ai pu le constater dans un flacon de cultures en enlevant simplement leur bordure de ouate. C'est, vraisemblablement, pour avoir négligé ce détail et avoir opéré en plein air que les anciens auteurs voyaient les racines périr lorsqu'ils ne les plongeaient dans l'eau que par leur sommet.

détailler. Seules celles du *Lupin blanc* et de la *Belle-de-nuit* ont, en A et en B, au point de vue de leur racine, manifesté une vigueur égale ou à peu près égale.

Toutes ces expériences sont, on le voit, unanimes à montrer que *la racine plongée intégralement dans l'eau ne s'accroît pas plus vite que celle qui n'y plonge que par son sommet seulement.* Bien plus, la première atteint, presque toujours, un développement moindre que la seconde, ce qui *a priori* semble paradoxal, mais peut s'expliquer, semble-t-il, par ce fait, déjà reconnu, que l'eau, d'une manière générale, retarde la croissance. D'autre part, on peut remarquer que l'eau altère, souvent, les poils radicaux et, comme l'on peut s'en assurer au microscope, en font éclater quelques-uns, d'où une véritable lésion de la surface radiculaire.

Bien que la chose n'apparaisse pas découler d'une manière indubitable des expériences relatées ci-dessus, on a cependant l'impression que la racine absorbe l'eau exclusivement par sa pointe et nullement par le reste de son étendue. Cette impression devient presque une certitude si, comme prétendent l'avoir fait les anciens auteurs, on place une racine dans l'eau de telle sorte qu'elle n'y plonge que par sa région pilifère et non par sa pointe. A vrai dire, cette manière d'opérer est très difficile et, vu les soins qu'elle exige, j'ai quelques doutes que les premiers — et sans doute les seuls — qui l'ont rapportée l'aient effectuée avec toute la rigueur désirable. L'expérience est même impossible à tenter avec les 99 centièmes des plantules, la racine étant trop courte, difficile à courber ou, parfois, couverte, presque dès sa naissance, de jeunes radicelles. En s'adressant cependant à certaines plantules de Pois ou de Maïs, on finit, vu la longueur des racines, à les replier de manière que leur région pilifère plonge dans l'eau, tandis que la partie terminale est dans l'air humide (1). Dans ces conditions, on voit très nettement que la racine *ne s'accroît pas ou presque pas* (un millimètre par exemple en 24 heures); tout au plus constate-t-on que la pointe présente une légère inflexion pour redevenir verticale vers le bas. Au bout d'un jour ou deux, la plantule semble pourtant prendre une légère vigueur, ce qui se manifeste par l'élongation — *très légère* — de la racine et des autres parties végétatives. Mais, à examiner les choses de

(1) Cette pointe étant dans une atmosphère humide ne risquait pas de se dessécher et de mourir. Il n'y avait donc pas lieu, comme cela est décrit dans les vieilles expériences, de la recouvrir d'une couche d'huile, dont, d'ailleurs, l'inocuité relativement aux cellules du point végétatif serait à démontrer.

plus près, on se rend compte que cette minime recrudescence coïncide, exactement, avec l'apparition de courtes radicelles naissant entre les poils radicaux. Dès lors, on comprend que la plantule s'accroît du fait de l'absorption de l'eau, non par les poils radicaux, mais par la pointe des nouvelles radicelles. Ce doit être là la cause pour laquelle les physiologistes avaient cru pouvoir attribuer à la zone pilifère un rôle exclusivement absorbant pour l'eau.

En résumé, je conclus que *la racine absorbe l'eau exclusivement par son sommet et nullement par les poils radicaux*. Ceux-ci, qui d'ailleurs, dans la majorité des cas, ne se développent guère que dans l'*air humide*, semblent n'avoir pour fonctions (¹) que celles : 1° de protéger la racine contre une évaporation trop rapide, qui, pour elle et pour les plantes, serait mortelle; 2° de se fixer aux particules du sol et de donner, indirectement, un point d'appui au sommet de la racine pour lui permettre de pénétrer le plus avant possible dans la terre. Cette dernière hypothèse s'appuie, d'autre part, sur ce fait, facile à constater, que, lorsqu'on cherche à obtenir des germinations à la surface d'un sol poreux et légèrement humide, seules celles dont les poils parviennent à se cramponner aux particules terreuses, arrivent à pénétrer plus ou moins longuement dans le milieu, tandis que les autres se contentent de croître à la surface, avec l'*extrême pointe* enfoncée dans une anfractuosité rencontrée par hasard et, elles-mêmes, recourbées de mille manières.

GÉOLOGIE. — *Le terrain houiller sur le littoral de la province d'Oran.* Note de M. **Dalloni**, présentée par M. Pierre Termier.

La stratigraphie des terrains anciens qui forment l'ossature de la chaîne littorale est encore mal connue, notamment dans l'Ouest de l'Algérie. Dans son Mémoire sur le bassin de la Tafna et le Sahel d'Oran, M. L. Gentil, se bornant à enregistrer les idées de ses devanciers, a classé comme « schistes et quartzites primaires » une série assez puissante de marnes schisteuses et de grès quartziteux; mais, par une étude plus approfondie, MM. Doumergue et Ficheur ont montré que les « schistes d'Oran » comprennent surtout des formations jurassiques et crétacées à faciès vaseux, d'ailleurs

(¹) Outre leur rôle digestif supposé qui, d'ailleurs, demande encore à être démontré d'une façon péremptoire.

fréquemment fossilifères. Les « schistes des Traras » sont encore placés hypothétiquement dans le Silurien.

Depuis les travaux de Pomel, le Permien est le seul étage qui ait été reconnu à peu près par tous les auteurs. Il présente, en effet, le faciès si typique du « Grès rouge ». Dans le Djebel Khar, par exemple, apophyse occidentale du massif d'Arzeu, qui s'élève à 12^{km} au nord-est d'Oran, ce terrain comprend des bancs épais d'un conglomérat polygénique, très dur, à galets de quartz, de grès, de lydienne, etc., fortement agglutinés par un ciment argilo-gréseux rougeâtre; des grès rouge-brique, passant au psammite, et des argilites ou schistes rutilants, violacés ou verdâtres. Des empreintes de *Walchia* et des fragments de bois silicifiés de Conifères ont été jadis signalés dans ces couches.

L'allure de la formation est très remarquable; on peut l'étudier facilement depuis peu, grâce à des galeries ouvertes pour reconnaître l'extension des gîtes d'anthracite exploités anciennement sur le rivage et qui ont recoupé plusieurs couches de combustible sous les éboulis considérables qui couvrent le flanc nord du Djebel Khar (Montagne des Lions) en s'étendant jusqu'à la mer. On constate ainsi que le Permien, qui forme la crête de la montagne, reparaît en plusieurs bandes parallèles, de direction sensiblement E-W et dessinant une série de plis assez resserrés. Dans les synclinaux apparaissent le Trias et des terrains plus récents, notamment le Crétacé; dans les axes des anticlinaux, sous les poudingues permiens, se montrent des grès et des schistes noirs à lits de combustible qui ne peuvent appartenir qu'au Carbonifère.

Ces grès sont grossiers, siliceux, de teinte grisâtre et passent à un poudingue à dragées tout à fait analogue au poudingue à petits éléments quartzeux du Houiller; ils alternent avec des schistes noirs, lustrés et sériciteux, parfois fibreux et piquetés de cristaux de pyrite, avec rognons de carbonate de fer hydroxydé. Ces bancs sont très laminés et traversés par de nombreux filonnets de quartz laiteux.

Les travers-bancs ont recoupé plusieurs couches de combustible plus ou moins parallèles, et s'étranglant en formant des « lentilles », vestiges de lits de charbon primitivement continus, mais réduits par le plissement et l'écrasement en une série d'amas interstratifiés dans les schistes; le laminage est souvent si intense que le schiste peut être intimement mélangé à la matière charbonneuse, dont la qualité est, par suite, très irrégulière.

Les analyses indiquent qu'il s'agit d'un anthracite typique, par sa faible proportion en matières volatiles (5 pour 100 au maximum) et sa teneur

élevée en carbone fixe, qui peut atteindre 85 pour 100 pour les échantillons triés, offrant une teinte d'un beau noir, à surface miroitante; mais le combustible est parfois très impur, terreux, friable, formant une véritable bouillie triturée avec sa gangue schisteuse : la proportion des cendres devient alors considérable. Le pouvoir calorifique oscille entre 5000^{cal} et 8000^{cal}.

Il est surprenant que la véritable signification de ces gîtes, qui étaient considérés comme crétacés, ait été jusqu'ici si mal comprise. En leur attribuant cet âge, l'ingénieur Ville, qui en avait fait dès 1852 une étude consciencieuse, les rapproche cependant très judicieusement, d'après leurs propriétés et leur composition, des anthracites de la Tarentaise. Il s'agit, en effet, d'une véritable houille métamorphique, modifiée par les plissements intenses de l'Atlas et tout à fait analogue aux anthracites des gisements houillers des Alpes.

Ce terrain anthracifère de l'Ouest algérien offre une identité frappante avec le Houiller du Djurjura, également très plissé et recouvert par le Permien (Feuille de Tazmalt au $\frac{1}{50000}$); on sait que le charbon de la région de Tirourda a fait l'objet de quelques travaux de recherche, qui n'ont pas encore donné des résultats suffisants.

Sur le littoral, le Houiller de la Montagne des Lions se poursuit vers l'Ouest; on le retrouve au cap Falcon, où les schistes noirs qui paraissent alterner avec les poudingues permiens doivent être attribués à ce terrain; au cap Lindless, où des traces de charbon qui ont attiré l'attention se présentent dans les mêmes conditions stratigraphiques. Enfin, il est vraisemblable qu'une partie au moins des « schistes des Traras », recouverts par le Permien des Beni m'nir, appartient ainsi au Carbonifère.

Ces divers lambeaux font partie de l'axe paléozoïque de la chaîne littorale de l'Atlas, qui n'a laissé que quelques témoins sur la côte oranaise et a commencé à se disloquer au début du Miocène; en effet, sous le Djebel Khar, la mer de cette époque s'est avancée sur la pénéplaine primaire et les plis du Houiller et du Permien se sont plus tard déversés sur le Cartennien qui affleure sur le rivage.

MÉTÉOROLOGIE. — *Les 220 ans d'observations de Paris.* Note de M. **Joseph Lévine**, présentée par M. Bigourdan.

J'ai montré dans ma Note précédente [1] que nous possédons, dès maintenant, deux périodes complètes de l'onde atmosphérique composée; mais, pour tenter la séparation des ondes élémentaires par l'analyse harmonique, il faudrait avoir à sa disposition les observations détaillées.

Or les 220 années d'observations de Paris se trouvent dispersées dans plusieurs centaines de volumes; ce qui rend les recherches extrêmement pénibles.

C'est pourquoi j'ai cru utile d'étudier un projet de publication en plusieurs volumes, qui ferait disparaître cette anomalie regrettable de voir une série d'observations, peut-être la plus longue du monde, rendre relativement peu de services.

La pression atmosphérique, pour nous directement influencée par les causes cosmiques, constitue l'élément caractéristique des perturbations du temps à la latitude de Paris; aussi, on la réunirait *tout entière* dans le premier Volume de la collection.

Les autres éléments météorologiques, d'un caractère plutôt local, seraient groupés dans les six volumes suivants, par périodes.

On publierait en entier toutes les bonnes observations : les 46 ans à 22 ou 24 observations du Parc de Saint-Maur, les 4 ou 6 observations de l'Observatoire de Paris, les observations de Cotte, etc.

A ces sept volumes il serait très utile d'ajouter une série supplémentaire de 6 autres, dont le premier, destiné à faciliter l'étude de la variation des éléments météorologiques à Paris suivant la verticale, contiendrait un choix judicieux d'observations faites depuis 30 ans, par les soins du Bureau central météorologique, aux différentes plateformes de la Tour Eiffel et, près du sol, dans la cour et sur la terrasse du Bureau; le second Volume, consacré au Magnétisme terrestre, réunirait les observations du Val-Joyeux, du Parc de Saint-Maur et de l'Observatoire de Paris; enfin, les 4 derniers volumes nous permettraient d'avoir sous la main des éphémérides depuis l'an 1700.

---

[1] *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 566.

Dans ces éphémérides on pourrait réunir des données astronomiques relatives à la position des astres, d'après la *Connaissance des Temps;* ensuite, des renseignements sur les taches solaires, les essaims d'étoiles filantes, les bolides, les aurores polaires, les orages, les tremblements de terre, les éruptions volcaniques, les raz de marée, les marées océaniques et les marées de l'écorce terrestre; c'est-à-dire un ensemble de documents pouvant servir à la recherche de relations entre la Physique du globe et la Physique cosmique.

Je ne pourrais, certes, faire ressortir que d'une façon bien incomplète l'intérêt qu'il y aurait à faciliter les recherches météorologiques, en citant simplement deux nombres empruntés à l'*Annuaire de statistique :* pendant la seule année 1912 et rien qu'en France, un seul élément météorologique, bien délimité, la grêle, a causé pour 84 millions de dégâts; ils ont même atteint 222 millions en 1897.

PHYSIOLOGIE. — *Calorimétrie comparée de l'ingestion de viande, d'acide lactique et d'alanine chez l'animal.* Note de M. **Graham Lusk**, présentée par M. Armand Gautier.

Depuis longtemps on sait que l'ingestion de viande élève beaucoup la chaleur dégagée Un chien qui recevait chaque jour, à 5^h du soir, une ration alimentaire étalon composée de 100^g de viande, 100^g de biscuit et 30^g de lard, fut placé, le 6 février 1919 à 11^h, dans un calorimètre respiratoire (modèle Atwater-Rosa) et y resta jusqu'à 13^h le jour suivant. A ce moment le tube intestinal pouvait être considéré comme libre de produits nutritifs. La chaleur dégagée était représentée par $15^{cal},93$ calculées d'après l'oxygène absorbé et $16^{cal},08$ mesurées directement. C'est ce que l'on désigne généralement sous le nom de *métabolisme basal*, *métabolisme de base,* c'est-à-dire métabolisme représentant les calories indispensables à l'animal à jeun depuis 14 heures pour maintenir ses fonctions au repos. Tandis que le 24 février, 5 heures après l'ingestion de 1080^g de viande, la chaleur produite par ce même chien était évaluée à 34^{cal} calculées et $34^{cal},13$ mesurées directement, soit une augmentation de 113 pour 100. Dans les deux cas, le chien était au repos, dans le calorimètre.

A quelle cause doit-on attribuer cet accroissement de chaleur produite?

Les travaux de mon laboratoire (¹) ont montré que certains amino-acides comme le glycocolle et l'alanine donnés à un chien peuvent accroître la chaleur développée dans la proportion du nombre de molécules OH et CO^2H, glycolliques ou lactiques, qui peuvent être libérées dans la désamination du glycocolle ou de l'alanine.

Comme il n'y a pas accroissement de chaleur produite quand on donne à digérer des acides aspartiques ou glutamiques, de l'asparagine ou de la glutamine, on a conclu que les processus de désamination ou de formation d'urée ne jouent aucun rôle dans l'accroissement de la chaleur produite. La preuve que les acides aminés eux-mêmes ne sont pas les stimulants des transformations métaboliques réside dans le fait que la quote-part de protéine ingérée, qui est absorbée comme amino-acide et reformée en nouvelle protéine dans le corps, n'exerce aucune influence sur l'accroissement de la chaleur produite. Et la preuve que l'augmentation de chaleur produite n'est pas nécessairement dérivée du glycocolle et de l'alanine eux-mêmes, réside dans le fait que lorsque ces substances sont données à un chien qui a de la glycosurie phlorizique, elles sont transformées en glucose sans oxydation et éliminées par l'urine quoique agissant comme stimulants sur les transformations métaboliques.

Les recherches suivantes permettront aussi de comparer l'accroissement des échanges que cause l'ingestion d'acide lactique avec celui provenant de l'ingestion d'alanine.

Le chien XVIII qui m'a servi dans ces recherches recevait le produit à expérimenter l'extrait de viande, l'acide lactique ou l'alanine dissous dans une certaine quantité d'eau.

La solution était donnée à 9^h du matin et les recherches commencées à 10^h. L'animal avait reçu la ration alimentaire étalon la veille à 17^h.

Résultats obtenus :

(¹) *Journal of Biological Chemistry*, t. 13, 1912-1913, p. 155; t. 20, 1915, p. 555; t. 36, 1918, p. 415.

Numéros d'ordre.	Dates.	Régime.	Nombre d'heures.	Quotient respiratoire.	Calories par heure calculées.	Calories par heure trouvées.
20	26 décembre 1918.	à jeun (métabolisme basal)	1	0,84	17,8	15,9
21	27 »	acide lactique 8g, eau 500g	2	0,93	20,9	21,0
22	31 »	alanine 8g, eau 150g	2	0,90	19,3	19,2
23	3 janvier 1919.	extrait de viande, eau 500g	2	0,80	18,2	18,6
25	9 »	à jeun (métabolisme basal)	2	0,90	16,3	17,3
27	6 février 1919.	»	2	0,85	15,9	16,1
34	24 »	viande 1080g	2	0,80	34,0	34,1
37	28 »	à jeun (métabolisme basal)	2	0,85	17,3	17,0
39	3 mars 1919.	»	3	0,85	17,6	17,2
40	4 »	acide lactique 8g, eau 500g	3	0,88	19,4	18,3
41	5 »	à jeun (métabolisme basal)	3	0,82	17,5	16,7
42	11 »	extrait de viande, eau 500g	3	0,80	18,5	17,6
43	12 »	à jeun (métabolisme basal)	2	0,81	17,1	17,0
44	13 »	extrait de viande, eau 500g	3	0,78	18,2	17,5
45	14 »	» eau 150g	3	0,84	17,0	16,9
		Moyenne par heure.......			18,9	18,7

Conclusions. — 1. L'extrait de viande donné à l'animal dissous dans 500g d'eau n'acroît pas la chaleur recueillie au calorimètre (*Recherche*, 45).

2. L'extrait de viande donné dans 500g d'eau accroît la chaleur dégagée de 17cal,4 (*Rech.*, 37, 39, 41, 43) qui est la moyenne du métabolisme basal à 18cal,4 (*Rech.*, 43, 44). Une calorie par heure représente apparemment le travail additionnel développé pour le transport de cette grande quantité de liquide de l'intestin à travers le sang jusqu'au rein.

3. L'ingestion de 8g d'acide lactique dissous dans 500g d'eau élève la chaleur dégagée de 17cal,8 (*Rech.*, 20) à 20cal,9 (*Rech.*, 21), et de 17,4 (moyenne du métabolisme basal) à 19,4 (*Rech.*, 40), soit respectivement un accroissement de 3cal,2 et 2cal,1. Dans ce cas l'acide lactique était administré avec 500g d'eau, ce volume d'eau augmentait le métabolisme d'une calorie par heure.

4. L'ingestion de 8g d'alanine donnée dans 500g d'eau détermine un accroissement de métabolisme de 1cal,5 par heure (*Rech.*, 22).

Les quotients respiratoires des jours où l'acide lactique était ingéré sont plus élevés que ceux des jours où l'on mesurait le métabolisme de base, ce qui indique la combustion de cet acide. Ce qui précède montre que l'acide

lactique est aussi efficace comme stimulant du métabolisme que l'alanine dont il peut provenir dans l'organisme. La conclusion est donc justifiée que l'un des excitateurs essentiels consécutifs à l'ingestion de viande est l'acide lactique qui en dérive par transformation dans l'organisme.

MORPHOLOGIE. — *Sur les pseudo-organismes de fluorosilicates de calcium.* Note de M. **A.-L. Herrera.**

Diverses considérations m'ayant amené à essayer les fluorures et fluorosilicates pour imiter les micro-organismes, je suis arrivé à obtenir des pseudo-amibes et plusieurs autres formes en voie de division et de croissance, présentant un grand nombre d'analogies de structure, de colorabilité, de division, etc. avec les êtres naturels. Ces résultats confirment d'une façon éclatante les belles recherches de MM. Gautier et Clausmann sur la généralité et l'importance du fluor chez les organismes.

Technique. — Analogue à celle de Harting. Dans un cristallisoir de 18^{cm}, on verse 250^{cm^3} de silice colloïdale ayant au moins 1019 de densité ou mieux encore 1031, préparée par le procédé de Graham, avec des dyalisations et des concentrations alternatives de silicate alcalin décomposé par HCl. Dans des points opposés du même diamètre et à la plus grande distance possible on met deux sels : bifluorure de potassium ($0^g,10$) et chlorure de calcium (5^g). On laisse le tout au repos pendant 24 heures. La silice devra être stérilisée à 120° C. ainsi que les sels. Après 24 heures, on trouve des zones de coagulation de la silice près du chlorure de calcium. On y prélève des plaques gélatineuses; on les lave, puis on les déshydrate avec l'alcool, l'essence, et l'on monte au baume du Canada, avec ou sans coloration préalable.

Des colonies de pseudo-amibes se trouvent sur la silice coagulée, montrant les plus extraordinaires analogies avec les amibes naturelles, ainsi que des globules nucléés et plusieurs autres figures semblables à celles produites par corrosion du verre par l'acide fluorhydrique. Ces pseudo-amibes ont des mouvements très lents, des pseudo-noyaux se divisant par des procédés plus ou moins indirects. Elles prennent les colorants. Pas de croix avec la lumière polarisée, pas de polychroïsme. Il s'agit d'émulsions

très fines, probablement de fluorosilicates de calcium dans des colloïdes siliciques, peut-être du silicate de calcium. La structure cristalline apparaît sous l'influence des alcalis dissolvant le colloïde.

On devra neutraliser exactement la silice colloïdale, un excès d'acide ou d'alcali dissolvant les pseudo-amibes.

La variété et la richesse des structures sont étonnantes. Parfois on observe des sphérolithes ayant un gros nucléus qui prend les colorants et montrant tous les passages possibles entre la cellule et le cristal.

On y observe aussi quelques globules unis en chaînette, avec un seul nucléus granuleux. Ou bien il y a deux nucléus équidistants à l'intérieur d'une ellipse granuleuse, rappelant quelques aspects des diatomées.

Des pseudo-amibes se divisent directement et montrent le pseudo-cytoplasma hyalin étiré en forme de poires unies par l'extrémité la plus mince; le nucléus est granuleux, rougeâtre, en forme d'haltère.

Des pseudo-amibes hyalines ou finement granuleuses ont rampé sur la gélatine silicique et présentent l'aspect vermiforme. D'autres ont des pseudopodes plus ou moins ramifiés. Une des pseudo-amibes photographiées montre de la manière la plus nette deux nucléus réunis par des cordons, comme dans une phase de la caryocinèse.

Ces faits font penser à la possibilité que les organismes vivants aient pu avoir pour origine des silicofluorures, imprégnés, par une évolution séculaire, d'albumines, nucléines, lipoïdes et autres matières organiques, qui ne seraient pas alors primordiales. Mais c'est seulement une hypothèse. Je ne résiste pas toutefois à la tentation de croire que de semblables structures se soient produites par des substances aussi différentes que les albumines et les fluorosilicates. D'ailleurs avec les albumines seules personne n'a produit encore des formes si remarquables.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Synthèse biochimique du cellobiose à l'aide de l'émulsine.* Note de MM. **Em. Bourquelot** et **M. Bridel**, présentée par M. Moureu.

Le *cellobiose* ou *cellose* est un sucre isomère du gentiobiose et du maltose, c'est-à-dire un glucobiose. Il a été découvert en 1901 par H. Skraup et J. König, qui l'ont obtenu en partant de la cellulose du papier. Depuis sa découverte, il a été étudié surtout par Em. Fischer et G. Zemplen (1902

et 1910), L. Maquenne et Goodwin (1904), G. Bertrand et M. Holderer (1909 et 1910).

Cet hexobiose est dextrogyre et possède la multirotation. Son pouvoir rotatoire, plus faible au moment de sa dissolution dans l'eau, atteint en quelques heures la valeur fixe de + 34° (Maquenne et Goodwin). Il réduit la liqueur cupro-potassique : 1^{mg} de cellobiose précipite $1^{mg},38$ de Cu (G. Bertrand et Holderer).

Il est hydrolysé par l'émulsine ou plutôt par un ferment dont la spécificité a été établie par ces derniers auteurs : la *cellobiase* ou *cellase*. Cette propriété de l'émulsine conduisait à penser, conformément à la doctrine de la réversibilité des actions fermentaires, que lorsqu'on ajoute ce ferment à une solution aqueuse de glucose, il doit se former du cellobiose, par condensation du glucose, de la même façon et en même temps qu'il se forme du gentiobiose sous l'action de la gentiobiase, laquelle existe aussi dans l'émulsine. C'est ce que nous avions toujours admis, bien que jusqu'ici nous n'ayons jamais pu retirer des produits de la réaction autre chose que du gentiobiose. Les recherches que nous publions aujourd'hui établissent que du cellobiose se forme en effet.

I. Voici d'abord deux expériences, en partie inédites (Em. Bourquelot et A. Aubry), dont les résultats s'accordent avec l'hypothèse que, lorsqu'on fait agir l'émulsine sur le glucose, les deux sucres, gentiobiose et cellobiose, prennent naissance simultanément.

A deux solutions aqueuses de glucose renfermant, l'une 30^{g} et l'autre 50^{g} de glucose pour 100^{cm^3}, on a ajouté 1^{g} d'émulsine et on a laissé la réaction synthétisante se poursuivre, à la température ordinaire, jusqu'à l'équilibre. A ce moment, on a ajouté à chacune des deux solutions, convenablement diluées, de la levure haute pour détruire le glucose non combiné. La fermentation terminée, on a filtré et concentré les solutions à sec sous pression réduite. Les résidus avaient comme pouvoir rotatoire respectivement +15°,7 et +15°,9, c'est-à-dire des pouvoirs rotatoires presque identiques, ce qui montre bien que les réactions avaient été les mêmes dans les deux cas. De ces résidus, on a retiré du gentiobiose. Or, le pouvoir rotatoire du gentiobiose est + 10°,2; on voit qu'il avait dû se former, en même temps que lui, un autre sucre à pouvoir rotatoire plus élevé, puisque celui du mélange dépassait +15°. Ce sucre pouvait être le cellobiose dont le pouvoir rotatoire est + 34°. On n'a pas poussé plus loin ces expériences.

II. Dans le travail que nous avons publié le 27 janvier [1], relatif à l'action de l'émulsine sur une solution renfermant, pour 100^{cm^3}, 60^g de glucose, 10^g de glycol et 53^g d'eau, nous avions réussi à séparer le gentiobiose, le monoglucoside et le diglucoside du glycol; seul, le cellobiose n'avait pas été isolé. Nous avions supposé, ce sucre étant moins soluble dans l'alcool à 95° que les trois autres produits, qu'il était resté dans l'extrait épuisé par ce véhicule.

On a donc dissous cet extrait (42^g) dans 60^{cm^3} d'eau; on a ajouté à la solution 40^{cm^3} d'alcool absolu, ce qui a amené la formation d'un précipité assez volumineux. On a décanté le liquide et on l'a évaporé à sec. On a repris le résidu (21^g) à l'ébullition, d'abord par 100^{cm^3} d'alcool à 95°, puis par 200^{cm^3} d'alcool à 90°. Cette dernière solution a été décantée au bout de 15 jours, puis amorcée en frottant les parois du vase avec l'extrémité d'une baguette de verre, à laquelle adhéraient des traces de cellobiose préparé chimiquement. La cristallisation a commencé dès le lendemain sur les endroits frottés pour se continuer ensuite très lentement. Lorsqu'on a supposé qu'il y avait suffisamment de produit cristallisé pour qu'on pût le caractériser, on l'a recueilli sur un filtre, lavé à l'alcool et laissé sécher à l'air.

Au microscope, ce produit présentait exactement les caractères du cellobiose préparé chimiquement (cristaux ayant la forme d'un croissant). Il était dextrogyre et présentait les phénomènes de multirotation :

Pouvoir rotatoire,	4 minutes après la dissolution	+12°,06
»	30 minutes après la dissolution	+25,74
»	après stabilisation	+30,50

En ce qui concerne son pouvoir réducteur, on a trouvé que $51^{mg},8$ ont précipité $71^{mg},99$ de cuivre; autrement dit, que 1^{mg} de sucre précipitait $1^{mg},389$ de cuivre (Bertrand et Holderer indiquent $1^{mg},38$).

Enfin, on a constaté que 1^g du produit hydrolysé par l'acide sulfurique à 3 pour 100, donnait $1^g,070$ de sucre réducteur.

En résumé, ce produit qui a cristallisé sur amorce de cellobiose, qui présente au microscope la même forme que celui-ci, qui possède la multirotation sans être d'abord lévogyre comme l'est le gentiobiose, dont le

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 253.

pouvoir rotatoire se rapproche suffisamment de celui du cellobiose, dont le pouvoir réducteur est celui du cellobiose, doit être considéré comme étant réellement ce dernier sucre; et ainsi se trouve démontré que, gentiobiase, cellobiase et glucosidase β exercent simultanément leur action synthétisante dans une solution de glucose, ce que nous avions supposé depuis longtemps.

MÉDECINE. — *Appareil pour l'analyse rapide de l'air confiné et des atmosphères insalubres.* Note de M. E. **Kohn-Abrest**, présentée par M. d'Arsonval.

J'ai cherché à doter les techniciens de l'hygiène d'un disposif robuste et très simple, qui a pu être réalisé avec les conseils et le concours de MM. Lossier et Thurneyssen.

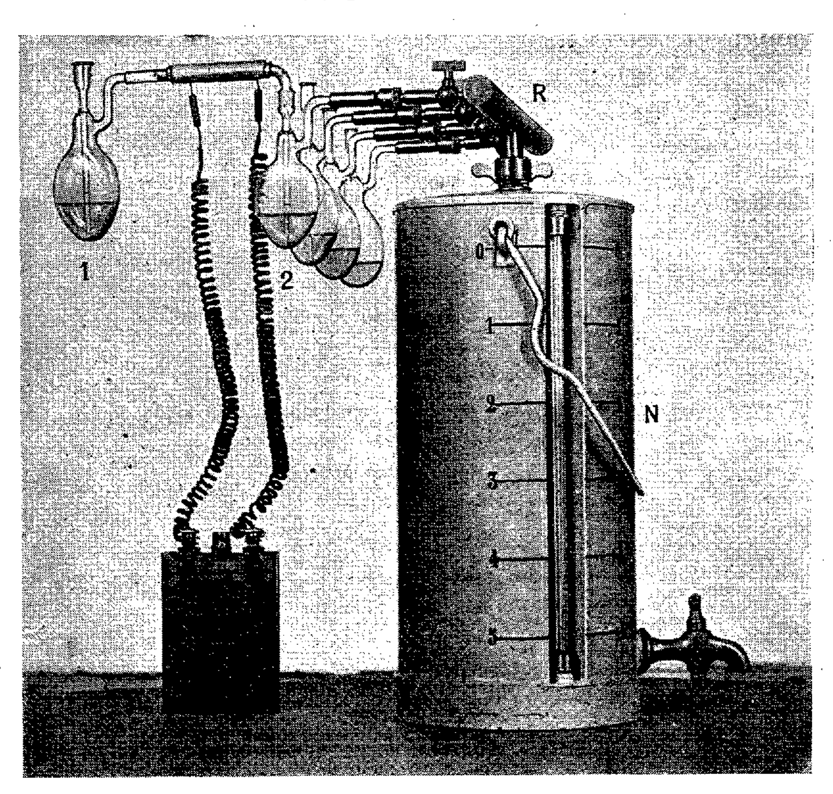
C'est en somme un *seau* en zinc de 5^l représenté par la figure ci-contre. L'air est aspiré par écoulement d'eau à travers des flacons laveurs plats de Cloëz, indépendants les uns des autres et disposés en batterie sur une rampe en cuivre R à laquelle ils sont reliés par des tubes métalliques à robinets. La rampe se dévisse et permet le remplissage du *seau*. Chaque flacon est amovible et se prête à un remplacement immédiat. La vitesse d'aspiration la meilleure correspond à 120 on 140 bulles par minute, le volume d'air aspiré est donné par le niveau N.

L'appareil permet, avec des raccords appropriés, de comparer simultanément plusieurs atmosphères différentes.

En général, il y a quatre flacons par rampe. Deux suffisent ordinairement au contrôle de la salubrité d'une atmosphère. L'un d'entre eux sert au dosage de l'acide carbonique, à la recherche et au dosage des autres gaz acides; enfin, grâce à un dispositif spécial, à ceux de l'oxyde de carbone. Le second flacon sert pour vérifier l'absence d'autres gaz nocifs.

Acide carbonique. — J'emploie l'eau de baryte qui, entre autres avantages, absorbe, et cela avec un seul flacon laveur, même si le courant gazeux est assez rapide, intégralement l'acide carbonique. De plus, le carbonate de baryte formé se dépose très promptement au fond du barboteur (il suffit à cet effet de suspendre l'aspiration pendant quelques minutes); on peut donc *voir*, et *suivre* en quelque sorte, l'acide carbonique à mesure de sa captation et déjà le doser approximativement ainsi. La simple évaluation

du dépôt de carbonate suffira donc pour nous renseigner sur le degré de viciation de l'atmosphère. Cette première estimation permettra, en tous cas, de choisir le moment où l'on arrêtera l'expérienee, c'est-à-dire où le dépôt formé sera suffisant [1] pour se prêter à un dosage précis. Il est



curieux de noter que des faits aussi simples n'aient pas été, du moins à ma connaissance, plus largement utilisés.

Pour fixer les idées, j'ai constaté qu'avec une aspiration de 2^l d'air par heure, 5^{cm^3} d'eau de baryte se troublent fortement :

En 20 minutes, s'il s'agit d'air à 5 pour 10000 de CO^2 (air normal);
En 10 minutes, s'il s'agit d'air à 1 pour 1000 (confiné);
En moins de 2 minutes, s'il s'agit d'air à 4 pour 1000 (très insalubre).

---

[1] Sans trop d'excès, c'est-à-dire jusqu'à ce qu'il remplisse le fond ampoulé et jaugé du barboteur.

On obtiendra un dépôt de carbonate convenant pour le dosage précis, au bout des temps suivants :

1 heure, s'il s'agit d'air à 5 pour 10000;
30 minutes, s'il s'agit d'air à 1 pour 1000;
10 minutes, s'il s'agit d'air à 4 pour 1000.

Pour le dosage, on ajoute à ce moment quelques gouttes d'un mélange, à parties égales de solutions alcooliques à 1 pour 100 de phénolphtaléine et d'hélianthine, et l'on titre directement à l'acide nitrique $\frac{N}{4}$ jusqu'aux *deux virages successifs* en maintenant l'aspiration autant qu'il sera nécessaire pour le brassage du liquide.

Le *premier virage* du *rouge au jaune* a lieu au moment où toute la baryte *libre* se trouve neutralisée; le *second virage*, du *jaune au rose*, a lieu lorsque tout le carbonate l'aura été à son tour. Le *volume* v d'acide nitrique $\frac{N}{4}$ nécessaire pour passer d'un virage à l'autre exprime l'acide carbonique, *et lui seul*, à raison de $0^g,0055$, ou environ $2^{cm^3},80$ d'acide carbonique, par centimètre cube de liqueur nitrique.

Autres gaz acides. — Leur dosage à la suite de celui de l'acide carbonique est immédiat, à condition cette fois de connaître l'alcalinité initiale de l'eau de baryte employée. Il suffit alors de retrancher de l'alcalinité disparue celle qui a été définitivement absorbée par l'*acide carbonique*. On vérifie de coup si l'atmosphère contient ou non d'autres gaz acides [1].

Oxyde de carbone. — M. Armand Gautier, en utilisant la réduction de l'acide iodique par l'oxyde de carbone, pour la recherche des traces de ce gaz, a fait observer que, pour écarter les causes d'erreur, on doit doser l'*iode* et l'*acide carbonique* formés.

A cet effet, il suffit d'adapter, après l'embouchure rodée d'un des flacons laveurs de la rampe, une tubulure en verre coudée contenant de l'acide iodique et pouvant être chauffée électriquement vers $+100°$ au moyen d'nn petit accumulateur (voir figure).

Enfin, à l'extrémité libre (et rodée) de la tubulure, on adapte un autre flacon laveur. Dans chacun de ces deux flacons (le n° 1 placé en avant de l'acide iodique, le n° 2 placé en arrière), on a introduit 5^{cm^3} d'eau de baryte. L'air aspiré se débarrasse d'abord complètement dans le flacon n° 1 de CO^2 qui sera dosé en fin d'expérience. Il

(1) Un Mémoire détaillé paraîtra dans un autre Recueil.

traverse ensuite l'acide iodique, puis le flacon n° 2, où la formation soit d'un trouble, soit d'un précipité, sera l'indice révélateur de l'oxyde de carbone. On dosera ensuite le carbonate ainsi formé et, à titre de vérification, l'iode fixé par la baryte [1].

Autres gaz. — On constatera l'absence de la plupart d'entre eux, à l'aide de 5^{cm^3} d'un mélange de solution de nitrate d'argent $\frac{N}{100}$ et de permanganate $\frac{N}{500}$. Lorsqu'après passage de 2^l d'air, le liquide reste rose et ne présente pas de trouble, c'est une présomption en faveur de l'absence de gaz nocifs en doses notables. Cette indication devra toutefois être confirmée par des recherches plus précises effectuées à l'aide d'une série de laveurs de rechange avec les réactifs absorbeurs appropriés.

J'espère que cet appareil portatif, qui constitue une notable simplification de l'outillage nécessaire en matière d'expertise et me rend fréquemment d'utiles services, pourra contribuer au progrès général en matière de toxicologie appliquée à l'hygiène industrielle.

M. Delauney adresse un *Essai sur les satellites*.

(Renvoi à l'examen de M. G. Bigourdan.)

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

(1) La baryte du flacon n° 1 devra être renouvelée en cours d'expérience, autant qu'il sera nécessaire.

ERRATA.

—

(Séance du 24 mars 1919.)

Note de M. *Ph. Glangeaud*, Le groupe volcanique Banne d'Ordanche, Puy-Loup, Puy-Gros, du massif des Monts-Dore :

Page 620, ligne 23, *au lieu de* colonne, *lire* colonnade.

(Séance du 7 avril 1919.)

Note de M. *Ph. Glangeaud*, Le groupe volcanique de l'Aiguiller (Monts-Dore) :

Page 733, ligne 6 en remontant, *au lieu de* Sur le flanc, *lire* Sur les flancs.
Page 734, ligne 5 en remontant, *au lieu de* territoire volcanique (glaciaire), *lire* territoire vulcano-glaciaire.

Note de M. *Gabriel Bertrand*, Sur la haute toxicité de la chloropicrine vis-à-vis de certains animaux inférieurs, etc. :

Page 743, ligne 6 en remontant, *au lieu de* verticelles, *lire* vorticelles.
Page 744, ligne 2, *au lieu de* selles, *lire* sols.

(Séance du 5 mai 1919.)

Note de MM. *A. Lacroix* et *A. de Gramont*, Sur la présence du bore dans quelques silico-aluminates basiques naturels :

Page 858, ligne 2, *au lieu de* 3415,2, *lire* 3451,2.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 26 MAI 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ASTRONOMIE. — *L'Observatoire de l'Hôtel de Cluny* (1), *plus tard Observatoire de la Marine*. Note de M. G. BIGOURDAN.

Malgré ses dimensions bien modestes, malgré une existence assez courte de 70 années à peine (1748-1817), cet Observatoire a laissé un souvenir qui se perpétuera parmi les Astronomes, tant qu'ils s'intéresseront à l'Astronomie cométaire, car il y occupe une place tout à fait éminente. Il est, en effet, le premier qui ait été consacré surtout à la recherche des comètes, et c'est sans doute celui où il en a été découvert le plus.

Il fut fondé par Delisle qui, à son retour de Saint-Pétersbourg, en 1747, chercha immédiatement à reprendre la suite de ses observations.

---

(1) Relativement à la fin de l'Observatoire de Le Monnier, nous ajouterons le détail suivant (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 808) :

Le couvent des Capucins était voisin de la salle du Manège où siégèrent successivement : la Constituante à partir du 9 novembre 1789, l'Assemblée législative pendant toute son existence et la Convention jusqu'au 9 mai 1793.

Par décret du 30 juillet 1790, l'Assemblée nationale « autorisa la municipalité de Paris à faire évacuer le couvent des Capucins de la rue Saint-Honoré pour être employé aux divers usages relatifs au service de l'Assemblée et qui seront indiqués par les commissaires.... » Voir A. BRETTE, *Histoire des édifices où ont siégé les Assemblées parlementaires de la Révolution française et de la Première République*, in-4°, 1902, t. I, p. lxxij et 178.

Il fit d'abord, dit Lalande ([1]), à l'Observatoire Royal quelques observations : M. de La Condamine lui céda ensuite avec empressement la coupole du Luxembourg dont il avait l'usage, et qui avait été le premier Observatoire de M. de l'Isle ([2]). Il recommença le 8 juin 1748, à y faire des observations suivies; mais il le quitta, pour s'établir à l'hôtel de Clugny, où il entreprit dès-lors une nouvelle suite d'Observations, qui commencerent au 16 décembre 1748.

Cet observatoire, simplement loué, surmontait la plateforme hexagonale ([3]) qui couronne l'élégante tourelle où s'élève l'escalier principal de l'Hôtel des abbés de Cluny. Il ne nous en est pas resté de description détaillée, mais quelques vues ([4]) de l'Hôtel nous en donnent une idée assez précise.

C'était une pièce unique, établie en charpente qui continuait les pans verticaux de la tourelle de pierre; elle était couverte par une pyramide à six pans dont les faces formaient volets que l'on pouvait ouvrir pour observer. C'est ce qu'indique ainsi J_3 Bernoulli (*L. Astr.*, p. 156) en 1769 :

Le toît de l'Observatoire de la Marine est fait en dôme, ou plûtôt il a la forme d'un cone [?] creux; il ne tourne pas, mais comme il est entierement composé de volets qu'on ouvre avec une grande facilité, il me paroît avoir même de certains avantages sur les toîts mobiles, les quels ordinairement n'ont qu'une rainure étroite par laquelle on n'observe pas toujours agréablement.

([1]) *Éloge de M. de l'Isle*, dans *Le Nécrologe des hommes célèbres de France*, année 1770, p. 42 (Abrév. *Nécrol.*). Sur Delisle, voir aussi son *Eloge* par de Fouchy, *Mém. Acad.*, 1768, H. p. 167-183, et Delambre, *Hist. Astr.*, VI, p. 318-327.

([2]) D'après Messier (*C. des T.*, 1809, p. 329), Delisle conserva cet Observatoire du Luxembourg de 1719 à 1764.

([3]) Cette plateforme est aujourd'hui un hexagone irrégulier, dérivé d'un rectangle dont on a fortement échancré deux angles consécutifs, aux extrémités d'un des petits côtés. Ce rectangle a extérieurement $4^m,80 \times 4^m,70$, la longueur étant perpendiculaire à la façade de l'Hôtel, et les angles échancrés étant ceux de l'extérieur. Ces échancrures donnent des faces de $1^m,9$ et ce qui reste du petit côté correspondant du rectangle a $2^m,1$; aussi l'aspect extérieur est celui d'un hexagone régulier.

La façade sud de l'Hôtel, à laquelle est adossée la tourelle, fait un angle d'environ 75° avec le méridien, cet angle étant compté du Nord vers l'Ouest.

La balustrade qui entoure la plateforme a $0^m,29$ d'épaisseur et est aujourd'hui en pierre; mais les gravures qui représentent l'Hôtel montrent que, vers le milieu du XIXe siècle, elle était en fer et fort simple.

([4]) Voir notamment. J.-B. DE SAINT-VICTOR, *Tableau historique et pittoresque de Paris*, Atlas, pl. 176.

Cependant ce système de volets, avec les parties fixes qu'il nécessite, n'était pas sans inconvénients, car dans les observations prolongées il nécessitait le déplacement de la machine parallactique et un nouveau réglage : cela est arrivé souvent à Messier.

La tourelle, bâtie depuis plusieurs siècles, avait acquis un haut degré de stabilité; Delisle y fit monter de grandes pierres de taille pour supporter son instrument méridien qui, sous ce rapport, devait être assez stable.

Cet Observatoire, d'abord purement privé, ne tarda pas à devenir celui de la Marine, dans les circonstances suivantes :

En Russie, Delisle jouissait d'une pension considérable, dont il fit un noble usage, en représentant dignement son pays et enrichissant constamment sa bibliothèque (¹). D'ailleurs, sous sa direction, l'Observatoire de Saint-Pétersbourg jouit d'une haute réputation, comme on peut le voir par la correspondance de L. Euler (²) et par divers autres écrits contemporains (³).

A son retour à Paris, la construction de son Observatoire et l'achat de quelques instruments absorbèrent ses économies, et bientôt, pour lui et sa femme, il n'eut plus d'autre revenu que son traitement de professeur au Collége de France, 900# environ. Heureusement on se souvint bientôt de ses services, des manuscrits qu'il avait réunis, et un brevet royal du 20 jan-

---

(¹) On n'a pas toujours rendu à ses efforts la justice qu'ils méritent. Voir F. G. W. Struve, *Description de l'Observatoire astronomique central de Poulkova*, Saint-Pétersbourg, 1845 (Abrév. : Σ, *Descript.*).

Dans l'histoire des relations intellectuelles de la France avec la Russie au xviiiᵉ siècle, le séjour de Delisle à Saint-Pétersbourg formerait un épisode intéressant qu'il serait trop long de développer ici. D'abord, les pourparlers qui précédèrent l'engagement de Delisle furent assez longs; puis, durant son séjour en Russie, il rencontra plus d'une difficulté dont les vraies causes seraient assez difficiles à démêler, et qui ne finirent pas même avec le retour de Delisle en France. Ainsi, on l'avait accusé (Σ, *Descript.*, p. 8), d'avoir emporté à Paris les originaux de ses observations de Saint-Pétersbourg; même, pour réparer cette faute supposée, vers le milieu du xixᵉ siècle, l'Observatoire de Paris confia les copies qu'il en possédait à celui de Poulkova; et ces copies ne sont rentrées que vers 1880, après que les originaux eurent été retrouvés en Russie.

(²) G. Bigourdan, *Lettres de Léonard Euler, en partie inédites* (*Bulletin Astronomique*, t. 34, 1917, p. 258, et t. 35, p. 65).

(³) Voir, par exemple : G. M. Bose, *Observation du dernier passage de Mercure par le Soleil* [1743, novembre, Wittembergue, 1745, in-4°].

vier 1754 le nomma, au traitement de 3000#, Astronome Géographe de la Marine qui, dès lors, paya le loyer de son Observatoire de Cluny; aussi, à partir de cette date, il prit le titre d'Observatoire de la Marine, qu'il conserva jusqu'au 1er octobre 1791 : alors il reprit son premier titre.

En même temps, ou à peu près, Delisle céda au Roi sa bibliothèque et ses manuscrits (1), contre une rente viagère de 4000#, ajoutée à son traitement et réversible par moitié à Mme Delisle en cas de survivance. En outre, Libour, secrétaire de Delisle, et Messier (2), son copiste, étaient nommés

---

(1) Dès lors, ces manuscrits paraissent avoir été communiqués assez librement aux astronomes (voir *Mém. Acad.*, 1755, p. 149).

(2) *Charles* MESSIER, fils de Nicolas Messier maire de Badonviller, naquit le 26 juin 1730 dans cette ville, alors capitale de la principauté de Salm en Lorraine, aujourd'hui chef-lieu de canton de Meurthe-et-Moselle.

Il était le dixième de douze enfants, et n'avait que 11 ans quand il perdit son père (1741). C'est son frère aîné, devenu en 1744 receveur général des finances de la principauté, qui par ses relations lui aurait trouvé un emploi chez J.-N. Delisle. Ce qui est certain c'est que Ch. Messier entra chez cet astronome, comme copiste et dessinateur, le 5 octobre 1751, et habita avec lui au Collége de France, où il eut table et logement jusqu'à la retraite de Delisle.

Les débuts furent rudes, car, au lieu d'un confortable cabinet, Delisle ne put abandonner à son dessinateur qu'un long corridor sans feu.

La fréquentation des astronomes réveilla chez Messier des goûts qui s'étaient déjà fait jour lors de l'apparition de la grande comète de 1744, à queue sextuple, et d'une éclipse de soleil de 1748. Delisle chargea Libour d'initier Messier au maniement des instruments, et lui-même dit que vers la fin de 1753 il commençait à être bien exercé.

Dans la suite il dut cependant chercher une profession plus lucrative, car il travailla quelque temps au plan de Paris avec l'abbé de La Grive, puis à la Carte de France, pour laquelle il fit le plan du bois de Verrières. « Mais, dit Delambre, ces deux essais ne le conduisant à rien, il en revint aux observations astronomiques.

» Dès lors sa situation s'améliore peu à peu à mesure de ses travaux et de ses découvertes de comètes : en 1754 il est nommé *Commis* de la marine avec un traitement de 500#, portées successivement à 1100# (1760), 1700# (1768), 2000# (1774). Après un accident qui faillit lui coûter la vie et qui le tint éloigné de son observatoire pendant une année entière (1781 nov. 6-1782 nov. 12) le roi lui accorda une gratification de 3600# suivie presque aussitôt d'une pension viagère de 1000#.

Ses découvertes de comètes lui acquirent une réputation universelle, et toutes les académies de l'Europe lui ouvrirent successivement leurs portes. Il fut élu associé astronome à l'Académie des Sciences de Paris le 14 juillet 1770, où Cassini IV était

respectivement *Secrétaire* et *Commis* de la Marine, aux appointements annuels de 600# et de 500#. Pour Messier au moins, et sans doute aussi pour Libour, Delisle y joignait la table et le logement, au Collége de France (1).

A partir de ce moment l'Observatoire de Cluny put sans doute développer ses moyens; mais ce n'est qu'à partir de 1771 que l'Astronome eut un logement dans l'Hôtel même (2).

Cependant, dès 1759, l'Observatoire avait dans ses dépendances un jardin situé au-dessus des Thermes de Julien, et où l'on transporta souvent les instruments.

Quoique situé à plus de 10^m au-dessus du sol, l'Observatoire de Cluny

---

alors son concurrent, et y devint pensionnaire le 17 novembre 1792. Mais il jouit bien peu de sa pension, l'Académie ayant été supprimée en 1793. Il s'était vu enlever aussi son traitement et ses autres pensions, de sorte qu'il vécut quelque temps dans la misère, manquant, dit-il, d'huile et de chandelle pour son observatoire. Mais il fut élu à l'Institut lors de sa fondation (1795), puis au Bureau des Longitudes (12 flor. an IV = 1796 mai 1), et put ainsi continuer à Cluny ses observations tant que la vue le lui permit (vers 1808). Il mourut à l'hôtel de Cluny dans la nuit du 11 au 12 avril 1817.

On pourra consulter pour des détails circonstanciés sur sa vie et ses publications : Delambre, *Notice sur la vie et les Ouvrages de M. Messier*, lu dans la séance publique du 16 mars 1818; *Mém. Institut*, année 1817, t. II, p. lxxxiij-xcij.

Voir aussi *Del. VI*, p. 767-774; — Quérard, *La France littéraire*, t. VI, p. 90; — G. Floquet, *L'Astronome Messier*. Nancy 1902, 47 pages in-8° avec portrait et 1 planche. (Extrait des *Mém. de l'Acad. Stanislas*, 1901-1902).

(1) A une date que nous ne pouvons préciser, Pingré fut nommé survivancier de Delisle comme astronome de la marine; mais à la mort de Delisle une partie du traitement fut partagée entre Belin (1000#) et Messier (600#). Voir à ce sujet une lettre de Messier datée du 13 octobre 1768, qui se trouve dans un registre de Le Monnier (C. 4, 13).

(2) Messier dit, en effet, dans ses Observations (*Conn. des T.* de l'an IX; *Mélanges d'astr.*, p. 459) :

« Le 31 octob. [1771], je quittai le collége de France, où je demeurais avec Joseph Delisle, depuis mon arrivée à Paris le 2 octobre 1751...; le ministre de la marine (M. de Boynes), considérant que j'étais astronome de la marine par brevet du 30 septembre 1771, voulut me mettre plus à portée de l'observatoire et des observations de jour et de nuit; il décida que le loyer m'en serait payé comme celui de l'Observatoire, sur les fonds des dépenses secrètes de la marine; ce loyer montait à 600 livres, qui me furent payées exactement jusqu'au 1er octobre 1791. »

n'avait pas un horizon bien dégagé : Messier s'en plaint souvent, et pour observer la comète de Halley, par exemple, en 1759 (*Mém. Acad.*, 1760, p. 397), il fut obligé de transporter ses instruments successivement d'abord à la guérite de Louis-le-Grand, comme nous l'avons vu, puis à la guérite de l'imprimerie Desprez, dans la rue des Sept-Voies, aujourd'hui rue Valette.

L'Observatoire de Cluny redevint observatoire particulier à partir de 1791. A la fondation du Bureau des Longitudes, il fut un des quatre observatoires de Paris dont la conservation fut décrétée; mais malgré cela il resta encore à la charge de Messier, probablement jusqu'à sa mort (1817) et alla se délabrant graduellement. D'ailleurs Messier, très âgé, n'y observa guère à partir de 1808; et même, quelque temps avant sa mort, le Bureau des Longitudes dut se préoccuper (séance du 5 février 1817) de déplacer les instruments pour éviter leur détérioration par les intempéries : ce fut la fin de cet observatoire ([1]).

GÉOLOGIE. — *A propos d'un Mémoire de J. de Lapparent sur les brèches des environs d'Hendaye.* Note de M. **H. Douvillé.**

Le problème de l'origine des brèches a exercé depuis longtemps la sagacité des géologues. L'opinion généralement exprimée est qu'elles se sont formées dans des eaux très agitées. A propos des brèches du Flysch, j'ai indiqué moi-même ([2]) « qu'elles correspondent vraisemblablement à une période très agitée, pendant laquelle commençaient ou s'esquissaient les grands mouvements tectoniques qui, peu après, allaient donner naissance à la chaîne des Alpes. Sous l'action de ces secousses, etc. ». Je faisais ainsi allusion à une liaison possible entre la formation des brèches et les secousses sismiques ayant affecté l'écorce terrestre. Un Mémoire très

---

([1]) Voici ce qu'on lit dans *Les Misérables* de Victor Hugo, Livre III, Chap. I, intitulé *L'année* 1817 : « Le palais des Thermes, rue de La Harpe, servait de boutique à un tonnelier. On voyait encore sur la plateforme de la tour octogone de l'hôtel de Cluny la petite logette en planches qui avait servi d'observatoire à Messier, astronome de la marine sous Louis XVI. »

([2]) *Le Crétacé et le Tertiaire aux environs de Thones* (*Comptes rendus*, t. 163, 1916, p. 324).

remarquable de mon ami le professeur J. de Lapparent ([1]) vient tout récemment d'apporter dans la question des clartés nouvelles.

On sait combien les brèches sont fréquentes dans les Pyrénées; l'auteur a minutieusement étudié celles qui accidentent la craie supérieure dans la région d'Hendaye. Il a montré qu'elles forment des couches nombreuses, d'épaisseur très inégale, de quelques centimètres jusqu'à plus de 10 mètres, *régulièrement interstratifiées* au milieu des schistes ou des calcaires. Chacune de ces assises constitue un *épisode* qui débute brusquement, puis suit une loi de dégradation régulière jusqu'au rétablissement des conditions normales de dépôt; c'est en réalité un accident dans ces conditions normales.

Il résulte de la nature même de ces couches de sédimentation régulière, que les brèches se sont déposées dans des eaux profondes, mais à une faible distance des rivages; en se rapprochant de ceux-ci, elles passent à de véritables poudingues. Elles comprennent à la fois des éléments étrangers, schistes et quartzites et des éléments empruntés à des dépôts peine plus anciens ou même presque contemporains. L'auteur explique cette composition en faisant intervenir la formation d'une ride au large, le flux de la mer poussant vers la côte les éléments de la brèche, et le reflux en ramenant les débris empruntés au rivage lui-même.

Ces éléments sont souvent d'une taille considérable, pouvant atteindre jusqu'à 10^{m^3}. Or le flux, la vague qui peut produire de tels effets, nous la connaissons : c'est la vague de fond des *raz de marée*, et nous savons que ceux-ci accompagnent les *tremblements de terre*. Ainsi se trouve précisée la relation pressentie plus haut entre les séismes et la formation des brèches. Chaque banc de brèche correspondra en réalité à une secousse de l'écorce terrestre, dont l'importance sera en relation avec l'épaisseur même de la couche de brèche.

Nous avons rappelé plus haut la fréquence des formations de cette nature dans les Pyrénées; j'ai eu occasion de montrer à mon ami J. de Lapparent les brèches des environs d'Argelès, et j'ai pu les examiner avec lui; j'ai fait voir ([2]) que leur partie supérieure à Salles était cénomanienne; leur partie inférieure, à Sère et à Boo, doit être plus ancienne, probablement aptienne. Là également, comme à Hendaye, les bancs de brèche, d'épaisseur très variable, alternent avec des couches de schistes régulières, tandis que plus

---

([1]) *Étude lithologique des terrains crétacés de la région d'Hendaye* (*Mém. Carte géol. détaillée de la France*, 1918).

([2]) *La brèche de Salles et de Sère-Argelès* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 662).

au large se déposaient les sédiments fins qui sont devenus aujourd'hui les ardoises à Ammonites des environs de Lourdes.

Des brèches identiques affleurent au débouché du vallon de la Gailleste, au nord de Bagnères-de-Bigorre, où elles ont été signalées il a longtemps par Frossard et Leymerie; elles sont associées à des calcaires noirs pétris d'une petite Serpule (*S. calcarea* Leymerie) qui, dans toute la région, caractérise les couches aptiennes de Barbazan (1).

A Miramont, au sud de Saint-Gaudens, Hébert a signalé des bancs de conglomérat *intercalés très régulièrement* dans les schistes noirs du même niveau (2) et, plus à l'Est, Leymerie insiste sur l'énorme développement dans ce système de couches d'un conglomérat à éléments volumineux, souvent *gigantesques*.

On voit ainsi que les actions sismiques ont été pendant le Crétacé inférieur au moins aussi développées, sinon plus, que dans le Crétacé supérieur. Nous savons que, pendant toute cette période, la profondeur de la mer a varié : faible d'abord pendant le dépôt des calcaires à *Toucasia Lonsdalei*, elle a augmenté beaucoup au moment de la formation des vases fines (ardoises) à Ammonites, pour diminuer de nouveau à l'époque un peu plus récente des calcaires à *Horiopleura*. Ici encore, des tremblements fréquents de l'écorce terrestre ont accompagné les mouvements épirogéniques.

Les brèches ne sont pas spéciales aux terrains crétacés; elles sont fréquentes aussi dans le Jurassique, de même que dans les formations plus récentes. J. de Lapparent a pu les observer à Urcuit, dans l'Eocène moyen; on a vu plus haut leur liaison intime avec les poudingues, et ceux-ci (Poudingue de Palassou) présentent un développement énorme en bordure des Pyrénées, à partir de l'Eocène moyen; les mouvements épirogéniques qu'ils accompagnent sont bien connus (3).

Le bassin de Paris n'a pas échappé lui-même à ces secousses sismiques, et ces actions expliqueraient peut-être les courbes bréchiques assez fréquentes dans les calcaires lacustres, notamment dans le calcaire de Beauce.

J'ai déjà signalé l'intervention probable de ces secousses sismiques dans la formation des brèches du Flysch; c'est peut-être aussi là l'origine des blocs

(1) Leymerie, *Bull. Soc. géol. de France*, 2e série, t. 26, 1869, p. 286, 299, 311, et *Descr. géol. de la Haute-Garonne*, 1878.

(2) *Bull. Soc. géol. de France*, 2e série, t. 24, 1867, p. 344.

(3) M. Douvillé, *Les mouvements pyrénéens* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, t. 6, 1906, p. 50).

exotiques, contemporains de la formation même du Flysch, dans lequel on retrouve abondamment les éléments caractéristiques des blocs eux-mêmes.

Ces grands mouvements de l'écorce ont du se reproduire à une époque plus récente : les accumulations de blocs erratiques énormes et anguleux, sur certains points des Pyrénées, et notamment aux environs d'Argelez et de Lourdes, semblent indiquer l'écroulement de certaines aiguilles granitiques, et cet écroulement s'expliquerait mieux par des secousses sismiques que par la seule action des agents atmosphériques.

L'homme lui-même a peut-être été encore témoin de ces grands tremblements de terre, et il en est resté des traces dans ses plus anciennes traditions : « Les montagnes bondirent comme des béliers, a dit le psalmiste, et les collines comme des agneaux ».

M. J. de Lapparent, pense il est vrai, qu'aucun phénomène actuel ne paraît comparable à ceux dont il a enregistré les effets. Mais, entre ces deux sortes de phénomènes, il existe plutôt une différence de qualité que de quantité. On estime à plusieurs milliers le nombre des ébranlements locaux qui se produisent chaque année, et comme nous sommes au point de vue géologique dans une période de grand repos, ces accidents sont à peu près toujours sans grande importance. Rien ne prouve, malheureusement, que cette activité ne se réveillera pas un jour.

On voit que la remarquable mémoire de J. de Lapparent vient d'ouvrir un chapitre nouveau dans l'histoire de la terre.

Dans l'intervalle des grands mouvements de plissements et de charriages qui ont donné naissance aux chaînes de montagne, nous savions que venaient s'intercaler des mouvements plus lents d'affaissement ou de soulèvement ; ce sont les mouvements épirogéniques ; il faut ajouter aujourd'hui qu'ils étaient accompagnés de tremblements de terre importants et répétés, d'où la conclusion que ces mouvements s'opéraient par intermittences et par saccades, plutôt que d'une manière continue.

Les brèches sont le résultat des soubresauts de l'écorce terrestre pendant les mouvements épirogéniques.

GÉOLOGIE. — *Les débris de nappe, ou Klippes, de la plaine d'Alais; lambeaux de calcaire urgonien mylonitique, posés sur l'Oligocène.* Note de MM. **Pierre Termier** et **Georges Friedel**.

On a depuis longtemps signalé l'existence, à l'est de la ville d'Alais, dans la plaine dont le sous-sol est formé par les terrains tertiaires, de nombreuses buttes, plus ou moins saillantes, au sommet desquelles affleurent les calcaires urgoniens ([1]), parfois en rochers escarpés. Sur la feuille *Alais* de la Carte géologique de la France à l'échelle du $\frac{1}{80000}$, feuille due au regretté Fabre, une quarantaine de ces buttes urgoniennes ont été marquées, éparses dans l'Oligocène, les unes minuscules, d'autres ayant plusieurs centaines de mètres et même jusqu'à 1500^{m} de longueur. Les plus importantes ont une forme allongée, de direction NE. Elles se groupent manifestement en files, qui ont à peu près cette même direction, et il y a trois files principales, séparées par des intervalles d'un ou deux kilomètres : la plus orientale est rectiligne et dirigée N 30°-E; les deux autres sont légèrement incurvées, suivant deux arcs de cercle dont le centre commun est à une vingtaine de kilomètres dans l'Est-Sud-Est. Le dessin, sur la carte, de ces trois files ou chaînons sensiblement parallèles, fait songer à trois remparts successifs, démantelés; ou encore à trois positions successives de la moraine d'un glacier qui recule, moraine ouverte et tronçonnée par les eaux : mais ce ne sont là, bien entendu, que des images.

L'apparition, dans une plaine de terrains tertiaires, de tels *blocs* de calcaire urgonien, si nombreux et si gros, est une difficile énigme. On ne peut songer sérieusement à les *enraciner*, et à les considérer comme des écueils qu'aurait ensevelis peu à peu la sédimentation lacustre oligocène. La plupart des géologues qui en ont parlé se sont, plus ou moins explicitement, prononcés pour la solution suivante : les *blocs* seraient incorporés au Tertiaire; ils seraient des éléments, d'exceptionnelle dimension, des poudingues aquitaniens à galets de calcaires crétacés, poudingues désignés sur la feuille *Alais* par la teinte jaune et la lettre m_1. Inutile d'insister sur l'énorme invraisemblance du transport torrentiel, quand il s'agit de blocs qui ont plusieurs centaines de mètres et jusqu'à 1500^{m} de longueur.

([1]) Nous prenons le mot *urgonien* dans le sens que lui donne la Notice explicative de la feuille *Alais :* faciès calcaire zoogène à Rudistes du Barrémien supérieur et peut-être de l'Aptien.

Sur cette énigme, comme sur tant d'autres, Marcel Bertrand est le premier qui ait apporté un peu de lumière ([1]). Écartant comme absurde l'idée du transport torrentiel, écartant aussi l'idée d'un transport glaciaire à cause des conditions de température que nous révèle la flore de l'Oligocène, il a proposé d'admettre qu'une nappe d'Urgonien (renversée ou non, lame de charriage ou lambeau de poussée) se soit trouvée, par charriage, étendue sur l'Oligocène, et que la dénudation l'ait fait presque complètement disparaître en ne laissant subsister comme témoins, dans des synclinaux, que des blocs épars. Nous allons voir que cette explication est, en effet, la seule admissible.

En 1912, le géologue L. Vedel, mort depuis, est revenu sur la question des *blocs* urgoniens et, dans une *Note sur le rôle de la faille des Cévennes dans la région de Saint-Ambroix* ([2]), a mis en avant une théorie nouvelle, qui n'est ni le transport torrentiel, ni le transport glaciaire, ni le charriage, et qui ne semble pas soutenable : les *blocs* résulteraient de l'effondrement sur place d'une voûte urgonienne, et du mélange des matériaux ainsi disloqués avec les sédiments d'un lac oligocène qui aurait recouvert la région effondrée.

Nous avons eu, il y a quelques semaines, l'occasion de parcourir les environs d'Alais et nous nous sommes proposé de résoudre le problème des blocs urgoniens. Voici d'abord, brièvement résumées, les constatations que nous avons faites et qui s'ajoutent aux observations de nos devanciers.

1° Outre les *blocs* dessinés sur la feuille *Alais* de la Carte géologique, qui sont très exactement dessinés, il y en a d'autres, de même nature, qui ont échappé par leur petitesse à l'attention de Fabre. Ces *blocs* oubliés, probablement assez nombreux, sont, comme les premiers, les sommets de petites buttes, souvent signalées à distance par un bouquet de pins; quelques-uns ont moins de 10^{m} de plus grande dimension.

2° Aucun des *blocs*, petits ou grands, que nous avons visités, n'est constitué par de l'Urgonien massif, homogène et sain. *Tous*, même les plus volumineux, même ceux dont la longueur dépasse 1^{km}, *sont entièrement formés de calcaire urgonien brisé*, dont les débris, pour la plupart anguleux, ont toute figure et toute grosseur jusqu'à plusieurs mètres cubes; *ils sont*, en d'autres termes, *entièrement formés d'une mylonite urgonienne*, parfois désagrégée en surface, mais le plus souvent rocheuse, solide, et jouant à s'y

---

([1]) MARCEL BERTRAND, *Bassin houiller du Gard* (*Annales des Mines*, 9e série, t. 17, 1900, p. 611).

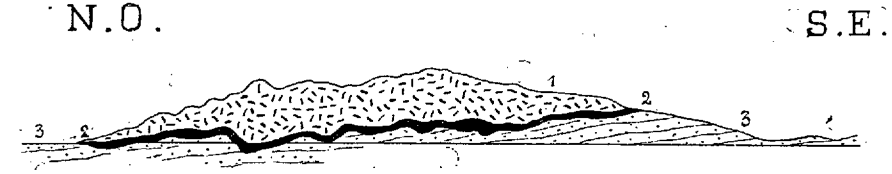
([2]) *Bulletin Soc. Études Sc. nat. de Nîmes*, 1912-1913, p. 62 et suiv.

méprendre le roc en place. Dans cette mylonite, il n'y a que des débris d'Urgonien, cimentés par un peu d'argile rouge et par de la calcite secondaire : c'est le résultat de l'écrasement d'Urgonien massif, sans aucun mélange d'autres matériaux sédimentaires.

3° Partout où nous avons pu observer les relations d'un *bloc* avec le Tertiaire qui l'environne, nous avons constaté que le *bloc* de mylonite urgonienne est posé sur l'Oligocène; qu'il n'est ni enraciné dans les assises oligocènes, ni enveloppé par elles.

4° Aucun des *blocs* que nous avons vûs ne gît sur les poudingues aquitaniens à gros galets de calcaires crétacés (partie de la formation désignée par la lettre m et la teinte jaune de la carte géologique); tous, même ceux qui s'allongent au nord de Saint-Privat-des-Vieux, nous ont paru reposer sur le Tongrien (lettre m_1, et teinte violette de la carte), c'est-à-dire sur un complexe formé d'argiles jaunes et rouges, de calcaires grumeleux, de grès mollassiques et de conglomérats à petits galets polygéniques. Les poudingues aquitaniens à gros galets calcaires qui, sur le bord ouest de la plaine, sont immédiatement superposés à l'Urgonien, base du Tertiaire, ne supportent aucun *bloc* de mylonite urgonienne.

5° Pour l'un des *blocs* (figure ci-dessous), nous avons pu étudier en détail



Coupe à travers le *bloc* (ou le *lambeau de nappe*, ou la *Klippe*) de la Liquière, au sud-sud-est de Salindres, suivant la tranche d'un embranchement abandonné de chemin de fer. — 1, mylonite de calcaire urgonien, très rocheuse et simulant le calcaire homogène; 2, zone de mélange mécanique, débris de mylonite enrobés dans les argiles tongriennes; 3, Tongrien, argiles bariolées, grès, calcaires tendres, poudingues à petits galets polygéniques. — La ligne horizontale correspond au fond de la tranchée. Échelle approximative $\frac{1}{3000}$.

les conditions de sa superposition au Tongrien. Il s'agit du *bloc*, long de 1500^m, qui forme la butte cotée 233 sur la carte d'État-Major, à l'ouest de la Liquière : son extrémité méridionale est coupée par la route Salindres-Célas et par la longue et profonde tranchée d'un embranchement abandonné de chemin de fer. Grâce à cette tranchée, on voit très nettement, entre la mylonite urgonienne, solide et semblable à un rocher massif, et les assises tongriennes qui plongent faiblement au Nord-Ouest et qui passent sous elle,

s'intercaler une *zone de mélange mécanique*, où des fragments, parfois très gros, de la mylonite urgonienne, sont enrobés dans les argiles bariolées du Tongrien. L'épaisseur de la zone de mélange est très variable et peut aller à quelques mètres. La surface de contact de cette zone et du Tongrien inaltéré est onduleuse, avec de brusques sursauts; dans l'ensemble, elle ne s'éloigne pas beaucoup d'un plan, légèrement incliné au Nord-Ouest.

6° Enfin, l'épaisseur des *blocs*, ou lambeaux de mylonite urgonienne, posés sur l'Oligocène, est tout à fait variable; elle est quelquefois très faible. Les plus épais paraissent être ceux de la rive droite de l'Avène, près du pont où cette rivière est traversée par la route d'Alais à Orange : il y a là des rochers escarpés de mylonite, de 10^m, 20^m ou même 30^m de hauteur. Ailleurs, le bloc est une simple croûte de mylonite dont l'épaisseur ne dépasse pas quelques mètres : cette croûte est souvent brisée, et l'on ne trouve plus alors, au sommet de la butte, que des fragments, très nombreux, mais détachés, de mylonite urgonienne, posés sur les assises tertiaires.

Ces observations sont décisives et l'on ne peut plus, après cela, conserver aucun doute sur l'origine des *blocs* urgoniens en question. Ce sont, comme le disait Marcel Bertrand, des témoins d'une nappe charriée qui a recouvert l'Oligocène et que l'érosion a presque totalement détruite; ils jalonnent un système de synclinaux, dirigés vers le Nord-Est, ondulations à grand rayon de courbure qui ont affecté, après son charriage, la nappe d'Urgonien et son substratum tertiaire.

Les *blocs* urgoniens de la plaine d'Alais sont donc assimilables aux *Klippes* des Alpes suisses et aux *Klippes* des Carpathes, que l'on sait, aujourd'hui, être des débris d'une nappe ruinée, à moitié enfouis dans l'épaisseur de la nappe sous-jacente.

L'existence d'une nappe urgonienne, charriée par-dessus l'Oligocène, n'a d'ailleurs rien qui doive nous surprendre. Il y a bien longtemps que l'on a pressenti le déplacement relatif du Tertiaire sur l'Infracrétacé, de celui-ci sur le Jurassique, du Jurassique sur le Trias, dans la région d'Alais : et c'est à l'ensemble des accidents suivant lesquels se sont opérés ces déplacements relatifs que l'on a donné le nom de *faille des Cévennes*. Tout dernièrement, et ici même (¹), dans une Note du plus haut intérêt, M. Paul Thiéry a précisé la nature des accidents en question; et, de ses observations, résulte à l'évidence que tout le pays de terrains secondaires compris

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 902.

entre la plaine tertiaire d'Alais et la partie connue du bassin houiller du Gard doit être considéré comme un *paquet d'écailles*. Les écailles, séparées les unes des autres par des surfaces de friction, presque planes et plongeant vers le Sud-Est ou vers l'Est, s'enfoncent sous le Tertiaire. La nappe des *Klippes*, la nappe en débris, n'est qu'une écaille de plus, posée sur celle qui est formée de Tongrien et d'Aquitanien. Et toute cette structure en paquet d'écailles est la conséquence du prolongement jusqu'au bord du Plateau central des grands mouvements alpins.

On se souvient que Munier-Chalmas ([1]), avant Marcel Bertrand, a montré la vraisemblance de la propagation jusqu'aux Cévennes, à travers toute la vallée du Rhône, des déplacements tangentiels venant des Alpes.

INDUSTRIE. — *Sur une application de la journée de 8 heures.* Note de M. **H. de Chardonnet.**

A propos des questions que soulève l'application de la loi des 8 heures de travail, il peut être intéressant de connaître les résultats que j'ai obtenus, il y a déjà 15 ans, dans la fabrication de la soie de Chardonnet que je dirigeais alors personnellement à Sárvár, en Hongrie.

L'atelier principal, la filature, doit marcher toute la semaine, sans arrêt, sous peine d'avoir à subir des pertes importantes de temps et de matière. La journée est donc de 24 heures, que j'ai divisées en trois postes : de 6^h du matin à 2^h, de 2^h à 10^h du soir, de 10^h du soir à 6^h du matin. Le travail consiste à rattacher les fils rompus par accident et à remplacer les filières de verre qui s'obstruent à la longue par suite des impuretés du collodion. Ce travail exige une attention soutenue, et l'ouvrière est obligée de parcourir constamment le front de la machine, où les filières dont elle est chargée sont réparties sur plusieurs mètres de long.

D'après la loi hongroise, le travail de nuit est interdit aux femmes; j'ai dû confier le poste de nuit à des jeunes gens.

J'ai proposé aux ouvrières de diviser leur journée de 8 heures en deux reprises de 4 heures chacune, en alternant avec leurs camarades. Sur 200 ou 300 femmes composant cet atelier, toutes ont préféré gagner leur salaire en une seule séance, même celles qui habitaient à quelques centaines de

([1]) Munier-Chalmas, *Sur les accidents stratigraphiques des terrains secondaires des environs de Valence* (*Bull. Soc. Géol. de France*, 3e série, t. **28**, 1900, p. 67).

mètres seulement de l'usine; elles apportent leur premier déjeuner ou leur goûter, le prennent soit à leur place de travail, soit au réfectoire. Sortant de chez elles ou y rentrant à 2^h de l'après-midi, elles peuvent vaquer aux soins du ménage, presque comme si elles n'avaient pas quitté leur maison. Dans le cas, très fréquent, où plusieurs ouvrières font partie de la même famille, elles peuvent se remplacer les unes aux autres et ne jamais laisser leur maison vide. Ainsi la vie de famille n'est pas détruite par le travail de la femme : c'est la solution pratique d'une difficulté qui préoccupe à juste titre les sociologues. Cet arrangement, en usage à Sárvár pendant des années, n'a jamais donné lieu à aucun incident ni à aucune plainte. Les salaires sont réglés de façon à ce que les ouvrières gagnent, en 8 heures de ce travail délicat, au moins autant que leurs camarades des autres ateliers occupées 10 heures à 10 heures et demie par jour.

La question du travail des femmes à la demi-journée semble, du même coup, résolue : il suffira d'appliquer la même méthode de roulement, avec deux postes de 4 heures ou de 6 heures chacun.

D'autre part, le coût des machines est tellement élevé actuellement, qu'en les faisant tourner 8 heures par jour seulement, on arrive à des prix difficilement abordables pour l'installation de nouvelles usines.

Il y a lieu, en conséquence, d'envisager la journée de 16 heures pour les machines, conjointement avec la journée de 8 heures pour le personnel; c'est-à-dire que chaque journée comporterait une relève au milieu du travail; on instituerait, par exemple, les deux postes de jour mentionnés ci-dessus.

Il est interdit, en Hongrie, de faire travailler les ouvriers plus de 6 heures de suite; j'ai dû demander au gouvernement une dérogation permanente à la loi, dérogation qui m'a été octroyée facilement, vu l'attitude de mes ouvriers. Il serait à souhaiter que de semblables dérogations fussent concédées largement toutes les fois qu'un patron et ses ouvriers sont d'accord à ce sujet. Ce régime de liberté atténuerait la perte de force productive du pays due à la réduction obligatoire des heures de travail, et qui peut être évaluée à 20 pour 100 : il hâterait d'autant la reconstitution économique de la France.

M. Charles Richet présente, en ces termes, un Ouvrage qu'il vient de faire paraître à la librairie F. Alcan : *La sélection humaine*, 1 vol. in-8°, de la *Bibliothèque scientifique internationale* (1919, 262 pages).

« J'ai essayé de montrer dans ce livre que la sélection pourrait, sans nul doute, contribuer au perfectionnement de l'espèce humaine. Il serait absurde de supposer que l'homme constitue dans le règne animal une exception. D'innombrables exemples établissent que les qualités du corps ou de l'esprit se transmettent par l'hérédité. Donc la sélection humaine est possible. Si elle est possible, n'est-elle pas absolument désirable?

» Je n'ai pas tenté de proposer quelque nouveau ou ancien système de sélection. Les temps ne sont pas mûrs. Car trop d'inconnues rendent ce redoutable problème impossible à résoudre aujourd'hui, même théoriquement. J'ai seulement voulu appeler l'attention des philosophes et des naturalistes sur le progrès par l'hérédité.

« La sélection humaine me paraît destinée à devenir, après que les questions politiques et sociales auront été résolues, *l'unique souci*, *le grand espoir*, et *l'immense effort des générations futures*. »

M. **Pierre Termier**, au nom du Service de la Carte géologique de France, fait hommage à l'Académie d'un Mémoire de M. **Jacques de Lapparent**, intitulé : *Étude lithologique des terrains crétacés de la région d'Hendaye*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection de deux membres de la *Commission du Fonds Bonaparte* à prendre, l'un dans la Division des Sciences mathématiques, l'autre parmi les Académiciens libres, en remplacement de MM. *Hamy* et *de Gramont*, membres sortants, non rééligibles.

MM. **Daniel Berthelot** et **Carpentier** réunissent la majorité absolue des suffrages.

NOMINATIONS.

L'Académie des lettres, sciences, arts et agriculture de Metz invite l'Académie à se faire représenter à la séance solennelle annuelle, qu'elle

tiendra, pour la première fois depuis l'année 1870, le 12 juin 1919, et en laquelle sera célébré le centenaire de la fondation de cette compagnie.

MM. E. Bertin, R. Bourgeois, Fournier sont chargés de représenter l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre du Commerce, de l'Industrie, des Postes et des Télégraphes invite l'Académie à dresser une liste de candidats à la chaire d'*Électricité industrielle*, vacante, au Conservatoire national des Arts et Métiers, par le décès de M. *Marcel Deprez*.

(Renvoi aux section de Physique générale et division des Applications de la Science à l'Industrie réunies.)

M. le Ministre du Commerce, de l'Industrie, des Postes et des Télégraphes invite l'Académie à dresser une liste de candidats à la chaire de *Chimie agricole et d'Analyse chimique*, vacante, au Conservatoire national des Arts et Métiers, par le décès de M. *Th. Schlœsing*.

(Renvoi aux Section de Chimie et d'Économie rurale réunies.)

MM. Auguste Béhal, Albert Colson prient l'Académie de vouloir bien les compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Chimie, par le décès de M. *Jungfleisch*.

M. Émile Belot prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Ch. Wolf*.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les points invariants des transformations topologiques des surfaces.* Note de M. L.-E.-J. **Brouwer**, présentée par M. Paul Appell.

J'ai démontré en 1909 que toute transformation topologique (c'est-à-dire biuniforme et continue) d'une surface bilatérale fermée de genre zéro à indicatrice invariante laisse au moins un point invariant (¹). Il importe de remarquer que ce théorème n'est valable que pour le genre zéro. En effet, pour chaque surface bilatérale fermée S de genre p supérieur à zéro, on peut construire d'une manière très simple des transformations (et même des transformations périodiques) topologiques, à indicatrice invariante et ne laissant aucun point invariant.

Premier cas : $p = 1$. — Soient φ et ψ des coordonnées bicirculaires sur le tore S. La transformation

$$\varphi' = \varphi,$$
$$\psi' = \psi + \frac{2\pi}{n}$$

possède les propriétés requises.

Second cas : $p = 2$. — Soient T et T' deux tores congruents, φ et ψ des coordonnées bicirculaires sur T. La transformation de T définie par les formules

$$\varphi' = \varphi + \psi,$$
$$\psi' = -\varphi$$

possède un seul point invariant P. Au voisinage de P traçons une courbe simple fermée k, invariante pour t et divisant T en une région f contenant P et une région g. Soient t', k', f' et g' les images de t, k, f et g sur T'. En identifiant sur les courbes congruentes k et k' les points correspondants, nous formons une surface bilatérale fermée S de genre 2, se composant

(¹) Ma plus simple démonstration de cette propriété a été communiquée par M. Hadamard dans sa Note sur l'indice de Kronecker, insérée dans la seconde édition de l'*Introduction à la théorie des fonctions* de Tannery. La même démonstration se trouve dans un Mémoire récent de M. Birkhoff (*American Transactions*, t. **18**, p. 2089) où aussi une extension du théorème est obtenue par la même méthode.

de k, g et g' et sur laquelle t et t' définissent une transformation possédant les propriétés requises.

Troisième cas : $p > 2$. — Soient φ et ψ des coordonnées bicirculaires sur le tore T, t la transformation de T, définie par les formules

$$\varphi' = \varphi,$$
$$\psi' = \psi + \frac{2\pi}{p-1}.$$

Attachons au tore $p-1$ anses telles que les $p-1$ paires de surfaces de contact ne se touchent pas et se correspondent pour les diverses puissances de t. Détruisons ensuite les surfaces de contact, nous obtenons une surface bilatérale fermée S de genre p, sur laquelle t définit une transformation possédant les propriétés requises.

Passons aux transformations à indicatrice renversée. Nous construirons pour chaque surface bilatérale fermée S de genre p une transformation (même une transformation involutive) topologique, à indicatrice renversée et ne laissant aucun point invariant.

Premier cas : $p = 0$. — Soit φ la longitude, ψ la latitude dans un système de coordonnées géographiques sur la sphère S. La transformation

$$\varphi' = \varphi + \pi,$$
$$\psi' = -\psi$$

possède les propriétés requises.

Deuxième cas : $p = 1$. — Soient φ et ψ des coordonnées bicirculaires sur le tore S. La transformation

$$\varphi' = -\varphi,$$
$$\psi' = \psi + \pi$$

possède les propriétés requises.

Troisième cas : $p = 2q$. — Soit T une sphère, t une transformation de T construite d'après le premier cas. Attachons à la sphère p anses telles que les p paires de surfaces de contact ne se touchent pas et se correspondent deux à deux pour t. Détruisons les surfaces de contact, nous obtenons une surface bilatérale fermée S de genre p, sur laquelle t définit une transformation possédant les propriétés requises.

Quatrième cas : $p = 2q + 1$. — Soit T un tore, t une transformation de T construite d'après le second cas. Attachons au tore $p - 1$ anses telles que les $p - 1$ paires de surfaces de contact ne se touchent pas et se correspondent deux à deux pour t. Détruisons les surfaces de contact, nous obtenons une surface bilatérale fermée S de genre p, sur laquelle t définit une transformation possédant les propriétés requises.

SPECTROSCOPIE. — *Remarques sur la constitution sériale des spectres d'absorption.* Note [1] de M. **Fred. Vlès**, présentée par M. Deslandres.

On connaît les admirables résultats auxquels a conduit la mise en évidence de relations sériales dans les spectres d'émission (Balmer, Kayser, Runge, Rydberg, Ritz, Deslandres, etc.), tant au point de vue de la représentation précise des phénomènes naturels que des conceptions atomiques auxquelles elles ont servi de substratum.

Beaucoup moins de recherches ont été effectuées sur les spectres d'absorption; encore les tentatives faites paraissent-elles limitées aux vapeurs et aux gaz (par exemple : SO^2 gazeux, vapeurs de benzène ou d'aniline; recherches de Lowater, Grebe, Koch, etc.), dans les spectres d'absorption desquels on a trouvé des relations de séries indiscutables, quoique de types souvent assez particuliers.

Il y aurait lieu de se demander si les spectres d'absorption des solides ou des liquides, dont la structure spectrale est le plus souvent très différente de celle des mêmes corps à l'état de gaz ou de vapeurs, ne seraient pas susceptibles, dans certains cas, de montrer les traces d'une propriété correspondante. La chose est d'ailleurs difficile à reconnaître : on est en effet loin de posséder, dans les bandes d'absorption, des matières colorantes usuelles, des bases expérimentales aussi précises que dans les raies fines des spectres d'émission; de plus, les spectres à grand nombre de bandes, seuls intéressants comme éléments de calcul, sont rares et le nombre des bandes est toujours relativement faible.

Nous avions indiqué, il y a quelques années [2], que, dans une première

---

(1) Séance du 19 mai 1919.

(2) Vlès, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1206; *Comptes rendus Soc. Biol.*, 14 avril et 9 mai 1914.

approximation, on pouvait soupçonner dans les spectres des solutions de certaines matières colorantes (hémoglobines), des relations topographiques régulières, indices probables de relations sériales. Une seconde approximation nous a conduit à mettre en évidence de véritables séries dans les spectres d'absorption de corps en solution appartenant à des familles très diverses. Comme cela paraissait probable d'après nos recherches précédentes, ces relations sériales seraient à rapprocher, non du type Balmer ou de ses dérivés usuels dans les spectres de raies, mais plutôt du type Deslandres relatif à la répartition des « têtes » dans les spectres de bandes :

$$(1) \qquad \lambda = \lambda_0 + An + Bn^2 + Cn^3 \ldots \quad (^1).$$

Dans un spectre complexe, le triage des bandes pouvant répondre à la formule (1) se fait très simplement au moyen de la relation caractéristique

$$\frac{\lambda_4 - \lambda_1}{\lambda_3 - \lambda_2} = \text{const.} = 3,$$

laquelle s'obtient en combinant quatre valeurs successives (sans terme du troisième degré) de l'expression (1). Les bandes intéressantes reconnues, leur mise en série est faite par des procédés graphiques.

Voici quelques exemples empruntés à des familles très diverses de corps.

1° *Permanganate de potasse*, solution aqueuse (valeurs de Formanek pour le visible) :

$$A = -24,65; \qquad B = +1,00; \qquad C = -0,022.$$

	mμ								
λ réel.......	571,0	547,3	525,6	505,4	487,0	470,7	454,4	439,5	31(5)
λ calculé....	571,0	547,3	525,5	505,4	487,0	470,0	454,3	439,9	312
n..........	0	1	2	3	4	5	6	7	19

2° *Hémoglobines*. — Les résultats sont ici plus intéressants en ce qu'on voit paraître des relations entre les caractéristiques sériales et la constitution chimique des corps. Les spectres d'un grand nombre de dérivés de l'hémoglobine paraissent justiciables d'une seule et même série φ (méthé-

(1) Des séries correspondantes en fréquences $\left(\frac{1}{\lambda}\right)$ ont été recherchées, mais elles n'ont pas paru présenter ici leurs avantages usuels de simplicité; aussi avons-nous conservé, pour des raisons pratiques, les notations en λ.

moglobine acide, diverses hématines acides, sulfohémoglobine, oxyhémoglobine, etc.); quelques dérivés (termes plus spécialement *alcalins* : méthémoglobine alcaline, cyanhématine, hématines alcalines, etc.) sont représentés par une seconde série ψ, qui n'est d'ailleurs vraisemblablement qu'une autre région de la même série φ prolongée; enfin d'autres corps, les plus disloqués au point de vue chimique, entremêlent dans leur spectre les deux séries φ et ψ (hématoporphyrine, mésoporphyrine acides). Dans l'ensemble de cette famille de corps, la série φ subit des déplacements (en λ et en n de certaines bandes caractéristiques prises comme repères) corrélatifs des modifications chimiques effectuées sur le groupement prosthétique de la protéide copulée.

Méthémoglobine acide (au ferricyanure K; axes des bandes déterminés au spectrophotomètre) :

$$A_\varphi = -58,0; \quad B_\varphi = +5,0; \quad C_\varphi = -0,17.$$

	mμ				
λ réel	635	580	54(0)	500	40(4)
λ calculé	635	581	537	501	404
n	0	1	2	3	8

La bande λ275, qui n'appartient pas au groupement prosthétique, n'est pas donnée.

3° *Chlorophylles*. — Dans la famille des chlorophylles, importante par ses relations chimiques avec la famille des hémoglobines, on trouve une série qui est précisément la même que celle des hémoglobines (série φ). Les bandes de cette série sont donc vraisemblablement supportées par le complexe des noyaux pyrroliques dont l'association fondamentale est commune à ces deux familles.

Chlorophylline α (Tswett) :

λ réel	661	610	570	528	492	460	432
λ calculé	661	608	564	528	499?	457	430
n	0	1	2	3	4?	6	8

La bande ultraviolette [λ30(0), Dhéré] ne serait pas donnée par cette série.

4° *Chlorure de néodyme* (visible, Jones et Strong, 1912; ultra-violet, Baxter et Woodward, 1910). — Un grand nombre des bandes semblent

pouvoir être données par une série plus simple, faisant en quelque sorte transition aux types des séries des gaz et des vapeurs; le terme en n^2 serait en effet pratiquement nul, et la formule deviendrait comparable à celle de Lowater, par exemple pour SO^2 gazeux ($A = -4,29$; $B = C = 0$; $\lambda_0 = 673,5$; environ 25 bandes seraient données par le calcul).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Réduction de la cryoscopie aux lois générales de la solubilité*. Note de M. **Albert Colson**, présentée par M. G. Lippmann.

Pour rattacher les lois fondamentales de la cryoscopie à notre théorie de la solubilité, reprenons la formule initiale que nous avons tirée de la Thermodynamique sans faire aucune hypothèse sur l'état dissous :

$$425\,L = T(V + \varepsilon)\frac{dp}{dT}$$

et remarquons que l'on a rigoureusement $V + \varepsilon = U + u$ en appelant U le volume final de la dissolution et u le volume du corps dissous. Si la solution est très étendue, u est négligeable par rapport à U, et il reste

$$425\,L = TU\frac{dp}{dT}.$$

D'autre part, nous avons fait observer que toute solution non saturée par rapport au corps en dissolution, mais qui dépose des cristaux de solvant par refroidissement, est elle-même une solution saturée par le solvant en voie de solidification.

Si nous désignons par L′ la chaleur de dissolution d'une molécule de solvant solidifié dans la solution à une température T supérieure à Te, et par p la pression osmotique du corps en dissolution, nous pourrons écrire, d'après notre formule générale,

$$(2) \qquad 425\,L' = T(V' + \varepsilon')\frac{dp}{dT},$$

V′ étant le volume de dissolution saturée par rapport au solvant solide à T° contenant une molécule du second corps.

De cette formule, appliquée aux solutions étendues, nous allons déduire la loi des phénomènes cryoscopiques de Raoult.

Prenons une molécule de poids M d'un solvant; soit Θ sa température de congélation et Λ la chaleur de fusion d'une molécule de solvant solide à Θ ($\Lambda = Ml$, l étant la chaleur de fusion d'un gramme, celle qu'on trouve dans les Tables).

Appelons U le volume de cette molécule de solvant à l'état liquide aux environs de Θ.

Cherchons d'abord la concentration, c'est-à-dire le poids de matière contenu dans 100^g de mélange. Appelons $d\lambda$ la très petite portion de la molécule d'une substance de poids moléculaire m, dissoute dans la molécule M.

La concentration C sera égale à $\frac{m\,d\lambda}{M + m\,d\lambda}\,100$. Au dénominateur la quantité $m\,d\lambda$ étant négligeable par rapport à M, on a

$$C = 100\frac{m\,d\lambda}{M}.$$

La solution étant très étendue, son volume $V' + \varepsilon'$ égale U, comme nous l'avons dit; sa température de congélation sera $T = \Theta + dT$; enfin la chaleur de dissolution d'une molécule de solvant solide à T° se confondra sensiblement avec la chaleur de fusion $\Lambda = Ml$.

En appliquant la formule (2) et en négligeant dT par rapport à Θ, il vient

$$(3) \qquad 425\,Ml = \Theta\,U\,\frac{dp}{dT}.$$

Or dp n'est autre que la pression osmotique de la solution, qui contient, dans le volume U, $d\lambda$ molécule de corps dissous à Θ°, car l'état initial étant le solvant pur, p est égal à zéro et la variation dp est bien la pression osmotique du solvant qui contient le poids $d\lambda$ du corps dissous.

Les lois de compressibilité (Mariotte, Gay-Lussac) ont pour expression générale $VP = RT$ avec $R = 847$, quand elles se rapportent à la molécule.

Dans le cas qui nous occupe U est précisément le volume final de la dissolution. Quant à la pression P rapportée à une molécule, et assimilée à la pression osmotique, à l'exemple de Van' t Hoff, elle devient $\frac{dp}{d\lambda}$. D'ailleurs, comme $T = \Theta + dT$ et comme dT est négligeable par rapport à Θ, on a,

en adaptant à la formule de compressibilité les valeurs précisées ci dessus,

$$U\,dp = 847\,\Theta\,d\lambda.$$

En remplaçant dans l'équation (3) $U\,dp$ par cette valeur, nous avons

$$425\,M\,l = \Theta \times 847\,\Theta \frac{d\lambda}{dT}$$

et, en remarquant que $\frac{847}{425}$ est sensiblement égal à 2, nous aboutissons pour dT, c'est-à-dire pour la variation de température correspondant à l'accroissement de la pression osmotique relative à la concentration saline C, à la valeur suivante :

$$dT = \frac{2\,\Theta^2\,d\lambda}{l\,M};$$

et comme

$$\frac{d\lambda}{M} = \frac{C}{100\,m},$$

nous avons

$$dT = \frac{0{,}02\,\Theta^2}{l}\,\frac{C}{m}.$$

Nous avons ainsi retrouvé la loi de cryoscopie de Raoult, applicable aux solutions étendues ($d\lambda$ très faible), ainsi que la valeur du coefficient de Raoult, Van' t Hoff,

$$K = \frac{0{,}02\,\Theta^2}{l},$$

en précisant toutes les approximations [application rigoureuse des lois de compressibilité, assimilation de $(\Theta + dT)$ à Θ, etc.] que nécessitent les formules de ces auteurs.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Force contre-électromotrice de polarisation dans l'acide sulfurique*. Note de M. **Albert Noyes**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

La force contre-électromotrice de polarisation d'une solution est le potentiel minimum sous lequel l'électrolyse de la solution se produit. Au point de vue théorique, quand deux électrodes sont placées dans une solution

et qu'on établit entre elles une différence de potentiel croissant régulièrement, il ne doit passer aucun courant jusqu'à ce que le potentiel minimum nécessaire pour électrolyser la solution ait été atteint. En pratique, cependant, malgré les précautions habituelles, on ne peut pas éviter complètement la présence de quelques impuretés. Leur présence permet le passage d'un faible courant avant d'atteindre ce potentiel minimum. Ce courant parasite croît lentement avec la différence de potentiel, mais à partir du moment où la décomposition chimique commence, l'accroissement devient beaucoup plus rapide. Au cours d'expériences sur le dépôt électrolytique du fer, nous avons été amenés à rechercher comment cette force contre-électromotrice varie avec la température. Ayant constaté que la force contre-électromotrice observée dans les solutions de sels de fer diminuait considérablement à haute température, et que, de plus, la courbe des intensités des courants présentait deux points anguleux au lieu d'un seul, nous avons pensé que l'un de ces points anguleux correspondait à la force contre-électromotrice de l'acide sulfurique.

L'appareil employé pour la mesure des différences de potentiel consiste en une lampe à grille pour T. S. F. En donnant à la grille des potentiels négatifs et en faisant usage de potentiels plaques de 2 à 4 volts, nous avons obtenu des mesures de potentiel très précises, sans passage d'aucun courant dans le circuit étudié, le courant plaque changeant seul avec les variations de potentiel de la grille.

Pour les expériences faites à la température ordinaire, on employait deux flacons reliés par un tube en U et contenant l'un l'anode, l'autre la cathode. Les électrodes étaient constituées par des lames de platine de $3^{cm^2},86$. A partir de 80°, on s'est servi d'une bombe calorimétrique en acier renfermant un vase en porcelaine qui contenait la solution. On évitait ainsi l'introduction d'impuretés dues à l'attaque du revêtement de la bombe par l'acide. Pour déterminer la température, on s'est contenté de déterminer la pression et de calculer la température au moyen des tables de tension de vapeur. On s'est assuré que les résultats obtenus étaient identiques dans les deux appareils aux températures inférieures à 80°.

La solution employée était obtenue en ajoutant à 1500^{cm^3} d'eau distillée 100^{cm^3} d'acide sulfurique chimiquement pur.

Pour se rendre compte du degré d'exactitude des mesures, on a effectué une douzaine de mesures à la température ambiante, 20° environ. La force contre-électromotrice définie par le point anguleux de la courbe a été en moyenne de 1,68 volt avec des écarts en plus ou en moins de 3 pour 100 au maximum. La valeur la plus généralement admise d'après les déterminations de Nernst et de Glaser est de 1,67 volt.

Voici les résultats des mesures :

Températures.	F. C. E. M.
°	volt
20	1,68
30	1,60
45	1,59
60	1,56
80	1,35
100	1,06
120	0,92
135	0,85
160	0,83
190	0,80

A.-A. Noyes [1] a constaté que la conductibilité électrique des solutions augmente avec la température, tandis que l'ionisation décroît. Cette anomalie apparente tient à l'intervention d'un nouveau facteur, la décroissance de la force contre-électromotrice de polarisation avec la température, comme le montrent les expériences.

Les expériences rapportées plus haut ont été faites jusqu'à 80° à pression constante et au-dessus sous la tension de vapeur de l'eau. Pour s'assurer que la pression n'intervenait pas, on a fait quelques expériences sous pression réduite à la température ordinaire. Le résultat a été négatif; il ne s'est pas produit de changement appréciable. Mac Innes et Adler [2] ont montré que la force électromotrice de survoltage sur une électrode de platine varie en raison inverse de la pression suivant la formule

$$FE = \frac{3\,RT}{2\,pr}\gamma$$

et est de plus influencée par le dégagement des bulles. Mais ce survoltage ne dépasse pas 1,5 millivolt, c'est-à-dire est inférieur aux erreurs des expériences ici rapportées.

En résumé, la force contre-électromotrice d'une solution d'acide sulfurique diminue d'abord avec la température, sensiblement proportionnellement à l'inverse de la température absolue. Au delà, de 60° à 120°, plus

(1) A.-A. Noyes, *The electrical Conductivity of Aqueous Solutions*, 1907.

(2) Mac Innes and Adler, *Hydrogen overvoltage* (*J. of Amer. Chem. Soc.*, t. 46, 1919, p. 194).

rapidement; enfin au delà de cette température, elle ne varie presque plus. Ce changement peut être attribué à une différence dans le mode d'ionisation qui se fait d'abord en H^+ et HSO_4^- et ensuite en $2H^+$ et SO_4^-.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une nouvelle synthèse de la benzylidène-acétone.* Note de M. G. LANGLOIS, présentée par M. A. Haller.

Nous avons trouvé une synthèse nouvelle de la benzylidène-acétone à partir du cinnamène. Cette synthèse est fondée sur une extension de la réaction de S. Krapiwin (¹) d'abord et de Darzens ensuite conduisant à des cétones non saturées (²). Les essais de ces auteurs ayant porté sur des carbures aliphatiques et cyclohexéniques, nous avons pensé que l'on pourrait, dans le cas spécial de l'éthényl-benzène, et dans d'autres cas encore, orienter la réaction en chaîne latérale, ce que l'expérience a confirmé.

Le complexe obtenu est un chlorhydrate de benzylidène-acétone lorsqu'on fait réagir le chlorure d'acétyle sur le cinnamène en présence de $SnCl^4$. La réaction s'exprime par l'équation qui suit, abstraction faite de $SnCl^4$:

$$C^6H^5-CH=CH^2+CH^3.CO.Cl = C^6H^5-CHCl-CH^2.CO.CH^3.$$

Nous n'avons pas isolé à l'état de pureté ce corps, mais nous l'avons immédiatement déchlorhydraté par action de la diéthylaniline, qui s'est salifiée par HCl, tandis que se libérait la benzylidène-acétone, selon la nouvelle équation :

$$C^6H^5-CHCl-CH^2-CO-CH^3+C^6H^5-Az\begin{cases}C^2H^5\\C^2H^5\end{cases}$$
$$= C^6H^5-CH=CH-CO-CH^3+\left(C^6H^5-Az\begin{cases}C^2H^5\\C^2H^5\end{cases}\right)HCl.$$

Mode opératoire. — On dissout 39^g de $CH^3-CO-Cl\left(\frac{M}{2}\right)$ dans 52^g de

(¹) S. KRAPIWIN, *Bull. Soc. Imp. Natural. de Moscou* (sept. 1908, p. 1-176), et *Chem. Centralblatt*, I, 1910, p. 1336.

(²) G. DARZENS, *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 707-710. — G. DARZENS et ROST, *Comptes rendus*, t. 151, 1910, p. 758-759.

styrolène $\left(\frac{M}{2}\right)$. On refroidit fortement ce mélange et l'on y ajoute 250g de CS^2. On introduit goutte à goutte en agitant, 125g de $SnCl^4$ $\left(\frac{M}{2}\right)$ récemment distillé, en évitant l'élévation de la température. Comme dans les exemples cités par Darzens; il se forme un complexe rougeâtre, insoluble dans CS^2, que l'on détruit par l'eau glacée. La solution sulfocarbonique est lavée jusqu'à neutralité. On sèche au sulfate de soude, on distille le solvant et l'on ajoute sur le résidu de la diéthylaniline $\left(\frac{M}{2}\right)$. On chauffe au B.-H. à 180°, puis on laisse refroidir. Abondante cristallisation de chlorhydrate de diéthylaniline. On ajoute de l'acide chlorhydrique dilué qui dissout le chlorhydrate déjà formé et salifie la base encore libre, de sorte que, seule, la cétone présumée reste soluble dans les solvants organiques. On épuise à l'éther, que l'on traite à l'eau jusqu'à neutralité. On entraîne à la vapeur d'eau pour séparer des résines. Le distillat est à nouveau épuisé et le résidu de la distillation du solvant est rectifié dans le vide. $P.E_{15} = 140°\text{-}145°$. Le produit se prend en gros cristaux fusibles à 41°-42° et présente l'odeur caractéristique de la benzylidène-acétone.

CARACTÉRISATION. — 1° *Par oxydation ménagée.* — On prend 5g de produit, que l'on chauffe avec une solution d'hypochlorite, à chaud. On perçoit nettement l'odeur de $CHCl^3$. On sature de SO^2 et l'on épuise à l'éther. Le résidu de la distillation de l'éther est solide, P.F. = 133°. On l'identifie à l'acide cinnamique.

2° *Dibromure.* — On dissout 3g de produit dans $CHCl^3$. On refroidit énergiquement et l'on ajoute, goutte à goutte, du brome pur et sec jusqu'à teinte rouge persistante. On évapore le $CHCl^3$ sur une capsule sous la cloche à vide. Le résidu solide, essoré sur plaque de porcelaine, est déjà très blanc. On lave ces cristaux à l'alcool dans lesquels ils sont très peu solubles; on les essore une deuxième fois. P. F. = 124°-125°.

3° *Semicarbazone.* — On dissout 3g du produit dans 20g d'alcool et l'on agite cette solution avec un peu plus de la quantité théorique du mélange équimoléculaire de $CH^3-COONa$ et de $\left(CO\begin{smallmatrix}\diagup AzH^2 \\ \diagdown AzH-AzH^2\end{smallmatrix}\right)HCl$ en solution aqueuse. La solution obtenue, d'abord incolore et parfaitement limpide, jaunit, se trouble, et il se dépose une masse cristalline jaune. On essore, lave abondamment à l'eau et à l'alcool froid. On fait cristalliser dans

l'alcool bouillant. La solution est très peu colorée et abandonne par refroidissement la semicarbazone sous forme de belles paillettes jaune d'or qui fondent à 187°-188°. Une deuxième cristallisation n'élève pas ce point.

Le dosage d'azote et la combustion donnent des chiffres conformes à la formule $C^{11}H^{13}Az^{3}O$.

En résumé, nous avons montré que la réaction de Krapiwin, extension de celle de Friedel et Crafts, peut, dans ce cas particulier de l'étherylsthène, conduire à une substitution d'acétyle en chaîne latérale.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de la chaleur sur les méthylsulfates alcalins et alcalino-terreux.* Note de MM. **J. Guyot** et **L.-J. Simon**, présentée par M. Ch. Moureu.

Dans leur célèbre Mémoire sur l'esprit de bois, Dumas et Péligot rapportent que l'action de la chaleur sur le méthylsulfate de baryum « en dégage du gaz sulfureux, des gaz inflammables, de l'eau et du sulfate neutre de méthylène (sulfate diméthylique); il reste pour résidu du sulfate de baryte coloré par quelques traces de charbon ». Plus succinctement encore, disent-ils que « quand on décompose par la chaleur les sels alcalins, ils donnent du sulfate neutre de méthylène en grande quantité ».

Nous avons été amenés à reprendre dans des conditions précises l'action de la chaleur sur les méthylsulfates alcalins et alcalino-terreux; le but de cette Note est d'en donner les résultats.

Après avoir préparé ces sels, nous les avons analysés de façon à fixer exactement leur composition.

Le méthylsulfate de potassium *cristallise anhydre*. Les recueils spéciaux lui attribuent une demi-molécule d'eau de cristallisation. L'origine de cette inexactitude réside sans doute dans la perte de poids que ce sel subit lorsqu'on le fait séjourner à l'étuve. Le véritable sens de cette diminution de poids se trouvera plus loin.

Le sel de sodium cristallise au contraire avec une molécule d'eau, alors que les recueils le signalent comme un sel anhydre. Cette erreur, en sens inverse de la précédente, a déjà été relevée par M. Auger[1]. On peut d'ailleurs le déshydrater dans un dessiccateur à vide sans qu'il subisse d'altération.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 145, 1907, p. 1288.

Le sel de baryum cristallise en très belles paillettes nacrées avec une molécule d'eau de cristallisation; comme l'avaient déjà remarqué Dumas et Péligot, ce sel renferme toujours un petit excès d'eau par rapport à cette teneur (1,193, d'après Dumas et Péligot 1,143); cette eau s'élimine entièrement à froid dans un dessiccateur à vide.

Le sel de strontium cristallise également en belles paillettes blanches avec deux molécules d'eau de cristallisation; il en perd une à froid dans un dessiccateur à vide et la déshydratation s'arrête là. Le départ d'eau plus complet s'accompagne d'une décomposition partielle.

Le sel de calcium cristallise anhydre en beaux cristaux déliquescents.

Le sel de lithium est également très déliquescent, mais peut être complètement déshydraté à froid dans un dessiccateur à vide.

Remarque. — Les sels de lithium, baryum et strontium présentent à l'égard de cette déshydratation une particularité assez rare.

Hydratés, ils sont parfaitement incolores; entièrement privés d'eau *ils présentent une teinte rose* plus ou moins accentuée qui disparaît par l'action de l'air humide et reparaît par séjour prolongé sous un dessiccateur.

Action de la chaleur. — 1° Soumis à l'action prolongée d'une température s'élevant graduellement de 220° à 280°, le sel de potassium subit une décomposition représentée par la formule

$$2SO^2\begin{matrix}\diagup OK\\ \diagdown OCH^3\end{matrix} = S^2O^7K^2 + CH^3-O-CH^3.$$

Le gaz oxyde de méthyle, dont cette réaction constitue un mode de préparation à l'état de pureté, a été recueilli, mesuré et caractérisé : oxydation sulfochromique, combustion eudiométrique, densité gazeuse et cryométrie dans l'acide acétique.

Le pyrosulfate de potassium résiduel a été pesé, dosé alcalimétriquement et transformé en sulfate de baryum; le résidu a été examiné quant à sa teneur en carbone.

Quand on répète cette expérience en présence de sulfate diméthylique, on n'observe qualitativement et quantitativement aucun changement; on retrouve le sulfate diméthylique introduit. Seule la vitesse a changé : elle est notablement accélérée.

2° Le sel de sodium anhydre se comporte de même, tout au moins au premier examen. A une température un peu inférieure, et plus facilement, il présente la même allure de décomposition. Mais, en regardant de

plus près, on observe un autre mode de décomposition représenté par la formule :

$$2SO^2\begin{cases}ONa\\OCH^3\end{cases} = SO^4Na^2 + SO^4(CH^3)^2.$$

A la vérité, on avait déjà pu remarquer, dans le cas du sel de potassium, la formation de quelques fines gouttelettes d'un liquide huileux : le sulfate diméthylique. Dans le cas du sodium, 7 pour 100 du sel subissent le second mode de décomposition ; il devient alors possible de le constater avec certitude.

C'est peut-être la production de ce sulfate diméthylique qui détermine un cours plus rapide et plus facile du mode principal de décomposition, si l'on en décide par l'influence observée du sulfate diméthylique sur la décomposition du sel de potassium.

3° La décomposition avec production de sulfate diméthylique devient tout à fait prépondérante et se manifeste à des températures inférieures à 200° pour les sels de calcium et de baryum, et aussi pour le méthylsulfate de lithium. Au contraire, l'oxyde de méthyle ne se forme qu'en très faible quantité correspondant à une décomposition de quelques centièmes du sel.

Pour le sel de strontium, la décomposition en sulfate de strontium et sulfate diméthylique se produit non seulement à l'étuve à 100°, mais se manifeste déjà à froid par séjour dans un dessiccateur.

En résumé, les méthylsulfates alcalins se décomposent par la chaleur en oxyde de méthyle et pyrosulfates.

Les méthylsulfates alcalino-terreux chauffés à une température inférieure se décomposent en sulfate diméthylique et sulfates alcalino-terreux. Le sel de lithium se comporte comme les sels alcalino-terreux.

Les molécules dissymétriques manifestent ici, comme dans beaucoup d'autres cas, leur tendance à évoluer vers des formes symétriques.

ZOOLOGIE. — *L'hybridation chez les Mollusques.* Note de M. **Paul Pelseneer**.

I. On sait que, parmi les Gastropodes, des individus d'espèces moyennes ont été parfois rencontrés accouplés (des *Littorina*, des *Helix*, des *Limnæa*, etc.). Mais il n'y a guère d'exemples que les œufs et embryons provenant de ces accouplements aient été recueillis et observés.

D'autre part, on trouve dans la littérature conchyliologique certaines formes désignées comme « hybrides », sans qu'il y ait eu ordinairement à ce sujet, une preuve bien démonstrative.

II. Au cours des quatre années de guerre, bloqué à Gand par l'occupation allemande, je n'ai eu à ma disposition, comme matériaux d'étude, que la faune terrestre et fluviatile, peu variée, du voisinage immédiat de ma demeure : et j'ai entrepris diverses recherches sur des Pulmonés d'eau douce. J'ai notamment fait, avec mes modestes installations personnelles (tous les laboratoires ayant été envahis par l'ennemi), de multiples essais d'hybridation, afin d'obtenir des renseignements plus précis sur cette question.

Ces essais ont été faits avec les précautions suivantes : des individus adultes ont été pris en hiver (février), avant la période d'accouplement; ils ont été isolés deux à deux, par couples composites des neuf combinaisons ci-après, dans la plupart desquelles l'accouplement n'avait pas encore été constaté : *Limnæa glutinosa* et *L. auricularia; L. glutinosa* et *L. palustris; L. glutinosa* et *L. stagnalis; L. glutinosa* et *L. peregra; L. peregra* et *L. stagnalis; L. peregra* et *L. palustris; L. palustris* et *L. stagnalis; L. palustris* et *L. auricularia*; *L. auricularia* et *L. stagnalis*. On remarquera que j'ai usé particulièrement de la participation de *L. glutinosa*, parce que le caractère très spécial du manteau rabattu sur la coquille s'y reconnaît déjà avant la fin de la vie embryonnaire (à cause de ce caractère, beaucoup de malacologistes tiennent l'espèce en question pour type d'un sous-genre ou genre particulier : *Amphipeplea*).

Ces divers couples artificiels ont été conservés pendant toute la durée du printemps; les pontes qu'ils ont données ont été examinées régulièrement et élevées jusqu'à l'éclosion et même au delà; pour chaque combinaison, l'expérience a été faite sur plusieurs couples, soit simultanément, soit en la répétant l'année suivante. Des couples témoins normaux ont été traités de la même manière, afin de pouvoir comparer leurs pontes aux pontes « hybrides ».

III. Les résultats généraux obtenus sont les suivants :

1° Toutes les espèces s'accouplèrent entre elles (les Limnées, quoique hermaphrodites, ne présentent pas l'accouplement réciproque et la fécondation mutuelle : l'un des conjoints, au cours de l'accouplement, fonctionne comme mâle, et l'autre comme femelle).

2° Tous les individus ayant joué le rôle de femelle déposent des pontes, généralement multiples.

3° Toutes ces pontes sont conformes par tous leurs caractères (forme, taille et aspect des masses « glaireuses », nombre et disposition des coques et des œufs) au type normal de l'espèce à laquelle appartient l'individu qui a pondu.

4° En outre, dans chaque ponte, tous les embryons présentent constamment et exclusivement les *caractères maternels*, c'est-à-dire ceux de l'espèce qui a pondu, caractères très reconnaissables dès l'éclosion, et mieux encore quelques jours après, par la forme de la coquille et la pigmentation.

IV. Ces « hybrides » bispécifiques sont donc de faux hybrides; ils résultent du fait qu'il n'y a pas eu fécondation véritable, au sens strict du mot, mais embryogénèse sans amphimixie, ou « parthénogénèse » sans conjugaison, induite par du sperme étranger : celui-ci n'étant qu'un simple stimulant, comme peuvent l'être diverses substances chimiques. On a donc affaire ici à un phénomène de pseudogamie.

Je n'ai naturellement pas examiné un à un *tous* les œufs de chaque ponte déposée. Mais au moins, dans les œufs pondus par les *Limnœa auricularia*, *L. palustris* et *L. glutinosa*, à la suite d'accouplement bispécifique, il n'y a eu émission que d'*un seul* globule polaire; ce globule unique, caractéristique des œufs parthénogénétiques, s'est conservé très visible jusqu'au delà du stade gastrula, et ne s'est jamais divisé lui-même : ce que fait très souvent le premier globule polaire de nombreux Gastéropodes, dans le cas de fécondation normale.

V. Sur des formes marines, j'avais fait avant la guerre diverses expériences en partie inédites :

1° Des hybrides bigénériques ont été obtenus par fécondation artificielle d'ovules de *Pholas candida* (Lamellibranche) par des spermatozoïdes de *Patella vulgata* (Gastéropode) et réciproquement : ces deux formes sont unisexuées. La segmentation étant toute différente (égale dans *Patella* et inégale chez *Pholas*), il devait être facile de voir, dès l'origine, si les œufs se comporteraient à la façon maternelle ou paternelle. Or dans les deux cas, ce fut la segmentation de caractère maternel qui se réalisa; et les larves obtenues étaient aussi exclusivement conformes à l'espèce de la mère. Les proœufs de *Pholas*, particulièrement clairs, montraient nettement un seul pronucléus. Il y a donc identité avec ce qui a été reconnu chez des Échinodermes.

2° Des essais semblables ont été faits avec des ovules de *Pholas* et du sperme de *Hermella alveolata* (Annélide) et réciproquement. Les résultats ont été pareils aux précédents : toujours des œufs de *Pholas* ont donné des larves normales de *Pholas*, tandis que les œufs de *Hermella* ont donné toujours des larves typiques d'Annélides.

VI. En résumé, dans les Mollusques, il ne se produit pas de véritables hybrides, même bispécifiques. Même pour des formes excessivement voisines et encore incomplètement dissociées, comme *Helix hortensis* et *H. nemoralis*, on obtient d'habitude de faux hybrides de caractère maternel; et ce n'est qu'exceptionnellement qu'on y observe quelques hybrides paraissant véritables, comme le zoologiste suisse Lang croit en avoir rencontrés.

ZOOLOGIE. — *Sur les premières phases du développement embryonnaire chez* Palemon serratus *Latr.* Note de M. **Louis Roule**, présentée par M. Edmond Perrier.

L'un des derniers numéros des *Comptes Rendus* (n° 19, séance du 12 mai 1919) contient une Note de M. E. Sollaud sur « les premières phases du développement embryonnaire chez *Leander-Palemon squilla* Fabr. », où l'auteur, choisissant comme référence principale, parmi les nombreux Mémoires publiés à diverses époques sur l'embryogénie des Crustacés podophthalmaires, un travail de Bobretzky paru en 1873, confirme la plupart des données avancées par ce dernier. En l'absence de descriptions détaillées avec précision et de figures, cette Note ne prêterait donc à aucune sorte de remarque, si elle ne faisait allusion, d'une manière complémentaire, à mes recherches sur le développement de *Palemon serratus* Latr., et si elle ne les citait d'une façon incomplète et inexacte, qui m'oblige, en ce qui les concerne, à une brève mise au point rétrospective.

1° Ces recherches font partie d'un ensemble, publié de 1894 à 1896, destiné à montrer chez plusieurs types de Crustacés Malacostracés (*Asellus*, *Porcellio*, *Palemon*), les principaux phénomènes de l'organogenèse à partir des feuillets embryonnaires, et à suivre leurs modifications selon les proportions quantitatives différentes du deutolécithe ovulaire.

2° En ce qui concerne *Palemon serratus* Latr., j'ai écrit et figuré que « l'œuf le plus jeune qu'il m'ait été donné d'avoir », et non pas « l'œuf au début de son développement » ainsi que M. E. Sollaud me l'attribue à tort, porte

à l'un de ses pôles un petit amas limité de vitellus évolutif plurinucléé, aux dépens duquel va se façonner l'embryon. J'ai employé le terme *cicatricule* pour désigner cet amas blastolécithique; dans le langage embryologique, il n'y avait alors, et il n'y a encore, aucune prétention à l'impropriété que de s'en servir avec cette acception.

3° A l'époque déjà éloignée où Bobretzky effectuait ses études sur le développement des Crustacés, la théorie gastrulaire commençait à naître. Il était acceptable, par conséquent, de se préoccuper de ses indications, et l'on pouvait se croire autorisé à considérer comme blastopore toute dépression d'origine précoce. Il en a été ainsi, du reste, pendant plusieurs années après Bobretzky. Mais, en 1919, après les progrès récents de l'embryologie et de la mécanique du développement, une telle préoccupation paraît bien anachronique, surtout à l'égard des Arthropodes; l'attention principale va ailleurs. Quoiqu'il en soit, je rappelle que j'ai signalé, dans mon Mémoire de 1896, la production précoce d'une dépression. Mais cette dernière, bien qu'elle se creuse en pleine région génétique et que son voisinage soit le siège d'une intense différenciation, ne saurait être homologuée à une cavité entérique. Elle équivaut à une fente, qui divise l'ébauche embryonnaire en deux parties, l'une pour la région céphalique, l'autre pour la région abdominale. Cette fente appartient à l'espace extérieur, et non pas à l'organisme; sa présence a pour effet de séparer l'une de l'autre, dès leur début, les deux régions précitées, au moment où elles se façonnent côte à côte, par un remarquable procédé, une double inversion morphogénétique dans le temps et dans l'espace s'accordant avec l'existence d'un dentolécithe abondant.

ZOOLOGIE. — *Action de* l'Hippospongia equina *des côtes de Tunisie sur les Posidonies*. Note de MM. **C. Vaney** et **A. Allemand-Martin**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'*Hippospongia equina* var. *elastica* Lendenfeld des côtes de Tunisie vit très fréquemment fixée sur des Posidonies qu'elle recouvre partiellement. Un rhizome de Posidonie arrive parfois à être complètement entouré sur une partie de sa longueur par une Éponge équine. Le panache de feuilles qui traverse alors de part en part la masse de l'éponge perd sa couleur primitive et prend une teinte blanchâtre. Ce fait est bien connu des pêcheurs tunisiens qui ont donné le nom de *signal* à cette Posidonie ainsi

modifiée. Celle-ci leur servira de véritable indicateur au cours de la pêche pratiquée sur des fonds complètement envahis par les *herbes* et où il n'est pas possible de voir les Éponges. Dès qu'il aperçoit un *signal*, le pêcheur indigène, tout en tenant compte de la direction du courant d'après l'inclinaison des feuilles, va planter sa foëne à la naissance du panache blanchâtre. En retirant son trident, il ramènera toujours une Éponge : celle qui modifiait les feuilles de la Posidonie. Ce mode de pêche *au signal*, déjà décrit par l'un de nous (¹), est moins fructueux que la pêche *à vue directe*, mais celle-ci ne peut être pratiquée que sur des fonds dégarnis de Monocotylédones marines.

A quelle cause est due la décoloration des feuilles de Posidonie? L'examen de coupes au collodion faites à différents niveaux sur des portions de feuilles encastrées ou incluses dans l'Eponge montre qu'il ne s'agit pas d'un simple recouvrement, mais que chaque feuille subit à sa base une désorganisation plus ou moins profonde. Les fragments foliaires sont ensuite englobés dans le corps de l'Éponge et digérés à la longue. Les portions libres des feuilles ainsi attaquées perdent leur relation avec le rhizome et deviennent blanchâtres.

Nous avons pu suivre avec quelque détail l'action de l'*Hippospongia equina* sur ces feuilles de Posidonie. Au point de contact avec la feuille, l'Éponge présente souvent une région d'accroissement dans laquelle on observe un tissu assez dense constitué par de nombreuses cellules fusiformes et quelques cellules plus arrondies, toutes incluses dans une substance intermédiaire encore dépourvue de fibres cornées ou ne renfermant qu'un petit nombre de ces éléments squelettiques. Cette région de prolifération s'applique intimement contre la surface externe de la feuille et même la circonscrit complètement. Certaines cellules fusiformes isolées ou groupées vont émigrer et s'insinuer dans l'intérieur des feuilles après avoir détruit en certains points la cuticule épidermique. Il s'établit ainsi dans l'organe foliaire des solutions de continuité où les éléments de l'Éponge peuvent atteindre directement le parenchyme de la feuille et en amener rapidement la destruction. De cette façon, il restera englobé dans le tissu de l'Éponge, des bandes bien reconnaissables de cellules épidermiques de la feuille, pourvues de leur revêtement cuticulaire et auxquelles adhèrent encore des

---

(¹) A. ALLEMAND-MARTIN, *Étude de Physiologie appliquée à la Spongiculture sur les côtes de Tunisie*. Tunis, 1906.

îlots de fibres végétales et quelques cellules sécrétrices à contenu brunâtre. A la longue, ces divers éléments végétaux sont digérés; les fibres sont détruites plus rapidement que les cellules épidermiques. Quant aux cellules brunâtres, elles résistent très longtemps, probablement à cause de leur contenu tannifère. Les fibres cornées apparaissent ensuite dans la zone de prolifération et, fréquemment autour des débris végétaux, on voit s'établir des lames de spongine les enveloppant plus ou moins complètement. Ces bandes de revêtement sont en continuité parfaite avec le reste du réseau fibrillaire de l'Éponge et ne semble en constituer qu'une portion à mailles plus serrées et à éléments plus ou moins étalés et aplatis.

Dans certains cas, la portion de l'Eponge en contact avec la feuille de *Posidonia* est soutenue par d'assez nombreuses fibres cornées, et la région de prolifération est très restreinte. L'attaque de la feuille semble alors se faire presque sur place après un faible englobement. Il arrive parfois que les feuilles de Posidonie sont déjà plus ou moins désagrégées, en certains points, par des Éponges siliceuses. Lors de son action, l'*Hippospongia equina* englobera de nombreux spicules siliceux en même temps que les restes d'épiderme, de fibres végétales et de cellules sécrétrices brunâtres. Il s'établit autour de ces spicules étrangers inattaqués des lamelles de spongine qui les enrobent et qui sont en continuité avec le réseau des spicules cornés de l'Éponge. Toutes ces particules étrangères, spicules siliceux et éléments végétaux lentement digérés comme les cellules brunâtres, se trouvent finalement contenues dans un treillis ou tube fenestré provenant d'une sorte de condensation autour d'elles du réseau squelettique et correspondant à une fibre principale d'*Hippospongia*. Les particules étrangères sont ainsi plus ou moins isolées dans cette fibre principale.

ZOOLOGIE. — *Sur la morphologie du membre des Crustacés.* Note de M. **H. Coutière**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

La division des Crustacés Malacostracés en Peracarida et Eucarida repose, entre beaucoup d'autres caractères, sur la position différente de l'articulation principale des péréiopodes, mise en lumière par H.J. Hansen. La portion proximale comprend ici six et là cinq articles (precoxa compris). J'ai fait voir, dans des Notes déjà anciennes, que de nombreux détails morphologiques des Peracarida étaient curieusement conservés chez les Euca-

rida, au moins chez les formes primitives. Je voudrais montrer maintenant que l'apparente discordance des membres, d'ailleurs fort exacte sauf exceptions, cache une véritable unité de plan; bien plus, c'est chez les Eucarida qu'on peut en voir l'une des preuves les plus fortes. En 1909 (¹), j'avais énoncé le fait en quelques lignes, mais la publication, sur le même sujet, d'un Mémoire capital de M. Borradaile (²) m'oblige à entrer dans plus de détails.

J'ai montré qu'il existait, sur les premiers péréiopodes et les maxillipèdes externes de diverses Pénéides et Carides, un appareil situé de part et d'autre du joint carpo-propodal, appareil formé de rangées de soies très spéciales et rappelant par sa position, sa forme et sans doute sa fonction (nettoiement de fouets cylindriques?), la scopule de certains Hyménoptères. Par suite de sa fixité, cet organe fournit un excellent repère pour le joint en question. Son existence paraît, d'ailleurs, fort générale, au moins sous forme rudimentaire. Or, chez les Pénéides, l'examen des maxillipèdes externes montre qu'il existe *quatre* articles entre le joint carpo-propodal et le basis, défini par son exopodite. Sur les péréiopodes suivants, on n'en trouve que trois, mais on remarque, soudé à l'ischion, un très court segment qui représente l'article surnuméraire précédent, lequel est très distinct et égal à ses voisins. Le segment pré-ischial ne se voit bien que chez les Pénéides primitifs (*Gennadas*), il est beaucoup plus fréquent chez les Carides adultes, où il ne fait guère défaut, mais il se voit surtout à certains stades larvaires. Williamson, qui a étudié avec tant de minutie le développement de la Crevette grise (*Crangon vulgaris* L.) (³) n'a pas manqué de le figurer aux stades VI et VII, les premiers qui succèdent à la larve zoë. Là encore, l'article surnuméraire se soude à l'ischion, et c'est pourquoi je proposais de le nommer pré- ou amphischiopodite.

Dans le Mémoire cité plus haut, Borradaile, par l'examen de Crustacés très divers, aussi bien Entomostracés que Malacostracés, arrive à une conclusion analogue, mais il résulte de sa démonstration que l'article surnuméraire est une moitié du basipodite. Celui-ci se trouve donc composé d'un propodite et d'un métapodite, souvent soudés, mais souvent aussi fort distincts, l'exopodite pouvant être porté, suivant les cas, par l'un ou l'autre, ou par tous les deux à la fois.

(¹) *Bulletin S. Zool. Fr.*, 1909, p. 105.
(²) *Proc. Zool. Soc. London*, 1917, p. 37.
(³) 19ᵉ *Rep. of the Fishery Board of Scotland*, part. III, p. 92, pl. V, fig. 134, 146, 1901.

Je me rallie d'autant plus volontiers à cette manière de voir que je puis lui apporter quelques arguments nouveaux.

J'ai signalé la structure insolite de la maxille chez diverses larves de Carides, telles que les *Caricyphus*. La double languette correspondant à la « lacinie externe » est ici divisée en deux par un sillon profond qui la parcourt totalement. Si l'on nomme basis l'article distal qui porte l'exopodite, l'attribution de la moitié proximale, si distincte, devient fort ardue suivant la conception classique d'un basis à lacinie double. Elle est au contraire d'une parfaite clarté si l'on admet un pro et un métabasis portant chacun un seul endite. La même explication est valable pour la maxille des Pénéides inférieurs (*Benthesicymus*, *Gennadas*) et aussi, bien qu'un peu plus ardue, pour celle des Lophogastridés (*Lophogaster* et *Gnathophausia*). Il va de soi que les autres articles du sympodite (précoxa ou pleuropodite et coxopodite) ne portent aussi chacun qu'un seul endite.

Un autre exemple, plus démonstratif encore, est tiré du travail de Williamson (¹), sur le développement du Crabe commun (*Carcinus mœnas* L.). Le premier maxillipède de la Mégalope montre l'endo et l'exopodite portés par un métabasis, qu'un article parfaitement délimité et très grand sépare de la coxa. Il est impossible d'échapper ici à l'idée d'un dédoublement du basis.

Je signale enfin, sans me dissimuler les difficultés que soulève cet exemple, que la notion d'un métabasis expliquerait très simplement la forme si singulière des antennules où le sympodite est à 4 articles (Nébalies, Tanaidacea et probablement Mysidacea divers).

En résumé, le membre théorique de tous les Crustacés me paraît pouvoir comporter au maximum 10 articles : 1, précoxa ou pleuropodite, avec un ou plusieurs proépipodites, le plus souvent épisternal; 2, coxa, avec un ou plusieurs épipodites fonctionnant comme branchies, oostégites, sétobranchies, etc.; 3, probasis et 4, métabasis, portant ou non un exopodite; 5, ischion; 6, mérus; 7, carpe et 8, propode, portant ensemble, à l'occasion, un scopule; 9, dactyle et 10 stylopodite, souvent confondus en une griffe terminale, mais fréquemment distincts.

Il m'a semblé que cette structure était valable avec le minimum d'hypothèses pour tous les Crustacés, mais aussi, et c'est là son plus grand intérêt, qu'elle s'appliquait à tous les Arthropodes, ainsi que j'espère le montrer dans un travail d'ensemble.

(¹) 21ᵉ *Rep. of the Fishery Board of Scotland*, part. III, p. 136, pl. VIII, fig. 43, 1903.

HISTOLOGIE. — *Sur le tissu conjonctif du cœur de l'Escargot.* Note de M. E. FERNÁNDEZ-GALIANO, présentée par M. Edmond Perrier.

Dans un Mémoire publié en 1917 [1], nous rendions compte des résultats obtenus dans l'étude du tissu conjonctif du cœur de l'Escargot avec la méthode d'Achricarro (au tannin et à l'argent ammoniacal).

Pendant l'année passée, nous avons continué l'étude du même sujet en nous servant de cette méthode due à Ramón y Cajal :

1° Fixation des pièces en formol au 10 pour 100 pendant deux ou plusieurs jours;
2° Lavage à l'eau distillée;
3° Immersion des pièces dans la solution de nitrate d'argent au 2 pour 100 pendant deux ou trois jours;
4° Immersion des pièces, après un rapide lavage, dans un liquide réducteur (hydroquinone, 2g; formol, 15^{cm^3}; eau, 100^{cm^3}; sulfite de soude, $0^g,15$).

La méthode précédente met au jour trois espèces de fibres conjonctives dans le cœur de l'Escargot : celles-ci parcourant la périphérie du ventricule, à couleur jaune, rougeâtre ou brune; celles-là (les plus nombreuses) parcourent tout le reste du muscle, s'entrecroisent et se décomposent dans d'autres, plus minces, suivant un cours fort tortueux et impossible à décrire; et, enfin, de très minces fibrilles, faiblement imprégnées par l'argent, mais qui nous permettent cependant de faire leur étude, en voyant leur façon d'entourer directement les fibres musculaires.

Les cordons périphériques sont constitués par de nombreuses fibrilles conjonctives, c'est-à-dire que le myocarde est entouré par plusieurs faisceaux conjonctifs, dont le cours est irrégulièrement ondulé.

De cette enveloppe conjonctive périmyocardique partent de nombreux cordons qui se rendent vers l'intérieur; ces cordons se sont produits par la réunion de plusieurs fibrilles conjonctives périmyocardiques, qui suivent la direction radiale, en formant un cône dont le sommet se continue en un cordon de longueur variable. Les cordons radiaux font un trajet plus ou moins long, en se perdant finalement parmi les fibres du myocarde. Quelques-uns de ces cordons se ramifient en des branches secondaires.

La plus grande partie des fibres musculaires cardiaques sont entourées d'un riche plexus de faisceaux conjonctifs qui dessinent des anses, des festons, des arabesques, en enveloppant des faisceaux musculaires.

(1) FERNÁNDEZ-GALIANO, *Sobre la fina estructura del corazón de Helix* (*Treb. la Soc. de Biol. de Barcelone*, 1917).

Les fibres musculaires sont enfermées dans un étui serré formé par de très fines fibrilles conjonctives. Toutefois, et c'est le plus souvent, ces fibrilles entourent deux ou plusieurs fibres musculaires, à la manière d'un fil entourant une bobine (1).

Beaucoup de ces fils connectifs se bifurquent au niveau de l'union de deux myofibres, ce qui prête à l'étui périmyofibrillaire l'aspect d'un réseau à mailles étroites.

Toutes les fibres que nous venons de décrire (sauf celles qui font partie du plexus périmyocardique, dont la nature collagène nous semble incontestable) et qui sont intensivement teintes par l'argent réduit, demeurent invisibles par les méthodes trichroniques de Van Gieson et de Calleja. Ce caractère précis, joint à l'extrême minceur de beaucoup d'entre elles nous portent à croire qu'elles sont formées par la réticuline.

BACTÉRIOLOGIE. — *Variété achromogène du bacille pyocyanique.* Note de M. C. **Gessard**, présentée par M. Roux.

J'ai distingué (2) trois variétés de bacilles pyocyaniques d'après les colorations des cultures dans l'eau peptonée (3) : pyocyanogène, mélanogène, érythrogène correspondant aux pigments bleu, noir et rouge. Toutes trois donnent la signature de l'espèce, la pyocyanine, sur le milieu spécial : gélose-peptone glycérinée. Toutes trois donnent dans le bouillon la pyocyanine et le pigment vert fluorescent hormis que, par suite de dégradations qui ne sont pas rares et qui se transmettent dans autant de races distinctes, certains germes produisent, soit la pyocyanine seule, soit la fluorescence seule ou ne produisent ni pyocyanine ni fluorescence. Avec les germes des deux dernières races c'est donc le pigment spécifique qui fait défaut dans les cultures en bouillon; du moins se retrouve-t-il toujours dans les milieux peptonés, liquide et solide. J'ai cherché si, dans l'eau peptonée, des plus propres à manifester la réaction pyocyanique, ce même pigment pourrait aussi bien manquer.

J'ai constaté le fait en question : 1° avec un germe normal, de la race-type A de la variété pyocyanogène, qui fait pyocyanine et vert fluorescent en bouillon, pyocyanine en peptone : la fonction pyocyanogène a disparu

---

(1) Fernandez-Galiano, *El tejido conjuntivo del corazón de « Helix »* (*Treb. de la Soc. de Biol. de Barcelona*, 1918).

(2) *Ann. Inst. Pasteur*, t. **33**, 1919, p. 241.

(3) Solution de peptone pancréatique à 2 pour 100.

d'abord du premier de ces milieux, comme il arrive souvent au cours des ensemencements en série, réduisant le microbe, désormais de race F, à ne plus faire que de la fluorescence en bouillon; à partir de quoi, par des passages nombreux et alternatifs dans le bouillon et la peptone et par les sélections appropriées qui s'ensuivaient, les germes furent finalement amenés à ne plus donner de pyocyanine même dans l'eau peptonée; 2° avec un germe de la race S de la variété pyocyanogène, c'est-à-dire sans pigment en bouillon, mais qui produit de la pyocyanine en eau peptonée : ce germe était devenu incapable d'en produire, quand je l'ai reporté dans ce milieu après un long temps d'exposition à l'air d'une de ses cultures sur bouillon gélosé.

A ce point de mes recherches, j'ai dû à l'obligeance de M. le docteur Legroux la communication d'un germe qu'il avait isolé d'un exsudat : ce germe du type normal A (pyocyanine et vert fluorescent en bouillon), faisait bien de la pyocyanine sur gélose-peptone glycérinée mais il différait de tous les germes de même race que j'avais eus jusqu'alors entre les mains en ce qu'il ne faisait pas de pyocyanine non plus qu'aucun autre pigment dans la solution de peptone. Dès lors, sur la base où j'ai établi les variétés antérieurement décrites, à savoir la réaction en eau peptonée d'un germe normal au regard du bouillon, je suis fondé à voir dans ce dernier échantillon de bacille pyocyanique le représentant d'une variété nouvelle, que caractérise l'absence de couleur dans ses cultures en eau peptonée. Selon la nomenclature que j'ai adoptée, j'appellerai *achromogène* cette variété et j'y affecterai la lettre O. Je ferai remarquer, à l'appui de ce classement nouveau, que les germes ici mentionnés représentent effectivement trois sur quatre des races que comporte chacune des variétés déjà existantes : c'est, dans l'ordre où je les énumérai ci-dessus, OF à fluorescence seule, OS sans pigment, OA à pyocyanine et fluorescence.

On doit s'attendre désormais à la rencontre possible de germes de cette variété achromogène, pour lesquels avec l'absence de réaction colorée dans la peptone coïnciderait une réaction également nulle ou bornée à la fluorescence verte (races S et F) dans le bouillon; auxquels cas les cultures dans ces milieux, où le diagnostic se pouvait croire assuré jusqu'à présent, laisserait la question de l'espèce indécise. Il reste que la gélose-peptone glycérinée est toujours propre à faire reparaître la pyocyanine avec des germes aussi dégénérés. L'espèce pyocyanique, à l'absence de laquelle les autres réactions feraient conclure, ne devra jamais être mise hors de cause qu'après vérification des résultats négatifs dans ce milieu particulier.

MÉDECINE. — *Action des rayons X sur les fibro-myomes de l'utérus chez la femme.* Note (¹) de MM. **Maxime Ménard** et **Charles Delval**, présentée par M. A. d'Arsonval.

Nous avons négligé l'irradiation des ovaires par les rayons X pour ne nous préoccuper que de celle de l'utérus. Quelques malades ont dû être opérées, voici le résultat de nos recherches sur les pièces anatomiques à nous confiées.

Observation I. — Mme M..., 46 ans.

Traitement radiothérapique le 14 août 1911. Trois mois après (25 séances) l'opération par le Dr J.-L. Faure.

Examen macroscopique. — Fibromes multiples, plus ou moins ramollis.

Examen histologique. — Fibro-myome œdémateux avec dégénérescence du tissu conjonctif et dissociation des fibres lisses constituant l'élément musculaire du fibro-myome. Intégrité absolue du muscle utérin. Muqueuse utérine présentant des signes nets de métrite hémorragique.

Observation II. — Mme M..., 53 ans.

Traitement radiothérapique en mai 1913, en septembre suppression complète des règles. Le Dr Faure opère la malade six mois après.

Examen macroscopique. — Utérus non adhérent. Fibromatose à noyaux multiples.

Examen histologique. — Fibro-myome œdémateux. Métrite chronique avec exsudats. Ovaires parsemés de cicatrices de corps jaunes, absence de follicules. 30 séances de radiothérapie. L'âge de la malade est vraisemblablement la cause réelle de la ménopause.

Observation III. — Mme B..., 42 ans.

Traitement radiothérapique le 17 juin 1916 40 séances. La malade est opérée par M. le Dr J. L. Faure.

Examen macroscopique. — Utérus du volume d'un gros poing, fibromateux, très anémique et complètement décoloré. Cavité utérine remplie par un polype fibreux.

Examen histologique. — Fibro-myome œdémateux. Métrite hémorragique du corps. Ovaires normaux avec follicules et nombreux ovules en voie de maturation.

Observation IV. — D..., 35 ans.

Traitement radiothérapique, mai 1915 et terminé en mars 1916. 51 séances. En décembre 1917, le Dr Schwartz opère la malade.

Examen macroscopique. — Cavité utérine dénudée, parsemée d'une multitude de noyaux blancs, les plus gros du volume d'un pois.

Examen histologique. — Fibro-myome œdémateux avec transformation colloïde très marquée du tissu conjonctif qui forme une nappe uniforme englobant les fibres

(¹) Séance du 19 mai 1919

musculaires lisses relativement bien conservées et de nombreux capillaires très altérés, mais non thrombosés. Petits myomes nodulaires de la paroi utérine. Ovaires présentant de gros corps jaunes de formation récente.

OBSERVATION V. — Mme B..., 43 ans.

De juin 1917 à mars 1918, 34 séances de radiothérapie, le Dr J.-L. Faure opère la malade fin mars 1918.

Examen macroscopique. — Fibromes utérins multiples, sous-péritonéaux, interstitiels du corps et de l'isthme. Ovaires d'aspect normal.

Examen histologique. — Fibro-myome à stoma-conjonctif, légèrement dégénéré, avec petits territoires en voie de transformation d'aspect gélatineux. Par endroits, sclérose anhiste des éléments conjonctifs de la tumeur. Ovaires présentant des corps jaunes récents.

OBSERVATION VI. — Mme F..., 39 ans.

Le Dr Schwartz opère la malade en octobre 1917, un an après le traitement radiothérapique (28 séances).

Examen macroscopique. — Fibrome interstitiel unique, du volume d'une orange.

Examen histologique. — Dégénérescence complète du fibro-myome, dans lequel on ne voit plus qu'une nappe uniforme de substance anhiste avec, par place, de larges espaces juxtaposés et bourrés de globules sanguins.

OBSERVATION VII. — Mlle P..., 36 ans.

Depuis février 1916, les règles durent 12 à 18 jours, sont douloureuses. La malade garde le lit 15 jours par mois. En mars 1917, examinée par le Dr J.-L. Faure, 4 mois après le début du traitement, les règles ne durent que 3 à 5 jours. Au début de juillet survient une perte très abondante, avec caillots, qui dura toute une nuit. 3 jours après, expulsion d'une masse charnue, du volume d'un œuf, ensuite règles assez abondantes, avec caillots sans tendance à la diminution. En octobre 1918, après 35 séances de radiothérapie, le Dr J.-L. Faure décide d'opérer la malade. Hysterectomie abdominale.

Examen macroscopique. — Utérus volumineux, avec deux fibromes sous-péritonaux du volume d'une noix et un gros fibrome sous-muqueux du volume d'un œuf.

Examen histologique. — Fibro-myome très œdémateux, transformation colloïde très avancée. Dans la partie procidente au niveau du col, réseau de grosses veines atteintes de thrombo-phlébite, ovaires présentant de très nombreux ovules.

OBSERVATION VIII. — Mme V. de M..., 50 ans.

22 séances de radiothérapie. Hysterectomie abdominale par le Dr J.-L. Faure, trois mois après la dernière séance.

Examen macroscopique. — Fibromatose utérine multiple avec trois fibromes interstitiels, chacun du volume d'une petite mandarine et nombreux fibromes sous-péritonéaux peu volumineux.

Examen histologique. — Œdème scléreux avec la même dissociation des faisceaux musculaires que dans les autres cas, mais à un faible degré. Ovaires sans follicule.

Observation IX. — Mme L.... 38 ans.

12 séances de radiothérapie. Le Dr Schwartz opère la malade.

Examen macroscopique. — Fibrome interstitiel sphérique de 1400g. Polype muqueux de la cavité utérine du volume d'un gros pois.

Examen histologique. — Peu de modifications de la tumeur. Altération de l'endothélium des capillaires. Polype de la cavité utérine.

La transformation de ces tumeurs à la suite du traitement radiothérapique semble, à première vue, rappeler l'aspect des œdèmes que l'on observe généralement dans les fibro-myomes à la suite de causes inflammatoires ou encore de causes mécaniques telles que torsion du pédicule, étranglement.

Toutefois, dans la transformation de ces tumeurs par suite de causes inflammatoires, l'œdème s'accompagne de la présence de globules blancs ou d'amas de cellules inflammatoires dont nous ne constatons pas la présence dans les différents cas examinés.

Quant à la transformation des fibro-myomes à la suite de causes mécaniques, *ce qui n'est le cas d'aucune de nos observations*, nous savons que l'œdème s'accompagne d'hémorragies en nappe; il n'en est pas de même pour ceux traités par les rayons X.

Pour les fibro-myomes soumis à la radiothérapie, l'altération des parois des petits vaisseaux est la règle et aboutit généralement à la destruction de ces derniers.

Les éléments conjonctifs des fibro-myomes sont transformés en une matière d'aspect colloïde, homogène, formant des nappes au sein desquelles on ne distingue plus ni cellules, ni fibres, ni noyaux. Cette substance anhiste dissocie et isole tous les éléments musculaires lisses et vasculaires de ces tumeurs. Les vaisseaux présentent une dégénérescence de leurs parois analogue à celle du tissu conjonctif environnant et disparaissent sans thrombose préalable. Quant aux éléments musculaires du fibro-myome, ce sont les plus résistants, ils conservent les derniers leur forme, l'affinité colorante de leur noyau et de leur protoplasma, mais disparaissent néanmoins par la suite.

Nous ferons observer que l'examen histologique des pièces anatomiques de Mme B... (observation V) permet de supposer que le terme ultime de la transformation du fibro-myome sous l'influence des rayons X serait la sclérose.

En résumé, l'action des rayons X, localisée sur l'utérus seul, permet de respecter l'activité ovarienne et l'architecture de l'utérus. Nous ne pensons pas que l'on peut encore dire que ces modifications sont les seules que produit la radiothérapie; nous n'en avons pas rencontré d'autres.

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *L'hydratation, le résidu soluble et le résidu insoluble dans le cancer du foie. Une nouvelle théorie sur la genèse du cancer.* Note de M. **Albert Robin**, présentée par M. Quénu.

Le tissu du foie cancéreux renferme une quantité d'eau supérieure à celle du foie normal, recueillie dans les mêmes conditions. Cette hydratation atteint son maximum dans les régions les plus caractérisées (14 pour 100). Elle est de 10,3 pour 100 dans les régions relativement saines. Elle croît avec la rapidité de l'évolution morbide.

Cette hydratation n'est pas caractéristique de la cancérisation, puisqu'on l'observe aussi dans le foie des phtisiques et dans les poumons tuberculisés. Mais, ce qui différencie ces deux affections, c'est que, dans les formes aiguës de la phtisie, l'hydratation des régions les moins atteintes du poumon s'abaisse sensiblement au-dessous de la normale, pendant qu'elle est supérieure à celle du foie normal dans les régions relativement saines du foie cancérisé.

L'hydratation est un phénomène commun à tous les tissus à croissance rapide. Elle est en rapport avec leur activité histogénétique. Le cancer, comme tous les tissus en voie de croissance, possède la propriété de construire, avec une quantité donnée de matériaux solides, plus de substance histologique qu'un tissu normal. Une preuve indirecte de cette proposition consiste en ce fait que l'hydratation tend à diminuer dans les tissus stéatosés (foie gras alcoolique), dont l'activité histogénétique est certainement abaissée.

L'hydratation du tissu cancéreux entraîne dans le résidu total une diminution qui porte sur les matières organiques et inorganiques, et qui est accentuée dans les régions très atteintes. Au contraire, les parties les moins atteintes du poumon tuberculisé contiennent plus de matières organiques et aussi plus de matières inorganiques que le poumon normal, ce qui est l'indice d'actes de défense se manifestant à l'égard du bacille tuberculeux, alors que ces actes font défaut dans un organe en voie de cancérisation.

Les régions relativement saines du foie cancéreux fournissent à l'analyse plus d'extraits solubles dans l'éther, l'eau bouillante et l'alcool chaud, que les régions très cancérisées; de sorte qu'il n'est pas possible d'invoquer une influence exercée par ces dernières sur les régions encore non atteintes. Il est bien plus plausible d'admettre que l'organe subit d'emblée, et tout entier, l'influence du processus cancérisant.

Ce processus pourrait être considéré comme l'effet d'un ferment, d'abord

dissociateur des protéiques de l'organe où va naître le cancer, et qui, par une action réversive, intégrerait électivement dans quelques cellules de cet organe les amino-acides de croissance dissociés, imprimant ainsi à ces cellules un développement rapide et une multiplication anarchique, la rapidité de leur développement ne leur laissant pas le temps de se différencier.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section de Chimie, par l'organe de son doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Jungfleisch* :

En première ligne	M. **Emile Bourquelot**
En deuxième ligne	M. **Georges Urbain**
En troisième ligne, ex æquo, par ordre alphabétique	MM. **Auguste Béhal** **Emile Blaise** **Marcel Delépine** **Paul Lebeau**

L'Académie adjoint à cette liste les noms de MM. **Albert Colson** et **Camille Matignon**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures trois quarts.

É. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 2 JUIN 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** prévient l'Académie qu'en raison des fêtes de la Pentecôte, la prochaine séance aura lieu le mardi 10, au lieu du lundi 9 juin.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret, en date du 24 mai 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Édouard Goursat** pour occuper, dans la Section de Géométrie, la place vacante par l'élection de M. *É. Picard* aux fonctions de Secrétaire perpétuel.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Édouard Goursat** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Howe**, professeur émérite de l'Université de Columbia et attaché scientifique à l'ambassade des Etats-Unis, qui assiste à la séance.

GÉODÉSIE. — *Sur un projet du Bureau des Longitudes relatif à la détermination d'un réseau mondial de longitudes et de latitudes.* Note de MM. ÉMILE PICARD, B. BAILLAUD et FERRIÉ.

Le Bureau des Longitudes nous a chargés de donner à l'Académie quelques indications sur un projet qu'il met à l'étude, concernant un réseau mondial de longitudes et de latitudes.

Depuis de longues années, les services scientifiques des diverses nations ont exécuté de nombreuses opérations dans le but de déterminer les positions géographiques exactes du plus grand nombre possible de points du globe terrestre; mais ces opérations, dont l'organisation était si complexe quand il fallait recourir à la télégraphie ordinaire pour effectuer les comparaisons de pendules nécessaires à la détermination de différences de longitude, ont toujours été faites indépendamment les unes des autres, avec les instruments les plus divers et dans des conditions de précision fort inégales. Si l'on a pu, par leur moyen et avec les travaux géodésiques qui leur sont rattachés, obtenir de très nombreux et importants renseignements sur la forme du globe terrestre, il reste encore à désirer un travail d'ensemble à la base duquel se trouverait la connaissance aussi exacte que possible des positions relatives de quelques points du globe, canevas fondamental auquel toutes les déterminations ultérieures seraient rapportées. C'est une œuvre qui, il y a dix ans, eût été jugée irréalisable.

Les progrès très rapides de la télégraphie sans fil, notamment pendant la guerre, ajoutés aux améliorations apportées aux instruments astronomiques, permettent dès maintenant d'envisager avec confiance l'accomplissement de cette œuvre.

Déjà de 1910 à 1914 le Bureau des Longitudes avait appliqué, par une méthode nouvelle, la radiotélégraphie à la détermination précise des différences de longitude Paris-Brest, Paris-Bizerte, Paris-Bruxelles et Paris-Washington. Cette dernière opération exécutée simultanément, mais séparément, par une mission française et une mission américaine a donné des résultats dont la précision paraît être de l'ordre du centième de seconde de temps.

Le succès de ces diverses opérations avait incité le Bureau des Longitudes à former, en 1914, le projet de déterminer les positions d'une série de points situés aux sommets d'un polygone fermé et tracé approximativement

suivant le parallèle moyen de l'hémisphère Nord. Des observations avaient même été commencées à Paris et à Poulkovo en juin 1914, mais la guerre est venue les interrompre.

Le moment paraît venu de reprendre l'étude de la question en tenant compte des modifications considérables qu'elle a subies depuis 1914 :

D'un côté, des progrès de la plus grande importance ont été accomplis pendant la guerre dans le domaine de la T. S. F. : de puissantes stations ont été mises en service, en utilisant des procédés nouveaux qui augmentent beaucoup la portée des signaux, ceux-ci pouvant être reçus et enregistrés par des moyens également nouveaux et qui donnent une grande sécurité jusqu'à des distances considérables.

Par ailleurs, les recherches faites pour la solution de nombreuses questions d'ordre militaire, ont fourni des appareils ou des modes opératoires applicables à l'amélioration des instruments astronomiques.

Enfin, un important travail effectué en 1915 à l'Observatoire de Paris a montré quelle précision peut donner pour la mesure des latitudes l'astrolabe à prismes de MM. Claude et Driencourt; ce remarquable instrument n'a, pour ainsi dire, pas de causes d'erreur.

Ces diverses considérations ont permis au Bureau des Longitudes d'établir un nouveau projet sur les bases suivantes :

Constituer un polygone fermé autour de la terre et comportant un petit nombre de sommets. Celui-ci peut être fixé à trois, situés dans l'hémisphère Nord, sur des méridiens écartés de 8 heures les uns des autres.

Déterminer les latitudes des trois points, et d'autre part les différences de longitude entre les sommets successifs, en effectuant les comparaisons des pendules au moyen de signaux émis par des stations radiotélégraphiques puissantes et convenablement choisies. La somme des différences de longitude ainsi déterminées devant être de 360°, on aura une vérification qui donnera une idée assez nette du degré d'approximation des résultats de ces opérations.

Les points qui paraissent avoir la situation la plus favorable pour la réalisation du projet sont Paris, Shangaï et la région de San Francisco. Les comparaisons de pendules seraient faites à Paris et à Shangaï par les signaux du poste radiotélégraphique de Lyon, à Shangaï et à San-Francisco par les signaux du poste d'Honolulu, et enfin à San-Francisco et à Paris par les signaux du poste d'Annapolis. Il a déjà été vérifié que la réception des signaux était possible dans ces conditions.

Il serait par ailleurs très important de déterminer également en même

temps la position géographique d'un point de la Nouvelle Zélande située à l'antipode de la France et où l'on perçoit les signaux de T. S. F. français. Cette opération complémentaire permettrait probablement aussi d'apporter une contribution à l'étude de la propagation des ondes hertziennes à la surface de la terre et peut-être même à celle de l'influence de la rotation de la terre sur cette propagation.

Enfin, le Bureau des Longitudes souhaiterait vivement que l'Observatoire de Greenwich soit ajouté à la liste des stations à déterminer, en raison de l'intérêt qui s'attache à ce que la différence de longitude qui sépare les deux plus anciens observatoires du monde, auxquels sont rapportées un très grand nombre de longitudes, soit connue avec la plus grande exactitude.

L'opération d'ensemble ainsi envisagée est aussi simplifiée que possible; on se trouve en face d'un problème vraiment fondamental et que sa simplicité permettra de reprendre de temps en temps : avoir à la surface de la terre quatre points formant les sommets d'un tétraèdre, connaître avec la plus grande exactitude leurs positions relatives. L'avenir dira avec sûreté si ces positions sont invariables au degré de précision des déterminations, ou si la terre subit des déformations continues : question de la plus haute importance à laquelle les nombreuses opérations de détail, telles que celles faites dans le passé, n'auraient jamais permis de répondre.

ASTRONOMIE. — *Observations relatives à l'éclipse totale du Soleil du 29 mai, faites à l'Observatoire de Meudon*. Note de M. **H. Deslandres**.

L'éclipse totale du Soleil de jeudi dernier (29 mai) était exceptionnelle par la durée de la totalité qui a atteint au point le plus favorable $5^m 51^s$, la durée la plus grande possible étant, comme on sait, de $5^m 58^s$.

L'éclipse n'a pas été visible en Europe; la ligne de totalité, qui est restée voisine de l'équateur, a traversé successivement l'Amérique du Sud, l'Atlantique et l'Afrique.

L'Observatoire de Meudon n'a pas pu organiser une expédition spéciale pour l'étude du phénomène, comme elle l'a fait depuis sa fondation pour les éclipses antérieures. Il a été désorganisé par la guerre, et son personnel mobilisé est rentré depuis deux mois seulement. Ces missions d'éclipse exigent une longue préparation et aussi des crédits et des moyens de transport qui nous ont fait défaut.

Mais l'Observatoire peut être utile à la question d'une autre manière. Il

possède de grands enregistreurs qui relèvent la surface du Soleil et surtout les trois couches superposées de son atmosphère dans la demi-sphère entière tournée vers la Terre. Les uns, dits spectro-héliographes, photographient les formes des vapeurs; les autres, appelés spectro-enregistreurs des vitesses (qui sont les plus utiles et que nous étions les seuls, au moins en 1914, à avoir organisés), donnent les mouvements radiaux des mêmes vapeurs et tous les détails spectraux des trois couches bien séparées. Nous nous sommes proposé de faire avec eux de nombreuses épreuves, avant, pendant et après l'éclipse, pour assurer l'interprétation des phénomènes observés par d'autres sur la ligne même de la totalité.

Les éclipses totales du Soleil sont précieuses par la vision rapide, mais complète, qu'elles donnent de toutes les dépendances extérieures au bord. Elles dévoilent à la fois, à partir du bord, la chromosphère ou atmosphère proprement dite avec ses protubérances, puis la couronne, très étendue, avec ses gloires et rayons caractéristiques.

Or, la chromosphère et les protubérances sont relevées journellement avec le spectroscope, depuis 1868, au delà du bord : depuis 1892, elles sont photographiées sur le disque entier, c'est-à-dire beaucoup mieux que dans les éclipses, d'autant que la chromosphère a pu être divisée récemment (en 1908) en trois couches bien distinctes, basse, moyenne et supérieure.

Mais la couronne a été observée jusqu'ici seulement dans les instants très courts de la totalité pendant les éclipses, et seulement au delà du bord; aussi est-elle imparfaitement connue. En particulier, il reste à déterminer les liens précis de ces rayons caractéristiques, avec l'atmosphère sous-jacente, avec les filaments noirs et les protubérances de la chromosphère supérieure ([1]). Les rayons coronaux, qui sont très longs, proviennent non seulement du bord solaire, mais de parties éloignées du bord en avant et en arrière du contour apparent de l'astre, d'où la nécessité de relever avec soin la chromosphère entière avec les grands appareils des observatoires permanents dans les jours qui précèdent et suivent une éclipse totale ([2]).

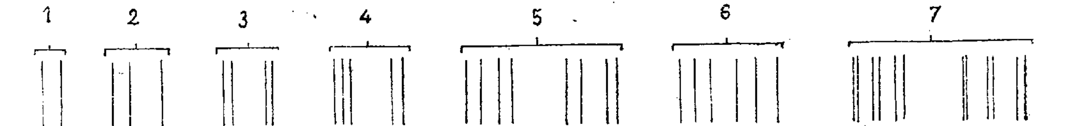
Nous avons utilisé tous les appareils disponibles. Le photo-héliographe,

---

([1]) Dans la chromosphère supérieure, comme on sait, les taches de la surface ne sont plus visibles en général; mais on voit surgir des lignes noires nouvelles, souvent très longues, qui sont les filaments. L'Observatoire de Meudon a fait le premier une étude complète des filaments, et a montré leur importance, égale à celle des taches.

([2]) Ces grands enregistreurs, en raison de leur poids et de leur encombrement, ne peuvent être emportés par les missions temporaires envoyées sur la ligne de totalité.

qui donne de grandes images de la surface, a été écarté; car les grandes plaques de verre qui lui sont nécessaires, nous manquent depuis une année. De même aussi le petit spectro-héliographe, qui relève les couches basse et moyenne de la chromosphère et avec une grande netteté les protubérances; le bâtiment qui le contient est en réparation. Nous avons employé seulement : *a*) le grand spectro-héliographe qui donne les trois couches de l'at-



mosphère et se transforme aisément en spectro-enregistreur des vitesses; *b*) le spectro-enregistreur des vitesses n° 1; *c*) le spectro-enregistreur n° 2, terminé en 1914, dont la description sera donnée prochainement. Les images de la chromosphère supérieure, et les épreuves de vitesses radiales, enregistrées surtout à Meudon, ont été l'objet de soins particuliers. Ces observations ont été faites par d'Azambuja, aide astronome, et Burson, astronome assistant, le premier s'étant attaché surtout aux épreuves des formes, et le second aux épreuves de vitesses radiales.

I. Je présente ici seulement un résumé bref des résultats obtenus; un exposé plus complet sera présenté lorsque les épreuves auront été examinées dans leurs détails et mesurées.

Le jour de l'éclipse, une seule tache, très petite, était visible sur la surface et la chromosphère basse dans l'hémisphère Nord; par contre, le même hémisphère offrait de beaux filaments noirs (dont un de grande longueur), qui déjà s'étaient montrés les jours précédents. Ces filaments doivent retenir l'attention; car, d'après les études déjà anciennes poursuivies à Meudon, ils sont le siège d'une émission constante de gaz vers l'extérieur et avec une vitesse parfois très grande. Il importe de rechercher leur action sur la couronne.

Le 27 mai, une protubérance très large dans le sens de la latitude, est apparue au bord Est, dans le quadrant Sud; et le lendemain 28, elle a pris une grande extension au point qu'elle a pu être qualifiée d'extraordinaire. Elle s'est maintenue à la même place, encore agrandie, dans la journée entière du 29, et donc pendant l'éclipse. Elle avait alors la forme d'un grand arc appuyé par ses extrémités aux deux points du bord de latitude $-45°$ et $0°$: sa hauteur atteignait $6'$ et donc la cinquième partie du dia-

mètre solaire. Je présente à l'Académie les images successives de cette protubérance obtenues pendant ces deux jours.

Le 30 mai, le grand arc avait disparu, et quelques traces de la protubérance étaient seules visibles près du bord solaire.

Cette protubérance était exceptionnelle par ses dimensions, mais peu brillante et à mouvements faibles. Au même bord Est, mais dans le quadrant Nord, une autre protubérance était aussi visible (entre les latitudes $+10^\circ$ et $+20^\circ$); elle était petite, intense et animée de mouvements notables. Il sera curieux de noter l'influence exercée par ces deux protubérances sur les rayons coronaux dans leur voisinage.

Les deux points du bord Est où se sont montrées les protubérances, étaient, avant l'éclipse, par le fait de la rotation, en arrière du disque et cachés; mais, si l'on remonte en arrière d'une demi-rotation, soit vers le 15 mai, ces mêmes points étaient au bord Ouest, et si l'on remonte d'une seconde demi-rotation, soit du 15 au 2 mai, ils étaient sur la moitié visible du Soleil. Or, dans ce dernier intervalle, les régions correspondantes du disque ont montré deux beaux filaments inclinés sur le méridien et se faisant face de chaque côté de l'équateur. Ces filaments, inclinés suivant la règle posée en 1910, avaient leur extrémité Ouest du côté de l'équateur. Mais les détails sur l'origine de ces protubérances seront exposés avec précision dans une Note ultérieure.

II. Pendant l'éclipse, une expérience d'un ordre tout différent a été poursuivie à Meudon. Le général Ferrié, chef de la Télégraphie sans fil militaire, et M. Perot, physicien de l'Observatoire, ont installé dans l'Observatoire un récepteur spécial de Télégraphie sans fil, destiné à des essais qui intéressent la défense nationale; et, pendant le phénomène, le récepteur a cherché à entendre les signaux d'un poste émetteur anglais de télégraphie sans fil, situé au milieu de l'Atlantique, dans l'île de l'Ascension, à 5000^{km} de Meudon. Ce poste anglais, qui est de force seulement moyenne, est bien entendu à Meudon pendant la nuit, mais pendant le jour, jusqu'ici, les signaux n'avaient pas été perçus. C'est la diminution bien connue de la portée des ondes hertziennes dans une atmosphère éclairée par le Soleil. Or, au moment où l'ombre et la pénombre de la Lune ont apporté une certaine obscurité dans la région de la Terre comprise entre l'île de l'Ascension et la France, les signaux ont été entendus nettement [1]. L'au-

---

[1] Pendant la journée de l'éclipse et dans la nuit qui a suivi, le poste récepteur a été occupé par les observateurs de la Télégraphie sans fil militaire, en particulier par le capitaine Jouaust et le lieutenant Chaumette.

dition a persisté pendant un certain temps, puis a diminué graduellement jusqu'à devenir nulle.

Cette expérience met bien en relief l'action exercée par le rayonnement solaire sur la transmission des ondes hertziennes dans notre atmosphère. Les détails de l'expérience et les conclusions exactes à en déduire seront exposés prochainement par les deux hommes de science qui l'ont organisée.

ASTRONOMIE. — *Sur l'unification du temps astronomique et du temps civil.* Note de M. G. Bigourdan.

L'origine du *jour* est arbitraire, en entendant par jour, comme nous le faisons ici, l'intervalle de 24 heures, le nyctémère ou nuit-jour des Grecs.

Aussi divers peuples, comme les Égyptiens, ont placé cette origine le matin à l'aurore; d'autres au coucher du Soleil, comme les Arabes et les Turcs aujourd'hui encore; mais un usage bien justifiable, et qui aujourd'hui est presque universel, place cette origine au milieu de la nuit pour les usages civils.

A une époque où l'on était encore bien plus loin de cette uniformité, il y a près de 1800 ans, Cl. Ptolémée adopta *midi* pour cette origine, et depuis lors cet usage a toujours prévalu parmi les astronomes; le jour astronomique se trouve ainsi en retard de 12 heures sur le temps civil.

Cette différence est gênante dans bien des cas, notamment pour les marins; et depuis plus d'un siècle le Bureau des Longitudes a proposé de la faire disparaître. C'est ainsi qu'en 1804 et sur la proposition de Laplace, il décida, par 7 voix contre 5, de supprimer le temps astronomique et de dater les observations en temps civil; toutefois l'usage ancien continua de prévaloir.

Une grande conférence de l'heure, réunie à Washington en 1884, puis l'Institut canadien et la Société astronomique de Toronto, se prononcèrent également pour la suppression du temps astronomique.

L'Amirauté anglaise aussi se montra favorable à cette suppression, mais à la condition expresse d'une entente préalable entre toutes les grandes éphémérides.

En 1895 le Bureau des Longitudes, saisi officiellement de la même question par le Ministère des Affaires étrangères, se prononça de nouveau pour la suppression du temps astronomique, encore par 7 voix contre 5, et fit

connaître son opinion motivée par un magistral rapport de Henri Poincaré.

Maintenant la question est mûre et sur le point d'aboutir. En effet, aux États-Unis, une Commission présidée par le Directeur de l'*American Ephemeris* a décidé qu'à partir du 1er janvier 1925 cette éphéméride compterait le temps à partir de minuit, comme dans l'usage civil; et les lords de l'Amirauté anglaise viennent de se rallier à cette proposition en ce qui concerne le *Nautical Almanac*.

Revenant à son ancien projet, le Bureau des Longitudes a pris la même décision pour la *Connaissance des Temps*. Même depuis 1918, il l'avait prise déjà pour l'*Extrait de la Connaissance des Temps*, destiné à l'usage des marins.

Cette réforme va produire, dans l'évaluation du temps astronomique, une discontinuité de 12 heures analogue à celle de 10 jours occasionnée par la réforme grégorienne : c'est là un inconvénient grave auquel s'en ajoutent quelques autres; aussi a-t-on proposé des demi-mesures. Mais, pour ce qui concerne la *Connaissance des Temps*, le Bureau des Longitudes les a rejetées, et s'est prononcé pour l'adoption intégrale des conséquences logiques de la réforme.

GÉOGRAPHIE. — *Une mission scientifique de l'Institut de France en Afrique Centrale. Esquisse géographique du Tibesti, du Borkou et de l'Ennedi.* Note (¹) de M. **Tilho**.

L'hypothèse de l'existence d'une ancienne communication fluviale entre le lac Tchad et le Nil par la dépression qui prolonge le Bahr el Ghazal en séparant les massifs montagneux du Tibesti et de l'Ennedi n'a pas été confirmée par nos observations, une dépression existe bien réellement, large et très nette, mais sa pente est descendante du Nord-Est vers le Sud-Ouest, à l'inverse de celle du Bahr el Ghazal qui est descendante du Sud-Ouest vers le Nord-Est; les points les plus bas de cette immense zone déprimée ont été trouvés dans l'ancien lac du Kirri (Pays-Bas du Tchad) et leur altitude est d'environ 160^{m}; or, celle du lac Tchad étant de 240^{m}, celle des lacs d'Ounianga de 345^{m}, celles de la grande dépression séparant le Tibesti de l'Ennedi respectivement de 200^{m} à Bokalia, 335^{m} à Boudoa, 495^{m} à Bogar dans l'Oued Mourdi, 530^{m} dans l'ancien thalweg entre Aga

(¹) Séance du 26 mai 1919.

et Erdi-Ma, enfin les altitudes allant également en croissant du Kirri vers le Nord-Ouest et vers le Sud-Est, il en résulte nettement que le bassin du Tchad est un bassin fermé, indépendant du bassin du Nil, dont il est séparé par la barrière montagneuse du Tibesti, de l'Erdi et de l'Ennedi.

Le Tibesti. — D'après la carte et les renseignements de Nachtigal, on admettait jusqu'à ces dernières années que le Tibesti était constitué par une chaîne montagneuse orientée Nord-Ouest-Sud-Est séparant les plaines du Sahara oriental de celles du désert libyque, la limite Nord-Est de cette chaîne étant approximativement marquée par le Val Bardaï. Cette conception diffère notablement de la réalité, car l'ensemble des montagnes tibestiennes offre plutôt l'apparence d'un massif triangulaire, ayant son arête principale en forme d'Y aplati, dont la fourche est tournée face au Nord et dont le pied se dirige vers le Sud. Sa superficie étant d'environ 100000^{km} (soit $\frac{1}{3}$ de plus que le Massif Central français), elle dépasse le double de celle qui est indiquée par la carte de Nachtigal; ses points culminants, l'Emi Koussi et le pic Toussidé, atteignent respectivement 3400^m et 3250^m, soit près de 1000^m au-dessus des évaluations de l'explorateur allemand; un certain nombre d'autres sommets ont également une altitude voisine de 3000^m, tels que le Tierroko (3200^m), l'Eï Yeÿ (2950^m), le Mousgou (2900^m), le Timi (3000^m). Ces sommets appartiennent à des chaînons discontinus, d'orientation variable, reposant sur un plateau ininterrompu mais très accidenté, d'une altitude moyenne de 1800^m à 2000^m, portant le nom général de Tarso que Nachtigal semble à tort réserver à la zone montagneuse qu'il a traversée près des pics Toussidé et Timi.

Au point de vue hydrographique, il est intéressant de remarquer que, malgré sa forme triangulaire, le massif tibestien n'a que deux versants : le versant tchadien, qui englobe toutes les vallées des parties extérieures, occidentales et orientales, et le versant méditerranéen, qui embrasse les vallées de l'intérieur, lesquelles étaient tributaires d'une grande dépression encore inexplorée, séparant le Djebel tripolitain du Tibesti et débouchant dans la Méditerranée, vraisemblablement dans le golfe de la Grande Syrte. Ces vallées de l'un et l'autre versant ne possèdent pas de rivières permanentes, mais seulement des lits de torrents profondément encaissés, où les eaux s'engouffrent après quelques ondées accidentelles, balayant tout sur leur passage et disparaissant au bout de quelques jours; toutefois, dans les biefs supérieurs de ces vallées, on trouve des sources plus ou moins abondantes, qui parfois entretiennent de petites pièces d'eau permanentes

où l'on trouve des poissons. Autour de ces sources et pièces d'eau les montagnards possèdent des plantations de dattiers et de petits jardins. Les principales vallées du versant méditerranéen sont celles de Zoumri, de Bardaï, d'Abo, d'Aozou, de Yebbi et d'Omchi; celles du versant tchadien sont, du côté Est : Ouri, O'ounga, Goumeur, Modjounga et Gouro; du côté Ouest : Wourr, Zouar, Yoo, Marmar, Maro, Domar, Modra et Miski. La terre végétale fait totalement défaut aux flancs des montagnes et sur les plateaux; quant aux vallées, trop souvent encombrées de quartiers de roches amoncelés, elles présentent çà et là quelques étroits espaces utilisables pour les cultures des Tédas-Tou, nom générique des habitants du Tibesti. Ceux-ci sont très peu nombreux (moins d'une dizaine de mille) et vivent dispersés dans les rochers, chaque famille ayant, en général, son coin de vallée. Il est à peine besoin de dire que les communications sont très difficiles, que les habitants vivent misérablement et ne pensent qu'à organiser des razzias, généralement contre nos protégés de Bilma et du Kanem, ou contre les caravanes commerciales et nos convois de ravitaillement.

Le Borkou. — Le Borkou constitue, au sud du Tibesti, une région d'oasis dont l'altitude croît progressivement depuis 200^m jusqu'à 350^m, en allant du Sud-Ouest vers le Nord-Est. Au point de vue topographique, elle apparaît comme très confuse, étant composée surtout d'immenses étendues couvertes de rochers ruiniformes et de sables amoncelés, coupées de dépressions et de cuvettes aux berges souvent mal définies. Dans ces dépressions, l'eau existe en abondance, soit à quelques mètres sous terre, soit à fleur de sol, soit même sous la forme de sources et de mares permanentes; aussi les palmeraies du Borkou sont-elles relativement prospères et nombreuses : les principales sont celles de Yen, Ngourr, Elleboÿ et Faya, dans la dépression du Sud; de Tiggui, Bédo et Yarda, dans les dépressions du Centre; enfin, de Gouro et d'Ounianga, dans les dépressions du Nord-Est. A Ounianga, notamment, se trouvent deux magnifiques pièces d'eau d'une superficie d'un millier d'hectares chacune, l'une d'eau saumâtre et l'autre d'eau douce; cette dernière est peuplée de poissons dont quelques échantillons ont fait ici même l'objet d'une Note récente. Au point de vue hydrographique, le Borkou appartient au système des Pays-Bas du Tchad ; il offre l'apparence d'une région de lacs desséchés, étagés du Sud-Ouest vers le Nord-Est, qui servaient de déversoirs aux anciennes rivières descendues de l'Emi Koussi et des montagnes avoisinantes. Les habitants sont de race toubou et appar-

tiennent à diverses tribus : les Tedas, les Nakazzas, les Gourmas, les Dozas et les Ounias; il y a également des Kamajas, qui ne sont pas une tribu spéciale mais bien de véritables serfs transplantés au Borkou pour la culture des palmeraies et des jardins, à la suite des razzias effectuées autrefois par les Toubous dans la zone soudanienne (Ouadaï et Kanem principalement). La population totale des oasis du Borkou n'atteint pas 10000 habitants.

L'Erdi. — Au nord-est et à l'est du Borkou, le terrain se relève progressivement pour atteindre une région de plateaux étagés en gradins, d'une altitude croissant depuis 600^{m} jusqu'à 1000^{m} dans la partie que nous avons visitée. Cette région, nommée Erdi, qui se continue à plusieurs centaines de kilomètres à l'intérieur du désert de Libye, est complètement inhabitée et ne renferme que des points d'eau temporaires (citernes naturelles) se remplissant au hasard des pluies (durée moyenne 6 mois à 2 ans). Ces points d'eau et quelques pâturages pour chameaux permettent aux rezzous toubous d'utiliser cette zone comme base de leurs expéditions de pillage vers le Darfour et même vers Dongola (par Merga). Au point de vue orographique, l'Erdi paraît se relier au Tibesti par le plateau de Jefjef que traverse la route caravanière de la Méditerranée au Ouadaï par Koufra et Ounianga ; au point de vue hydrographique, la partie que nous avons visitée est une dépendance du système tchadien.

L'Ennedi. — Au sud de l'Erdi, dont il est séparé par une dépression large d'une trentaine de kilomètres, se trouve l'Ennedi, région de hauts plateaux, de forme triangulaire, dont les plus hautes altitudes ne dépassent guère 1200^{m} à 1300^{m} et dont la superficie peut s'évaluer à 25000^{km^2} environ. De nombreuses vallées sillonnent ces plateaux, tributaires du système tchadien du côté du Nord et de l'Ouest, tributaires du bassin du Nil du côté de l'Est.

Plus favorisé que le Tibesti, que le Borkou et l'Erdi, l'Ennedi reçoit à peu près tous les ans quelques pluies; aussi la végétation y est-elle abondante, permettant aux indigènes d'élever de nombreux chameaux et de petits troupeaux de bœufs, de moutons et de chèvres; par contre, il n'y pleut pas encore assez pour la culture des céréales, lesquelles sont le plus souvent remplacées dans l'alimentation des naturels par le « kreb » et l' « anselik », graines sauvages que l'on trouve en grandes quantités dans certaines vallées après la saison des pluies.

Les principales vallées de l'Ennedi sont celles de l'Aga, de Mourdi et de

Tabi pour le côté nord du triangle; de Fada, d'Archeï, de Sini, Sirtou, Kafra pour le côté sud-ouest; de Gourgouro, Koïnaména et Bao pour le versant du sud-est. Sur les hauts plateaux de grandes mares subsistent plus ou moins longtemps après l'hivernage; dans certaines vallées, très encaissées, se trouvent des citernes naturelles, d'accès parfois très malaisé, où l'eau se conserve presque toute l'année. Parfois, comme à Archeï, la pièce d'eau est permanente et peuplée de poissons; on y a même signalé de petits crocodiles, mais nous n'avons pas eu l'occasion d'en apercevoir lors de notre passage.

Les habitants de l'Ennedi, au nombre de 3000 à 4000 à peine, se divisent en Gorânes et Bideyats; ce sont des demi-nomades, vivant par petits groupes dans les recoins les plus sauvages de leurs vallées, se jalousant et se razziant sans cesse et faisant, à l'occasion, le commerce du sel et des céréales entre Ounianga et l'Ouadaï.

Cette esquisse sommaire des contrées parcourues sera complétée ultérieurement; mais, sans attendre la publication de ces détails, on peut dire que le dernier grand problème géographique qui se posait dans le centre de l'Afrique, celui des relations entre les bassins du Tchad et du Nil, se trouve maintenant résolu, grâce à la généreuse initiative de l'Institut de France.

M. le Prince **Bonaparte** fait hommage à l'Académie du 7e fascicule de ses *Notes ptéridologiques*. Dans ce fascicule, l'auteur donne les résultats de l'étude et de la détermination d'environ 3000 spécimens de Fougères provenant de toutes les parties du globe; il y décrit 8 espèces et 2 variétés nouvelles. Un des Chapitres est entièrement consacré à la flore ptéridologique de l'Indo-Chine qui, dans l'état actuel de nos connaissances, comprend 431 espèces et 77 variétés rituellement décrites; mais il est très vraisemblable que le nombre des espèces existantes est beaucoup plus considérable.

M. **M. Hamy** fait hommage à l'Académie d'un Mémoire intitulé : *Sur un cas particulier de diffraction des images des astres circulaires*.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Chimie, en remplacement de M. *Jungfleisch*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 56,

M. Albert Colson	obtient.	21	suffrages
M. Emile Bourquelot	»	13	»
M. Auguste Béhal	»	12	»
M. Georges Urbain	»	10	»

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 55,

M. Albert Colson	obtient.	19	suffrages
M. Emile Bourquelot	»	16	»
M. Auguste Béhal	»	12	»
M. Georges Urbain	»	8	»

Au troisième tour de scrutin, le nombre de votants étant 55,

M. Émile Bourquelot	obtient	22	suffrages
M. Albert Colson	»	20	»
M. Auguste Béhal	»	10	»
M. Georges Urbain	»	2	»
M. Camille Matignon	»	1	suffrage

Au quatrième tour de scrutin, destiné à choisir entre les deux candidats qui ont obtenu le plus grand nombre de voix, le nombre de votants étant 55,

M. Émile Bourquelot	obtient	33	suffrages
M. Albert Colson	»	21	»

Il y a 1 bulletin blanc.

M. Émile Bourquelot, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

CORRESPONDANCE.

M. A. **Perot** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Ch. Wolf*.

M. **Chauffard** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Médecine et Chirurgie, par le décès de M. *A. Dastre*.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Résumé des travaux scientifiques de MM. Auguste *et* Louis Lumière. (Présenté par M. J. Charpentier.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les fonctions entières et la croissance.* Note de M. **Gaston Julia**.

I. Lorsqu'au lieu d'adopter une suite régulière $\sigma, \sigma^2, \sigma^3, \ldots, \sigma^n, \ldots$ $(|\sigma| > 1)$, on adopte une suite croissante quelconque $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n, \ldots$ $[\sigma_n \to \infty]$ pour former la famille des fonctions $\varphi_n(z) = \varphi(z\sigma_n)$, issues d'une fonction entière, on peut avoir des circonstances nouvelles dues à la croissance plus ou moins rapide de la suite des σ_n. Par exemple, il est clair que, les $z_p(a)$ étant les racines d'une équation $\varphi(z) = a$, les $\frac{z_p(a)}{\sigma^n}$ qui sont les racines des équations $\varphi(z\sigma^n) = a$ ont toujours, dans chaque couronne circulaire $(\Gamma, \sigma\Gamma)$ d'épaisseur σ, un point limite au moins.

Il existe, au contraire, *des fonctions entières* $\varphi(z)$ *et des suites* $\sigma_1, \sigma_2, \ldots$ $\sigma_n, \ldots$ *pour lesquelles les* $\frac{z_p(a)}{\sigma_n}$ *n'ont d'autre point limite que* 0 *et* ∞. Je vais, pour le montrer de façon précise, utiliser le résultat suivant que j'extrais

de la thèse de M. Valiron, *Sur les fonctions entières d'ordre nul et d'ordre fini* (page 30) :

« Pour toute fonction $\varphi(z)$ dont les zéros vérifient la condition

$$n[\log r_{n+1} - \log r_n] \geqq \frac{1}{\omega_1}, \qquad \omega_1 < \omega, \qquad n > n_0,$$

ω étant un nombre compris entre 0 et 1, racine de l'équation

$$\frac{\pi^2}{6}x^3 - \frac{\pi^2}{3}x^2 - x + 1 = 0,$$

si l'on désigne par $z_n(a)$ le $n^{\text{ième}}$ zéro de la fonction $\varphi(z) - a.[z_n(0) = z_n]$, on aura, quel que soit a, pourvu que $|a| < A$,

$$|z_n(a) - z_n| < \frac{1}{|z_n|^k}, \qquad n > n_0(A). \text{ »}$$

[k est un nombre positif fixe.]

Choisissons alors une fonction entière dont les zéros soient tels que

$$(\log r_{n+1} - \log r_n)$$

croisse indéfiniment (par exemple $r_n = q^{n^2}$, $q > 1$) (elle est d'ordre nul), et choisissons une suite de nombres $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n, \ldots$ dont les modules $\Sigma_1, \Sigma_2, \ldots, \Sigma_{n-1}, \ldots$ soient tels que

$$\log r_1 < \log \Sigma_1 < \log r_2 < \ldots < \log r_n < \log \Sigma_n < \log r_{n+1} < \ldots,$$

de façon que $\log \Sigma_n - \log r_n$ et $\log r_{n+1} - \log \Sigma_n$ tendent vers l'infini comme $\log r_{n+1} - \log r_n$ $\left[\text{par exemple } \log \Sigma_n = \frac{1}{2}(\log r_n + \log r_{n+1})\right]$; il est clair que les nombres $\frac{z_p}{\sigma_n}$ $(p = 1, 2, \ldots, n = 1, 2, \ldots)$, z_p racine de $\varphi(z) = 0$ n'ont d'autre point limite que 0 et ∞. Comme, d'autre part, p croissant indéfiniment, $z_p(a)$ tend uniformément vers z_p [du moins pour $|a| < A$], les nombres $\frac{z_p(a)}{\sigma_n}$ n'auront, eux aussi, d'autre point limite que 0 et ∞.

La famille de fonctions $\varphi_n(z) = \varphi(z\sigma_n)$ est donc normale dans tout le plan, hors 0 et ∞ [il aurait d'ailleurs suffi, pour le prouver, de montrer que, pour une valeur $a \neq 0$, les $\frac{z_p(a)}{\sigma_n}$ n'avaient d'autre point limite que 0

et ∞]. $\mathcal{D}$ étant une *aire quelconque finie* du plan, ne contenant pas l'origine, dans l'ensemble des aires $\mathcal{D}$, $\mathcal{D}\sigma_1$, $\mathcal{D}\sigma_2$, ..., $\mathcal{D}\sigma_n$, ..., *la fonction* $\varphi(z)$ *tend uniformément vers l'infini avec* n. De telles circonstances ne doivent pas surprendre quand on se rappelle que φ est d'ordre nul.

II. Mais le succès de l'exemple précédent tient *essentiellement* à ce que, pour *toute valeur finie de* a, les points $\frac{z_p(a)}{\sigma_n}$ n'ont d'autre point limite que o et ∞. On peut montrer facilement que si, pour une valeur finie de a, les racines $z_p(a)$ de l'équation $\varphi(z) = a$ sont telles que l'ensemble des $\frac{z_p(a)}{\sigma_n}$ ait un point limite M distinct de o et ∞, il est impossible que la famille des $\varphi(z\sigma_n) = \varphi_n(z)$ soit normale dans tout le plan, hors o et ∞; en particulier, dans toute couronne limitée par deux courbes, C et Γ, entourant l'origine et comprenant M entre elles, il y a nécessairement un point M_0 au moins où la famille des $\varphi_n(z)$ n'est pas normale : on en tire les conséquences habituelles quant aux valeurs que prennent les $\varphi_n(z)$ dans toute aire entourant M_0.

III. Et l'on peut, s'aidant de ce principe, prouver que, pour *toute fonction entière* $\varphi(z)$, et si rapidement croissante que soit donnée une suite s_1, s_2, ..., s_n, ..., il existe toujours une suite *plus rapidement croissante* σ_1, σ_2, ..., σ_n, ... telle que la famille des $\varphi_n(z) = \varphi(z\sigma_n)$ ne soit pas normale dans tout le plan (o et ∞ exceptés). Considérant, en effet, les racines z_0, z_1, ..., z_n, ... de l'équation $\varphi(z) = a$ (a fini quelconque) et la suite Σ_1, Σ_2, ..., Σ_n, ... définie par $\Sigma_n = \frac{z_n}{z_0}$, on peut toujours extraire de la suite Σ_n une suite plus rapidement croissante que toute suite s_n donnée à l'avance. J'appellerai σ_1, σ_2, ..., σ_n, ... cette suite extraite de la suite Σ_n.

Au point z_0, les $\varphi(z\sigma_n) = \varphi_n(z)$ sont toutes égales à a; on est dans le cas prévu au paragraphe II. Dans toute couronne (C, Γ) entourant l'origine et contenant z_0 à son intérieur, il y a au moins un point M_0 où la famille des φ_n n'est plus normale; $\mathcal{D}_0$ étant une aire arbitraire entourant M_0, on voit que dans les aires $\mathcal{D}_0$, $\mathcal{D}_0\sigma_1$, $\mathcal{D}_0\sigma_2$, ... *qui tendent aussi vite qu'on le veut vers l'infini*, la fonction $\varphi(z)$ prend toute valeur finie, sauf peut-être une. La notion de croissance permet souvent d'affirmer l'existence de l'ensemble que j'ai appelé E dans mes précédentes Communications. On verra ultérieurement qu'elle rend des services analogues pour l'étude des fonctions méromorphes générales.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la sommation des séries divergentes.* Note de M. **Erwand Kogbetliantz**, présentée par M. Appell.

Dans cette Note, nous allons démontrer la proposition suivante, concernant la méthode de sommation (R, λ, γ) par les moyennes typiques de M. Riesz :

La série divergente, sommable $(R, \lambda, \delta+\gamma)$, *où* $\delta > 0$ *et* $\gamma > 0$, *est aussi sommable avec la même somme par l'application du procédé* (R, γ, δ) *aux moyennes typiques d'ordre* γ [*ou du procédé* (R, λ, δ) *aux moyennes d'ordre* δ] *et* vice versa : *la série, sommable par la double application du procédé* (R, γ) *d'ordres* $\delta > 0$ *et* $\gamma > 0$, *est aussi sommable* $(R, \lambda, \delta+\gamma)$ *avec la même somme.*

En exprimant l'équivalence de deux procédés de sommation au point de vue de sommabilité des séries divergentes par le signe $\sim$, nous avons donc à démontrer qu'on a

$$(\mathrm{I}) \qquad (R, \lambda, \delta)(R, \lambda, \gamma) \sim (R, \lambda, \delta+\gamma) \sim (R, \lambda, \gamma)(R, \lambda, \delta) \qquad \begin{pmatrix} \delta > 0 \\ \gamma > 0 \end{pmatrix}.$$

La méthode de sommation (C, δ) par les moyennes arithmétiques est le cas particulier pour $\lambda_n = n$ de la méthode (R, λ, δ) et le fait bien connu [1] d'équivalence de deux définitions (de Cesàro et de Hölder) de la moyenne arithmétique d'ordre entier $\delta = E(\delta)$ n'est qu'un cas particulier de notre théorème (I). La méthode de Hölder n'est que $(C, 1)^\delta$ et, en prenant dans (I) $\lambda_n \equiv n$, $\delta = E(\delta)$ et $\gamma = E(\gamma)$, nous en déduisons facilement $(C, \delta) \sim (C, 1)^\delta$.

La démonstration de (I) est basée sur l'expression suivante [2] de la moyenne typique d'ordre $\delta > 0$:

$$s_\lambda^{(\delta)}(\omega) = \delta . \omega^{-\delta} \int_0^\omega s_\lambda^{(0)}(\tau) . (\omega - \tau)^{\delta-1} . d\tau \qquad (\delta > 0).$$

En appliquant à $S_\lambda^{(\delta)}(\omega)$ le procédé (R, λ), cette fois-ci d'ordre $\gamma > 0$, et

(1) G. Faber (1913), W. Ford (1910), K. Knopp (1907), W. Schnee (1908), J. Schur (1913).

(2) Hardy and Riesz, *The general theory of Dirichlet's series* (*Camb. Tr.*, n° 18, p. 21).

en dénotant la moyenne de ces moyennes par $S_\lambda^{(\delta,\gamma)}(\omega)$, nous exprimons $S_\lambda^{(\delta,\gamma)}(\omega)$ par une intégrale double, dans laquelle l'interversion d'ordre d'intégration nous donne définitivement :

$$S_\lambda^{(\delta,\gamma)}(\omega) = \frac{\Gamma(\delta+1)\Gamma(\gamma+1)}{\Gamma(\delta+\gamma)}\,\omega^{-(\gamma+\delta)}\int_0^\omega s_\lambda^{(0)}(\tau)(\omega-\tau)^{\delta+\gamma-1} \times F\left(\delta,\gamma,\delta+\gamma,1-\frac{\tau}{\omega}\right)d\tau,$$

où F est le signe de la fonction hypergéométrique. On voit déjà que l'on a $S_\lambda^{(\delta,\gamma)}(\omega) = S_\lambda^{(\gamma,\delta)}(\omega)$ donc

$$(R,\lambda,\delta)(R,\lambda,\gamma)\sim(R,\lambda,\gamma)(R,\lambda,\delta),$$

ce qui n'est nullement évident *a priori*.

En développant F en série hypergéométrique, nous obtenons

$$(1)\qquad S_\lambda^{(\delta,\gamma)}(\omega) = \delta\gamma\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(n+\delta)\Gamma(n+\gamma)}{\Gamma(n+1)\Gamma(n+\delta+\gamma+1)}\,s_\lambda^{(\delta+\gamma+n)}(\omega).$$

Le développement (1) permet de conclure que l'existence de

$$\lim_{\omega=\infty} s_\lambda^{(\delta+\gamma)}(\omega) = s$$

entraîne aussi l'existence de

$$\lim_{\omega=\infty} S_\lambda^{(\delta,\gamma)}(\omega) = s.$$

De même, en développant dans la formule ([1])

$$s_\lambda^{(\gamma+\delta)}(\omega) = \frac{\Gamma(\gamma+\delta+1)}{\Gamma(\gamma+1)\Gamma(\delta)}\,\omega^{-\delta}\int_0^\omega s_\lambda^{(\gamma)}(\tau)\left(\frac{\tau}{\omega}\right)^\gamma(\omega-\tau)^{\delta-1}d\tau$$

$\left(\frac{\tau}{\omega}\right)^\gamma = \left(1-\frac{\omega-\tau}{\omega}\right)^\gamma$ par la formule de binome, nous obtenons :

$$(2)\quad s_\lambda^{(\gamma+\delta)}(\omega) = -\frac{\sin\gamma\pi\,\Gamma(\gamma+\delta+1)}{\pi\Gamma(\delta)}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n+\delta}\,\frac{\Gamma(n-\gamma)}{\Gamma(n+1)}\,S_\lambda^{(n+\delta,\gamma)}(\omega)\qquad[\gamma\neq E(\gamma)].$$

Pour $\gamma = E(\gamma)$ la série (2) n'a qu'un nombre fini de termes.

---

(1) Hardy and Riesz, *loc. cit.*, p. 27).

Nous concluons de (2) que l'existence de $\lim_{\omega=\infty} S_\lambda^{(\delta,\gamma)}(\omega) = s$, c'est-à-dire la sommabilité $(R, \lambda, \delta)(R, \lambda, \gamma)$ de la série entraîne aussi l'existence de $\lim_{\omega=\infty} s_\lambda^{(\delta+\gamma)}(\omega) = s$, c'est-à-dire la sommabilité $(R, \lambda, \delta+\gamma)$, ce qui achève la démonstration.

Il serait très intéressant de lever les restrictions $\delta > 0$ et $\gamma > 0$ et de démontrer que (1) est valable, quand δ ou γ ou tous les deux sont négatifs et > -1.

MÉCANIQUE DES GAZ. — *Sur l'écoulement de la vapeur de pétrole.* Note de M. **Jean Rey**, présentée par M. Rateau.

Dans une précédente Note (¹), j'ai indiqué les formules auxquelles j'étais arrivé, dès 1904, pour calculer la vitesse et le débit de la vapeur de pétrole. M. Rateau m'a fait remarquer que mes formules se rapprochaient de celles qu'il a données pour l'écoulement des gaz à forte pression, dans sa Note du 17 février 1919, mais qu'elles étaient moins exactes. Je crois donc utile d'indiquer quelles sont les considérations qui m'ont permis de les établir et quels sont les écarts qu'elles présentent avec celles, plus rigoureuses, qu'il a fait connaître.

Je me suis basé sur l'équation caractéristique d'un gaz réel dont le covolume est positif

$$p(v-a) = RT.$$

J'ai trouvé, tout d'abord, que la détente adiabatique était exprimée par l'équation

$$p(v-a)p(v-a)^\gamma = RT \quad \text{avec} \quad \gamma = \frac{C}{c}.$$

L'application bien connue du théorème des forces vives m'a donné, pour la vitesse V en un point de la tuyère,

$$\frac{V^2}{2g} = a(p_0 - p) + RT_0 \frac{\gamma}{\gamma-1}\left[1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right].$$

En passant aux notations de Rateau

$$W = V, \qquad \frac{\gamma-1}{\gamma} = K, \qquad \varepsilon = \frac{\alpha}{u-\alpha} = \frac{a}{v-a}, \qquad x = \frac{p}{p_0},$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 509.

on retombe sur l'expression (formule de Rateau)

$$\frac{W^2}{2g} = \frac{p_0(u_0-\alpha)}{K}\varepsilon_0 K(1-x) + \frac{p_0 u_0}{1+\varepsilon_0}\frac{1}{K}(1-x^K).$$
$$= \frac{p_0(u_0-\alpha)}{K}[1-x^k+\varepsilon_0 K(1-x)].$$

Pour le débit en poids maximum par unité de section, ou débit au col, la dérivée du rapport $\frac{V}{v}$ ou $\frac{W}{u}$ de Rateau, conduit à l'équation suivante

$$\left[a + \frac{RT_0}{p_0}\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{1}{\gamma}}\right]^2 = \frac{2}{\gamma}\frac{RT_0}{(p_0)^2}\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{\gamma+1}{\gamma}}\left\{a(p_0-p) + \frac{\gamma}{\gamma-1}RT_0\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right]\right\}.$$

En passant aux notations de Rateau, le calcul ramène cette expression à celle (7) de son Mémoire

$$(x_0)^k = \frac{2(1-K)}{2-K} - 2\varepsilon_0 K\left(x_c - \frac{1-K}{2-K}\right) - \varepsilon_0^2\frac{K}{2-K}(x_c)^{2-k}.$$

Cette équation ne peut être résolue que par approximations successives. La méthode ingénieuse de Rateau est plus précise que celle à laquelle j'étais arrivé, mais que je crois utile néanmoins d'indiquer.

Je remplace, dans les équations $v-a$ par v' et la vitesse V par V'. Ainsi $\frac{(V')^2}{2g} = \int v'\,dp$ remplace l'expression exacte $\frac{V^2}{2g} = \int v\,dp$.

La vitesse approchée V' est plus petite que V, mais le rapport $\frac{V'}{v'}$ conserve sensiblement la même valeur, et son maximum doit avoir lieu pour une valeur de T ou de p sensiblement la même que le rapport exact $\frac{V}{v}$.

Introduisant cette modification dans les équations, on trouve

$$\frac{(V')^2}{2g} = RT_0\frac{\gamma}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{v'_0}{v'}\right)^{\gamma-1}\right] = z_1 \text{ (nouvelle variable).}$$

Le maximum du débit a lieu lorsque la dérivée de $\frac{z_1}{(v')^2}$ est nulle.

Le calcul donne, pour cette condition, $v' = v'_0\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$. Comme $v' = v-a$, on en tire

$$v = a + (v_0 - a)\left(\frac{\gamma+1}{2}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}},$$

et, finalement, pour la vitesse au col

$$V_c = \sqrt{2g}\sqrt{RT_0\frac{\gamma}{\gamma+1} + ap_0\left[1-\left(\frac{2}{\gamma+1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}\right]}$$

ou

$$V_c = \sqrt{2g}\sqrt{RT_0\frac{\gamma}{\gamma+1} + a(p_0-p)}.$$

C'est la formule de ma Note du 10 mars 1919.

Comparaison de ma formule et de celle de Rateau. — L'équation caractéristique pratique de la vapeur de pétrole est

$$p(v+a) = RT \quad \text{ou} \quad p(v+0,0024) = 5,09T.$$

C'est une formule empirique où le covolume est négatif, mais qui rend bien compte des expériences. Partant de cette relation, j'ai comparé la formule de Rateau à la mienne dans les trois cas suivants :

1° $p_0 = 250\,000^{kg}$ (25^{kg} par cm^2), $T_0 = 657°,8$, $v_0 = 0^{m^3},0115$, $v_0 + a = 0^{m^3},0139$, $\varepsilon_0 = \frac{-a}{v_0+a} = -0,1726$ (vapeur saturée);

2° $p_0 = 250\,000^{kg}$, $T_0 = 800°$, $v_0 = 0^{m^3},0139$, $v_0 + a = 0,0163$ (vapeur surchauffée);

3° $p_0 = 30\,000^{kg}$ (3^{kg} par cm^2), $T_0 = 773°$, $v_0 = 0^{m^3},128\,75$, $v_0 + a = 0^{m^3},131\,15$, $\varepsilon_0 = -0,0183$ (vapeur surchauffée).

La formule (7) de Rateau, dans le cas de la vapeur de pétrole, donne, pour la troisième approximation,

$$(x_c)^K = \frac{2}{\gamma+1}(1-0,003\,82\,\varepsilon_0 + 0,001\,348\,\varepsilon_0^2) = \frac{1}{1,009}(1-0,003\,82\,\varepsilon_0 + 0,001\,348\,\varepsilon_0^2).$$

On trouve alors, pour les valeurs de la vitesse et du débit au col [1] :

	Rateau.		Rey.	
Premier cas...	$W_c = 161^m,45$;	$Q = 30^{kg},93$	$W_c = 168^m,70$	$Q = 30^{kg},95$
Deuxième cas.	$W_c = 182^m,30$;	$Q = 27^{kg},87$	$W_c = 188^m,74$	$Q = 27^{kg},86$
Troisième cas.	$W_c = 195^m,14$;	$Q = 3^{kg},306$	$W_c = 195^m,91$	$Q = 3^{kg},301$

(1) Débit par heure et par millimètre carré.

Ma formule approximative donne donc un écart en excès, sur celle de Rateau, de 4 millièmes pour la vitesse aux basses pressions, et de 3,5 à 4,5 pour cent aux fortes pressions.

Pour le débit au col, les deux formules se valent, de 0,35 à 1,52 millième près.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Mesures de parallaxes stellaires à l'Observatoire Dearborn*. Note de M. **Philip Fox**, présentée par M. Deslandres.

Depuis l'automne de 1913, la photographie des champs stellaires pour la mesure des parallaxes a tenu la première place dans le programme d'observations de l'Observatoire Dearborn (Université du Nord-Ouest), dont je suis le directeur.

Lorsque l'Amérique est entrée dans la guerre, au printemps de 1917, les astronomes se sont engagés dans l'armée, et le travail a été arrêté; mais deux mille plaques avaient été déjà obtenues.

La méthode d'observation avec écran coloré et porte-plaque à coulisse double, et la méthode de réduction dans la mesure des plaques sont semblables à celles adoptées par Schlesinger et ses élèves à l'Observatoire Yerkes.

L'appareil astronomique est une lunette achromatisée pour les rayons visibles, qui a une ouverture de $0^{m},48$ et une distance focale de 7^{m}. Toutes les plaques ont été suivies pendant la pose par moi ou par M. Brown, et chaque plaque a deux images, qui correspondent à la même région du ciel photographiée deux fois pendant la même nuit.

Je pense qu'il n'est pas nécessaire de donner de plus amples détails. Le Tableau ci-joint n'exige pas de longues explications; il faut noter seulement que la colonne marquée P donne le nombre de plaques mesurées, et que celle marquée C. S. donne le nombre des étoiles de comparaison.

Les résultats sont donnés pour 35 régions du ciel. Dans le cas du n° 32, la région a été mal identifiée, et elle était déjà mesurée lorsque la cause d'erreur a été reconnue; en fait, elle est mal placée par rapport aux étoiles de comparaison, et doit avoir une erreur probable très grande. L'étoile n° 26 est mal placée sur la plaque et donc aussi peu sûre.

Si nous exceptons ces deux étoiles, l'erreur probable est de très peu supérieure à $0'',01$. Il faut signaler tout particulièrement la très large parallaxe de l'étoile n° 9, qui est l'étoile de Barnard à grand mouvement propre.

Parallaxes stellaires déterminés à l'Observatoire Dearborn.

	Étoiles.	α.	δ.	Grandeur.	Parallaxe relative.	Mouvement propre en ascension droite.	P.	C. S.	Mesure par	Date.
		h m	° ′							
1.	B.D. 45° (4408) A..........	0. 0	45.16	8,3	+0,062±0,005	+0,897±0,008	15	5	Fox	Juill. 1916
	B..........			8,3	+0,086±0,012	+0,849±0,018	15	5	»	»
	B.D. 44° (4548) C..........			9,5	+0,079±0,012	+0,874±0,018	15	5	»	»
2.	B.D. 20° (226)............	1.24	21.13	8,2	+0,090±0,012	+0,511±0,011	14	5	Sayer	Nov. 1917
3.	B.D. 32° (356)............	1.52	32. 6	8,8	—0,007±0,004	—0,013±0,012	12	8	Fox	Sept. 1916
4.	Lal. (6888)............	3.40	41.10	8,2	+0,050±0,009	+0,601±0,014	12	3	Sheldon	Mars 1918
5.	Lal. (6889)............	3.40	41.10	8,8	+0,048±0,010	+0,612±0,016	12	3	»	»
6.	B.D. 52° (857)............	4.30	52.41	8,7	+0,102±0,010	+0,280±0,027	10	4	Sayer	Déc. 1917
7.	B.D. 24° (726)............	4.55	24.30	8,5	+0,024±0,010	+0,071±0,014	14	4	Fox	Nov. 1916
8.	S.D. 9° (1094)............	5. 7	9.13	8,3	+0,043±0,028	—0,087±0,020	6	5	Fox	Déc. 1917
9.	Lal. (10299)............	5.23	3.33	8,5	+0,031±0,011	—0,281±0,011	14	3	Sayer	Mars 1918
10.	Lal. (10797)............	5.39	37.16	7,4	+0,070±0,011	+0,464±0,018	10	4	Sheldon	»
11.	B.D. 25° (1188)............	6.10	25.15	9,8	+0,043±0,005	+0,041±0,005	12	8	Sayer	Mars 1917
12.	B.D. 17° (1320)............	6.31	17.38	9,5	+0,116±0,004	—0,833±0,011	12	4	Fox	Janv. 1917
					+0,126±0,005	—0,872±0,013	11	8	»	»
13.	B.D. 32° (1581)............	7.28	32. 6	9,5	+0,101±0,009	—0,183±0,023	11	8	»	Oct. 1917
					+0,115±0,010	—0,226±0,024	11	8	Sayer	»
14.	B.D. 31° (1589)............	7.47	30.57	8,0	+0,097±0,013	+0,712±0,024	12	4	»	Nov. 1917
15.	B.D. 19° (1869)............	7.49	19.31	7,9	+0,069±0,010	+0,107±0,010	16	6	Brown	Févr. 1917
16.	B.D. 6° (2007)............	8.34	6. 0	8,0	+0,006±0,017	+0,142±0,020	10	4	Sayer	Avril 1918
	B.D. 6° (2008)............			8,8	+0,022±0,014	—0,180±0,016	10	4	»	»
17.	B.D. 20° (2465)............	10.14	20.24	9,0	+0,200±0,012	—0,526±0,015	7	7	»	Janv. 1917
					+0,180±0,012	—0,491±0,014	10	6	»	
18.	B.D. 18° (2776)............	13.40	18.21	9,2	+0,080±0,021	+0,475±0,018	10	3	»	Mai 1918
19.	B.D. 67° (935)............	16.17	67.38	8,6	+0,124±0,005	—0,483±0,005	13	6	Fox	Mars 1917
	2^s,6 F 63″ N................				+0,081±0,013	—0,462±0,013	13	6	»	»
20.	B.D. 31° (2873)............	16.33	31.21	7,2	+0,112±0,015	+0,039±0,017	15	6	Brown	Juin 1917
21.	B.D. 31° (2875)............	16.33	31.19	9,1	+0,060±0,008	+0,343±0,009	15	6	»	»
22.	B.D. 31° (2877)............	16.33	31.26	9,2	+0,025±0,011	—0,182±0,013	15	6	»	»
23.	B.D. 33° (2775)............	16.41	33.29	8,8	+0,053±0,011	+0,018±0,010	12	7	»	Sept. 1917
24.	B.D. 33° (2777)............	16.41	33.41	8,4	+0,193±0,018	+0,005±0,017	12	7	»	»
25.	17^s,8 F									
	11′22″,7 S B.D. 33° (2777)...				+0,041±0,015	—0,016±0,015	12	7	»	»
26.	$1^m 47^s$,1 F									
	6′37″,7 S B.D. 33° (2777)...				—0,002±0,033	—0,201±0,032	12	7	»	»
27.	B.D. 34° (2835)............	16.42	33.50	9,2	+0,027±0,013	+0,182±0,012	12	7	»	»
28.	B.D. 34° (2839)............	16.43	33.58	8,0	+0,143±0,028	+0,036±0,026	12	7	»	»
29.	Barnard's U ★............	17.53	4.27	11	+0,555±0,017	—0,629±0,041	8	4	Sayer	Mars 1918
					+0,557+0,016	—0,621±0,038	10	4	»	»
30.	B.D. 59° (1915) A..........	18.42	59.28	8,2	+0,286±0,009	—1,235±0,010	12	5	»	Sept. 1917
	B..........			8,7	+0,259±0,006	—1,326±0,007	12	5	»	»
31.	B.D. 0° (3786)............	19.31	0.27	9,0	+0,021±0,010	—0,007±0,028	10	4	Sheldon	Avril 1918
32.	B.D. 0° (3796)............	19.32	0.21	8,7	+0,009±0,035	+0,002±0,025	10	3	Sayer	»
33.	B.D. 5° (4556) B.G.C. 10335	20.30	5.48	8,6	+0,047±0,014	+0,335±0,020	12	4	Sheldon	»
34.	B.D. 24° (4182)............	20.31	25. 2	10,2	+0,007±0,005	—0,267±0,012	11	6	Sayer	Avril 1917
35.	B.D. 53° (2911)............	22.28	53.16	9,6	+0,043±0,010	+1,356±0,010	12	6	»	Juin 1917

ASTRONOMIE. — *Précisions nouvelles sur le noyau solaire primitif, sa rencontre avec la nébuleuse originelle et la formation des nébuleuses spirales.* Note de M. **Émile Belot**, présentée par M. Bigourdan.

J'ai montré, dans une Note précédente (*Comptes rendus*, 20 janvier 1919), que le système planétaire pouvait résulter de la rencontre d'une nébuleuse planétaire S animée d'une rotation de sens direct sur une nébuleuse amorphe N. Dans cette hypothèse le choc produit dans le noyau S des vibrations qui, renflant alternativement l'Équateur et les régions polaires, déterminent périodiquement l'émission équatoriale de nappes planétaires, et ultérieurement des fluctuations amorties et ralenties, qui sont celles de l'activité solaire. La même hypothèse explique encore :

1° L'augmentation de densité des planètes de l'extérieur du système vers le centre, puisque les couches les plus profondes du noyau S contribuent à former les planètes les plus rapprochées du Soleil.

2° L'observation de points stellaires très faibles précédant l'apparition des Novæ analogues à la Nova solaire : le noyau S, dont le rayon est 0,27 u. a. d'après la loi des distances, comparé aux nébuleuses planétaires récemment mesurées par Van Maanen, aurait eu un diamètre angulaire de $0'',008$ seulement.

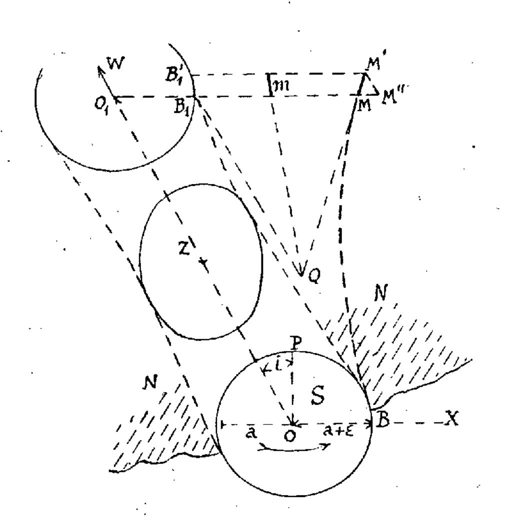
3° La courbe de lumière des étoiles variables à période régulière. Car la surface apparente d'un noyau ellipsoïdal de révolution, de volume invariable, renflé alternativement aux Pôles et à l'Équateur, présente des variations périodiques en rapport avec l'orientation du rayon usuel.

Soient W la vitesse relative des masses S et N, dirigée suivant OZ faisant un angle i avec la ligne OP des pôles de N; $a + \varepsilon$ le rayon du renflement équatorial du noyau S, produit par le choc dans la région polaire P (*fig.* 1).

La pression progressivement croissante sur l'hémisphère P rend progressive la vitesse radiale qui accroît le rayon de a à $a + \varepsilon$. Dès que la vitesse parabolique sera atteinte, la couche équatoriale MM′ sera projetée dans la nébuleuse sur une orbite à gravitation équilibrée comme je l'ai indiqué dans une Note antérieure (*Comptes rendus*, 12 mai 1919).

La vitesse W a une composante qui, projetée sur l'équateur, varie de zéro à $\pm W \sin i$: son action d'ensemble sur tout l'équateur est nulle, mais elle tend à rompre la couche circulaire projetée ou à y déterminer des condensations.

En dehors de la pression de radiation qui peut agir au début, l'action radiale répulsive agissant sur un élément émis en B qui est en MM' au niveau B_1 est la somme de toutes les impulsions radiales reçues en B, B_1, B_2, ... et transmises dans le filet radial $B_1 B'_1$ MM'. Comme l'a fait Larmor



pour démontrer la pression de radiation, considérons l'énergie de volume contenue dans le filet radial dont la dimension horizontale est prise pour unité et où la densité de la matière nébuleuse est A. L'allongement dx du filet radial est proportionnel à la masse qui contient cette énergie, d'où

$$A(x-a)\,dz\cos i = dx, \tag{1}$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{K}{x-a} \qquad (K = 1 : A\cos i). \tag{2}$$

En intégrant, on a l'équation de la courbe méridienne BM' de la nappe à partir de $x = a + \varepsilon$,

$$Z = KZ\,\frac{x-a}{\varepsilon}. \tag{3}$$

L'équidistance des ventres B, B_1, B_2, ... dans la nébuleuse exprimée par $Z_n = nZ_1$ donne, en vertu de (3),

$$x_n - a = (x_1 - a)^n \frac{1}{\varepsilon^{n-1}} = C^n.$$

En prenant comme unité ε, on a la loi des distances planétaires, qui peut s'énoncer ainsi :

Le rapport des distances au noyau solaire primitif de deux planètes (ou satellites) *consécutives est constant* ($C = 1,886$).

Menons B_1Q parallèle à OZ jusqu'à sa rencontre avec MM' : dans les triangles semblables MM'M'', B_1MQ, on a précisément la relation (2) si $B_1Q = K$. Au point Q convergent toutes les tangentes aux positions successives m de l'élément MM' ou, ce qui revient au même, les tangentes aux méridiennes des diverses nappes à leur point de rencontre avec l'écliptique parallèle à OX. Ces tangentes sont parallèles aux axes planétaires comme je l'ai montré dans mon *Essai ;* et la loi des inclinaisons des axes s'énonce ainsi :

A l'origine, les axes planétaires sont dans un même plan perpendiculaire à l'écliptique et contenant la direction de l'apex; ils y convergent en un point Q ($BQ = K = 9,84$ u.a.).

Ces démonstrations et les énoncés correspondants sont plus simples et plus clairs que ceux que j'avais donnés précédemment. Il suffit alors d'introduire dans (3) la condition tourbillonnaire ou hélicoïdale $Z = B\Omega$ pour trouver l'équation de la spirale décrite en plan par les molécules des diverses nappes et que j'ai donnée dans ma Note du 12 mai 1919.

Cas des nébuleuses spirales : i voisin de 90°. — Dans le système planétaire, $i = 28°$. Si i est voisin de 90°, la couche équatoriale projetée ne restera plus circulaire, mais sera divisée en deux couches diamétralement opposées par l'effet de la composante $\pm W \sin i$ alors peu différente de $\pm W$. A l'une des extrémités du diamètre perpendiculaire à W, la vitesse radiale et la vitesse tangentielle de rotation se composeront avec W pour donner une branche de spirale sensiblement tangente au noyau. A l'autre extrémité du même diamètre, la vitesse W opposée à la rotation fera refluer la matière équatoriale poussée par la vitesse tangentielle $\omega(a + \varepsilon)$ et l'accumulera dans une seconde branche diamétralement opposée à la première.

Chaque branche aura des noyaux périodiques de condensation dus aux vibrations du noyau central S : et l'existence de ce noyau explique le grand diamètre de la masse centrale des nébuleuses spirales.

Ainsi *le choc d'un noyau* S *sur une nébuleuse* N *peut donner lieu soit à un système planétaire, soit à une nébuleuse spirale suivant que i est voisin de zéro ou de* 90°.

Admettons que les rencontres des corps N et S aient lieu au hasard dans l'Univers et que l'angle $i = 45°$ partage le cas des systèmes planétaires Π de celui des nébuleuses spirales Σ. Leur nombre relatif $\frac{\Sigma}{\Pi}$ serait celui des surfaces interceptées sur une sphère par un cône de 90° d'angle au sommet, soit

$$\frac{\Sigma}{\Pi} = \sqrt{2} + 1 = 2,414,$$

ce qui explique le nombre considérable des nébuleuses spirales.

HYDROGRAPHIE. — *Sur un procédé de sondage en mer, à bord d'un bateau en marche, basé sur la propagation du son dans l'eau.* Note de M. **Marti**, présentée par M. L. Favé.

Principe du procédé. — On fait détoner une petite charge d'explosif dans l'eau, à côté du bateau en marche. Un microphone, immergé à une très faible profondeur et fixé au bateau à une distance connue du point d'explosion, recueille d'abord la détonation, puis l'écho provenant de la réflexion sur le fond.

Ces deux bruits sont enregistrés sur un chronographe permettant de lire avec une grande précision l'intervalle de temps qui les sépare.

Étant donnés cet intervalle de temps et la vitesse moyenne du son dans l'eau de mer, dans les conditions de l'expérience, une formule simple donne la hauteur d'eau, en tenant compte de la profondeur du point d'explosion, de celle du microphone, de leur distance mutuelle et de la vitesse du bateau.

Des méthodes analogues, basées également sur le temps mis par le son pour aller de la surface au fond et revenir, ont déjà été proposées (bathymètre de l'ingénieur norvégien Berggraf, etc.); mais elles n'ont pas reçu jusqu'ici, à notre connaissance, la sanction de l'expérience.

Expériences réalisées. — Dans les expériences faites en vue d'étudier les conditions d'application de ce principe, on a utilisé des microphones en usage dans la Marine et des appareils inscripteurs employés par le Service du repérage par le son aux Armées.

La réception et l'enregistrement des bruits ont donné lieu à quelques

tâtonnements; les principales difficultés rencontrées résultent, d'une part de la grande différence d'intensité qui existe entre le premier bruit (réception directe) et le second (écho), d'autre part de ce que, pour les profondeurs moyennes, l'intervalle de temps qui sépare ces deux bruits est très court. Finalement, des expériences faites dans la Manche, le 21 mai 1919, par des fonds compris entre 60^m et 160^m ont donné des résultats très satisfaisants.

Résultats obtenus. — *Précision.* — La précision des lectures des tracés est d'environ $\frac{1}{1500}$ de seconde, ce qui correspond à une approximation de 1^m pour la profondeur. Il est probable qu'on arrivera sans difficulté à la précision de $0^m,50$.

Ces chiffres ne tiennent pas compte de l'incertitude sur la valeur de la vitesse du son dans l'eau, due principalement à ce que les températures des différentes couches sont, en général, imparfaitement connues. Par petits fonds, l'erreur due à la vitesse du son est négligeable devant l'erreur de lecture; par grands fonds, au contraire, elle est prédominante. Si l'on évalue à 2° C. l'incertitude sur la température moyenne de l'eau, l'indétermination sur la profondeur est de $\frac{1}{300}$ (soit 3^m pour des fonds de 1000^m). Mais il y a lieu de remarquer que cette erreur a, dans une même région, un caractère systématique; on pourra, dans un levé hydrographique, la mesurer en des points particuliers et en tenir compte aux alentours. Une étude plus approfondie de la répartition des températures des mers aux différentes saisons réduira d'ailleurs dans l'avenir cette incertitude.

Sondage en marche. — Les bruits parasites, lorsque le bateau est en marche (bruit des hélices, choc des lames sur le bateau, secousses qu'elles impriment au microphone, etc.), ont pu être suffisamment éliminés pour que l'écho sur le fond s'enregistre nettement, et ceci avec une charge d'explosif relativement très faible (2^g d'explosif pour des fonds voisins de 200^m). L'expérience a eu lieu par mer assez agitée, à la vitesse de 10 nœuds, vitesse moyenne des bâtiments de commerce. Il n'est pas douteux qu'on arrivera à opérer à des vitesses très supérieures.

Lorsqu'on augmente la charge d'explosif, on enregistre plusieurs échos successifs du son sur le fond après réflexions sur la surface. Avec 25^g d'explosif, on a pu enregistrer le deuxième et même le troisième écho sur le fond.

Applications du procédé. — Tel qu'il est exposé ici, ce procédé de

sondage n'est applicable qu'au delà d'une certaine profondeur, car il est indispensable que les appareils inscripteurs soient revenus au repos lors de l'arrivée de l'écho. Avec les appareils employés, cette condition n'était réalisée que par des fonds supérieurs à 50^m. L'étude de l'amortissement des organes inscripteurs permettra sans doute de diminuer cette profondeur limite.

D'autre part, étant donnés les résultats des expériences relatives à la propagation des bruits d'explosions sous-marines à grandes distances dans le sens horizontal, il est certain que la perception de l'écho sur le fond est possible par les plus grandes profondeurs des mers; il suffira d'augmenter la charge d'explosif.

Ce procédé paraît donc résoudre pour les grands fonds le problème du sondage en marche qui n'a été résolu pratiquement jusqu'ici que pour les petits fonds. Son application simple et économique permettra d'en développer l'emploi et de l'utiliser :

1° Pour les levés hydrographiques des cartes d'atterrages ainsi que pour l'établissement de cartes détaillées des grandes profondeurs, en particulier pour les routes de navigation et les trajets de câbles sous-marins;

2° Pour la navigation elle-même par temps de brume, en se plaçant d'après la sonde sur ces cartes d'atterrages ou sur ces cartes de routes.

Perfectionnements. — Le Service hydrographique de la Marine poursuit l'étude de ce procédé de sondage, en vue d'augmenter sa précision, de mettre au point son emploi par très grands fonds, de diminuer autant qu'il sera possible la limite des petits fonds en deçà de laquelle il ne serait pas applicable, enfin de le rendre utilisable sur des navires en marche à grande vitesse.

NAVIGATION AÉRIENNE. — *Sur les erreurs d'estime que peut entraîner la connaissance incomplète du régime aérologique.* Note de M. **L. Dunoyer**, présentée par M. Rateau.

La merveilleuse aventure et la chance inouïe des aviateurs anglais qui viennent de tenter la traversée directe de l'Atlantique sans jalonnement par bateaux, ne doit pas détourner l'attention de l'absolue nécessité que présentera, pour tout essai méthodique de véritable navigation aérienne transatlantique, la connaissance parfaite du régime des vents. Il est clair, en effet, que la correction de dérive peut être faite exactement pour la

région du point de départ, et devenir complètement fausse, à rebours même du sens convenable, à quelques centaines de kilomètres de là.

Une erreur de cette nature peut encore se produire sur un parcours moindre par simple changement d'altitude, s'il règne des courants aériens superposés et de directions inverses, situation qui n'est pas rare et peut se prolonger pendant plusieurs heures ou même plusieurs jours.

Le passage d'une région de l'atmosphère dans une autre où le vent est exactement opposé peut naturellement correspondre à n'importe quelle gamme de variations combinées de la direction et de l'intensité du vent. Pour arriver à quelques précisions numériques et fixer l'ordre de grandeur des écarts à craindre, on peut envisager deux cas types : celui d'un vent de direction constante mais d'intensité variable le long du parcours, et celui d'un vent d'intensité constante mais de direction variable. Il faut en outre, pour donner une base au calcul, admettre une loi de variation déterminée soit pour l'intensité du vent le long du parcours, soit pour l'angle que fait sa direction avec celle du parcours.

I. *Vent de direction constante et d'intensité variable.* — Le long du parcours Ox que l'on se propose de faire, nous admettrons comme loi de variation pour cette intensité v :

$$v = v_m \sin\frac{\pi x}{D}, \tag{1}$$

et la direction du vent sera supposée perpendiculaire à Ox (parallèle à l'axe Oy).

Il est facile de former l'équation de la trajectoire de l'avion, de vitesse propre V. Elle permet de calculer les valeurs numériques des écarts y correspondant à un trajet de longueur D, comptée parallèlement à Ox, égale à la largeur de l'un des courants opposés contigus définis par l'équation (1). Nous ferons varier de zéro à D l'abscisse a de l'origine du vol, c'est-à-dire d'un bord à l'autre du premier courant, et nous comparerons les valeurs des écarts en supposant : 1° que l'on ne fait aucune correction de dérive, c'est-à-dire que l'axe de l'avion est constamment parallèle à Ox; ou 2° que l'on fait la correction de dérive α qui correspond au vent régnant au point de départ, en maintenant ensuite le cap de l'avion constamment orienté sous le même azimut. Si l'on désigne par y_0 l'écart relatif au premier cas et par y_c l'écart relatif au second, par K le rapport de la vitesse maxima du vent à celle de l'avion, on a

$$\frac{y_0}{D} = \frac{2K}{\pi}\cos\frac{\pi a}{D}, \qquad \frac{y_c}{D} = -\operatorname{tang}\alpha + \frac{2K}{\pi\cos\alpha}\cos\frac{\pi a}{D}, \qquad \sin\alpha = K\sin\frac{\pi a}{D}. \tag{2}$$

Voici le Tableau des valeurs numériques des écarts relatifs $\frac{y_0}{D}$, $\frac{y_c}{D}$ suivant la position du point de départ, définie par le rapport $\frac{a}{D}$. La constante K a été prise égale à 0,6.

$\frac{a}{D}$ …	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\frac{y_0}{D}$ (¹).	+0,38	+0,36	+0,31	+0,22	+0,12	0	−0,12	−0,22	−0,31	−0,36	−0,38
$\frac{y_c}{D}$ (²).	+0,38	+0,18	−0,05	−0,30	−0,55	−0,75	−0,84	−0,78	−0,71	−0,55	−0,38

II. *Vent d'intensité constante et de direction variable.* — Nous supposerons que l'angle φ du vent avec Ox est défini par la relation

$$\varphi = \frac{\pi x}{D}. \tag{3}$$

Les formules sont un peu plus compliquées. Avec des notations analogues aux précédentes, on a

$$\frac{y_0}{D} = \frac{1}{\pi} \operatorname{Log} \frac{1 - K\cos\frac{\pi a}{D}}{1 + K\cos\frac{\pi a}{D}}, \qquad \frac{y_c}{D} = \frac{2}{\pi} \frac{\operatorname{tang}\alpha}{\sin\beta} \operatorname{arc\,tang} \frac{\operatorname{tang}\beta}{\sin\frac{\pi a}{D}} + \frac{2}{\pi} \operatorname{Log\,tang} \frac{p}{2} \tag{4}$$

avec

$$\sin\alpha = -K\sin\frac{\pi a}{D}, \qquad \cos\beta = \frac{K}{\cos\alpha}, \qquad \cos p = \cos\beta\cos\frac{\pi a}{D}.$$

Ces formules conduisent au Tableau numérique suivant :

$\frac{a}{D}$ …	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\frac{y_0}{D}$ (¹).	−0,44	−0,41	−0,34	−0,23	−0,12	0	+0,12	+0,23	+0,34	+0,41	+0,44
$\frac{y_c}{D}$ (²).	−0,44	−0,22	−0,02	+0,17	+0,36	+0,52	+0,65	+0,72	+0,71	+0,62	+0,44

III. *Conclusion.* — Les deux Tableaux numériques ci-dessus ont été calculés en donnant à K la valeur 0,6. Cela correspond à des vents de 16^{m},

(¹) Écart relatif sans correction de dérive.
(²) Écart relatif avec correction de dérive initiale.

25^m, 33^m avec des avions faisant 100^{km}, 150^{km}, 200^{km} à l'heure. Ces vents sont forts, assurément, mais non pas exceptionnels, et doivent être envisagés dès qu'il s'agit de l'établissement d'un service aérien régulier. D'ailleurs les deux Tableaux précédents permettent de calculer les écarts pour d'autres valeurs de K avec de faibles erreurs par excès. Les groupes de formules (2) et (4) montrent en effet sans difficulté que les écarts sont sensiblement proportionnels à K. C'est presque évident pour les formules (2) et il suffit, pour le constater sur les formules (4), d'en effectuer le développement en série.

La conclusion générale de ces calculs est que, *dans la traversée de courants aériens contigus et opposés, et pour un parcours égal à la largeur d'un de ces courants, les erreurs d'estime atteignent facilement une fraction très importante du trajet total; qu'en outre elles peuvent être beaucoup plus grandes si l'on fait la correction de dérive au voisinage du point de départ sans la rectifier en cours de route, que si l'on ne tient aucun compte du vent*. Avec un vent dont la vitesse serait les $\frac{6}{10}$ de celle de l'avion, l'erreur d'estime peut atteindre les $\frac{4}{10}$ du trajet, si l'on ne fait aucune correction de dérive, et les $\frac{8}{10}$ si l'on fait seulement la correction de dérive initiale sans la rectifier en cours de route.

Ces constatations font ressortir l'importance capitale que présente la détermination, à bord même de l'avion, de la route à suivre au compas en tenant compte du vent réel au sein duquel on vole. C'est le problème que résout pratiquement, sur la carte de bord elle-même, une fois le vent réel connu, l'indicateur-jalonneur de routes qui a été antérieurement présenté à l'Académie (¹).

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la mesure en valeur absolue des périodes des oscillations électriques de haute fréquence.* Note (²) de MM. **Henri Abraham** et **Eugène Bloch**, présentée par M. J. Violle.

1. La détermination précise des longueurs d'ondes des oscillations électriques de haute fréquence utilisées en télégraphie sans fil a une grande importance pratique. Elle intervient en particulier dans l'étalonnage des

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 726.
(²) Séance du 26 mai 1919.

ondemètres ou contrôleurs d'ondes, et dans toutes les mesures de haute fréquence.

On l'a fait reposer jusqu'ici sur l'emploi de selfs et de capacités étalonnées, associées de manière à constituer un circuit oscillant de longueur d'onde connue. Mais il paraît difficile de dépasser ainsi la précision de 1 pour 100.

La méthode que nous proposons, et qui paraît préférable, consiste à déterminer directement en valeur absolue *la période* de l'oscillation par comparaison avec celle d'un diapason étalonné. La longueur d'onde se calcule ensuite en multipliant la période par la valeur connue de la vitesse de propagation des ondes. Cette méthode a été étudiée pendant les années 1916 et 1917 pour les besoins de la radiotélégraphie militaire.

2. Les opérations à réaliser sont les suivantes :

A. On étalonne un diapason à mille périodes par seconde par comparaison avec une horloge garde-temps, de manière à avoir la valeur exacte en secondes de la période du diapason.

B. On constitue une source d'oscillations électriques entretenues, dont la fréquence fondamentale puisse être rendue égale à celle du diapason, et l'on règle exactement l'égalité des deux fréquences.

C. Cette source doit être choisie de manière à posséder un nombre suffisant d'harmoniques, au moins quelques dizaines. Les harmoniques d'ordre élevé correspondront à des fréquences d'oscillations électriques usuelles : ainsi, le cinquantième harmonique d'un oscillateur de fréquence fondamentale 1000 aura la fréquence 50000, c'est-à-dire une longueur d'onde voisine de 6000 mètres. C'est une longueur d'onde de télégraphie sans fil.

D. Il faut enfin comparer la fréquence ou la longueur d'onde d'un harmonique d'ordre connu avec celle des oscillations de haute fréquence que l'on se propose de mesurer.

3. Donnons quelques indications sur les dispositifs utilisés et sur les résultats obtenus.

A. L'étalonnage de nos diapasons au moyen d'une horloge battant la seconde a été fait par une méthode photographique et par une méthode stroboscopique. Nous n'insisterons pas ici sur ces méthodes qui donnent sans difficulté des résultats exacts à $\frac{1}{10000}$ près [1].

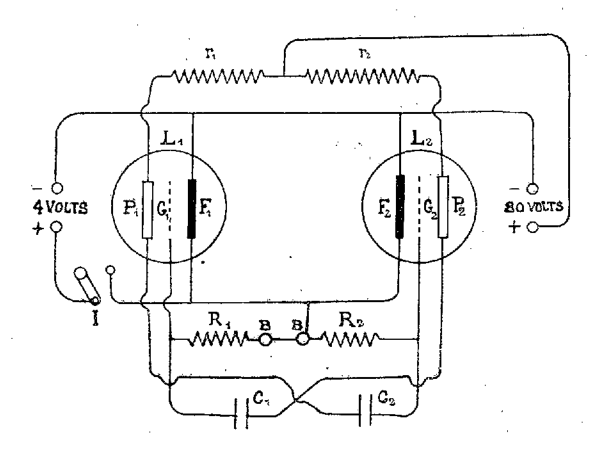
---

[1] M. Bull a bien voulu contrôler nos résultats à l'Institut Marey par une méthode photographique tout à fait directe : l'accord s'est maintenu au $\frac{1}{10000}$ près.

B. La réalisation d'oscillations électriques entretenues de fréquence fixe et réglable n'offre pas non plus de difficulté, grâce à l'emploi des lampes à deux électrodes auxiliaires (audions). Les oscillateurs connus sous le nom d'*hétérodynes* fournissent une des solutions du problème. Le réglage à l'unisson de la fréquence fondamentale de l'oscillateur et de celle du diapason peut être fait avec une précision de $\frac{1}{100000}$, en utilisant la méthode des battements.

C. Les hétérodynes ordinaires possèdent quelques harmoniques. On pourrait donc s'en contenter à la rigueur en procédant par échelons avec plusieurs hétérodynes, dont chacune aurait une fréquence fondamentale accordée sur la fréquence de l'harmonique 3 ou 4 de la précédente.

Il est plus sûr et plus précis de constituer un oscillateur électrique très riche en harmoniques, qui permette de passer sans intermédiaire d'une fréquence musicale aux fréquences de sans fil. C'est après avoir, au cours d'autres essais, réalisé un oscillateur de ce genre, que nous avons été amenés à en faire l'application qui fait l'objet de la présente Note. Nous avons donné à cet oscillateur le nom de *multivibrateur*. Il fournit, en effet, en plus de l'onde fondamentale, tous les harmoniques jusqu'à des rangs très élevés (200 ou 300). L'appareil consiste en un groupe de deux lampes, convenablement couplées par capacités et par résistances, et sa fréquence fondamentale se règle par la variation des capacités. Nous n'en donnerons pas ici la description détaillée, mais seulement le schéma (voir la figure). La pro-



priété qu'il possède d'être extraordinairement riche en harmoniques est due à ce que le circuit oscillant est parcouru par des décharges alternatives très brusques, dont la durée est extrêmement courte par rapport à l'intervalle de temps qui les sépare.

D. Enfin, la comparaison de la période d'un harmonique d'ordre connu (50 ou 100 par exemple) avec la période du circuit à étalonner se fait par résonance électrique. Le circuit du multivibrateur est couplé très faiblement avec le circuit étudié, et l'on établit la résonance par réglage de ce dernier circuit. Pour constater la résonance, le circuit étudié est lui-même couplé très faiblement avec un amplificateur détecteur, qui permet de vérifier la résonance au téléphone. On opère comme dans une réception ordinaire de télégraphie sans fil en ondes entretenues. Aussi est-il commode et précis d'utiliser, comme en T. S. F., une hétérodyne auxiliaire, qui permet de choisir un son de battements et fournit des résonances d'une extrême finesse. L'opération de mise en résonance peut se réaliser à moins de $\frac{1}{1000}$ près de la longueur d'onde à étalonner.

En résumé, en utilisant un multivibrateur riche en harmoniques, dont la fréquence fondamentale est comparée directement à celle d'un diapason, et, par lui, à la seconde fondamentale, et en combinant son emploi avec une méthode de résonance électrique, qui permet de comparer les harmoniques du multivibrateur aux oscillations propres d'un circuit de haute fréquence, *on détermine directement en valeur absolue la période du circuit oscillant*. La précision globale atteinte dans l'ensemble des opérations est au moins du millième.

Ce procédé de comparaison directe de l'unité de temps (la seconde) aux périodes d'oscillations des circuits électriques, qui peuvent se trouver un million de fois plus courtes, pourrait être rapproché du procédé employé par Michelson pour comparer directement l'unité de longueur (le mètre) aux longueurs d'ondes lumineuses.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Évolution des solutions très diluées d'acide tétrachloroplatinique dans l'obscurité complète et à diverses températures.* Note de M. **Marcel Boll**, présentée par M. A. Haller.

En mesurant par la méthode électrométrique déjà décrite [1] la conductivité des solutions obtenues en diluant fortement une solution assez concentrée de tétrachlorme de platine Cl^4Pt dans l'eau, on reconnaît qu'il se produit deux réactions chimiques. La première, qui semble correspondre à l'équation [2]

$$Cl^4Pt + 2H^2O \rightarrow PtCl^4(OH)^2H^2,$$

[1] *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 349.

[2] Cette réaction doit déjà être en grande partie effectuée en solution centimoléculaire.

est très rapide, puisqu'en diluant 100 fois une solution centimoléculaire, elle est à moitié effectuée en 2 minutes. La seconde réaction est bimoléculaire totale : c'est précisément l'hydrolyse

$$2\,PtCl^4(OH)^2H^2 + 7\,H^2O \rightarrow PtCl(OH)^5H^2,\ Pt(OH)^6H^2 + 7\,ClH,$$

dont j'ai étudié [1] les conditions sous l'influence d'un rayonnement extérieur; les expériences relatées ici avaient pour but de comparer l'évolution d'une réaction chimique « ordinaire » et d'une réaction « photochimique » et ont été effectuées en avril 1916; elles apportent de nouvelles données à l'*Essai de synthèse de la Mécanique chimique*, que M. Jean Perrin a publié récemment dans un important Mémoire [2] et où il jette les bases d'une théorie générale des réactions chimiques.

J'ai suivi l'évolution de solutions dix-millimoléculaires $\left(c = 10^{-7}\frac{\text{mol-g}}{\text{cm}^3}\right)$ entre les températures de 10° C. et de 100° C. Voici, par exemple, les résultats obtenus pour une température θ voisine de 12°, 5.

t représente les temps en secondes [3]; μ est la conductivité moléculaire de la solution, qui varie, comme je l'ai montré précédemment, entre $\mu_A = 415$ et $\mu_B = 1340$; $x = \frac{\mu - \mu_A}{\mu_B - \mu_A}$ est le titre du système final, réalisé au temps t; la masse formée, en grammes par centimètre cube, est $m = \text{M}cx$; en désignant par $\text{M} = 373$ la masse moléculaire de l'acide tétrachloroplatinique $PtCl^4(OH)^2H^2$; enfin

$$K_2 = \frac{1}{\text{M}c}\,\frac{1}{t}\,\frac{x}{1-x}$$

est le coefficient de vitesse de la réaction supposée bimoléculaire totale.

Dans la plus longue de mes expériences $\left(\frac{t}{60} = 5700 \text{ min.}\right)$, μ a varié de 415 à 532, x a atteint 0,126 et K_2 s'est constamment maintenu entre 0,095 et 0,121, ces variations suivant exactement les variations de température qu'il m'était impossible d'éviter. A cette température, la réaction est très lente [4], puisqu'elle est effectuée à moitié en 26 jours et aux $\frac{9}{10}$ en 260 jours; c'est grâce à cette circonstance heureuse que j'ai pu nettement différencier les deux réactions.

---

(1) *Comptes rendus*, 1912 et 1913; *Annales de Physique*, juillet 1914.

(2) *Matière et Lumière* (*Annales de Physique*, janvier 1919).

(3) Je conserve les notations des précédentes Communications.

(4) Avec les rayonnements monochromatiques, facilement réalisables, la réaction photochimique est au moins 100 fois plus rapide.

J'ai fait pour diverses températures des expériences analogues ([1]), qui sont résumées dans le Tableau suivant :

θ.	T.	K_2.	$\log K_2$ observé.	$\log K_2$ calculé.	$\frac{d\log K_2}{dT}$.
12°,5.........	285,5	0,0130	−4,31	−4,31	0,0173
36...........	309	0,0242	−3,71	−3,71	0,0268
50...........	323	0,0520	−2,90	−3,00	0,0460
66...........	339	0,125	−2,20	−2,10	0,0764
80...........	353	0,358	+1,00	+1,00	0,1085
98...........	371	5,28	+1,66	+1,66	0,1546

La réaction est 400 fois plus rapide vers 100° qu'à la température ordinaire : elle est effectuée à moitié en 8 minutes et aux $\frac{9}{10}$ en 1 heure. $T = \theta + 273$ est la température absolue. $\log K_2$ se calcule en dérivant la formule que Van't Hoff avait donnée pour la constante d'équilibre isotherme, et que mon regretté ami René Marcelin ([2]) a étendue aux coefficients de vitesse ([3]), en donnant une expression de ce que M. Jean Perrin appelle *l'accélération thermique :*

$$\frac{d\log K_2}{dT} = \frac{A}{T^2} + \frac{B}{T} + C. \tag{1}$$

Comme l'avait prévu Marcelin par des considérations de mécanique statistique, A est grand par rapport à B et à C; et l'on déduit par intégration :

$$\log K_2 = -\frac{249,075}{T} - 1714,09\log T + 2,9655\,T + 9702,57.$$

Terminons par quelques remarques :

1° Dans *Matière et Lumière*, M. Jean Perrin admet que toute réaction chimique, s'effectuant dans un milieu nécessairement empli de rayonnement en équilibre statistique, est liée à l'absorption d'une radiation de fréquence ν, dite *fréquence efficace*, donnée par la relation ([4])

$$\nu = \frac{RT^2}{Nh}\frac{d\log K_2}{dT}, \tag{2}$$

([1]) Il est nécessaire d'opérer dans des tubes de quartz, car le verre est attaqué surtout à haute température et donne des anions HO^- qui modifient l'allure de la réaction.

([2]) Tué à l'ennemi le 25 octobre 1914.

([3]) *Annales de Physique*, 1914.

([4]) Les deux formules (1) et (2) ne sont pas identiques; la seconde revient à poser dans la première

$$B = C = 0 \qquad \text{et} \qquad A = \frac{Nh\nu}{R}$$

pour le terme principal A. Comme me le suggère M. Perrin, cette divergence pour-

où $h = 6,5 \times 10^{-27}$ est la constante de Planck, $R = 8,3 \times 10^7$ la constante des gaz, et $N = 7 \times 10^{23}$ le nombre d'Avogadro. On trouve, pour la température ordinaire, une fréquence $\nu = 4,6 \times 10^{14}$, c'est-à-dire une longueur d'onde $\lambda = 0^\mu,65$, située dans le spectre visible. Comme le fait remarquer M. Perrin (p. 31), ce fait semble lié à la sensibilité photochimique de la réaction.

2° D'autre part, on peut calculer, pour la même température, l'*énergie critique* relative E des molécules actives, c'est-à-dire le supplément d'énergie qu'elles doivent posséder, en plus de l'énergie qu'elles ont dans l'état moyen, pour être capables de réagir (Marcelin) :

$$E = \frac{RT^2}{N} \frac{d \operatorname{Log} K_2}{dT};$$

remarquons, incidemment, que cette énergie critique est égale à un quantum d'énergie $h\nu$ correspondant à la fréquence efficace. On trouve :

$$E = 1,67 \times 10^{-13} \text{ erg},$$

valeur qui est environ dix fois plus grande que l'énergie cinétique moyenne correspondant à un degré de liberté (2×10^{-14} erg).

3° Enfin, l'accélération thermique $\frac{d \operatorname{Log} K_2}{dT}$ est sensiblement la même, que la réaction s'effectue dans l'obscurité ou qu'elle soit liée à la présence d'un rayonnement de grande fréquence ; cette identité a été vérifiée pour quatre radiations ultraviolettes ($\lambda = 0^\mu,2536$; $\lambda = 0^\mu,2655$; $\lambda = 0^\mu,3100$; $\lambda = 0^\mu,3660$).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Températures critiques de dissolution dans l'aniline des principaux carbures d'hydrogène renfermés dans les essences de pétrole.* Note de MM. **G. Chavanne** et **L.-J. Simon**, présentée par M. Charles Moureu.

Lorsque deux liquides ne sont pas entièrement miscibles à la température ordinaire, il peut arriver, et c'est un cas assez général, qu'ils le deviennent

rait provenir de ce que sa théorie des réactions chimiques admet que la réaction n'est sensible qu'à une fréquence, ou, tout au moins, à une raie étroite, alors que l'hydrolyse étudiée est fortement accélérée dans le domaine d'une bande qui s'étend sur beaucoup plus d'un octave. La précédente expression de la constante A fournit une fréquence ($\nu = 5 \times 10^{15}$; $\lambda = 0^\mu,06$) située vers l'ultraviolet de Schumann et qui donne un ordre de grandeur admissible pour le centre de la bande efficace.

à une température plus élevée; cette température dépend de leur proportion. Mais il y a une température au delà de laquelle le mélange est homogène quelle que soit sa composition. Cette température, au delà de laquelle les deux liquides sont entièrement miscibles, est appelée par une analogie évidente, *température critique de dissolution* et représentée par le symbole abréviatif TCD.

Le Tableau suivant renferme les valeurs de la TCD avec l'aniline des constituants hydrocarburés essentiels ou les plus probables *des essences de petroles bouillant au-dessous de* 150°. Ces valeurs sont inscrites dans la dernière colonne. On y a joint les valeurs de la température d'ébullition sous la pression atmosphérique (3e colonne) (1) et celles de la densité (4e colonne).

Carbures acycliques saturés.

Isopentane...........	$CH^3—CH^2—CH(CH^3)^2$	27° - 29°	0,6394 (*)	77°
Pentane.............	$CH^3—(CH^2)^2—CH^2—CH^3$	35,8- 36,3	0,6454 (*)	72
Isohexane...........	$CH^3—(CH^2)^2—CH(CH^3)^2$	61,7- 62,4	0,658	73,8
Hexane..............	$CH^3—(CH^2)^3—CH^2—CH^3$	69	0,6638	69
Isoheptane..........	$CH^3—(CH^2)^3—CH(CH^3)^2$	90 - 91	0,6842	72,8
Heptane.............	$CH^3—(CH^2)^4—CH^2—CH^3$	98 - 98,3	0,6879	70
Isooctane...........	$CH^3—(CH^2)^4—CH(CH^3)^2$	116	»	74
Octane..............	$CH^3—(CH^2)^5—CH^2—CH^3$	125,8	0,7063	72

Carbures cycliques saturés.

Cyclopentane........	C^5H^{10}	49,5	0,750	18
Méthylcyclopentane...	$C^5H^9—CH^3$	72	0,7533	35
Cyclohexane.........	C^6H^{12}	80,8	0,7967 (*)	31
Diméthylcyclopentane.	$C^5H^8(CH^3)^2$	91 - 94	»	45
Méthylcyclohexane...	$C^6H^{11}—CH^3$	100,4	0,780 (*)	41
Diméthylcyclohexane.	$C^6H^{10}(CH^3)^2$	121,2-121,8	0,775	49

Carbures aromatiques.

Benzène.............	C^6H^6	80,2	0,899 (*)	»
Toluène.............	$C^6H^5—CH^3$	110,8	0,880 (*)	»
Xylènes.............	$C^6H^4(CH^3)^2$	138 -144	0,88-0,89(*)	»

Ces carbures sont entièrement miscibles à l'aniline.

(1) Dans ce Tableau, les densités suivies d'un astérisque sont relatives à la température de 0° par rapport à l'eau à 4°; les autres sont relatives à la température de 15° par rapport à l'eau à 4°.

Les carbures acycliques désignés par le préfixe *iso* sont, comme l'explicite la formule, les isomères substitués en α ou en 2.

Remarque I. — Les carbures acycliques linéaires ont des TCD dans l'aniline très voisines :

72 — 69 — 70 — 72 Moyenne : 71

Les carbures acycliques renfermant un groupe CH^3 substitué en β ont, de même, des TCD très voisines, mais sensiblement différentes des précédentes :

77 — 73,8 — 72,8 — 74 Moyenne : 74,4

Pour ces carbures, la propriété dont il s'agit paraît donc, dans chaque série, indépendante de la grandeur moléculaire; la comparaison des deux séries met au contraire en évidence l'influence de la structure.

Remarque II. — D'autre part, comme cela a déjà été signalé, la fonction chimique a une influence marquée sur la TCD. Pour ce qui nous intéresse ici, l'association de l'aniline, amine aromatique, avec un carbure aromatique, se trahit par la miscibilité parfaite des deux liquides aux températures considérées (¹) : on sait que la structure spéciale des dérivés aromatiques est, en effet, envisagée comme une véritable fonction chimique.

Cette fonction disparaît pour les produits de leur hydrogénation : corrélativement, le cyclohexane montre-t-il une TCD observable 31°, quoique notablement inférieure à celle de l'hexane normal 69°. Il en est de même du cyclopentane (18°) comparée à celle du pentane normal (72°).

La présence de substitutions méthylées dans ces carbures cycliques qui en fait des hybrides entre la série cyclique et la série acyclique, se traduit par des accroissements de TCD notables. Entre le cyclopentane et ses dérivés méthylés on enregistre une différence de TCD, respectivement de 17° et 10°, et de même pour le cyclohexane, alors que la différence entre homologues est beaucoup plus faible pour les carbures acycliques.

Remarque III. — D'une façon générale, le point d'ébullition et la densité s'élèvent parallèlement. Il y a lieu d'observer que *pour des carbures isomères la* TCD *et la densité suivent une marche inverse.*

Outre les comparaisons que permet de faire le Tableau précédent, cette remarque a été vérifiée sur une collection d'octanes ramifiés qui nous ont

(¹) L'allure de la TCD des carbures acycliques normaux avec l'aniline comporte un minimum pour l'hexane normal, c'est-à-dire pour le carbure renfermant le même nombre d'atomes de carbone que le solvant auquel il est associé.

été aimablement transmis par l'intermédiaire de l'Aviation américaine, et sur les trois diméthylcyclohexanes isomères que nous avons préparés avec les trois xylènes isomères.

Cette remarque a reçu une première utilisation pour déduire la valeur de l'iso-octane dont nous n'avons pas eu d'échantillon pur.

Pour y suppléer on a déterminé la TCD de son plus proche isomère, le 3-méthylheptane qui, d'après Lathamclarke, bout à 117°,6 et a la densité $d_{15}^{4} = 0,716$. On a trouvé pour cette TCD la valeur 72°. Or le 2-méthylheptane ou isoheptane bout à 116° et a la densité $d_{15}^{4} = 0,703$. Sa TCD, d'après la présente remarque, doit donc être supérieure à 72°.

D'autre part, la différence de TCD entre les carbures linéaires et leurs isomères en position 2 s'atténue avec l'augmentation du nombre d'atomes de carbone.

Isopentane et pentane normal..................	77° −72° = 5°
Isohexane et hexane normal....................	73°,8−69° = 4°,8
Isoheptane et heptane normal..................	72°,8−70° = 2°,8

L'octane normal synthétique ayant comme TCD 72°, l'iso-octane aura une TCD comprise entre 72° et 74°,8 plus voisine de cette valeur : c'est ainsi que nous avons adopté la valeur 74° inscrite dans le Tableau.

Pour toutes les autres valeurs qui y sont inscrites, nous avons préparé ou purifié avec le plus grand soin les échantillons nécessaires.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les systèmes chlore-acide hypochloreux-hypochlorite de soude.* Note de M. **de Mallmann**, présentée par M. H. Le Chatelier.

I. Si nous appelons x le Cl libre, y le Cl provenant du ClOH, z celui du ClONa existant dans une dissolution aqueuse à côté d'autres sels neutres (par exemple NaCl, ClO^3Na), on sait, d'après les réactions fondamentales de la chlorométrie, que le titrage d'un échantillon du mélange ternaire donnera la somme $x + 2y + 2z$.

Cette somme constitue ce qu'on est convenu d'appeler Cl *actif*. Nous avons été amenés à rechercher un procédé permettant d'obtenir les trois inconnues séparément.

L'idée la plus naturelle est de chercher un système de trois réactions donnant trois équations dont la résolution algébrique permettrait de tirer

x, y et z. Une première équation nous est fournie par le titrage du Cl actif,

$$x + 2y + 2z = \alpha. \tag{1}$$

Si nous effectuons ce titrage par la méthode iodométrique en ayant soin d'acidifier le mélange KI + prise d'essai par un volume connu de HCl *titré* $\left(\frac{N}{5}\text{ par exemple}\right)$, nous pourrons, après décoloration par l'hyposulfite, déterminer l'acidité résiduelle à la soude $\frac{N}{10}$. Cette différence correspond aux molécules d'alcali libérées par l'action de KI sur ClOH et ClONa,

$$y + 2z = \beta. \tag{2}$$

II. Ceci posé, nous pourrons résoudre le groupe précédent d'équations, si nous réussissons à éliminer physiquement une des inconnues. Or, on sait depuis longtemps que le Cl libre est balayé de ses solutions par un courant d'air, mais l'étude de cette séparation, en présence de ClOH et ClONa, ne paraît pas avoir été faite avec précision.

Nous avons donc entrepris des expériences systématiques qui nous ont permis d'établir les faits suivants :

1° Cl libre est entraîné quasi totalement dans un temps très court (5 minutes environ pour 50^{cm^3} à 100^{cm^3}), la présence ou l'absence de NaCl dans la solution ne modifient pas l'allure du phénomène;

2° *a.* ClOH, en solution aqueuse étendue, est relativement peu altéré par le barbotage de l'air, mais on constate un faible entraînement de Cl;

b. ClOH, en solution de même concentration mais contenant NaCl, s'altère d'une façon notablement plus rapide, l'air entraînant, dès le début, une proportion de Cl assez importante;

3° ClONa, en solution aqueuse pure, est très stable.

Nous avons ensuite déterminé la perte de Cl en fonction du *temps* de ventilation dans les mélanges de ces trois corps, en solution aqueuse ou de NaCl concentrée et nous avons tracé les courbes donnant respectivement la décroissance du Cl actif total $x + 2y + 2z$ et du Cl acidifié après traitement par H^2O^2

Voici les particularités présentées par les courbes se rapportant aux mélanges Cl + ClOH + ClONa + NaCl :

1° Elles sont sensiblement *parallèles*, la différence des ordonnées (qui représente $y + 2z$) est à peu près constante.

2° Elles présentent une pente *très forte* à l'origine, qui s'atténue très rapidement au voisinage de l'abscisse 5'. Cette pente correspond à la grande vitesse d'évacuation du Cl *libre*;

3° En dehors de ce petit segment initial à forte pente, l'inclinaison est faible sur tout le reste de la longueur. La courbe inférieure finit par se confondre avec l'axe des temps; l'acidité après H^2O^2 devient nulle, alors que la teneur en « Cl actif » reste encore importante et si l'on prolonge la ventilation la liqueur devient alcaline, ce qui prouve qu'en fin de compte elle ne renferme plus que ClONa et NaCl. La faible inclinaison de la courbe correspond à la décomposition *relativement* lente de ClOH.

III. Les résultats qui précèdent nous ont conduits à la méthode suivante pour déterminer séparément x, y et z.

On prend un échantillon du mélange sur lequel on détermine α et β au moyen des opérations indiquées plus haut.

Pendant ce temps on dispose un système de deux flacons barboteurs en série, le premier contenant un volume déterminé du mélange à étudier, le deuxième une solution concentrée de KI. Au moyen d'une trompe, on fait passer un courant d'air rapide et, au bout de 5 minutes au maximum, on dose à l'hyposulfite l'I libéré dans le deuxième flacon par le Cl entraîné. On obtient ainsi directement x, mais un peu surchargé par suite de l'entraînement partiel du Cl de ClOH. Toutefois, vu la différence très grande des vitesses d'évacuation du Cl sous la forme libre et sous la forme ClOH, l'erreur est faible et l'approximation suffisante.

On calcule alors facilement y et z et l'on peut vérifier le dosage par un traitement à $H^2 + O^2$ neutre. La méthode est très rapide : sans être rigoureuse, elle donne néanmoins des indications utiles.

IV. L'ensemble qui précède s'appuie sur un grand nombre de résultats expérimentaux, en particulier d'essais effectués sur des mélanges synthétiques de composition connue. Ceux-ci nous ont donné chaque fois un accord satisfaisant entre le calcul et l'expérience. Leur étude nous a conduit enfin à grouper toutes nos observations dans une interprétation générale que nous donnerons en terminant. Quand on mélange Cl, ClOH et ClONa, il se produit en réalité la réaction réversible :

$$Cl^2 + Cl\,O\,Na + H^2O \rightleftharpoons 2\,Cl\,OH + Na\,Cl.$$

L'existence de cette réaction entraîne les conséquences suivantes :

1° Un mélange réalisé à partir de solutions pures Cl et ClONa de teneur connue, doit sembler *fixer* du Cl;

2° La quantité de Cl ainsi stabilisée doit être fonction du rapport $\frac{\mathrm{Cl}}{\mathrm{ClONa}}$ des quantités mélangées et décroître quand ce rapport croît;.

3° Cette fixation apparente de Cl ne doit pas se produire dans les mélanges Cl + ClOH, si bien qu'en acidifiant un mélange Cl + ClONa par SO^4H^2 on doit pouvoir effectivement récupérer tout le Cl libre;

4° Un mélange binaire de ClOH + NaCl doit perdre du Cl par simple ventilation, et cela plus nettement que ClOH en solution aqueuse pure;

5° A la longue, le mélange précédent doit perdre toute son acidité, mais conserver une proportion notable de « Cl actif » provenant du ClONa;

6° Le Cl actif *total* (entraîné et résiduel) doit *croître* par simple ventilation, par suite de l'intervention du NaCl primitivement inactif.

C'est précisément l'observation de tous ces faits qui nous a conduit à l'hypothèse de la réaction réversible écrite plus haut.

GÉOLOGIE. — *Sur le dôme de Noisy-les-Bains et la plaine d'effondrement de l'Habra (Algérie).* Note de M. **Dalloni**, présentée par M. Pierre Termier.

Les environs de Noisy-les-Bains ont fait l'objet, il y a une vingtaine d'années, d'une série de travaux consacrés à l'étude du Trias de cette localité, située à 12^{km} de la mer, au sud de Mostaganem.

Ce terrain y est constitué, dans le Djebel Chegga, par une masse gypseuse que traversent plusieurs pointements ophitiques et dans laquelle s'intercalent quelques bancs de calcaire noir, dolomitique, de cargneules et de calcaire jaune en plaquettes sur lesquelles M. Flamand a observé des empreintes de Myophories.

En dehors des assises précédentes, et d'un lambeau de grès et de schistes qui avait été attribué à tort au Crétacé et qui est plus récent, on ne connaissait guère jusqu'ici, dans la même région, que le Néogène, qui entoure complètement le massif triasique; cependant, on y rencontre d'autres formations, très bien caractérisées, quoique à l'état de lambeaux sporadiques, très exigus, mais incontestablement en place :

C'est d'abord le Lias, représenté par des calcaires compacts rougeâtres, analogues aux calcaires liasiques du massif d'Arzeu et qu'on peut observer

sous le marabout du Chegga; au contact de l'ophite, la roche est piquetée de cristaux de dipyre.

Le Crétacé inférieur existe sur le flanc nord-ouest du massif gypseux, au-dessus du cimetière de Noisy; il comprend des marnes feuilletées, jaunâtres, en lits presque verticaux, à la surface desquels on voit des empreintes d'ammonites : c'est exactement le faciès des marnes barrémiennes d'Arzeu et du Sahel d'Oran.

Enfin, des marnes schisteuses foncées, associées à des grès durs, quartziteux, représentent l'Eocène supérieur du littoral (Medjanien), où il affleure près de Mostaganem, pour se poursuivre dans la chaîne du Dahra.

Le grand axe du massif gypseux est orienté NE-SW. Les calcaires triasiques qui s'y intercalent sur ses deux flancs, ainsi que les assises des divers terrains dont il vient d'être question, plongent uniformément au Nord. Le Djebel Chegga est donc constitué par un dôme triasique dans lequel s'enracinent des lames synclinales de terrains plus récents; ces plis sont déversés au Sud, où ils chevauchent les formations miocènes qui bordent le massif.

Cette série néogène qui enveloppe le noyau ancien est également plus complexe qu'on ne pensait. Les grès pliocènes du plateau de Mostaganem, correspondant à l'Astien, couronnent le Djebel Chegga et s'étendent largement au Nord jusqu'à la mer : c'est une couverture gréso-sableuse à peine ondulée, faiblement disloquée. Le Sahélien comprend des marnes blanches à tripoli et silex ménilite. Le Tortonien, surtout développé à l'est de Noisy, est représenté par des couches vaseuses à Foraminifères et *Pycnodonta cochlear* Poli var. et des grès tendres, riches en Bryozoaires et en Pectinidés.

Dans le mamelon d'Aïn-Sidi-Chérif, les grès tortoniens sont très relevés et oscillent autour de la verticale en englobant plusieurs lambeaux de gypse triasique dont ils sont séparés, d'ailleurs, par quelques bancs très réduits et disloqués des mêmes formations crétacées et éocènes dont j'ai indiqué l'existence au Djebel Chegga. La structure du dôme de Noisy se retrouve donc à l'est de ce massif et se poursuit clairement sous les alluvions de la dépression des Ouled Hamdane, qui le séparent d'Aïn-Sidi-Chérif. Ainsi, il y a dans cette région une série d'anticlinaux à axe triasique, sur le pourtour desquels des auréoles de Lias, de Crétacé et d'Éocène sont réduites à l'état de lames étirées et faillées; chacun de ces bombements se présente comme un véritable noyau instrusif, antérieurement plissé et consolidé, puis refoulé à travers le Miocène qui l'enveloppe et

dont les assises, relativement plastiques, sont bouleversées près du contact.

D'autres faits importants sont en rapport avec ces dislocations récentes. Une traînée de roches basaltiques, dont on ne connaissait pas encore l'existence dans cette région, jalonne une cassure qui peut se suivre, dans les marnes et les grès du Tortonien, sur plus de 3 kilomètres entre le Chabet Sidi-Moussa et Aïn-Sidi-Chérif; elle se prolonge certainement de part et d'autre à la bordure nord de la plaine, où les dépôts alluvionnaires masquent son parcours.

J'ai déjà attiré l'attention sur l'intérêt que présentent des basaltes, signalés depuis 1889 par MM. Curie et Flamand entre Perrégaux et Sahouria, et qui sont injectés sous les grès astiens relevés à la verticale, à la limite sud de la même plaine; le Pliocène supérieur est lui-même redressé et renversé, entre Perrégaux et St-Denis-du-Sig; aussi ai-je admis que la chaîne médiane de l'Atlas est bordée au Nord comme elle l'est au Sud (plaine d'Eghris) par des zones d'effondrement.

Il en est de même pour la chaîne littorale; on sait qu'à une date récente son axe paléozoïque s'est en grande partie englouti sous la mer. Sur son versant Sud, l'affaissement, moins marqué, a abouti à la formation d'une grande dépression, bordée par des lignes de fracture, par lesquelles des roches éruptives ont pu s'élever; il n'est pas douteux qu'il faille appliquer la même conclusion à la grande plaine qui prolonge celle de l'Habra vers l'Ouest, où se trouve le centre volcanique important d'Aïn-Temouchent.

L'influence de l'affaissement de ces longs compartiments de terrains tertiaires, au pied des chaînes du Tell, se retrouve dans certaines particularités structurales de celles-ci. Au Sud, la tête des plis de la bande néogène, comme l'anticlinal du Dj. Touakas par exemple, est parfois légèrement déversée au Nord, c'est-à-dire vers la plaine, contrairement à l'allure générale des plis de cette région. Au Nord, quelques complications tectoniques, comme le chevauchement du Miocène supérieur par le Trias et l'apparente intrusion des noyaux anciens dans ces couches récentes, doivent être en relation avec le mouvement positif qui a marqué le début du Pliocène; mais ici ces dislocations, comme les accidents posthumes datant de la fin de la même période, n'ont fait qu'accentuer, au lieu de les déformer, les traits, déjà anciens, de la structure de l'Atlas.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le rôle de l'assise nourricière du pollen.* Note de M. M. Mascré, présentée par M. Guignard.

L'étude que nous avons faite de l'étamine des Solanées nous a permis de compléter et de préciser sur plusieurs points les résultats déjà connus concernant le développement et le rôle de l'assise nourricière ou « tapis ». Nous exposons dans cette Note nos observations sur l'étamine du *Datura arborea* L. (*Brugmansia candida* Pers.).

La première division de l'assise sous-épidermique, dans l'anthère jeune, donne les cellules initiales du pollen; l'assise externe née de cette division donnera naissance aux assises nourricière, transitoire et pariétales. L'assise nourricière est formée dès son premier cloisonnement. A la face interne du sac pollinique, l'assise nourricière provient de la transformation des cellules adjacentes du connectif. Cette transformation est très précoce; les cellules nourricières, en cette région, prennent leurs caractères particuliers avant que les cloisonnements pariétaux ne soient achevés et le tapis interne présente toujours une certaine avance sur le tapis externe.

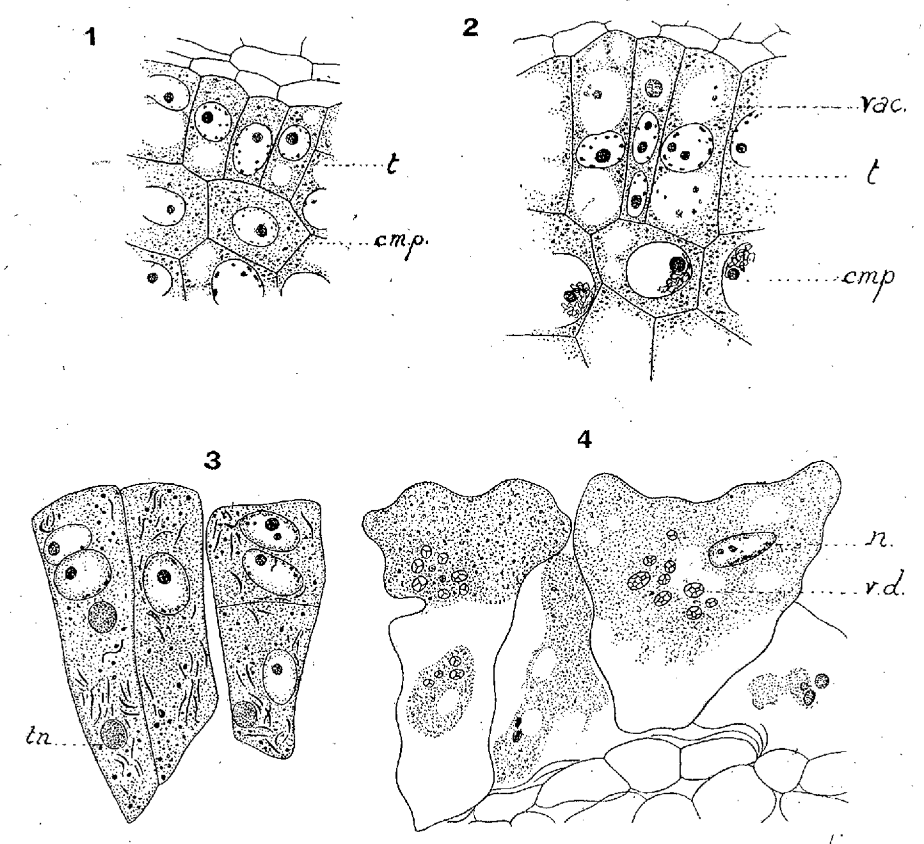
De très bonne heure (*fig.* 1), les cellules nourricières sont remarquablement riches en protoplasme finement granuleux et vacuolaire. Le noyau, très chromatique, possède un nucléole volumineux. Au moment où les cellules mères du pollen sont au stade synaptique (*fig.* 2), le protoplasme des cellules nourricières renferme des granulations graisseuses; les vacuoles sont volumineuses et il s'y précipite des granulations comparables aux *corpuscules métachromatiques* de Dangeard. Le noyau est souvent déformé par compression entre les vacuoles; il possède plusieurs nucléoles; quelques cellules sont déjà binucléées. Nous n'avons pas observé, ici, de chondriome bien défini.

Dans la figure 3 (correspondant au moment où se forment les tétrades polliniques), les cellules du tapis ont toutes au moins deux, certaines quatre noyaux, toujours normaux et très chromatiques. Le cytoplasme est profondément modifié. Les vacuoles ont disparu; on observe un chondriome bien différencié, représenté surtout par des chondriocontes, accompagnés de granulations mitochondriales. L'apparition du chondriome a donc succédé ici à la disparition des vacuoles à contenu métachromatique. Ce phénomène est à rapprocher des observations de Dangeard ([1]). On trouve,

---

([1]) Dangeard, *Sur la nature du chondriome et son rôle dans la cellule* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 439).

d'autre part, dans les cellules, des granulations graisseuses et des grains d'amidon très petits, souvent aussi des corpuscules, probablement de nature tannoïdique, qu'on retrouve en même temps dans l'épiderme staminal.



Anthère du *Datura arborea* L. (*Brugmansia candida* Pers.). — 1, 2, anthère jeune : *t*, tapis; *c. m. p.*, cellules mères polliniques; *vac.*, vacuole. — 3, cellules nourricières au moment de la formation des tétrades polliniques : *tn*, corpuscules tannoïdiques. — 4, cellules nourricières au début de leur dégénérescence : *n*, noyau; *v. d.*, vésicules deutoplasmiques. Gr. = 750.

Lorsque le grain de pollen possède déjà une exine bien différenciée, l'aspect des cellules nourricières s'est encore modifié (*fig.* 4). La membrane cellulaire s'est légèrement subérisée; l'assise transitoire a disparu; les cellules se dissocient plus ou moins. Presque partout, les noyaux ont disparu : ceux qui subsistent sont petits, déformés, sans nucléole distinct,

pauvres en chromatine. Leur disparition est toujours précédée de la fusion préalable, deux à deux, des noyaux préexistants. Les noyaux conjugués ainsi formés présentent souvent un aspect amiboïde particulier. Nous reviendrons plus tard sur les phénomènes nucléaires.

Dans les cellules, on trouve d'énormes vacuoles séparant des plages irrégulières de protoplasme; il n'y a pas de chondriocontes. On observe encore des granulations graisseuses, un peu d'amidon et de nombreuses vésicules. Celles-ci, d'abord isolées, se fusionnent souvent ensuite pour donner les éléments représentés dans la figure 4; elles ont une membrane qui se colore fortement par le violet cristal; nous les considérons comme au moins très voisines des « vésicules deutoplasmiques » signalées par Orman ([1]) dans le sac embryonnaire des Liliacées.

Le tapis achève rapidement sa dégénérescence et n'est bientôt plus représenté que par les cadres vides, affaissés, de ses cellules.

L'examen d'autres genres confirme les résultats très résumés que nous venons d'exposer; ceux-ci permettent de concevoir plus nettement qu'on ne l'a fait jusqu'à présent la signification et le rôle du tapis. Entourant de très bonne heure le massif pollinique, il n'est pas simplement traversé par le courant nutritif. Il accumule d'abord les substances nutritives à l'état dissous dans les vacuoles primitives; puis il les transforme; il élabore des graisses, de l'amidon, des vésicules deutoplasmiques; à cette phase d'élaboration correspond un chondriome bien différencié; dans la dernière phase de son évolution, il livre au pollen les matières élaborées, puis dégénère. Les modifications nucléaires sont en rapport étroit avec cette évolution fonctionnelle. Il y a multiplication des noyaux pendant la période d'accumulation des réserves; il y a fusion ultérieure des noyaux lorsque la cellule s'appauvrit : phénomène généralement observé chez les cellules affamées.

Ainsi, le tapis est bien défini physiologiquement par son rôle nourricier, sécréteur, et répond au cours de son évolution aux lois générales de la biologie cellulaire.

([1]) Orman, *Recherches sur les différenciations cytoplasmiques chez les végétaux* (*La Cellule*, t. 28, 1913, p. 365).

PSYCHO-PHYSIOLOGIE. — *Du rôle joué par les pertes physiologiques d'énergie dans la relation qui unit le temps de latence sensorielle à l'intensité de l'excitation.* Note (¹) de M. **Henri Piéron**, présentée par M. Charles Richet.

En étudiant la décroissance du temps de latence de la réaction à une excitation sensorielle, en fonction de l'augmentation d'intensité de cette excitation, à partir de sa valeur liminaire prise pour unité, j'ai été conduit à une expression générale de la loi qui relie les temps de latence des diverses sensations aux intensités excitatrices, expression générale de forme $y = \frac{a}{x^n}$, dans laquelle y figure le temps, x l'intensité, enfin a et n des constantes, représentant : la première, la longueur du temps au seuil; la seconde, un coefficient de rapidité de la décroissance initiale du temps.

Mais reportons-nous à la loi de Hoorweg-Weiss, d'après laquelle l'énergie liminaire [la plus petite quantité d'énergie (produit de l'intensité par le temps) nécessaire pour atteindre le seuil de l'excitation d'un nerf moteur (seuil déterminé par la plus petite contraction musculaire enregistrable)] doit croître avec le temps, c'est-à-dire avec la durée d'excitation : cette loi s'exprime sous la forme suivante :

$$et = a + bt,$$

dans laquelle e figure l'intensité, t le temps, a et b des constantes, représentant : a, la quantité d'énergie liminaire minima pour les durées d'excitation infiniment courtes; et b, l'appoint énergétique nécessaire pour compenser la fuite physiologique d'énergie au cours du temps.

De cette relation on peut tirer, pour une intensité donnée, la durée nécessaire de l'excitation jusqu'à ce que le seuil soit atteint. A vrai dire, il n'est pas certain que cette durée puisse se confondre exactement avec un temps de latence. En effet, lorsque l'excitation cesse, le phénomène physiologique qu'elle a déclenché peut continuer à croître encore, pendant un temps extrêmement court d'ailleurs, avant de décroître, comme l'ont établi des expériences sur la sensation lumineuse. Toutefois, cette différence des deux temps, étant minime, peut être négligée en première approximation.

(¹) Séance du 26 mai 1919.

La loi de Hoorweg-Weiss (retrouvée par Blondel et Rey pour la sensation lumineuse) n'est, comme l'a bien montré Lapicque, qu'une loi approchée, mais dont l'approximation est suffisante pour nos recherches. Elle nous donne la relation suivante entre le temps de latence et l'intensité de l'excitation : $t = \frac{a}{e - b}$, ou $y = \frac{a}{x - b}$, si nous substituons aux symboles t et e nos symboles, précédemment employés, y et x.

L'application de cette formule à des chiffres très précis de Lapicque, sur l'excitabilité musculaire du gastrocnémien de la Grenouille, m'a donné un écart moyen de 1,3 pour 100. On voit que l'approximation est suffisante.

J'ai cherché à comparer, avec le même mode d'excitation, le comportement de la décroissance du temps de latence sensorielle, et j'ai fait une série de recherches sur les temps de réaction à l'excitation électrique cutanée.

J'ai employé, avec une résistance de lampes, le réducteur de potentiel de Lapicque monté sur courant continu à 110 volts. J'ai fait une première série de déterminations par fermeture unique de courant, l'électrode négative active étant à la face antérieure de l'avant-bras gauche et l'électrode positive dans la paume de la main gauche.

Dans une deuxième série d'expériences était intercalé, sur le circuit d'utilisation, un diapason à archet de Guillet, de 50 vibrations doubles, à double circuit, ce qui rend l'entretien indépendant, selon la modification de Lapicque.

Le seuil, dans la série de mesures faites avec fermeture unique, fut obtenu pour une intensité de $0^{ma},275$, avec un voltage d'environ 12 volts (allant, suivant les excitations, de 11,5 à 13 volts).

Les temps de réaction peuvent être divisés en deux parts, une constante k vers laquelle ils tendent quand l'intensité augmente, et qui représente l'ensemble des processus réactionnels, ceux-ci étant suffisamment stables, et une variable, fonction de l'intensité excitatrice, représentant le temps de latence sensorielle, la réaction se produisant dans des conditions sensiblement identiques, dès que l'excitation est perçue, dès que le seuil de la sensation est atteint.

Les temps obtenus s'ordonnent suivant une courbe empirique qui peut, en adoptant le même type de formule que dans mes recherches antérieures, être interpolée par l'équation $y = \frac{a}{x^2} + k$.

Mais il se trouve que la formule déduite de la loi de Hoorweg-Weiss se montre valable et que l'on peut interpoler avec l'équation $y = \frac{a}{x - b} + k$

En employant l'excitation électrique interrompue, la courbe empirique peut être interpolée par la formule $y = \frac{a}{x} + k$, c'est-à-dire que la constante b devient négligeable.

Le seuil était obtenu, avec cette méthode, pour une intensité apparente de $0^{ma},100$, sous 6 ou 6,5 volts, la durée du passage étant sensiblement égale à la durée de l'interruption (10σ). Cette intensité apparente correspondait à une intensité réelle de $0^{ma},220$ à peu près d'après des déterminations effectuées dans des conditions expérimentales identiques, avec un voltage donné et une résistance connue : l'intensité apparente atteignait en effet un peu plus des $\frac{45}{100}$ de l'intensité réelle.

La comparaison des valeurs calculées (y_2, y_3) et des valeurs observées (y_1) des temps pour les diverses intensités multiples du seuil (x) donne les résultats suivants :

Excitation interrompue.

$y_2 = \frac{a}{x} + k$, $a = 225$, $k = 150$.

x.	y_1.	y_2.
1	375,4	375
1,5	304,1	300
2	245,8	262,5
2,5	223,3	240
4	202,8	206,2
5	207,4	195
7,5	199,5	180
10	172,8	172,5
15	170,8	165
20	161,1	161,2

Écart moyen pour 100 : 2,72

Excitation continue.

$y_2 = \frac{a}{x^3} + k$, $a = 88$, $y_3 = \frac{a}{x-b} + k$, $a = 36$, $b = 0,40$.

x.	y_1.	y_2.	y_3.
1	243,5	243	244
2	176,8	177,0	176,5
5	157,1	158,5	161,8
10	158,8	155,8	157,7
20	155,4	155,2	155,8

Écart moyen pour 100 : 0,59 (y_2). Écart moyen pour 100 : 0,78 (y_3).

Ainsi le renouvellement de l'excitation, ravivée à chaque coupure, tend à diminuer, à annuler pratiquement, dans des limites naturellement assez étroites de durée, la fuite physiologique d'énergie (constante b) qui apparaît nettement dans le cas de l'excitation continue; et cette différence entraîne une modification dans l'allure de la courbe de décroissance des temps de latence : la durée liminaire est plus grande, la phase de sommation efficace étant allongée, et la décroissance est plus lente

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Interversion du saccharose par ionisation mécanique de l'eau.* Note de MM. **J.-E. Abelous** et **J. Aloy**, présentée par M. Charles Richet.

L'interversion du saccharose en solution aqueuse nécessite l'ionisation de l'eau. L'eau distillée pure n'est que très faiblement ionisée, comme on

le sait. On peut augmenter notablement sa concentration en ions $\overset{+}{H}$ et $\overset{-}{OH}$ en la soumettant à de simples actions mécaniques, en particulier à la pulvérisation, comme l'ont montré les recherches de MM. Bloch, M. de Broglie et Brizard [1]

Il était dès lors à prévoir que la simple pulvérisation mécanique d'une solution de saccharose dans l'eau distillée donnerait une certaine quantité de sucre interverti. C'est, en effet, ce qui a lieu.

Toutes les expériences ont été faites à la température du laboratoire (19°), au moyen d'un pulvérisateur de Richardson (métal, verre ou ébonite). Le liquide pulvérisé était projeté dans un ballon tubulé. L'action due à l'écrasement des gouttes (effet Lénard) s'ajoutait ainsi à l'effet dû à la rupture des surfaces liquides à l'extrémité du pulvérisateur.

Une solution de saccharose dans l'eau distillée (sucre 5^g, eau 100^{cm^3}) a donné, après 5 passages au pulvérisateur, $0^g,060$ de sucre interverti, évalué en glucose. L'interversion a été sensiblement la même que pour une solution semblable additionnée de 4 gouttes d'acide chlorhydrique pur et abandonnée au repos à la même température et pendant le même temps (40 minutes).

Une solution témoin dans les mêmes conditions n'a fourni que des traces indosables de sucre interverti.

L'addition d'un électrolyte (NaCl, KCl) en solution $\frac{n}{10}$ augmente sensiblement l'interversion.

Si l'on mélange un certain nombre d'électrolytes, l'action hydrolysante de la pulvérisation est considérablement accrue.

Ainsi en employant comme solvant le liquide de Ringer-Locke (formule Hédon-Fleig), on obtient, après 5 passages au pulvérisateur, une proportion de sucre interverti 1,4 fois plus forte qu'avec l'eau pure. Le résultat est encore meilleur si l'on introduit une trace de sulfate de zinc et mieux une trace de sulfate de zinc et une trace de sulfate de manganèse.

Dans le premier cas, l'inversion est 1,71 et, dans le second, 2,8 fois plus forte que dans l'eau pure. De même, en ajoutant au liquide de Locke *un cent millionième* de chlorhydrate d'adrénaline, l'hydrolyse du saccharose est à peu près 2 fois plus forte.

Par contre, si l'on ajoute au liquide de Locke une trace de cyanure de

---

(1) *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 694, 767, 969.

potassium, d'acide cyanhydrique ou de nitrate d'argent, il ne se fait plus d'interversion.

En remplaçant le liquide de Locke par le liquide de Raulin, la quantité de sucre interverti obtenue est également beaucoup plus grande qu'avec l'eau pure (2,1 fois plus). Cette même solution non pulvérisée ne donne, au bout du même temps et à la même température, qu'une inversion beaucoup plus faible.

Si l'on soustrait au liquide de Raulin successivement ses divers composants minéraux, on constate une diminution de l'interversion.

	Pour 100.
La suppression du zinc la diminue de	48
» du fer, de	19
» des sels ammoniacaux, de	62
» des sels de potassium, de	44
» du silicium, de	56

Ces faits sont à rapprocher des résultats obtenus par Raulin dans ses célèbres expériences sur l'*Aspergillus niger*. Les composants minéraux qui favorisent le développement de la moisissure favorisent également l'ionisation de l'eau et l'inversion du saccharose. Dès lors, on peut penser que l'action favorisante observée par Raulin sur l'*Aspergillus niger* est, pour une grande part, la conséquence de l'action ionisante qui active l'inversion et diminue ainsi le travail que la plante doit fournir pour l'assimilation de la substance sucrée.

Les antiseptiques qui entravent le développement de l'*Aspergillus* empêchent également l'hydrolyse du saccharose. Des traces infinitésimales de nitrate d'argent la font disparaître; le cyanure de potassium *au milliardième* la diminue de 60 pour 100; une trace d'iode, de 54 pour 100; le phénol à 5^{cg} pour 100; de 76 pour 100; une goutte d'une solution de bichlorure de mercure à 1 pour 1000 la supprime complètement (¹).

Ces antiseptiques paraissent agir sur la molécule de saccharose pour la rendre plus réfractaire à l'attaque des ions H et OH. De fait, le pouvoir rotatoire d'une solution de saccharose diminue nettement quand on ajoute une trace de ces substances : de 2°,7 pour le cyanure de potassium, de 2°,2 pour l'iode et de 2°,5 pour le bichlorure de mercure.

(¹) Voir aussi, sur l'action des doses faibles : CHARLES RICHET, *Action des doses minuscules de substances sur la fermentation lactique* (*Trav. du Lab. de Physiologie*, t. 6, 1909, p. 294-372).

Les antiseptiques n'agiraient donc pas seulement sur la cellule vivante et ses diastases, mais aussi sur la substance même que ces diastases doivent transformer.

Si l'on multiplie les pulvérisations, on n'observe pas un accroissement constant du sucre interverti. Sa quantité croît d'abord jusqu'à la cinquième ou sixième pulvérisation, puis elle décroît notablement pour croître de nouveau, diminuer et augmenter au cours des pulvérisations suivantes, et ainsi de suite, pendant de longues heures. La courbe est une sinusoïde un peu irrégulière. La diminution du sucre interverti n'implique pas une glycolyse, car on trouve le même pouvoir réducteur quand on intervertit à chaud par un acide la solution aussi bien au moment des maxima que des minima. Il s'agit peut-être là de phénomènes de réversibilité compliqués par la formation de produits d'hydrolyse inégalement réducteurs. Mais ce n'est là qu'une hypothèse que seules des expériences plus précises pourront permettre de confirmer ou d'infirmer.

ZOOLOGIE. — *Sur le déterminisme des deux modes de reproduction d'une Planaire :* Polycelis cornuta *Johnson*. Note de M. A. Vandel, présentée par M. Yves Delage.

Polycelis cornuta Johnson présente deux modes de reproduction, l'un par voie sexuée avec œufs pondus au nombre de 15 à 20 dans un cocon, l'autre par voie asexuée. Ce dernier mode consiste en une scission transversale qui se produit, en général, dans la partie postérieure de l'animal, mais qui peut parfois atteindre le milieu du corps et intéresse alors la région pharyngienne. Les deux fragments complètent ensuite les parties manquantes, cela d'autant plus vite que la température est plus élevée.

La scission est un phénomène très rapide, une sorte de déchirement brusque (moins de 1 heure); il n'y a aucun bourgeonnement, ni aucune différenciation préalables des organes; la partie détachée constitue, non un bourgeon, mais un simple fragment. Il s'agit là d'une autotomie qui n'est devenue un mode normal de reproduction que grâce au grand pouvoir de régénération que possèdent ces animaux (*augmentation* de Kennel et de Lang; *architomie* de Wagner).

La scission est indépendante de l'action des ganglions cérébroïdes; elle se produit même chez des animaux décapités.

Il était intéressant de rechercher le déterminisme de ce phénomène. Voigt, à la suite d'observations presque exclusivement faunistiques, était

arrivé à la conclusion que ce mode de reproduction dépendait du climat et des influences locales, la scission transversale ayant principalement lieu l'été et dans les endroits plutôt chauds.

Tout en poursuivant les observations dans la nature, j'ai étudié d'une façon expérimentale, et par le procédé des cultures, le déterminisme des deux modes de reproduction de *Polycelis cornuta*.

I. Déterminisme de la scission transversale. — *a. Nourriture.* — L'abondance de la nourriture ne semble pas avoir une influence immédiate sur la scission.

b. Asphyxie. — Le manque d'aération n'intervient pas non plus pour déterminer la division.

c. Température. — La température est le facteur qui agit avec le plus de netteté sur le phénomène. Au-dessous de 5°, je n'ai jamais observé de scission; de 5° à 10°, la division est peu fréquente; de 15° à 20°, elle se produit (sous les réserves qui seront indiquées ci-dessous) avec une particulière rapidité et une remarquable constance. Transportés brusquement à une température de 20° à 25°, les animaux meurent en général rapidement, mais soumis à une élévation thermique progressive, ils peuvent s'adapter et vivre longtemps à ces températures élevées; dans ces conditions, les animaux ne se divisent pas. La division transversale, comme beaucoup d'autres phénomènes biologiques, augmente donc de fréquence et de rapidité avec la température, puis cesse au delà d'un maximum très voisin de l'optimum, qui est d'environ 20° dans le cas présent.

d. État interne de l'animal. — Au début de mes expériences, j'obtenais des résultats très différents, suivant les individus, et il me semblait impossible d'établir des règles fixes. J'ai alors recherché l'origine de ces différences individuelles.

La taille ne donne aucune indication précise, car il n'y a pas un rapport étroit entre elle et l'état d'évolution des organes internes.

L'état de l'appareil génital est au contraire de première importance, mais là encore, il y a à distinguer. Ovaires et testicules, qui existent déjà chez des animaux relativement jeunes, n'empêchent pas du tout la division, et la plupart des animaux en reproduction scissipare sont pourvus de glandes sexuelles. Mais, d'une façon tout à fait générale, *les animaux possédant des organes copulateurs plus ou moins développés ne se coupent jamais*. Ce n'est que dans des cas très rares que j'ai vu de ces individus subir la

division transversale; et le processus semble être alors plutôt pathologique, car souches et fragments sont tous morts peu de temps après s'être isolés. Ces observations prouvent que ce qui empêche la fragmentation de l'individu, ce n'est point la présence de glandes génitales elles-mêmes, mais bien plutôt l'existence d'organes musculaires et résistants qui s'opposent au déchirement des tissus.

La reproduction sexuée et l'autotomie, devenue secondairement ici processus de multiplication, sont ainsi des phénomènes différents ne se superposant généralement pas, mais qui, dans certains cas, rares et exceptionnels, il est vrai, peuvent coexister.

2. Déterminisme du développement des organes génitaux (*gonades et appareils copulateurs*). — Il devenait ainsi intéressant et indispensable pour compléter l'étude du déterminisme de la division transversale de rechercher les conditions de développement des organes génitaux et spécialement des organes copulateurs. Plusieurs auteurs (Stoppenbrinck, Schultz, Berninger) ont montré que l'inanition amène la disparition à peu près complète des organes génitaux; mais l'expérience inverse n'avait jamais été réalisée. J'ai donc cultivé, en leur fournissant une abondante nourriture, un certain nombre de *Polycelis cornuta* dépourvus, au début de la recherche, d'organes génitaux, ou tout au moins d'organes copulateurs. Les résultats ont été très différents suivant les températures auxquelles étaient soumises les Planaires. — De 0° à 3°, il n'y a eu aucun développement. De 5° à 10°, il y a eu, au bout de un à deux mois, multiplication des glandes génitales, formation d'organes copulateurs et, par suite, évolution de l'animal vers la reproduction sexuée. De 10° à 16°, ce développement des organes génitaux est au contraire arrêté, et les individus se divisent de façon constante et répétée, comme il a été dit plus haut. Mais ceux que l'on continue à maintenir longtemps dans ces conditions, en leur fournissant une abondante nourriture, prennent un aspect tout spécial : ils grossissent rapidement; leurs cœcums intestinaux restent peu volumineux; par contre, le parenchyme prend un très grand développement, ce qui donne à l'animal une couleur blanchâtre carastéristique. Les glandes sexuelles restent à un état jeune, et les organes copulateurs ne se différencient pas.

On a là un exemple net d'une évolution différente des organes suivant les conditions de température dans lesquelles croît l'animal. — Au point de vue physiologique, les deux catégories d'individus se comportent différemment. Les animaux des cultures froides sont toujours beaucoup plus

résistants que ceux des cultures chaudes aux différents agents extérieurs : asphyxie, haute température, etc. La présence de parenchyme semble entraîner un affaiblissement du métabolisme, une sénescence physiologique.

En résumé, les deux modes de reproduction de *Polycelis cornuta*, déterminés par des facteurs différents, peuvent exister successivement chez le même individu suivant les conditions de vie, mais ne coïncident que dans des cas rares et exceptionnels.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Sur les néo-formations d'origine chorio-ectodermique dans les tumeurs du testicule.* Note de MM. **Hartmann** et **Peyron**, présentée par M. Quénu.

Les tumeurs à tissus complexes du testicule sont moins favorables que celle de l'ovaire pour la mise en évidence des diverses ébauches blastodermiques ou organoïdes constituant les embryomes. Par contre, les néoformations du trophoblaste y sont plus fréquentes. Sur 47 tumeurs du testicule humain que nous avons pu étudier histologiquement, nous les avons rencontrées 27 fois.

13 fois elles présentaient l'aspect bien connu du placentome utérin avec des cellules de Langhans, du syncytium, des cellules choriales migratrices, des traînées de fibrine et des métastases hémorragiques. Ces dispositions histologiques confirment la conception de Schlagenhaufer, qui les fait dériver d'un embryome, et nous permettent de rejeter l'origine vasculaire (sarcome angioplastique) admise autrefois par Malasséz.

Nous écartons de même l'hypothèse de Wlassow, qui voyait simplement dans ces tumeurs une variété spéciale d'epithelioma (epithelioma dit *syncitial*) développée aux dépens d'ébauches embryonnaires du testicule. La néoplasie présente les caractères morphologiques du placenta normal et, de plus, s'accompagne quelquefois d'une hypertrophie mammaire avec production de colostrum semblant correspondre à l'action d'une sécrétion endocrine. Dans 14 cas, les tumeurs correspondaient à des choriomes, variété dans laquelle la prolifération trophoblastique garde un type embryonnaire peu différencié, sans réaliser l'aspect placentaire adulte. Ce type est moins facile à interpréter et a été jusqu'ici presque complètement méconnu. La néoformation choriale a pour point de départ des microkystes qui sont répartis d'une façon irrégulière au milieu d'autres formations épithéliales kystiques, d'origines diverses (endodermique, ectodermique, neuro-épendymaire, amniotique, allantoïdienne).

La configuration de ces cavités kystiques choriales et la constitution de leur paroi sont des plus variables. Les parois kystiques présentent une série de dispositions dont les plus fréquentes sont les suivantes :

1° Revêtement irrégulièrement plissé à la façon des franges d'une môle hydatiforme. A l'une des extrémités, on trouve des cellules cubiques, tandis qu'à l'autre s'accuse un contraste entre une formation pluri-stratifiée d'éléments cellulaires vésiculeux et clairs (futures cellules de Langhans) et un syncytium rudimentaire apparu en bordure. Le stroma conjonctif auquel est adossée cette paroi kystique représente du mésenchyme extra-embryonnaire et contient des hématies nucléées.

2° Évaginations épithéliales, nées de la paroi sous forme de diverticales creux ou de bourgeons épithéliaux pleins, ayant une tendance à se creuser, de cavités sinuséïdes irrégulières qui entrent rapidement en rapport avec les endothéliums vasculaires. Ces derniers paraissent successivement modelés, perforés et même envahis par ces traînées trophoblastiques. Ainsi se constituent des lacs sanguins qui rappellent par leur topographie des alvéoles pulmonaires et qui renferment des globules rouges et blancs, avec des lambeaux d'endothélium.

Malgré l'absence de syncytium typique, cette structure paraît assez proche du placenta.

3° Lorsque le remaniement vasculaire est moins rapide, les éléments cellulaires constituent longtemps des sortes de réseaux étendus rappelant un mésenchyme ou un réticulum thymique embryonnaire; les travées endothéliales et le sang n'y apparaissant que tardivement, en des points isolés qui sont précisément ceux où s'observent des transformations syncytiales.

4° Le plus souvent, la tumeur montre des nappes diffuses et des alvéoles dont l'aspect rappelle, à s'y méprendre, celui du séminome, avec des noyaux volumineux, hypochromatiques, un cytoplasme clair peu abondant et des apparences de réticulum lymphadénique qui avaient trompé Malassez.

En réalité, ces éléments représentent des cellules de Langhans, en voie de différenciation, ainsi que le confirme l'étude des placentomes vrais dans lesquels on peut les suivre à un état d'évolution plus avancé.

5° On peut rencontrer des cellules choriales migratrices, au voisinage des vaisseaux, tantôt isolées, tantôt groupées sous forme de masses plasmodiales.

Ainsi constitué, le choriome offre un polymorphisme, lié d'une part à la combinaison variable des types précédents, de l'autre, aux dispositions concomitantes de l'embryome.

Nous avons pu isoler un type de choriome pur, sans ébauches fœtales et dans lequel l'embryon proprement dit n'est que faiblement représenté par des dérivés des feuillets primordiaux encore indivis; ce type néoplasique, dans lequel la prolifération du trophoblaste prédomine à la fois par son étendue et par sa malignité, représente la tumeur d'un œuf humain entre la deuxième et la troisième semaine.

Les choriomes du testicule n'ont pas été individualisés jusqu'ici; les placentomes, mieux connus, sont toujours discutés. Chevassu, dans sa thèse

devenue classique, hésite encore et se demande si le placentome a une origine trophoblastique ou une origine ectodermique franche. Seul, Pick paraît avoir bien vu l'autonomie de la prolifération choriale qu'il a surtout étudiée dans les tumeurs de l'ovaire sous le nom d'*epithelioma chorio-ectodermal* et dont il a donné une description présentant encore beaucoup de lacunes. Pour nous, le choriome et le placentome proviennent exclusivement de la prolifération du trophoblaste dont ils représenteraient deux stades successifs.

En dehors du testicule et de l'ovaire, nous avons retrouvé des néoformations choriales dans divers tératomes de la *région coccygienne* du médiastin, de la glande pinéale, etc.

Il nous semble vraisemblable que le groupe des choriomes du testicule est destiné à s'augmenter rapidement de toute une série de cas jusqu'ici classés à tort, sous des vocables divers : maladie kystique, sarcome fusiforme, tumeur d'origine wolfienne; séminome pur ou associé à un tératome.

A 17 heures, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES D'AVRIL 1919.

Recherches et procédés de cellulose et papiers, par A. LE CHATELIER. Paris, Cellulose et Papiers, 1919; 1 fasc. 24^{cm}. (Présenté par M. H. Le Chatelier.)

L'évolution de la locomotive à grande vitesse en France de 1878 *à* 1914 *et l'influence de l'école alsacienne*, par A. HERDNER. Paris, Société des Ingénieurs civils de France, 1919; 1 fasc. 27^{cm}. (Présenté par M. Lecornu.)

Mémoire sur le traitement thermique des obus (*application de la méthode Taylor*), par LÉON GUILLET. Extrait de la *Revue de Métallurgie*. Paris, 1916; 1 fasc. 27^{cm}. (Présenté par M. Le Chatelier.)

Ministère de l'Armement et des Fabrications de guerre. Direction des inventions, études et expériences techniques. Commission interministérielle du platine. *Compte rendu des travaux*, par le commandant CELLERIER. Paris, Chapelot, 1918; 1 fasc. 21^{cm}.

The abbé René-Just Haüy celebration. Reprinted from *The American Mineralogist*, vol. 3, n° 6, june 1913; 1 fasc. 23^{cm}. (Présenté par M. A. Lacroix.)

Les sciences minéralogique, géologique et paléontologique à Paris. Enseignement, laboratoires, collections par A. L[acroi]x. Extrait du *Bulletin de la Société française de Minéralogie*, t. XLII, 1919. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1919; 1 fasc. 21^{cm}. (Présenté par M. A. Lacroix.)

Institut de France. Académie des Sciences. Observatoire d'Abbadia. *Catalogue de* 574 *étoiles utilisées pour la réduction des étoiles de repère des zones photographiques de Paris-Alger-San Fernando réduites à* 1900,0. Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire, 1919; 1 fasc. 33^{cm}. (Présenté par M. Émile Picard.)

Le Massif central de France (*Étude géographique et géologique sommaire*), par PH. GLANGEAUD. Clermont-Ferrand, Joachim, 1919; 1 fasc. 21^{cm}.

Principes usuels de nomographie, avec application à divers problèmes concernant l'Artillerie et l'Aéronautique. Conférences faites à la Section technique de l'Artillerie (février 1919), par le lieutenant-colonel D'OCAGNE. Polycopie, 1919; 1 fasc. 32^{cm}. (Présenté par M. Painlevé.)

Parallèle entre la chlorophylle et le philothion, par J. DE REY-PAILHADE. Chez l'auteur, 1918; 1 fasc. 24^{cm}.

Meteorologia aeronautica, par Giuseppe Crestani. Milan Ulrico Hoepli, 1919; 1 vol. 15cm.

Dizionario internazionale di aeronavigazione e costruzioni aeronautiche, par Mario Mele Dander. Milan, Ulrico Hœpli, 1919; 1 vol. 15cm.

Zucchero. Zucchero di stato e saccarina, par Eugenio Palmieri. Bari, Società tipografica editrice barese, 1919; 1 fasc. 24cm.

From nebula to nebula or the dynamics of the heavens, by George Henry Lepper. Pittsburgh, Berger, 1919; 1 vol. 24cm.

Reports on the State of science : On colloïd chemistry and its industrial applications. London, published for the department of scientific and industrial research by His Majesty's Stationery Office, 1919; 1 fasc. 21cm.

Semicentennial publications of the University of California. *A Survey of symbolic logic*, by C. I. Lewis. Berkeley, University, 1918; 1 vol. 27cm.

Festschrift Albert Heim : 12 avril 1919. Zürich, 1919; 1 vol. 25cm.

ERRATA.

—

(Séance du 24 mars 1919.)

Note de M. *G. Guillaumin*, Sur les coups de bélier dans les conduites de diamètre variable :

Page 607, ligne 11, *au lieu de* le coup de bélier inférieur à la pression statique, *lire* le coup de bélier inférieur à la moitié de la pression statique.

(Séance du 22 avril 1919.)

Note de M. *G. Guillaumin*, Sur certaines solutions particulières du problème ébouleux :

Page 818, dans les deux premiers termes des équations (1) et (2), *remplacer* $\frac{d\chi}{dx}$ et $\frac{d\chi}{dx}$ *par* $\frac{dp}{dx}$ et $\frac{dp}{dy}$.

Page 819, dans l'équation (5), *au lieu de* $P(i-k^2)$, *lire* $P(1-k^2)$.

Page 819, ligne 5 à partir du bas, *lire :* α désignant une quantité finie et non nulle.

Page 820, ligne 14, *au lieu de* $2\chi_0=\varepsilon\left(\frac{\Pi}{2}+\varphi\right)$, *lire* $2\chi_0=\varepsilon\left(\frac{\pi}{2}+\varphi\right)$.

(Séance du 16 mai 1919.)

Note de MM. *A. Gautier* et *P. Clausmann*, Influence des fluorures sur la végétation :

Page 977, dernière ligne, *au lieu de* 123^{mg} de fluor, *lire* 183^{mg} de fluor.

Même page, note (1), ligne 3, *au lieu de* 40^{mg}, *lire* 183^{mg}.

Page 978, ligne 6, *au lieu de* 0^{g},835 par vase, *lire* 0^{g},897 par vase.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 10 JUIN 1919.

PRÉSIDENCE DE M. LÉON GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. le D[r] Bradford, médecin en chef de l'armée anglaise, qui assiste à la séance.

ASTRONOMIE. — *Coordonnées et instruments de l'Observatoire de la Marine.* Note (¹) de M. **G. Bigourdan**.

On a vu que les observateurs de l'hôtel de Cluny ont installé leurs instruments en quatre points différents : l'Observatoire proprement dit, sur la plate-forme de la tour, — le jardin des Thermes, — les guérites de l'imprimerie Despretz et de Louis-le-Grand.

Nous connaissons déjà les coordonnées de ce dernier point ; voici celles des trois autres :

Observatoire. — Delisle et Messier donnent ordinairement : $\Delta\mathcal{L} = 1^s,8\,E$ et $\varphi = 48^\circ 51' 14''$. La liste T_2 et le plan de Paris à $\frac{1}{500}$ (*Pl.*), en assez grande discordance (²), donnent :

T_2 :	$\Delta\mathcal{L} = 286^T,9 = 559^m,2 = 27'',43 = 1^s,829\,E$,	$\Delta\varphi = 803^T,0 = 1565^m,1 = 0'.50'',67\,N$,	$\varphi = 48^\circ.51'.1'',67$
Pl. :	$561,3 = 27,54 = 1,836\,E$,	$1561,2 = 0.50,54\,N$,	$48.51.1,54$

(¹) Séance du 26 mai 1919.

(²) Récemment, M. J.-M. Petit, géomètre en chef du Plan de Paris, a comparé (pour les points bien définis et encore complètement identifiables), les coordonnées de

Jardin des Thermes. — Delisle, et surtout Messier, indiquent à plusieurs reprises que ce jardin surmontait les Thermes de Julien, de sorte qu'il était placé à 10^m à peu près au-dessus du sol environnant. Le plan de Turgot montre, en effet, ce jardin suspendu. Nous prendrons les coordonnées de son centre dans Verniquet (feuille 45) qui le place $22^T,0 = 42^m,9$ O et $18^T,7 = 36^m,5$ N par rapport à l'observatoire de la tour. En adoptant pour ce dernier les coordonnées du plan à $\frac{1}{500}$, nous avons donc :

$$\Delta \mathcal{L} = 561^m,3 - 42^m,9 = 25'',43 = 1^s,695\,\mathrm{E}, \qquad \Delta\varphi = 1561^m,2 + 36^m,5 = 0'51'',73\,\mathrm{N},$$
$$\varphi = 48^\circ 51' 2'',73.$$

Guérite Despretz. — Nous ne connaissons ses coordonnées exactes que par la liste T_2 (n° 51), qui donne :

$$\Delta \mathcal{L} = 408^T,7 = 796^m,6 = 39''08 = 2^s,605\,\mathrm{E}, \qquad \Delta\varphi = 644^T,2 = 1255^m,6 = 0'40'',65\,\mathrm{N},$$
$$\varphi = 48^\circ 50' 51'',65.$$

INSTRUMENTS.

Dans les premières années, c'est-à-dire de 1750 à 1760, nous trouvons à l'Observatoire de Cluny les neuf premiers des instruments suivants :

1. Le *quart de cercle*, mobile de 3 $\frac{1}{2}$ pieds (43 pouces) de rayon, construit vers 1720 par Chapotot le fils pour Delisle, sur les fonds de l'Académie. Il était activement utilisé pour les hauteurs correspondantes.

2. Un *instrument des passages* placé « sur une masse de pierre en 1749 » ; il était « très solide, composé d'un très bon télescope newtonien de 3 pieds 2 pouces de foyer », corps en cuivre, « garni d'un micromètre avec lequel

---

la liste T_2 aux résultats des deux autres triangulations, celle de Verniquet (T_V) et celle du Plan de Paris (*Pl. de P.*) : les résultats de Verniquet sont donnés sur les marges de son plan, et ceux du *Pl. de P.* sur un plan, daté de 1896, et intitulé : *Canevas trigonométrique du Plan de Paris.*

D'après cette comparaison, les Δy (distances à la perpendiculaire) de T_2 et de T_V sont systématiquement inférieurs de 2^m environ à celles du *Pl. de P.*, comme si la perpendiculaire n'était pas la même. Il est à noter que la face sud de l'Observatoire de Paris ne peut être définie qu'à quelques centimètres près, en raison des ornements, corniches, ... ; et la différence signalée pourrait être expliquée, pour la plus grande partie, en admettant que la perpendiculaire de T_2 et de T_V correspond au mur de l'ancien gnomon, situé à $1^m,50$ au nord de la face sud proprement dite.

on peut observer, avec autant de facilité que d'exactitude, les différences de déclinaison des Planètes avec les plus petites Étoiles fixes. »

Le grand miroir avait $3\frac{1}{2}$ pouces de diamètre; l'oculaire, composé de deux lentilles biconvexes presque en contact, grossissait 42 fois.

Le corps du télescope, les miroirs, les oculaires, le micromètre, avaient été travaillés par Passement; et un demi-cercle en cuivre, de $3\frac{1}{2}$ pieds de diamètre, divisé par Langlois de 10′ en 10′, « attaché solidement dans le plan du méridien » permettait de mesurer les grandes différences de hauteur : c'était un véritable *cercle méridien.*

Comme la fixation d'un miroir dans un barillet est plus difficile que celle d'un objectif, l'idée d'employer ainsi un télescope comme instrument méridien n'était pas heureuse (¹); et malgré l'état d'imperfection dans lequel était encore l'instrument des passages, cela étonnait déjà, d'après ce que dit J_3 Bernoulli (p. 155), qui d'ailleurs vante « la douceur de ses mouvemens » et les « commodités qu'on y a appliquées », telles qu'une verge de rappel (²).

Dans le registre C. 2, 19 (1760, février 26) Messier figure et décrit en partie cet instrument, renvoyant pour le surplus au registre suivant, que nous ne possédons pas.

3. Une *pendule* de Julien Le Roy, que Delisle s'était procurée en 1747 et de marche assez régulière. J_3. Bernoulli dit qu'on y avait « appliqué un joli compteur qui consiste en un timbre pour faire sonner les secondes ».

4. Une autre *pendule* à roue de rencontre et à secondes qu'on déplaçait au besoin, et qu'on transporta en 1759 à la guérite Louis-le-Grand et à la guérite Desprez.

5. Un *télescope* newtonien construit en Angleterre par George Hearne vers 1730, dont le grand miroir, repoli par Paris, avait 4 pieds 5 pouces 8 lignes de foyer.

Il était muni d'un micromètre à fils de soie, inclinés à 45°, qui pouvaient tourner dans le champ, et dont la rotation était mesurée par un *cercle de*

(¹) Dans le registre C. 5, 2 (p. 39) Lalande dit : « Ce télescope changeait d'une minute du jour à la nuit », ce qu'il attribue à la déviation des murs, par suite de l'échauffement du Soleil (*Mém. Acad.*, 1789, p. 167); le même registre indique, pour diverses dates, de 1767 à 1801, de combien cet instrument est écarté du méridien.

(²) En 1801, le Bureau des Longitudes voulut faire repolir ce miroir par Caroché; mais celui-ci le cassa et l'on décida de remplacer le miroir cassé par un autre en platine,

position, ce qui est remarquable pour l'époque. L'oculaire habituellement employé grossissait 66 fois, mais d'autres s'y adaptaient également, notamment celui de l'instrument des passages. Pour les mesures des diamètres du Soleil et de la Lune, on y appliquait deux oculaires identiques, placés côte à côte (ce que les registres appellent quelquefois un *binocle*), et grossissant chacun 48 fois.

Nous pouvons nous faire une idée précise de cet instrument et de son support parce que Messier les a dessinés dans son registre C.2, 19, à la date du 7 juillet 1748 :

Ce support est azimutal et constitué par une table de bois quadrangulaire d'environ $1^m,20$ de long sur 1^m de large et 1^m de haut, dont les 4 pieds, écartés en dehors, appuient sur de petites roulettes. Cette table maintient un axe vertical qui la traverse et qui, en bas, descend jusque près du sol; en haut, il la dépasse à peine et porte une tablette horizontale dont une extrémité, en forme de fourche, reçoit les deux tourillons de l'axe horizontal autour duquel tourne le tube du télescope. A un autre point de la même tablette est fixé, dans un plan vertical, un grand arc denté avec lequel engrène un pignon fixé au tube, et formant le troisième point par lequel le télescope est lié à la tablette : les rotations plus ou moins rapides imprimées à ce pignon produisent des déplacements verticaux correspondants du tube.

Un arc azimutal de $20\frac{1}{2}$ pouces de rayon et un cercle de hauteur de $16\frac{1}{2}$ pouces de rayon, dit incidemment Delisle (*Mém.* 1759, p. 161), permettaient de mesurer de grandes différences de hauteur et d'azimut.

6. Un *télescope* grégorien de 30 pouces de long, prêté par de Saron, qui avait lui-même fondu et travaillé le grand miroir, de 6 pouces de diamètre. L'oculaire grossissait 104 fois. C'était, dit Messier, en 1761-1763, « un excellent instrument, peut-être le meilleur de ceux qu'on a faits en France de cette longueur, comme on peut aisément en juger par cette grande amplification comparée à la longueur de son foyer, etc.; il représente les objets célestes avec la plus grande netteté. » Il était très supérieur au télescope newtonien n° 5.

Messier ajoute : « M. de Saron, voyant l'usage que je faisais de cet excellent instrument, me le donna dans la suite en toute propriété, le 8 octobre 1769. »

7. Une *lunette nuit* de 2 pouces de foyer, la première qui servit à Messier pour la recherche des comètes (1758) et pour la découverte de sa première nébuleuse (M.1 = 1952 N. G. C.); celle-ci avait d'ailleurs été signalée antérieurement par Bevis.

Delisle donne incidemment quelques détails sur cette lunette : elle était fort claire, avec de larges oculaires donnant 5° à 6° de champ, et montée sur un pied azimutal muni de cercles permettant de mesurer les différences d'azimut et de hauteur. Sa manœuvre se faisait au moyen de cordes sans fin, et l'on pouvait la promener avec douceur dans tout le ciel. En 1759, cette lunette servait de chercheur provisoire au télescope n° 5.

8. Une *lunette de nuit* de 1 pied avec laquelle Messier trouva la comète de 1762, annoncée de Hollande. C'est sans doute celle dont J_3 Bernoulli dit (p. 156) qu'elle est « de celles que Dollond vend pour une Guinée ».

9. *Lunettes* de 13, 14, 15, ... pieds de long employées surtout pour les éclipses des satellites de Jupiter, tantôt à Cluny, tantôt au Collége de France; celle de 15 pieds était de Campani et avait un oculaire grossissant 99 fois : c'est peut-être celle dont parle Delisle en 1753, qu'il avait prêtée à Libour, et qui avait alors un oculaire grossissant 21 fois.

Une autre, de 23 pieds, commence de paraître en usage en 1756 (*C. des T.*, 1810, p. 351-352). C'est peut-être celle dite de 22 pieds (grossissant 84 fois), avec laquelle Delisle observa l'éclipse de soleil du 13 juin 1760 (*C. des T.*, 1809, p. 331).

A ces instruments il faut ajouter, d'après J_3 Bernoulli (1769) :

10. Une *machine parallactique* munie d'une lunette achromatique de 5 pieds, faite probablement par Passement.

Déjà, à cette époque, Messier employait souvent d'autres lunettes qui lui étaient prêtées et que parfois on distingue difficilement de celles que possédait l'Observatoire. De ce nombre sont deux lunettes achromatiques de Dollond, de $3\frac{1}{2}$ pieds de foyer et 40 lignes d'ouverture : l'une, qui appartenait au duc de Chaulnes, était la première que l'on eût vue à Paris; l'autre, appartenant au président de Saron, était « une des meilleures, peut-être, qui sont sorties des mains de Dollond ».

Plus tard, l'Observatoire de Cluny acquit une lunette analogue, savoir :

11. Une *lunette achromatique*, montée sur une *machine parallactique*, faites l'une et l'autre par Dollond, et dont Messier commença de faire usage le 14 juin 1775. L'objectif, à trois verres, avait aussi $3\frac{1}{2}$ pieds de foyer et 40 lignes d'ouverture; un des oculaires grossissait 36 fois.

C'est celle que Messier appelle sa « grande lunette achromatique » : il la dit semblable à celle de Saron, et c'est presque la seule dont il ait fait usage dans la seconde partie de sa vie.

AVIATION. — *Théorie du vol des aéroplanes aux diverses altitudes. Prédétermination de la hauteur du plafond.* Note de M. A. RATEAU.

La théorie analytique qui va être exposée permet de déterminer, avec une bonne approximation, par la résolution de simples équations du deuxième degré, toutes les circonstances du vol horizontal (en palier) d'un aéroplane aux diverses altitudes, et en particulier la hauteur du plafond; elle suppose, bien entendu, la connaissance préalable des caractéristiques de l'avion, de l'hélice et du moteur. Chemin faisant, j'indiquerai les formes de ces fonctions caractéristiques pour l'avion, d'une part, et pour l'hélice, d'autre part.

Soient P le poids total de l'avion, en kilogrammes, v sa vitesse, en mètres par seconde, α l'angle d'incidence des ailes, en degrés, ϖ le poids spécifique de l'air dans lequel il vole, n le nombre de tours de l'hélice par seconde, σ le recul de l'hélice par rapport au pas efficace H.

J'appelle *pas efficace* l'avance de l'hélice par tour qui produirait une poussée nulle; ce pas est plus grand que celui que l'on considère habituellement, d'environ 15 pour 100.

Pour déterminer les quatre inconnues α, v, n et σ, il faut quatre équations. Une première est donnée par la condition de sustentation,

$$P = Y\varpi v^2, \tag{1}$$

où Y n'est fonction que de l'incidence α.

Une deuxième est fournie par l'égalité entre la résistance R à l'avancement et la poussée de l'hélice :

$$R = X\varpi v^2 = b\varpi n^2 f(\sigma), \tag{2}$$

où X n'est fonction que de α, et b une constante dépendant des formes et de la surface de l'hélice supposée indéformable.

Dans cette relation (2) ϖ s'élimine et il reste

$$Xv^2 = bn^2 f(\sigma). \tag{2'}$$

Le couple moteur Γ absorbé par l'hélice est de la forme

$$\Gamma = c\varpi n^2 \varphi(\sigma), \tag{3}$$

où c est une constante caractéristique de l'hélice, et φ, comme f, une fonction du recul seulement.

Enfin la vitesse d'avancement v est liée au recul par

$$v = n\mathrm{H}(1-\sigma). \tag{4}$$

Il s'agit de résoudre ces équations. Commençons par éliminer v; portons sa valeur (4) dans les relations (1) et (2'); il vient

$$\mathrm{Y}n^2\mathrm{H}^2(1-\sigma)^2 = \frac{\mathrm{P}}{\varpi}, \tag{5}$$

$$\mathrm{X}\mathrm{H}^2(1-\sigma)^2 = bf(\sigma). \tag{6}$$

Les équations (3), (5) et (6) déterminent les trois inconnues α, n et σ. La dernière montre que le recul σ ne dépend que de X, c'est-à-dire de α seulement. Or $f(\sigma) = \sigma$, car la poussée de l'hélice, à n et ϖ constants, est presque rigoureusement proportionnelle au recul. On a donc

$$\frac{1}{\sigma} + \sigma = 2 + \frac{b}{\mathrm{H}^2\mathrm{X}}. \tag{6'}$$

1° *Vol à couple constant. Angle d'incidence constant.* — La relation (6) montre que, même en conservant à f une forme plus générale que la simple proportionnalité au recul σ, le recul de l'hélice est fixe si α est invariable; (5) indique ensuite que $n^2\varpi$ est constant, et (3) que le couple Γ doit être aussi constant. C'est ce qu'on peut réaliser à l'aide du turbo-compresseur que j'ai fait appliquer.

D'ailleurs (1) montre encore que ϖv^2 est invariable tant que le poids de l'avion ne change pas. La vitesse croît donc avec l'altitude en raison inverse de la racine carrée du poids spécifique de l'air. A 6500^{m}, elle est $\sqrt{2}$ de celle au voisinage du sol; à 13000^{m} elle serait double.

Ces premiers résultats sont aujourd'hui bien connus.

2° *Vol à couple variable. Angle d'incidence croissant.* — Comme l'angle d'incidence va varier, il nous faut préciser maintenant les fonctions Y et X et aussi $\varphi(\sigma)$.

Mes anciennes expériences de 1909 sur des morceaux d'ailes [1], ainsi que ma théorie des hélices [2], me permettent d'affirmer que, pour des inci-

---

[1] *Sur l'écoulement des fluides le long des surfaces* (*Bull. Assoc. techn. marit.*, 1909).

[2] *Contribution à la théorie des hélices propulsives* (*Bull. Assoc. techn. marit.*, 1900).

dences α inférieures à 15°, Y est fonction linéaire de α, que X croît simplement avec α^2, et que $\varphi(\sigma)$ est de la forme $\sigma - \frac{\sigma^2}{2} + a$, où a est un très petit nombre, voisin de 0,025 pour les hélices d'aéroplanes.

Je poserai donc

$$Y = Y_0(1 + \eta\alpha), \qquad X = X_0(1 + \xi\alpha^2), \tag{7}$$

Y_0, X_0, η et ξ étant des constantes pour un avion donné, et

$$\varphi(\sigma) = \sigma - \frac{\sigma^2}{2} + a. \tag{8}$$

En passant, remarquons que, pour $\alpha = 0$, le rapport $\frac{Y}{X}$ est égal à $\frac{Y_0}{X_0}$, et que ce rapport est maximum pour l'angle optimum

$$\alpha_m = \frac{1}{\eta}\left(-1 + \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{\xi}}\right); \tag{9}$$

la valeur du maximum est

$$\left(\frac{Y}{X}\right)_m = \frac{Y_0}{2X_0}\left(1 + \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{\xi}}\right). \tag{10}$$

Par exemple, avec

$$Y_0 = 0{,}59, \qquad X_0 = 0{,}12, \qquad \eta = 0{,}3, \qquad \xi = 0{,}017$$

qui conviennent pour un avion que je choisirai comme application de la théorie, on tire des relations ci-dessus

$$\alpha_m = 5° \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{Y}{X}\right)_m = 8{,}62.$$

Remarquons aussi que le rendement de l'hélice est maximum pour un recul optimum σ_m (pris par rapport au pas efficace H) donné par

$$a = \frac{\sigma_m^2}{2(1 - 2\sigma_m)}, \tag{11}$$

et que la valeur de ce rendement maximum est

$$\rho_m = \frac{1 - 2\sigma_m}{1 - \sigma_m}. \tag{12}$$

Comme les hélices d'avion ont un rendement maximum compris entre 0,75

et 0,80, on voit, par (12), que le recul optimum est compris entre $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{6}$, et, par (11), que le paramètre a est compris entre $\frac{1}{30}$ et $\frac{1}{48}$. La théorie des hélices montre encore que le paramètre c de la formule du couple est à peu près égal à $b\frac{H}{2\pi}$.

Supposons que le couple fourni par le moteur soit proportionnel à ϖ, ce qui est à peu près réalisé dans les avions actuels (moteur à pleins gaz, carburation bien réglée), et posons $\Gamma = A\varpi$, A étant ainsi une constante (¹). Les équations (3) et (8) donnent

$$\sigma - \frac{\sigma^2}{2} = \frac{A}{cn^2} - a; \tag{13}$$

d'où

$$(1-\sigma)^2 = 1 + 2a - 2\frac{A}{cn^2}. \tag{13'}$$

Remplaçons dans (5), il vient

$$(1+2a)n^2 - 2\frac{A}{c} = \frac{P}{\varpi Y H^2}. \tag{14}$$

D'autre part, en divisant (5) et (6) membre à membre,

$$\frac{Y}{X}n^2 = \frac{P}{\varpi b\sigma}. \tag{15}$$

Mais, d'après (13),

$$\sigma = \frac{A}{cn^2} - a + \frac{\sigma^2}{2};$$

Remplaçons σ par cette valeur dans (15), on tire n^2, qui, porté dans (14), donne enfin

$$AY - \frac{Pc}{\varpi b}X = \frac{2a-\sigma^2}{1+2a}\left(AY + \frac{Pc}{2\varpi H^2}\right), \tag{16}$$

relation qui lie l'angle α au poids spécifique ϖ de l'air. Elle renferme, il est vrai, une autre inconnue σ; mais on peut la résoudre par approximations

(¹) Cependant le couple des moteurs à compression constante diminue un peu plus vite que le poids spécifique de l'air d'alimentation, à cause de la partie constante des résistances passives. On en tiendra compte par une légère diminution du coefficient A avec l'altitude.

successives en remarquant que $2a - \sigma^2$ est un très petit nombre, positif ou négatif. En le supposant nul d'abord, on a, pour première approximation,

$$AY - \frac{P}{\varpi}\frac{c}{b}X = 0. \tag{17}$$

On obtiendra une deuxième approximation, si l'on veut, en calculant le second membre de (16) avec la valeur de α ainsi trouvée.

La valeur de Y, donnée par (17), portée dans (1), montre que, approximativement,

$$v^2 = \frac{bA}{cX} = \frac{2\pi A}{HX}. \tag{18}$$

Dans ce genre de vol, le carré de la vitesse en palier est donc à peu près inversement proportionnel au coefficient X de la résistance à l'avancement; ce qui constitue une loi simple remarquable.

Résolvons effectivement l'équation (17); en y remplaçant Y et X par leurs valeurs (7), nous obtenons

$$\xi\alpha^2 - \lambda\eta\varpi\alpha + 1 - \lambda\varpi = 0 \tag{19}$$

avec

$$\lambda = \frac{Ab}{Pc}\frac{Y_0}{X_0}.$$

La racine utile est

$$\alpha = \frac{\lambda\eta\varpi - \sqrt{\lambda^2\eta^2\varpi^2 + 4\lambda\xi\varpi - 4\xi}}{2\xi}. \tag{19'}$$

Pour que cette racine soit réelle, il faut que la quantité sous le radical soit positive; ce qui exige

$$\varpi \geqq \frac{2}{\lambda\left(1 + \sqrt{1 + \frac{\eta^2}{\xi}}\right)} = \frac{Pc}{Ab}\left(\frac{X}{Y}\right)_m. \tag{20}$$

Cette relation fournit la limite ϖ_m, et par conséquent la hauteur du plafond, connaissant λ et les coefficients η et ξ, caractéristiques de l'avion; elle montre que ϖ_m et ξ varient dans le même sens. Avec les valeurs indiquées plus haut ($\eta = 0,3$ et $\xi = 0,017$) par exemple, on a

$$\varpi_m = \frac{0,57}{\lambda} = 0,57\frac{Pc}{Ab}\frac{X_0}{Y_0}. \tag{21}$$

Je ferai l'application de ces formules à un cas concret dans une autre Communication.

Si Y et X n'étaient pas exactement représentables par les expressions que j'ai dites, il serait encore possible de résoudre facilement l'équation (17), en traçant, pour l'avion considéré, la courbe de $\frac{X}{Y}$ en fonction de l'angle α, et prenant l'ordonnée de cette courbe égale à $\frac{\varpi A}{P}\frac{b}{c}$; et l'on voit ainsi qu'à mesure que l'avion s'élève, le point correspondant à son altitude se déplace sur cette courbe de manière que l'ordonnée décroît proportionnellement à ϖ. Le plafond est atteint quand le point arrive au point bas de la courbe. Donc, au plafond, l'avion vole *nécessairement* sous l'angle optimum.

RAPPORTS.

Rapport sommaire présenté, au nom de la Commission de Balistique, par M. **P. Appell.**

La Commission a reçu, à la date du 3 mai 1919, de MM. G. Foex et J. Kampé de Fériet, un dossier composé de six notes ou pièces diverses relatives à leur *appareil pour la mesure de la vitesse initiale des projectiles d'artillerie par enregistrement photographique.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale une lettre de M. Arthur Schuster, secrétaire du Comité exécutif provisoire de la Conférence interalliée des Académies scientifiques, faisant connaître le programme de la réunion du *Conseil international de recherches*, qui se tiendra à Bruxelles le 18 juillet prochain.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La théorie des ensembles et les nombres décimaux*. Note de M. **Émile Borel**, présentée par M. Appell.

1. Il n'y a pas, après la notion de nombre entier, de notion de mathématique plus élémentaire que celle du nombre décimal; de plus en plus, par la substitution du système métrique aux anciens systèmes de mesures, les grandeurs sont représentées par des nombres décimaux, avec un nombre plus ou moins grand de décimales exactes. Si l'on se borne aux nombres décimaux approchés par défaut, on écrira, par exemple, 4,17 pour une grandeur comprise entre 4,17 et 4,18; et 4,1700 pour une grandeur comprise entre 4,1700 et 4,1701. D'une manière générale, un nombre décimal du $n^{\text{ième}}$ ordre, c'est-à-dire comportant n chiffres après la virgule, représente une grandeur comprise dans un intervalle décimal du quatrième ordre (les valeurs comprises entre 4,1700 et 4,1701 constituent un intervalle décimal du quatrième ordre). Si, pour fixer les idées, on se borne aux nombres décimaux compris entre 1 et 10, on peut faire correspondre à chacun de ces nombres un nombre entier obtenu en supprimant la virgule; inversement à tout nombre entier, en plaçant une virgule après le premier chiffre à gauche, on fera correspondre un nombre décimal compris entre 1 et 10, et par suite, un intervalle décimal : à 417 correspondra 4,17 et à 41700 correspondra 4,1700.

2. Les nombres décimaux ont été fréquemment utilisés pour fournir des exemples dans la théorie des ensembles (¹); les recherches sur les ensembles de mesure nulle que j'avais commencées peu de temps avant la guerre (²), et que je n'ai pu reprendre que récemment, m'ont conduit à ce résultat que, pour une catégorie de recherches très générales, et en particulier pour l'étude des relations entre le continu et les ensembles denses, l'emploi des nombres décimaux ne fournit pas seulement des exemples, mais une méthode : plus précisément, les résultats, en apparence très particuliers, auxquels conduit l'étude des nombres et des intervalles

(¹) Voir, par exemple, mes *Leçons sur la théorie des fonctions* (1re édition, 1898, p. 124; et 2e édition, 1914, p. 197).

(²) *Les ensembles de mesure nulle* (*Bulletin de la Société mathématique*, 1913); *The aggregates of zero measure* (*The Book of the Opening of the Rice Institute*, Houston, Texas).

décimaux, sont en réalité immédiatement extensibles aux cas les plus généraux. De même que les nombres décimaux suffisent pour mesurer les grandeurs, les ensembles décimaux, c'est-à-dire définis au moyen d'intervalles décimaux, suffisent pour étudier les ensembles.

3. De nombreuses propriétés des ensembles et des fonctions se rattachent à la manière dont se comportent à l'infini certaines séries, à leur *allure asymptotique;* il est clair que cette allure asymptotique n'est pas modifiée si l'on modifie un nombre quelconque des premiers termes de la série; si l'on remplace, dans une série divergente, les dix millions premiers termes par les termes correspondants d'une série convergente, la série reste divergente. Néanmoins, dans la pratique, sauf dans le cas particulier des séries divergentes que Poincaré a appelées *asymptotiques*, l'allure asymptotique d'une série est généralement déterminée par un nombre relativement petit de ses premiers termes; de même, la considération d'un nombre relativement petit d'intervalles décimaux (par exemple d'un million, ce qui revient à considérer les nombres décimaux de 5 ou 6 chiffres), suffira généralement pour donner une idée exacte de l'allure asymptotique d'un ensemble linéaire quelconque. On passera sans difficulté au cas de plusieurs dimensions.

La théorie des ensembles, qui passe, parfois à juste titre, pour une des branches les plus ardues de l'Analyse, se trouve ainsi ramenée, dans bien des cas, aux mathématiques à cinq décimales de l'ingénieur et du physicien.

4. Je signale, très brièvement, en terminant, quelques applications des considérations précédentes et de remarques connexes.

On choisit *au hasard* dans l'intervalle fondamental (de 1 à 10) A_n intervalles décimaux du quatrième ordre, distincts ou non. En répétant cette opération pour chaque valeur de n, arrivera-t-on, au bout d'un nombre infini d'opérations, à recouvrir l'intervalle fondamental? On prendra $A_n = 10^n A$ et l'on utilisera les méthodes des probabilités dénombrables.

Construire un ensemble de mesure nulle dont la *mesure asymptotique* soit supérieure à celle d'une série convergente donnée, par exemple à la série $\Sigma 10^{-n}$, c'est-à-dire qui ne puisse pas être enfermé dans des intervalles respectivement égaux aux termes de la série. Y a-t-il, en dehors des ensembles énumérables, des ensembles dont la mesure asymptotique soit inférieure à *toute* série donnée?

Étudier les séries à *convergence asymptotiquement uniforme* dans un

domaine, c'est-à-dire telles que, pour tout point de ce domaine, le rapport du terme général de la série au terme général d'une série convergente fixe tende vers zéro. Si l'on ne s'astreint pas à ne considérer que des fonctions bien définies et calculables, il est aisé de construire des séries dont la convergence n'est pas asymptotiquement uniforme; l'étude de l'ensemble des séries à convergence asymptotiquement uniforme paraît devoir être importante et féconde; les exemples généralement donnés de séries convergentes, mais non uniformément convergentes, sont à convergence asymptotiquement uniforme.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un mode de définition d'une classe de fonctions multiformes dans tout le domaine d'existence de ces fonctions.* Note de M. **Pierre Boutroux**, présentée par M. Hadamard.

On sait que, s'il est théoriquement possible de représenter toute fonction multiforme $y(x)$ dans tout son domaine d'existence, par des fonctions uniformes, $x(t)$ et $y(t)$, d'une variable auxiliaire, cette possibilité ne paraît pas fournir les bases d'une classification et d'une étude spécifique des différents types de fonctions multiformes que les problèmes de l'Analyse, et en particulier la théorie des équations différentielles, nous amènent à considérer. Les *fonctions uniformisantes* ne mettent pas en évidence (le plus souvent) les propriétés spéciales des fonctions étudiées; mais elles masquent au contraire ces propriétés sous des caractères généraux qui tiennent à leur propre structure. C'est pourquoi il est permis de penser que, si une théorie organique des fonctions multiformes est un jour édifiée, elle mettra en œuvre des modes de représentation différents de ceux dont on a fait usage jusqu'ici.

Pour acquérir une idée des points de vue auxquels pourrait se placer la future théorie, j'ai cherché à étudier en détail une famille particulière, relativement simple, de fonctions multiformes, en me posant à son sujet la double question suivante : 1° *représenter les fonctions (c'est-à-dire la totalité de leurs branches) dans tout leur domaine d'existence;* 2° *mettre en évidence les propriétés qui caractérisent leur structure.*

J'indique ci-dessous le principe de la solution à laquelle j'ai été conduit, en l'exposant sous la forme qui s'offre la première, quitte à examiner ultérieurement s'il ne sera pas plus avantageux de présenter cette solution dans des termes différents.

Je considère l'équation différentielle du premier ordre que j'ai déjà eu

l'occasion d'étudier comme l'une des plus simples parmi les équations non intégrables :

$$zz' = 3mz + 2x^3 + bx + c. \tag{1}$$

Les intégrales de cette équation ne deviennent infinies en aucun point ordinaire ou singulier algébrique. Leurs points critiques sont les points x où $z = 0$. On peut, d'autre part, très simplement, *séparer* [1] les branches de cette fonction en se plaçant au point de vue suivant :

J'ai étudié par des méthodes asymptotiques les « branches d'intégrales » obtenues en partant de conditions initiales x_0, z_0 et mouvant x sur l'ensemble des rayons rectilignes issus de x_0. Chacune des branches ainsi définies se comporte comme la racine carrée d'un polynome en x du quatrième degré et tend vers l'infini avec x en ayant pour partie principale, soit x^2, soit $-x^2$. Dans le premier cas, la branche est représentée au voisinage de l'infini par le développement

$$\text{(I)} \quad z = x^2 + mx + \left(\frac{b}{2} + m^2\right) + (c + bm + 2m^3)x^{-1} + (C_1 + \eta_1 \log x)x^{-2}$$
$$+ \textit{suite du développement en puissances de } x^{-1} \text{ et } (C_1 + \eta_1 \log x)x^{-2},$$

où l'on a $\eta_1 = 3m(c + bm + 2m^3)$, et où C_1 est un paramètre dont la valeur varie avec la branche envisagée. Dans le second cas, la branche est représentée par un développement analogue.

$$\text{(II)} \quad z = -x^2 + mx + \textit{développement en puissance de } x^{-1} \text{ et } (C_2 + \eta_2 \log x)x^{-2},$$

où η_2 est une constante et C_2 un paramètre. Supposons que le point initial x_0 assigné aux branches d'intégrales soit rejeté vers l'infini sur un rayon fixe donné. Les branches issues de ce point se répartissent alors entre deux familles : branches représentées, au voisinage de l'infini, par le développement (I) et branches représentées par le développement (II). Je fixe mon attention sur la première famille et je conviens de toujours prendre pour valeur de $\log x$, dans (I), la valeur dont la partie imaginaire est comprise entre $-i\pi$ et $i\pi$. Dans ces conditions, *à toute valeur de* C_1 *correspond une branche d'intégrale unique de la première famille et récipro-*

---

[1] La *séparation* des branches d'une fonction multiforme est une opération arbitraire qui peut toujours se faire de plusieurs manières. Le mode de séparation adopté ne peut être justifié que par les résultats auxquels il conduit.

quement (C_1 joue le rôle d'une *valeur initiale* prise par la branche en un point donné; mais, tandis qu'à un système de conditions initiales x_0, z_0 peuvent correspondre *plusieurs* branches d'intégrale [si x_0 est point critique pour $z = z_0$], cette circonstance ne se présente pas avec le paramètre C_1).

Cela dit, et puisque nous savons étudier *isolément* les branches de fonction $z(x)$, le problème que nous avons à résoudre consiste à déterminer l'ensemble des branches, et, par conséquent, *l'ensemble des valeurs de* C_1 *qui appartiennent à une même intégrale de* (1) (et de même pour le paramètre C_2). D'ailleurs, passer d'une branche de $z(x)$ à une autre (les branches étant supposées toutes deux de la première famille) revient à opérer sur C_1 une certaine substitution. Le problème se ramène donc en définitive à l'étude d'un ensemble de substitutions. Or, l'étude des propriétés de l'équation (1) montre que la question peut être résolue de la manière suivante :

L'ensemble des substitutions relatives à C_1 forme un groupe pouvant être défini au moyen de trois substitutions fondamentales. Les fonctions substitutrices $\psi_1(C_1)$, ..., $\psi_3(C_1)$ sont des fonctions multiformes à une infinité de branches; mais on peut (en armant le plan C_1 de coupures convenables) isoler une branche particulière de chacune de ces fonctions ainsi que de chacune des fonctions inverses, et, *pour définir entièrement le groupe, il suffit alors d'envisager les branches de fonctions ainsi isolées*. En d'autres termes, désignons par $\widehat{\psi}_1(C_1)$, ..., $\widehat{\psi}_3^{(-1)}(C_1)$ les branches que nous isolons, et appelons (S_1), ..., (S_3), (S_1^{-1}), ..., (S_3^{-1}) les substitutions correspondantes, qui se trouvent définies univoquement pour tout C_1. Considérons ensuite, pour une valeur quelconque de C_1, une détermination de $\psi_1(C_1)$ distincte de $\widehat{\psi}_1$. Je constate que cette détermination est une combinaison des six substitutions (S_1), ..., (S_3^{-1}). La même conclusion s'appliquant à ψ_2, ψ_3 et aux fonctions inverses, il s'ensuit que le *groupe obtenu en combinant par multiplication les six substitutions engendrées par les branches* $\widehat{\psi}_1$, ... *est équivalent au groupe total défini par les fonctions multiformes* ψ_1, ..., ψ_3.

ARITHMÉTIQUE. — *Sur la distribution des nombres premiers.* Note (¹) de M. **Harald Cramer**, présentée par M. Hadamard.

Étant donnée une équation linéaire quelconque à deux inconnues :

$$ax + by + c = 0, \qquad (1)$$

on peut se proposer d'y satisfaire par deux nombres premiers, x et y, et d'étudier en particulier s'il y a une infinité de solutions de cette espèce. C'est là un problème difficile, renfermant comme cas spéciaux : d'une part, le célèbre théorème de Goldbach (*Tout nombre pair est égal à la somme de deux nombres premiers*); d'autre part, le problème des *nombres premiers jumeaux* (*Existe-t-il une infinité de couples de nombres premiers avec la différence* 2?). Ces problèmes ont donné lieu, récemment, à d'intéressantes recherches de MM. Jean Merlin et Viggo Brun (²). Dans ce qui va suivre, nous envisagerons le problème d'un tout autre point de vue que celui adopté par ces auteurs.

Supposons marqués dans le plan des coordonnées rectangulaires x et y tous les points P dont les deux coordonnées sont des nombres premiers positifs ou négatifs. L'équation (1) représente une droite D dans ce plan, et c'est la position de cette droite relative aux points P qui nous intéresse. Si elle contient un certain nombre de ces points, chacun d'eux donne une solution en nombres premiers de notre équation (1); s'il y a des points P à une distance très petite de D, il y a des systèmes de deux nombres premiers satisfaisant *à peu près* à cette équation. Nous dirons que D est une *droite limite* pour les points P si l'on peut trouver une infinité de ces points dont les distances à D tendent vers zéro. Cela posé, nous démontrerons le théorème suivant :

Soit A *un point donné. Sur tout arc d'un cercle quelconque ayant* A *pour centre, il y a un ensemble non dénombrable de points* B *tels que* AB *est une droite limite pour les points* P.

Supposons, pour fixer les idées, que le point A soit à l'origine. Considé-

---

(¹) Séance du 2 juin 1919.

(²) Merlin, *Bulletin des Sciences math.*, t. 39, p. 121. — Brun, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 344.

rons tous les nombres de la forme $\frac{p}{q}$, où p et q désignent des nombres premiers positifs, et associons à chacun d'eux l'intervalle $I_{p,q}$:

$$\left(\frac{p}{q}-\frac{\log q}{q^2},\ \frac{p}{q}+\frac{\log q}{q^2}\right).$$

Si le nombre t se trouve à l'intérieur d'une infinité des $I_{p,q}$, la droite $y = tx$ sera une droite limite. Formons donc la fonction $h(\xi, t)$ égale au nombre des $I_{p,q}$ renfermant le nombre t à leur intérieur et satisfaisant de plus à la condition $q \leqq \xi$. Il est évident que tout revient à démontrer qu'il existe toujours, entre deux nombres positifs t_1 et $t_2 > t_1$, un ensemble non dénombrable de valeurs t_0 telles que $h(\xi, t_0) \to \infty$ lorsque $\xi \to \infty$.

L'intégrale

$$\int_{t_1}^{t_2} h(\xi, t)\,dt \tag{2}$$

représente évidemment la somme de toutes les parties des $I_{p,q}$ avec $q \leqq \xi$ qui tombent dans l'intervalle (t_1, t_2). Or, on déduit des propriétés bien connues des nombres premiers que cette somme tend vers l'infini avec ξ; il en est donc de même pour l'intégrale. On en conclut sans peine qu'il y a entre t_1 et t_2 une infinité de valeurs t_0 telles que $h(\xi, t_0)$ tend vers l'infini avec ξ. Cela se déduit d'une propriété fondamentale de la fonction h, qui peut s'exprimer ainsi : ξ' et t' étant positifs et quelconques, on peut trouver sur l'axe des t un intervalle Ω aboutissant au point t', tel qu'on ait $h(\xi, t) \geqq h(\xi', t')$ pour $\xi \geqq \xi'$, tant que t appartient à Ω.

Enfin, supposons que l'ensemble des valeurs t_0 comprises entre t_1 et t_2 soit dénombrable. En modifiant d'une manière convenable la définition de la fonction h pour ces valeurs de t, nous serons amenés à une fonction qui ne tendra vers l'infini avec ξ pour aucune valeur fixe de t entre t_1 et t_2; cependant cette modification ne changera ni la valeur de l'intégrale (2), ni la propriété fondamentale qui vient d'être énoncée. Cette contradiction démontre notre théorème.

PHYSIQUE. — *Pression de vapeur des liquides en lames minces.* Note de M. **Félix Michaud**, présentée par M. E. Bouty.

1. D'après Reinold et Rücker ([1]), la tension superficielle d'une lame d'eau de savon devient, à partir d'un certain degré d'amincissement, fonction de l'épaisseur de la lame. Il est vraisemblable que le fait est général et que la tension superficielle d'un liquide pur quelconque, étendu en lame mince, change lorsque l'épaisseur de la lame est de l'ordre du rayon d'action moléculaire.

On peut démontrer qu'alors la pression de vapeur change aussi. Plaçons, en effet, la lame dans une atmosphère saturée de la vapeur du liquide qui la constitue. Donnons à sa surface un accroissement égal, par exemple, à l'unité, et condensons simultanément la vapeur de telle sorte que l'épaisseur ε ne change pas; puis, après avoir fait varier infiniment peu l'épaisseur et, par suite, la tension superficielle γ, revenons à l'état initial par deux transformations, l'une finie, l'autre infiniment petite, analogue aux deux précédentes et de sens inverse. Le système a décrit un cycle fermé réversible et isotherme; le travail total doit être nul; cela nécessite que la pression de vapeur ait varié d'une quantité dP donnée par la relation

$$(d\gamma)_T + \frac{\varepsilon V}{2 V'} (dP)_T = 0,$$

où V' est le volume spécifique du liquide et V celui de la vapeur.

Assimilons la vapeur à un gaz parfait de masse moléculaire μ; nous aurons finalement

$$\frac{(dP)_T}{P} = -\frac{2\mu V'}{\varepsilon RT} (d\gamma)_T.$$

2. Lorsque la lame liquide est étendue sur un autre liquide (couche d'huile sur l'eau), les forces capillaires varient très vite à partir d'une certaine épaisseur que Devaux appelle l'*épaisseur critique* ([2]).

Un raisonnement analogue à celui fait précédemment permet de démontrer que la pression de vapeur varie corrélativement et de calculer cette variation. Il suffit de faire intervenir, cette fois, la pression de vapeur

---

([1]) *Phil. Trans.*, t. 2, 1886, p. 627 et 680.

([2]) *Journal de Physique*, 5e série, t. 2, 1912, p. 699.

partielle du liquide en couche mince et de remarquer que, lorsqu'on augmente d'une unité la surface recouverte, on recueille un travail égal à la tension superficielle γ_1 du liquide servant de support diminuée de la somme $\gamma_2 + \gamma_{1,2}$ des tensions superficielles du liquide en couche mince au contact de la phase vapeur et au contact du liquide sous-jacent.

On arrive alors à l'équation

$$d(\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_{1,2})_T = \varepsilon \frac{V}{V'} (dP)_T = \varepsilon \frac{RT}{\mu V'} \frac{(dP)_T}{P}.$$

Lorsque la couche mince est au maximum d'extension, les tensions superficielles se font équilibre : $\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_{1,2} = 0$. Si P_1 est alors la pression de la vapeur et P_0 sa valeur normale, l'équation précédente donne par intégration [1] :

$$\gamma_1 - \gamma_2 - \gamma_{1,2} = -\varepsilon \frac{RT}{\mu V'} \log \frac{P_1}{P_0}.$$

D'après Devaux, pour l'huile étendue sur l'eau $\varepsilon = 1,10\, m\mu$. D'autre part, $\mu = 885$ et pour $T = 293$, $\frac{1}{V'} = 0,92$, $\gamma_1 = 76$, $\gamma_2 = 32$ et $\gamma_{1,2} = 20,5$. On trouve $\frac{P_1}{P_0} = \frac{1}{5000}$. *La pression de vapeur de l'huile en couche mince sur l'eau n'est que le $\frac{1}{5000}$ de la pression de vapeur normale de saturation.* Ce résultat montre que les pellicules liquides étendues sur l'eau peuvent avoir une extrême fixité; c'est ce que M. H. Labrouste a constaté dans des expériences encore inédites.

3. La formule du paragraphe précédent s'applique encore dans le cas d'un liquide étendu en couche mince sur un solide (eau sur le verre).

D'après les expériences de Trouton [2], la courbe construite en portant en abscisse la masse d'eau absorbée par une certaine quantité de coton de verre, et en ordonnée la pression correspondante de la vapeur, présente une sinuosité. La pression de vapeur croît d'abord avec la quantité d'eau absorbée, puis passe par un maximum, décroît, passe par un minimum et remonte enfin jusqu'à la valeur normale de saturation. Ce phénomène peut s'expliquer en admettant que la vapeur d'eau est, au début, absorbée comme le serait un gaz; il y a ensuite une condensation qui commence par la formation d'une couche liquide au maximum d'extension; la pression de

(1) Comparez CANTOR, *Wied. Ann.*, t. 56, 1895, p. 492.

(2) *Proc. Roy. Soc.*, t. 79, 1907, p. 383.

vapeur s'abaisse de ce fait, puis remonte lorsque l'épaisseur de la couche liquide augmente. Le rapport de l'ordonnée correspondant au minimum à l'ordonnée limite est alors égal au rapport $\frac{P_0}{P_1}$ de tout à l'heure; les mesures sur les courbes donnent, à peu près, $\frac{P_1}{P_0} = \frac{1}{2}$. En admettant d'autre part pour ε la valeur $13,4.10^{-6}$ cm donnée par Parks (1), on peut déduire de l'équation établie plus haut la différence $\gamma_1 - \gamma_{1,2}$ des tensions superficielles du verre solide au contact de la vapeur d'eau et au contact de l'eau. On trouve 12400 dynes par centimètre.

GÉOLOGIE. — *Le groupe volcanique adventif ou de superposition du Massif des Monts Dore.* Note de M. **Ph. Glangeaud**, présentée par M. Pierre Termier.

Sur les dernières pentes nord-nord-est du volcan du Sancy, au sud du volcan de l'Aiguiller, se dresse, entre le col de la Croix Morand et le ravin de la Grande Cascade, un groupe montagneux, constituant une belle unité géographique, géologique et pétrographique, et que j'ai désigné sous le nom de *Massif adventif des Monts Dore*.

Ce territoire éruptif, *superposé* en partie sur le flanc nord-nord-est du volcan du Sancy, comprend une dizaine de collines trapues, fortement serrées entre elles, aux sommets arrondis, plus rarement en pain de sucre et dont l'altitude varie de 1332^m à 1729^m. Elles culminent d'abord le plateau andésitique de Queuneuilh (avec ses vieilles moraines), sur lequel certaines de leurs coulées reposent directement, puis, de plus de 700^m, la ville du Mont Dore et la vallée glaciaire de la Dordogne.

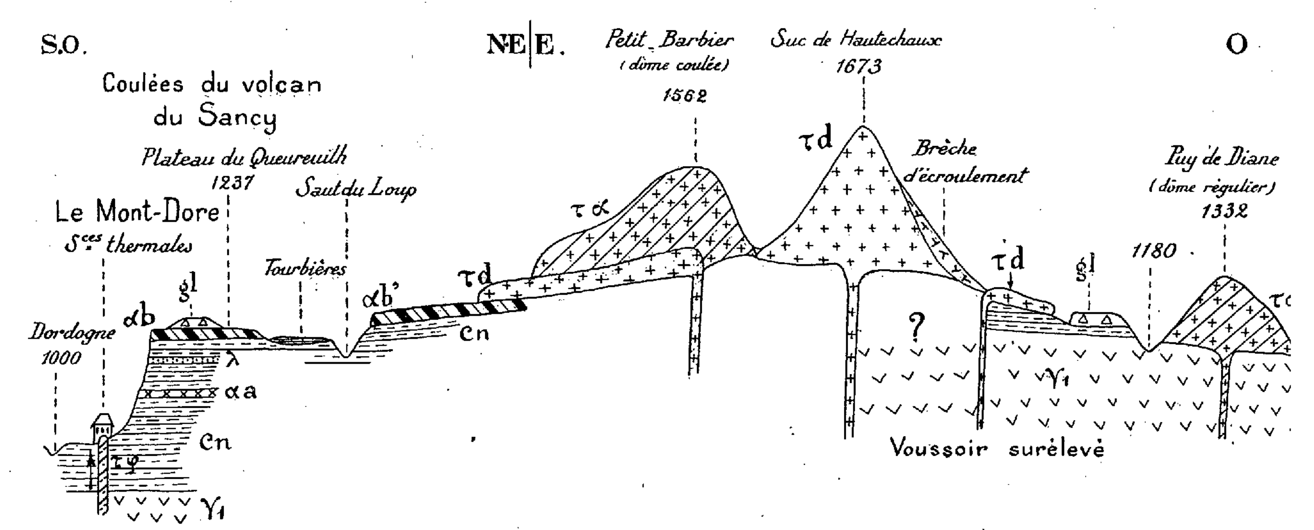
Le massif adventif, dont quelques points avaient été *étudiés* par Michel Lévy et par M. A. Lacroix, contraste avec les trois centres principaux des Monts Dore, par la forme et le groupement de ses édifices volcaniques, l'uniformité assez grande de ses laves et la *postériorité* de ses éruptions. Il est en effet, au moins partiellement, un *peu plus jeune* que le reste du massif.

On y distingue une rangée principale de volcans, de direction NS [Puys de la Tache (1631^m), d'Hautechaux (1673^m), de Mone (1715^m), du Grand

(1) *Phil. Mag.*, t. 6, 5e série, 1903, p. 517.

Barbier (1729^{m}) et de l'Angle (1728^{m})], flanquée, à l'Ouest, du Petit Barbier (1562^{m}) et du Puy de Mareilh (1541^{m}), et, à l'Ouest, des Puys de Diane (1332^{m}) et de Surain édifiés sur le *voussoir granitique surélevé* du Chambon, tandis que les premiers sont assis à la limite et sur 400^{m} de produits volcaniques accumulés dans la *fosse granitique effondrée* du Mont Dore-Bourboule.

Le massif adventif comprend dans sa presque totalité des laves acides : *domites* à biotite, *trachytes* à augite, *trachy-andésites* à grands cristaux d'orthose et anorthose, *trachy-andésites* et *andésites* violacés riches en



Coupe à travers le massif adventif des Monts Dore : $l = 1 : 30.000$ environ; $h = 1 : 8.000$ environ; γ_1, granite); τd, domite; τ, trachyte; $\tau\alpha$, trachy-andésite; $\tau\varphi$, trachyte-phonolite (filon radial hydrothermal); αa, andésite basaltoïde; αb, andésite poreuse généralement à olivine; λ, labradorite; Cn, cinérites; gl, moraines.

métasilicates et *andésites* généralement à olivine, laves ayant formé des *dômes réguliers* (Diane, Mareilh), ou *irréguliers* (La Tache), des *sucs* plus élevés que ceux du Velay (Hautechaux 260^{m}), des *coulées-dômes* (Petit et Grand Barbier), où des *coulées épaisses* (Angle, Surain). Toutes ces collines sont couvertes, jusqu'aux points les plus hauts, d'une riche végétation qui les préserve contre l'érosion.

Les *laves* se sont surtout accumulées en hauteur au lieu de s'étaler en surface, en raison de leur viscosité due en partie à leur acidité, car les plus longues coulées n'atteignent pas 1^{km}. S'il y a eu, en certains points, des

appareils cratériques, aucun n'a été conservé. Cependant, en quelques rares places, notamment au sud-est de l'Angle et à l'est du Barbier, on observe, sous *les dernières coulées*, des couches épaisses de cinérites fines, indiquant que ces volcans ont eu pendant un certain temps un dynamisme strombolien, auquel a succédé un dynamisme vulcanien ou peléen, ainsi qu'en témoignent les brèches du sommet du Puy de la Tache et des flancs très escarpés du suc d'Hautechaux.

D'autre part, les *fumerolles* ont été abondantes et actives dans presque tous les édifices, surtout au Puy de la Tache, où elles ont fourni des cristaux remarquables d'hématite, de magnétite, d'augite, étudiés par MM. A. Lacroix et Gonnard. J'ai retrouvé les mêmes associations abondantes au Puy de l'Angle, où l'on observe aussi la tridymite et l'hypersthène.

Je signalerai quelques points particulièrement importants :

Le dôme de trachy-andésite de *Mareilh* a eu son flanc sud crevé par la poussée d'une andésite poreuse à olivine, qui REPOSE DIRECTEMENT sur la coulée d'andésite du plateau Queureuilh, issue de Cuzeau, c'est-à-dire sur une des dernières coulées du Volcan du Sancy.

Cette andésite a été exploitée pendant la guerre pour la fabrication des cuves et conduites à acide sulfurique et azotique.

Le *Puy de l'Angle* offre un revêtement écailleux de coulées d'andésite, partant de son sommet et recouvrant une grande partie de ses flancs.

Le *Puy de Surain* présente à la base Est plusieurs petits dômes de domite de 30^m à 50^m de haut ressemblant à des bourgeonnements du dôme principal ; sur tout le pourtour Sud et Est de cette montagne s'étendent des coulées de basalte reposant directement sur le granite du voussoir surélevé du Chambon qui monte à 1180^m, tandis qu'au Mont-Dore il retombe à moins de 850^m.

Les *glaciers* ont recouvert le massif adventif sur lequel on observe des niches (glaciers de cirques) bien caractéristiques, entre les Puys de Surain, de l'Angle et du Barbier et entre ceux de la Tache et d'Hautechaux.

Ces glaciers ont donné des langues de glace descendant assez bas, car elles ont moutonné une portion des flancs et abandonné des moraines entamées par l'érosion au niveau du Puy de Diane.

MÉTÉOROLOGIE. — *Influence de la distribution verticale des températures sur les vitesses du vent mesurées au voisinage du sol.* Note de M. C.-E. **Brazier**, présentée par M. E. Bouty.

L'étude comparative du gradient et de la vitesse des courants horizontaux dans les couches basses de l'atmosphère au-dessus des continents, montre que la variation diurne de la vitesse du vent dans une station donnée ne peut s'expliquer par une variation corrélative du gradient. L'amplitude de la marche diurne de ce dernier élément est en effet trop faible pour permettre de rendre compte des variations de vitesse observées près du sol. A quelques centaines de mètres au-dessus de la surface, le sens de la variation diurne de la vitesse du vent est d'ailleurs renversé et les phénomènes observés ne paraissent pouvoir s'expliquer que par les échanges qui s'effectuent entre les couches d'air situées au voisinage immédiat du sol et les couches plus élevées, échanges dont l'intensité et l'extension en hauteur dépendent pour une bonne part de la répartition verticale des températures.

On est donc tout naturellement conduit à rechercher dans quelle mesure la vitesse du vent correspondant à une valeur donnée du gradient est affectée, près de la surface terrestre, par la distribution des températures suivant la hauteur.

Pour se livrer à cette recherche, il est préférable d'opérer à une époque de l'année où les mouvements de convection dus à l'échauffement de l'air par son contact avec le sol ne peuvent influer sur les nombres observés. J'ai donc utilisé les observations faites à 7^h en décembre et, pour avoir des données suffisantes sur la distribution verticale des températures, j'ai dû me borner à discuter les nombres recueillis au Bureau Central météorologique et au sommet de la Tour Eiffel. Les valeurs du gradient ont été déterminées d'après l'espacement des isobares tracées sur les cartes synoptiques du Bulletin International en laissant de côté les journées où la forme compliquée des courbes d'égale pression eût rendu les mesures trop incertaines.

Quoique le travail ne soit pas encore complètement achevé, les résultats fournis par la discussion de 250 observations réparties sur les années 1898-1908 paraissent suffisamment intéressantes pour être publiés dès maintenant.

1° *Quelles que soient la grandeur et la direction du gradient, les vitesses du vent mesurées à la terrasse du Bureau Central* (21^m *au-dessus du sol*) *sont*

en moyenne plus faibles, pour une même valeur du gradient, quand il y a inversion de température que dans le cas contraire.

2° *A la terrasse du Bureau Central, la vitesse du vent correspondant à un gradient donné croît progressivement à mesure que le décroissement de la température dans la couche de* 300^m *devient plus accusé.*

3° Au niveau du sommet de la Tour Eiffel (305^m au-dessus du sol), il semble que la vitesse du vent, à gradient constant, passe par un maximum lorsque la température mesurée à ce niveau se rapproche de celle qui est mesurée simultanément à la terrasse du Bureau Central.

Si, en exprimant les vitesses du vent en mètres par seconde et les gradients en millimètres de mercure par degré géographique, on détermine, à titre de première indication, le rapport

$$\frac{\text{vitesse du vent à la terrasse}}{\text{gradient}},$$

on trouve qu'il est de 0,8 en moyenne s'il y a inversion de température, tandis que sa valeur est de 1,7 dans le cas contraire. Je me suis d'ailleurs assuré que la variation de ce rapport n'était pas due au fait que les inversions de température se produisent de préférence pour certaines situations atmosphériques et sont plus fréquentes par vents faibles que par vents forts.

Ces premiers résultats montrent que le rapport

$$\frac{\text{vitesse du vent}}{\text{gradient}},$$

à la hauteur où sont placés nos anémomètres est trop fortement influencé par la distribution verticale des températures pour que l'on puisse négliger cette dernière donnée dans la détermination expérimentale de la loi reliant la vitesse du vent dans les couches basses de l'atmosphère à la valeur du gradient.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les conserves de fruits préparées à froid, sans addition de sucre, d'alcool, ni d'antiseptique.* Note de M. **Gabriel Bertrand**, présentée par M. E. Roux.

L'idée que l'air était la cause essentielle de l'altération des tissus animaux et végétaux a conduit bien des chercheurs à essayer d'obtenir des conserves de viande, de fruits ou de légumes par suppression aussi complète que possible du contact de l'air ou seulement de l'oxygène. Il a été pris, depuis plus d'un siècle déjà, toute une série de brevets (par Plowden, Saddigton, de Heine, Currie, Sartier, Leignette, Jones et Trevathick, etc.), uniquement basés sur cette idée. En faisant connaître la méthode d'Appert à l'Académie des Sciences [1], Gay-Lussac a lui-même interprété les bons résultats que permettent d'atteindre cette méthode par la privation complète de l'oxygène.

Bien qu'on sache, depuis les travaux de Pasteur, que ce n'est pas l'air, mais les germes microbiens qu'il transporte, ou qui se trouvent mêlés aux matières organiques, qui sont la véritable cause des fermentations, il n'en est pas moins vrai que la suppression du contact de l'air réussit, plus ou moins, dans certains cas, à conserver des substances nécessairement souillées de germes et qui, sans ce moyen, ne tarderaient pas à entrer en décomposition. C'est ainsi que, depuis longtemps, on conserve des tomates en Italie en les mettant dans des vases remplis d'eau sous une couche d'huile, qu'en France, on arrive au même résultat avec des haricots verts en les plongeant, après les avoir lavés, dans des flacons pleins d'eau que l'on bouche ensuite hermétiquement.

Quel degré de confiance peut-on accorder à ces méthodes? Que se passe-t-il lorsqu'on les met en pratique? Peut-on, enfin, les appliquer au moins à certains fruits que la pénurie actuelle de sucre empêche de transformer en confitures? J'ai cru d'autant plus utile d'examiner ces questions que le Ministère du Ravitaillement a fait publier, l'année dernière dans les journaux, la description sommaire d'une méthode de conservation des fruits qui rappelle celle décrite ci-dessus pour les haricots verts.

J'ai opéré sur des cerises, des groseilles rouges et des groseilles blanches, des framboises, des prunes Reine-Claude, des quetsches, des abricots entiers

[1] Séance du 5 décembre 1810.

ou coupés. J'ai essayé comparativement l'eau de source, bouillie et non bouillie et l'eau distillée; enfin, divers systèmes de fermeture. Mes expériences ont été entreprises l'année dernière dans le courant des mois de juillet et d'août. En dehors de quelques essais préliminaires, portant surtout sur le choix de la fermeture et qui n'ont pas à entrer ici en ligne de compte, j'ai préparé 42 flacons de fruits divers (¹).

Ces fruits ont d'abord été lavés, soit en les agitant dans l'eau, comme dans le cas des groseilles, soit en les frottant sous l'eau avec les doigts, comme dans le cas des prunes ou des abricots, et, cela, à plusieurs reprises, en changeant l'eau chaque fois afin de les débarrasser le plus possible des poussières et autres impuretés adhérentes à la surface. Ils ont été ensuite placés dans les flacons avec de l'eau, en s'arrangeant de manière à ce qu'au moment de la fermeture, il n'y ait aucune bulle d'air emprisonnée dans le liquide. Une forte rondelle de caoutchouc assurait l'étanchéité de la fermeture.

Les 42 flacons ainsi préparés ont été soumis à une épreuve très sévère, car ils sont restés, dans une première période, sans aucune protection contre les fortes chaleurs de l'été; ils ont été maintenus, dans une seconde, à l'abri des froids de l'hiver, et conservés, enfin, à travers la crise de printemps, jusqu'au commencement de ce mois.

Une fermentation, quelquefois vive, s'est manifestée dès les premiers jours dans un certain nombre de flacons et du liquide a été expulsé par le gaz produit. Un examen de ces flacons a montré qu'il s'agissait d'une fermentation alcoolique. D'autres flacons ont subi la même fermentation dans les semaines suivantes, mais alors avec une lenteur, en général, de plus en plus grande. Quelques flacons ont encore fui, de temps en temps, pour la même raison, au cours de l'été, de l'automne, et même de l'hiver; mais ces cas sont devenus, au fur et à mesure, de plus en plus rares. Enfin, il y a quelques jours, c'est-à-dire 10 à 11 mois après le commencement des expériences, il restait 17 flacons en parfait état apparent de conservation, 3 dans lesquels on trouvait seulement quelques petites bulles gazeuses d'un volume total d'environ 1^{cm^3}, et 1 dans lequel il y avait une bulle de 3^{cm^3} à 5^{cm^3} sous le bouchon. Dans ces 4 derniers flacons, les bulles étaient apparues depuis longtemps; elles n'avaient augmenté qu'avec une grande lenteur et le liquide était resté aussi limpide que dans les 17 flacons précédents. On a constaté, en ouvrant ces 4 flacons, une légère pression. Probablement, il

(¹) Provenant tous du commerce de détail.

s'agissait ici encore d'une fermentation alcoolique, mais extrêmement réduite. Je n'ai, en effet, rencontré que cette fermentation, accompagnée deux fois nettement de fermentation lactique, mais jamais de fermentations putrides, butyriques, forméniques ou analogues, ainsi qu'on était en droit de le craindre avant toute expérience.

Il m'a paru que l'emploi de l'eau distillée était préférable à celui de l'eau de source, même bouillie. La fermeture le plus commode et, peut-être la meilleure, a été celle en « bouchon de cannette ». Les pots à large couvercle, n'assurant pas une pression suffisante de la rondelle de caoutchouc, n'ont pas donné de bons résultats. Enfin, constatation inattendue, faite sur les abricots, les fruits coupés ont beaucoup mieux réussi que les fruits entiers.

Il est donc possible, d'après ces résultats, de conserver des fruits par soustraction de l'air, dans des flacons remplis d'eau, sans qu'il soit nécessaire d'ajouter du sucre ou une autre substance, ni même de chauffer. Le rendement, déjà avantageux, que j'ai obtenu pourrait sans doute être amélioré en tenant les flacons à la cave ou dans un endroit frais et en n'exagérant pas la durée de la mise en garde.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Le mécanisme de la formation artificielle de l'urée par oxydation et la synthèse des principes naturels chez les végétaux* (¹). Note de M. **R. Fosse**, présentée par M. E. Roux.

L'urée prend naissance lorsqu'on oxyde des solutions contenant autant de glucose que le sang ($1^g,5$) et des doses d'ammoniaque, comparables ou inférieures à celle de l'organisme ($0^g,10$ à $0^g,01$ par litre). La quantité de glucose étant dans ces conditions bien supérieure à celle de l'ammoniaque, qu'arrive-t-il lorsqu'on brûle au contraire des traces de glucose en milieu fortement ammoniacal?

Les expériences citées nous ont révélé l'existence probable d'une relation entre la glycogenèse et l'uréogenèse, celles qui suivent conduisent à considérer l'*aldéhyde formique* et l'*acide cyanhydrique* comme termes intermédiaires instables précurseurs de l'urée et par conséquent à rapprocher la formation de ce corps de la synthèse des principes naturels chez les végétaux.

(¹) Voir R. Fosse, *Comptes rendus*, t. **168**, 1919, p. 320 et 908.

I. *L'oxydation de très petites quantités de glucose, au sein de l'ammoniaque concentrée, engendre des proportions considérables d'acide cyanique et d'urée. Après tautomérisation par la chaleur du cyanate d'ammonium, le rendement en urée peut dépasser 70 pour 100 du glucose, mis en expérience. Une molécule de glucose est susceptible de donner plus de deux molécules d'urée.*

II. *Le rendement en urée atteint des valeurs incomparablement plus fortes en oxydant dans les mêmes conditions expérimentales, le plus simple des hydrates de carbone, l'aldéhyde formique ou son dérivé ammoniacal l'urotropine,* 100 *parties de* CH^2O *peuvent produire* 140 *parties d'urée.*

Proportion des réactifs.						$CO\left[NH-CH\left<\begin{smallmatrix}C^6H^4\\C^6H^4\end{smallmatrix}\right>O\right]^2$		Urée pour 100	
Glucose.	CH^2O.	Urotropine.	Ammoniaque à 22°.	NH^4Cl.	MnO^4K.	avant chauffage.	après chauffage.	avant chauffage.	après chauffage.
g	g	g	cm³	g	g	g	g	g	g
0,025	»	»	5	1,5	1,3	0,0055	»	3,14	»
0,025	»	»	5	1,5	1,3	»	0,114	»	65,1
0,025	»	»	5	1,5	1,3	»	0,114	»	65,1
0,025	»	»	5	2	1,5	»	0,115	»	65,7
0,02	»	»	10	2	1,5	»	0,095	»	67,8
0,02	»	»	10	2	1,5	»	0,095	»	67,8
0,02	»	»	10	2	1,5	»	0,098	»	70
0,01	»	»	10	2	1,5	»	0,047	»	67
0,01	»	»	10	2	1,5	»	0,048	»	68
0,01	»	»	10	2	1,5	»	0,0495	»	70
0,01	»	»	10	2	1,5	»	0,050	»	71
0,01	»	»	10	2	1,5	»	0,050	»	71
»	0,01	»	10	2	1,5	»	0,096	»	137
»	0,01	»	10	2	1,5	»	0,096	»	137
»	0,01	»	10	2	1,5	»	0,0985	»	140
»	»	0,0077	7	2	1,5	0	»	0	»
»	»	0,0077	7	2	1,5	»	0,066	»	122
»	»	0,0077	7	2	1,5	»	0,067	»	124
»	»	0,0077	7	2	1,5	»	0,065	»	120
»	»	0,0077	7	2	1,5	»	0,064	»	118
»	»	0,0077	7	2	1,5	»	0,065	»	120

III. L'extraordinaire aptitude de l'aldéhyde formique à engendrer l'acide cyanique et l'urée, jointe à d'autres observations, nous suggère l'hypothèse que ce corps doit précéder l'urée dans l'oxydation artificielle des hydrates de carbone en présence de l'ammoniaque.

Sans préjuger ce qui se passe dans l'organisme, il est cependant permis de constater combien cette hypothèse s'écarte de la théorie actuelle de l'uréogenèse qui voit un précurseur de l'urée dans *l'acide carbonique*, substance incombustible, incapable de participer directement sous cet état à la synthèse des principes naturels. Les expériences qui précèdent nous amènent au contraire à faire dériver l'urée d'un corps combustible, dont l'activité chimique et la puissance synthétique sont incomparables : *l'aldéhyde formique*, premier terme supposé de l'assimilation chlorophyllienne.

Entre l'aldéhyde formique présumé et l'acide cyanique, découvert et saisi par nous dans les produits d'oxydation des substances organiques, se place nécessairement une autre substance transitoire, fort répandue chez les végétaux : *l'acide cyanhydrique*. Tandis que la théorie de l'origine carbonique de l'urée est sans lien chimique visible avec le mécanisme de la nutrition, l'hypothèse de son origine formaldéhydique établit au contraire une étroite relation entre la genèse de ce corps et celle des principes naturels.

Les deux corps qui, isolément ou ensemble, ont permis de réaliser les synthèses des matières sucrées, des acides aminés, des bases xanthiques et puriques... paraissent être ceux-là même qui précèdent la formation de l'urée dans l'oxydation artificielle des principes naturels :

$$CH^2O \xrightarrow{+NH^3+O} CNH \xrightarrow{+O} CONH \xrightarrow{+NH^3} CO(NH^2)^2.$$

La séance est levée à 15 heures et quart.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS DANS LES SÉANCES DE MAI 1919.

La théorie atomique, par Sir J.-J. THOMSON. Traduit de l'anglais par CHARLES MOUREU. Paris, Gauthier-Villars et Cie, 1919; 1 fasc. 18cm,5.

Rapport général sur l'industrie française, sa situation, son avenir, d'après les travaux des sections du Comité consultatif des arts et manufactures et de la direction des études techniques du Ministère du Commerce, de l'Industrie, des Postes et Télégraphes, des Transports maritimes et de la Marine marchande. Paris, Imprimerie nationale, 1919; 1 vol. 30cm. (Présenté par M. Haller.)

Les cargos, par ÉMILE BERTIN. Extrait de la *Revue de la marine marchande*. Paris, Challamel, 1918; 1 fasc. 24cm.

Chemins de fer du Midi. Exploitation, 3e division, matériel et traction, ordre de service no 108 (1er août 1887). *Questionnaire sur la construction et la conduite des machines*, avec réponses rédigées, par A. HERDNER. Polycopie; 2 vol. 27cm.

Même Ouvrage, 2e édition. Bordeaux, Delmas, 1916; 1 vol. 28cm.

Note sur les machines compound à six roues accouplées de la Compagnie des chemins de fer du Midi, par A. HERDNER. Extrait de la *Revue générale des chemins de fer*. Paris, Dunod et Vicq, 1896; 1 fasc. 31cm.

Locomotives des trains à très grande vitesse, par DU BOUSQUET et A. HERDNER. Extrait du *Bulletin de la Commission internationale du Congrès des chemins de fer*. Paris, 1900; 1 fasc. 24cm.

(*A suivre.*)

ERRATA.

(Séance du 31 mars 1919.)

Note de M. *A. Colson*, Théorie de la solubilité :

Page 683, ligne 14, *au lieu de* hydrates, *lire* sulfates.

(Séance du 28 avril 1919.)

Note de M. *L.-E.-J. Brouwer*, Énumération des groupes finis de transformations topologiques du tore :

Page 846, ligne 16, *au lieu de* invariant, pour, *lire* invariant pour.
Page 847, ligne 15, *au lieu de* $2y' = 1 - 2y$, *lire* $2y' = 1 + 2y$.
Même ligne, *au lieu de* $y = 1 - y$, *lire* $y' = 1 - y$.
Page 848, ligne 17, *au lieu de* représentent, *lire* représentant

(Séance du 5 mai 1919.)

Note de M. *H. Deslandres*, Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes :

Page 867, ligne 5, *supprimer* la lettre majuscule isolée L'.
Même page, dans la formule (5), *au lieu de* $-\frac{C}{2}(p+y)$, *lire* $-\frac{C}{2}(p+y)^2$.

(Séance du 2 juin 1919.)

Correspondance :

Page 1087, ligne 11, *au lieu de* Charpentier, *lire* Carpentier.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 16 JUIN 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du décret, en date du 5 juin 1919, qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Emile Bourquelot** pour occuper, dans la Section de Chimie, la place vacante par le décès de M. *Jungfleisch*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Bourquelot** prend place parmi ses Confrères.

GÉOLOGIE. — *Esquisse géologique du Tibesti, du Borkou, de l'Erdi et de l'Ennedi. — Les formations sédimentaires.* Note de MM. **A. Lacroix** et **Tilho**.

Les documents géologiques recueillis jusqu'ici sur le Tibesti et sur les régions avoisinantes se réduisent à peu de chose.

Nachtigal a traversé l'extrémité nord-ouest du Tibesti. Il y a signalé des formations volcaniques, un ancien cratère au pied du Toussidé qu'il considérait comme un cône éruptif, mais il n'a pas précisé la nature des matériaux qui le constituent : d'après des renseignements fournis par un indigène, il a assigné aussi une origine volcanique à l'Emi Koussi. Enfin,

sur les flancs sud-ouest du Toussidé, il a indiqué l'existence de grès et de granite (¹).

Le même voyageur et tous ceux qui ont recueilli quelques roches dans les oasis du Borkou n'y ont vu que des buttes de grès surgissant du sable du désert, notamment entre Aïn-Galakka, Faya et Oueÿta, au pied occidental des plateaux gréseux de l'Ennedi. Aucun fossile n'a permis jusqu'ici de dater ces grès (²).

Notons enfin que G. Rolland, dans son esquisse de carte géologique du Sahara (³), généralisant outre mesure les quelques lignes du livre de Nachtigal consacrées à la géologie, représente le Tibesti comme une longue chaîne (nord-ouest) de roches cristallines anciennes, surmontées par des roches volcaniques récentes.

Les difficultés de toute sorte rencontrées au cours de la mission qui a fait l'objet des Notes précédentes (⁴) n'ont pas permis de réunir autant d'observations et d'échantillons géologiques que nous l'eussions voulu; néanmoins, les roches recueillies permettent dès à présent de préciser des points obscurs et d'apporter des faits nouveaux sur la constitution de cette vaste région africaine totalement désertique.

Laissant de côté pour l'instant les régions volcaniques du Tibesti, nous ne nous occuperons dans la présente Note que des formations sédimentaires communes à l'ensemble des régions explorées.

Le substratum du Tibesti est essentiellement constitué par des grès horizontaux qui ont été vus en place jusqu'à une altitude d'environ 1100^{m}, aussi bien sur le flanc nord (vallée de Bardaï, flancs du Toh de Zoumri) que sur les flancs occidental et méridional (régions de Daski, de Tottous) de l'Emi Koussi; la base méridionale de cette haute montagne se prolonge par le Borkou, où les observations antérieures ont été confirmées et étendues vers le nord (Gouro, Modjounga, Ounianga) jusqu'au plateau de

(¹) G. Nachtigal, *Sahara et Soudan*, traduction française. Paris, G. Gourdault, 1881, p. 175 et 235.

(²) Bordeaux, *La Géographie*, t. 18, 1908, p. 209. — Ferrandi, *in* Garde, *Description géologique des régions situées entre le Niger et le Tchad et à l'est et au nord-ouest du Tchad* (Thèse), 1910, p. 225. — Arnaud, *in* Lemoine, *Afrique occidentale. Handb. région. Geologie*, t. 7, p. 6 à 10. — E. Jamot, *Contribution à l'étude de la géologie du Ouadaï* (*C. R. Congrès Soc. sav. en* 1914 : *Sciences*, Paris, 1915, p. 128.

(³) *Géologie du Sahara algérien et aperçu sur le Sahara de l'océan Atlantique à la mer Rouge*, 1890.

(⁴) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 984 et 1081.

Jef-Jef (exploré par le lieutenant Fouché) qui, lui aussi, est gréseux, de même que l'Erdi et l'Ennedi : les grès recueillis (notamment à Erdelé sur le flanc nord de l'Ennedi) ne diffèrent pas de ceux d'Oueÿta.

Une des observations capitales faites par la Mission réside dans la découverte entre le pied du Koussi et Faya (notamment dans les Oueds de Santiohou, d'Orori et de Gouring) d'abondants fossiles bien conservés : ce sont des contre-empreintes, déterminées par M. Marcellin Boule et appartenant à l'*Harlania Harlani* (*Arthrophycus Harlani*, Hall), caractéristique des *grès de Medina* de l'Amérique du Nord qui forment la partie inférieure du Silurien supérieur (Gothlandien); il existe aussi une forme se rapprochant des *Vexillum* de notre grès armoricain. Il est intéressant de noter que M. Douvillé a récemment reconnu l'*Harlania* dans des grès rapportés de l'oasis de Djado, au nord-nord-ouest de Bilma [1].

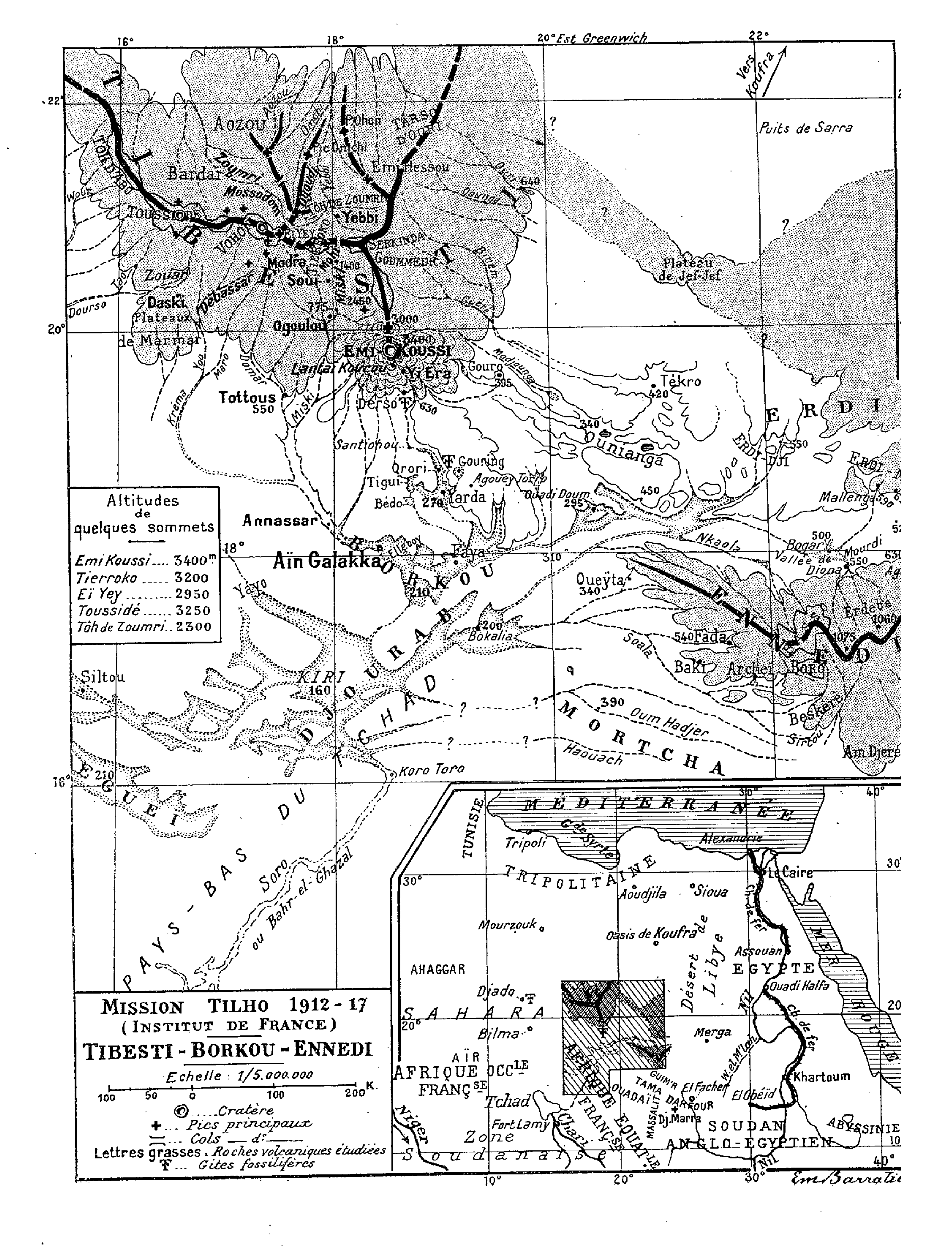
Cette nouvelle observation prolonge de près de 1500^{km} vers le sud-est l'extension du Silurien, et il est possible, en outre, que les grès du Ouadaï et du Massalit appartiennent, au moins en partie, à la même série.

Nous ne voulons pas dire, bien entendu, que tous les grès du Tibesti et des régions avoisinantes sont exclusivement siluriens; l'altitude des gisements où ont été rencontrés les *Harlania* est d'environ 300^{m}; il est bien vraisemblable que les strates qui surmontent les couches fossilifères forment une série compréhensive correspondant à des niveaux géologiques moins anciens, mais on peut dès à présent affirmer l'âge silurien supérieur de tous les grès du bas pays du Borkou et de ceux de la base des formations sédimentaires du Tibesti, de l'Erdi et de l'Ennedi.

Ces grès contiennent d'ordinaire au moins quelques paillettes de muscovite; leur ciment est plus souvent argileux (argile colloïde ou cristalline) que siliceux (grès lustrés du plateau de Jef-Jef, à ciment constitué par de petites plages grenues non orientées de quartz); leur grain est ordinairement fin, il devient extrêmement fin sur le plateau de Jef-Jef, où certaines roches ressemblent à des silex stratifiés : ce sont des *pélites* exclusivement quartzeuses.

---

[1] *In* Henry Hubert, *Bull. Soc. géolog. France*, t. 17, 1917, p. 115, note 5. Cet échantillon a été apporté à Dakar, en même temps que des grès un peu calcaires, (de Dadafi à mi-chemin entre Bilma et de Tibesti) contenant des articles de Crinoïdes et des Brachiopodes siluriens (*Spiriferi Rousseaui*, M. Rouault, et des empreintes de *Leptostrophia orskania* Clarke) antérieurement signalés par M. Haug à l'Oued Oubrakate.


MISSION TILHO 1912-17
(INSTITUT DE FRANCE)
TIBESTI - BORKOU - ENNEDI
Echelle : 1/5.000.000
Cratère
Pics principaux
Cols
Lettres grasses : Roches volcaniques étudiées
Gites fossilifères
Altitudes de quelques sommets
Emi Koussi 3400m
Tierroko 3200
Eï Yey 2950
Toussidé 3250
Tôh de Zoumri .. 2300
20° Est Greenwich
Vers Koufra
Puits de Sarra
Aozou
Bardaï
Yebbi
Modra
Soui
Daski
Plateaux de Marmar
Ogoulou
EMI-KOUSSI
Tottous
Plateau de Jef-Jef
Tékro
Ounianga
Annassar
Aïn Galakka
Faya
Oueyta
Fada
Baki
Archeï
Siltou
Koro Toro
PAYS-BAS DU TCHAD
MORTCHA
MÉDITERRANÉE
TRIPOLITAINE
Tripoli
Alexandrie
Le Caire
Mourzouk
Oasis de Koufra
Désert de Libye
AHAGGAR
SAHARA
Bilma
EGYPTE
Assouan
Ouadi Halfa
Khartoum
El Obéid
AFRIQUE OCCLE FRANÇSE
Tchad
Fort Lamy
SOUDAN ANGLO-EGYPTIEN
ABYSSINIE
Zone Soudanaise
Em. Barralier

Ces grès, blancs ou bariolés, sont souvent recouverts, notamment dans le Borkou, par ces grès bruns ou jaunes, à ciment de limonite, bien connus des explorateurs du Sahara; il n'est pas possible de dire s'ils résultent d'une simple imprégnation par de l'hydroxyde de fer des grès en place sous-jacents ou s'ils ne sont pas plutôt le résultat de la cimentation par la limonite de sables d'origine éolienne formés aux dépens de ces grès anciens ([1]). Quoi qu'il en soit, ces roches ferrugineuses forment des rides rocailleuses émergeant du sable des dunes : leur surface est curieusement mamelonnée, sculptée et polie par corrosion. Enfin, des concrétions ferrugineuses sphériques, piriformes, souvent creuses, abondent aussi à l'état libre dans le sable. Sur la crête gréseuse située au sud d'Aïn-Galakka des croûtes d'aragonite fibreuse se rencontrent dans les fentes des grès.

Il y a lieu de signaler (Agoueÿ Torro, Yarda), émergeant aussi du sable, des crêtes de limonite concrétionnée et de psilomélane compacte se prolongeant dans les grès sous-jacents sous forme de filonnets : il s'agit là d'une formation d'origine latéritique, identique à celle qui est si fréquente dans les grès de la Guinée. Ce fait est à rapprocher de l'existence sur le granite du Ouadaï de latérite bauxitique pisolitique fossile. C'est une preuve nouvelle du changement de climat de ces régions, aujourd'hui désertiques, naguère soumises à un climat tropical humide. Ce changement de régime n'est probablement pas extrêmement ancien, la Mission a en effet trouvé dans le sable du Djourab méridional (à une quarantaine de kilomètres à l'ouest-nord-ouest de Koro Torro) un squelette d'éléphant qui est tombé en poussière quand on a voulu le dégager.

Formations à faciès gneissique ou schisteux. — Dans l'Oued Miski, entre les altitudes de 650^{m} et de 1200^{m} à 1400^{m}, ont été observés (source Ogoulou) des schistes à faciès ardoisier, avec intercalations de lits quartzeux : ils sont redressés plus ou moins verticalement. Nulle part, il n'a été possible de voir leurs relations avec les grès horizontaux, qui, dans le Sud et l'Ouest, se trouve souvent à une altitude plus élevée qu'eux, et il en a été de même pour des roches à aspect gneissique qui abondent en blocs dans les Oueds Modra et Souï.

L'examen microscopique fait voir qu'il ne s'agit là ni de schistes sédi-

---

([1]) De gros grains polis de quartz, hyalin ou jaune, se rencontrent dans le sable de ces régions gréseuses : parfaitement transparents, transformés en *cailloux à facettes*, ils proviennent en partie de l'usure de cristaux drusiques de quartz provenant des fentes des grès.

mentaires, ni de véritables gneiss. Ce sont des roches éruptives, granite avec épidote compacte (Oued Souï), et diorite quartzifère (Modra et Souï), présentant tous les termes possibles de structure cataclastique, depuis des types à peine déformés jusqu'à d'autres tellement laminés, qu'il n'y subsiste plus trace de la structure originelle. L'existence de ces mylonites est la preuve d'accidents tectoniques importants que nous ne pouvons qu'indiquer, faute d'observations suffisantes sur le terrain.

Notons enfin qu'un échantillon isolé de mylonite a été recueilli dans le Borkou, à Annassar, situé à 60^{km} nord-ouest d'Aïn-Galakka; ce fait est à rapprocher de l'existence d'un morceau de granite, parmi les roches rapportées de cette région par le lieutenant Ferrandi.

La Carte ci-jointe (p. 1172) permet de situer les diverses localités citées dans cette Note.

ASTRONOMIE. — *Travaux de l'Observatoire de la Marine.* Note [1] de M. G. **Bigourdan**.

Delisle, âgé déjà de 60 ans quand il établit son Observatoire, n'y fit lui-même que des observations accidentelles [2] dont nous n'avons pas les registres : la dernière paraît être de 1761; mais il sut se faire suppléer activement par des élèves et surtout par Messier, qu'il orienta particulièrement vers la recherche des comètes.

Pour lui-même, il consacra le reste de sa carrière à la publication de travaux antérieurs, astronomiques [3] ou géographiques [4], et il mit sa grande expérience au service des astronomes, en publiant des *Avertissements* sur la

---

(1) Séance du 26 mai 1919.

(2) *Pass.* ☿ 1753* mai 6 (243); 1756 novembre 6 (1758, 134). — *Pass.* ♀ 1761* juin 6.

Ecl. ☉ 1748* juillet 25 (249); 1760 juin 14 (*C. des T.*, 1809, p. 331).

Ecl. ☾ 1749 décembre 23 (320); 1750 décembre 13 (343); 1751 décembre 2 (273); 1757 juillet 30 (*C. des T.*, 1810, p. 333).

Sat. ♃ 1759 (*C. des T.*, 1810, p. 359-361) et 1761 septembre 26 (*C. des T.*, 1809, p. 348) : cette observation de 1761 paraît être la dernière de Delisle.

(3) Sur la cause de l'auréole solaire dans les éclipses totales; sur la variation du diamètre solaire suivant l'ouverture des lunettes.

(4) Nouvelles découvertes dans le nord de l'Amérique et voyage de l'amiral de *Fuente*. Longitudes de Louisbourg (1751, 36), de Madère (1754, 565). Plan de Pékin (1764, 158). Cartes de Géorgie, de Babylonie, dressées par son frère le géographe (1766, H. 114, 119).

manière d'observer les principaux phénomènes attendus [ceux marqués d'un astérisque (*) dans la deuxième note ci-dessus].

On lui a reproché sa disposition à rassembler les observations plutôt qu'à les publier, ou même à les communiquer. C'est un travers qui eut des conséquences assez graves lors du retour tant attendu de la comète de Halley en 1759 : par une méthode dont le principe est assez discutable (*Mém. Acad.*, 1760, p. 382...), Delisle avait calculé les points du ciel où l'on devait attendre cette comète; Messier la chercha pendant près de deux années dans ces régions et la trouva enfin le 21 janvier 1759. Mais au lieu d'annoncer immédiatement cette découverte, afin de permettre aux autres astronomes de multiplier les observations, Delisle la garda pour lui, et imposa le secret à Messier son subordonné. De la sorte, Messier fut seul à observer la comète dans la première partie de son apparition (1759 janvier-février 14), puis à la retrouver lors de sa sortie des rayons du Soleil (1759 mars 31). C'est alors seulement que Delisle livra son secret, qui d'ailleurs ne l'était pas en Allemagne, où un paysan d'abord, puis un astronome, avaient vu la comète avant Messier.

Déjà il avait agi à peu près de même pour la comète de 1758.

Dégoûté peut-être par les désagréments qu'il s'était attirés ainsi, Delisle, déjà septuagénaire d'ailleurs, abandonna peu à peu l'Astronomie : à partir de 1760 il se fit suppléer par Lalande au Collége de France, où cependant il continua d'habiter; toutefois il s'intéressa toujours à son Observatoire, car lorsque, en 1767, Messier prit part au voyage de Hollande sur l'*Aurore*, pour l'essai des montres marines, il pria Lalande de le remplacer, pour ne pas interrompre la suite des observations. En outre, il céda une partie de ses pensions à Messier. Auparavant et déjà veuf, en 1763, il se retira quelque temps à l'abbaye Sainte-Geneviève; mais il la quitta en 1767 pour aller habiter avec des intrigants qui avaient capté sa confiance et toutes ses ressources : lorsqu'il mourut, le 12 septembre 1768, Buache son neveu et Messier durent se cotiser pour éviter qu'il ne fût enterré dans la fosse commune.

Messier remplaça Delisle comme astronome de la marine et comme directeur de l'Observatoire de Cluny (1771), où il poursuivit ses observations d'autant plus activement que, dès lors, il se trouva logé dans l'hôtel même.

La plupart des registres manuscrits des observations de Messier paraissent perdus; le seul qui nous reste, conservé à l'Observatoire de Paris (C.2, 19), couvre l'intervalle 1757 janvier 1 — 1760 septembre 30 : c'est une copie au

net, écrite en entier de la main de Messier, parfaitement propre et claire; elle se termine ainsi : « *La suite des observations dans le Journal suivant* ».

Fort heureusement Messier a publié la plupart de ses observations : celles des comètes sont dans *Sav. Étr.*, t. 5, 6; dans *Mém. Acad.*, années 1760 à 1790, et dans les premiers volumes de *Mém. Institut*. Quant à ses autres observations, elles se trouvent dans divers volumes de la *Connaissance des Temps* (Additions) où elles forment six séries (I-VI) numérotées dans l'ordre de publication, qui est inverse de l'ordre chronologique des observations.

Dans chaque série, les observations se trouvent classées à peu près ainsi : *Eclipses* ☉, ☾ ; *Occultations*, etc. Le Tableau suivant indique les volumes et les pages où on les trouve :

Intervalles des observations.	Éclipses ☉, ☾.	Occultations.	Satellites de ♃.	Comètes.	Observations diverses.	*Années de la Conn. des T.*		Série.
1752-1759...	p. 332-334	p. 334-340	p. 340-361	p. 361-364	p. 364-372 (¹)	**1810**,	p. 332-373	VI
1760-1764...	329-337	338-339	339-359	359-361	361-365 (²)	**1809**,	329-365	V
1765-1769...	390-391	391-394	413-420	423-425	425-434 (³)	An XV,	389-431	IV
1770-1774...	434-435	435-437	437-455	455-457	457-465	An IX,	434-465	III
1775-1784...	305-308	308-319	320-346	346-349	349-356 (⁴)	An VIII,	305-356	II
1785-1796,4.	207-208	208-218	218-230	231-234	»	An VII,	207-234	I

Pour les comètes, il ne donne pas ici des observations de position, mais des remarques diverses, avec renvois et corrections à la publication déjà faite (⁵).

(¹) P. 372-373 : Nombres annuels de passages méridiens observés de ☾ (1752-1777). — Nombre des oppositions observées de ♂, ♃, ♄, ♅ (1752-1799).

(²) P. 338 : Pass. ♀, 1761, juin 6.

(³) P. 391 : Pass. ♀, 1769, juin 3. — P. 421-423 : Bandes et taches de ♂ (1764-1798). — P. 423 : Bandes ♄, 1776.

(⁴) P. 308 : Pass. ☿, 1782, novembre 12.

(⁵) Pendant les années 1777-1780, Messier fit un grand nombre d'observations de taches solaires qu'il se proposait de publier (*C. des T.*, an VIII, p. 351); plus tard, Delambre (*Éloge*, p. lxxxviij) espérait en « faire jouir les astronomes »; mais ni l'un ni l'autre n'a pu réaliser son projet; ces observations paraissent aujourd'hui perdues.

Il en est de même des *Mémoires* de Messier, que nous connaissons par Delambre (*Éloge*, p. xcij, et *Hist. Astr.*, VI, 772). Messier, dit-il, était éminemment observateur; il ne voyait rien, n'entendait rien dont il ne prit note; ses Mémoires, d'une lecture piquante, auraient eu besoin d'être rédigés d'une manière plus correcte et plus concise; mais Messier ne put les transcrire à cause de l'affaiblissement de sa vue. « Ses

Messier s'est rendu célèbre surtout par ses observations et ses découvertes de comètes, poursuivies pendant 50 ans, de 1758 à 1808. D'une Notice détaillée sur ce sujet, que j'ai donnée dans le *Bulletin astronomique* de 1904 (t. XXI, p. 127, 157, 204), il résulte que durant ce demi-siècle il a paru 55 comètes, dont 12 ont été découvertes par Messier (¹), non compris celles qu'il a trouvées en même temps que d'autres astronomes (²).

C'est à partir de 1781, quand il avait dépassé la cinquantaine, qu'il trouva dans Méchain, à Paris même, un rival particulièrement heureux; mais si l'on s'en tient à la période la plus active de Messier, de 1759 à 1771, sur 14 comètes qui parurent alors il en découvrit 8, et comme certaines des autres se montrèrent subitement aux yeux de tous, Delambre a pu dire que « pendant quinze ans, presque toutes les comètes qui furent découvertes le furent par lui seul ». Aussi Louis XV l'appelait-il le dénicheur ou le *furet* des comètes.

Un autre travail très important de Messier est relatif aux nébuleuses, dont il découvrit un assez grand nombre pendant ses longues recherches. En vue d'en former un catalogue, il observa ces astres, à partir de 1764, de la même manière que les comètes; et en 1771 il publia la position et la description de 45 nébuleuses ou amas (*Mém. Acad.*, 1771, p. 435) dont il augmenta le nombre dans la suite.

---

remarques auraient pu faire un supplément, au moins curieux, aux registres de l'Académie et du Bureau des Longitudes...; le public les aurait probablement ignorés toujours, sans quelques feuilles détachées qui se trouvaient dans les volumes de sa bibliothèque, vendus à sa mort par ses héritiers ». On en trouve une partie, probablement assez petite, sur des volumes de la *Connaissance des Temps* qui sont aujourd'hui à l'Observatoire de Pulkowo et qui proviennent de Messier.

Nous ignorons également ce que sont devenus les deux volumes de Messier dont Delambre (*Éloge*, p. lxxxix) parle ainsi : « Il avait lui-même rassemblé tous ses Mémoires astronomiques et météorologiques dans deux volumes énormes, dont l'un contenait ses comètes et l'autre ses observations diverses. »

(¹) Comètes de 1759 II, 1763, 1764, 1766 I, 1769, 1770 II, 1770 III, 1771, 1780 I, 1788 I, 1793 I, 1798 I.

(²) Comète de 1758 I, qu'il vit en même temps que Méchain, et comète de 1801, qui fut découverte séparément le même jour (1er juillet 1801) par Pons, Messier, Méchain et Bouvard. C'est sans doute en tenant compte de ces dernières que Messier écrivait en 1808, que depuis 1758 il avait observé 45 comètes, « autant que tous les astronomes qui ont vécu avant lui », sur lesquelles il en avait découvert 20 (voir sa brochure : *Grande comète qui a paru à la naissance de Napoléon le Grand*).

Lalande avait consacré à Messier une petite constellation du même nom, le *Messier*, qui n'a pas été conservée. Voir son histoire dans *J. de Phys.*, t. 72, 1811, p. 387-393, avec pl.

MÉTÉOROLOGIE ET PHYSIQUE DU GLOBE.

Delisle et Messier mentionnent assez souvent leurs observations météorologiques; mais elles ne paraissent pas avoir été publiées *in extenso* : nous n'en connaissons que des résumés; même les registres originaux paraissent perdus en majeure partie.

L'original autographe des observations faites par *Delisle* du 4 octobre 1747 au 3 décembre 1760 est aujourd'hui aux archives de l'Observatoire de Paris (A. 7, 2); les heures des observations varient d'un jour à l'autre et les instruments étaient lus de 3 à 4 fois par jour; le manuscrit manque de clarté. Delisle avait eu soin de comparer son baromètre à celui de La Hire qui était encore en usage à l'Observatoire royal (A. 7, 6).

Messier commença ses observations météorologiques le 1er janvier 1763, et jusqu'au 1er novembre 1771 il les fit au Collége de France. Il les continua dans la suite à l'hôtel de Cluny, au moins jusqu'à 1796, mais nous n'avons aucun de ses registres originaux. Pour la période 1763 janvier 1-1772 décembre 31, Cotte en donna les moyennes dans *Sav. Étr.*, t. VII, p. 427-502, avec des indications sur les instruments (p. 431). Messier avait recueilli le baromètre de Delisle, mais à partir d'octobre 1766 il s'en construisit un autre muni d'un *vernier;* jusque-là, à ce qu'il croit, aucun baromètre n'avait été muni de cet accessoire important. Le 21 octobre 1818 le Bureau des Longitudes décida que l'on comparerait soigneusement le baromètre de Messier à celui qui était en usage à l'Observatoire royal.

Dans ses *Observations diverses*, Messier donne des indications sur les extrêmes annuels de température, ... sur les périodes météorologiques anormales, comme grands froids, fortes chaleurs, pluies ou neiges abondantes, débordements, etc. Il a même publié sur certaines de ces périodes plusieurs Mémoires, comme par exemple sur les froids de 1776, de 1788-1789, sur les grandes chaleurs de 1793.

Il a signalé fréquemment aussi des aurores boréales, plus rarement des tremblements de terre, etc.

SPECTROSCOPIE. — *Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes.* Note de M. **H. Deslandres.**

Dans une Note récente du même Tome (¹), j'ai montré que la distribution des vibrations dans les spectres de bandes pouvait être représentée par la formule suivante à trois variables ou paramètres indépendants, m, n, p,

$$(5) \qquad \nu = \pm \frac{f(n^2p^2)}{2} \times (m + \alpha)^2 + \frac{B}{2}(n + \beta)^2 - \frac{C}{2}(p + \gamma)^2 \pm K,$$

ν étant le nombre de vibrations (fréquence), m, n, p les nombres entiers successifs; $f(n^2p^2)$ étant une fonction qui paraît simple et est encore à déterminer exactement; B, C, K, α, β, γ étant des constantes. Les coefficients $f(n^2p^2)$, B et C sont en principe positifs et interviennent avec le signe qui les précède.

La formule met en relief trois progressions arithmétiques, de raisons égales à $f(n^2p^2)$, B et C, qui président à la distribution. Les progressions B et C fixent l'arête des bandes, et la progression, dont la raison $f(n^2p^2)$ est variable, donne les raies qui composent chaque bande.

Chaque progression est représentée par un terme de la forme $A(m + \alpha)^2$; et cette forme a été choisie surtout pour la comparaison avec les spectres de lignes, dont la formule est constituée par les inverses du même terme. Mais ce terme est à certains égards restrictif; et l'on sera conduit plus loin à remplacer la formule (5) par une autre plus générale.

1. Le deuxième terme de la formule, qui correspond à la progression B, est toujours additif, et le troisième, de la progression C, toujours soustractif. Cette propriété est caractéristique, et j'ai annoncé l'avoir vérifiée sur 15 spectres de bandes distincts à trois paramètres. Actuellement, le nombre des vérifications s'élève à 17, les spectres soumis à l'épreuve étant les suivants : 1er, 2e et 3e groupes de l'azote, groupe de l'azote phosphorescent, groupe du pôle négatif de l'azote; 1er, 2e, 3e et 4e groupes du carbone, groupe du pôle négatif du carbone; le 1er et le 2e groupes dits du cyanogène; le 1er et le 2e groupes de l'azoture de bore, le spectre de l'aluminium, celui du plomb, et le spectre d'absorption de l'iode.

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 861.

Cette liste sera augmentée prochainement; de nouveaux spectres de bandes sont annoncés de tous côtés, et mêmes publiés, au moins avec la mesure des raies arêtes; et l'on peut mettre encore à contribution les belles séries de mesures précises poursuivies par Kayser et ses élèves à Bonn, par Eder et Valenta, Exner et Haschek.

Les mémoires, il est vrai, doivent être le plus souvent complétés et modifiés; les auteurs n'ont pas cherché les séries naturelles, ou les ont présentées de façons très différentes; ils ont aussi rapproché des séries qui, comme on le verra plus loin, ne sont pas de même nature, et doivent être transformées. Bref, la confusion est actuellement très grande; il faut la faire cesser; il faut adopter des règles uniformes pour la représentation des séries, et fixer les conditions à remplir par les séries à comparer. La réforme sera d'ailleurs soumise à un congrès international : elle permettra de rechercher plus facilement les relations que la dernière Note laisse entrevoir entre les coefficients de la formule (5) et les nombres atomiques des corps simples.

La distribution des raies arêtes est présentée en général dans un Tableau ou dans un dessin. Je propose : 1° de réserver les mêmes lettres B et n aux progressions additives, et les lettres C et p aux progressions soustractives; 2° d'adopter le Tableau-type que j'ai employé en 1887 pour présenter le deuxième groupe de l'azote, en 1891 pour le premier groupe du carbone (Swan), et en 1904 pour le groupe du pôle négatif du carbone, après avoir ajouté quelques détails utiles. Ce Tableau dérive de la loi générale posée en 1887 : les raies arêtes sont divisibles en séries dont les premiers intervalles sont en progression arithmétique, et ces séries sont superposables. Les fréquences des raies arêtes sont placées aux sommets d'un grand quadrillage à lignes horizontales et verticales. Les raies qui, pour une même valeur de p, correspondent aux valeurs successives de n, occupent une même ligne verticale, et les lignes verticales sont disposées de manière que les intervalles égaux des séries soient une même ligne horizontale. Les fréquences croissent de haut en bas dans chaque ligne verticale, et de gauche à droite dans chaque ligne horizontale. En fait, chaque ligne verticale correspond à une valeur particulière de p, et chaque ligne horizontale à une valeur particulière de n; ces valeurs des paramètres sont marquées sur les côtés du Tableau.

Le dessin a une disposition analogue; mais, sur une même ligne horizontale, les raies arêtes, qui correspondent aussi à une même valeur du paramètre n, ne sont plus équidistantes, mais séparées par des intervalles égaux à la différence de leurs fréquences. On place en haut et en bas du

dessin le spectre même des raies arêtes exprimé en fréquences, et les raies qui dépendent d'une même valeur de p sont réunies par des lignes inclinées.

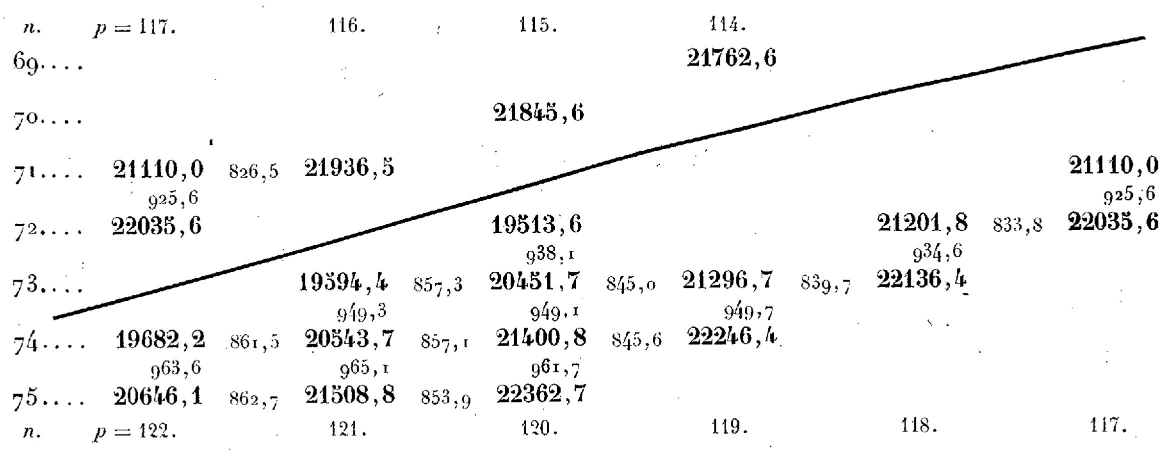
Je donne ci-dessous comme exemple le Tableau des bandes de l'aluminium qui, étant peu étendu, peut être contenu dans une page de ce volume. Ce spectre se distingue des spectres précédents de l'azote et du carbone, déjà publiés, par la valeur plus faible des raisons. Il a été mesuré avec soin par Hasselberg en 1892, et par Lauwartz en 1903; leurs nombres sont très voisins, mais ils ne donnent pas les bandes rouges du spectre.

J'ai adopté les nombres plus récents de Lauwartz après les avoir ramenés au vide et à l'étalon international. La formule des raies arêtes, rectifiée, est la suivante :

$$\nu = 36825{,}9 + \frac{12{,}776}{2}(n + 0.873)^2 - \frac{7{,}06}{2}(p + 0.424)^2,$$

n variant de 69 à 75 et p de 122 à 114.

Tableau du spectre de bandes de l'aluminium.



n.	p = 117.		116.		115.		114.				
69....							**21762,6**				
70....					**21845,6**						
71....	**21110,0**	826,5	**21936,5**								**21110,0**
	925,6										925,6
72....	**22035,6**				**19513,6**				**21201,8**	833,8	**22035,6**
					938,1				934,6		
73....			**19594,4**	857,3	**20451,7**	845,0	**21296,7**	839,7	**22136,4**		
			949,3		949,1		949,7				
74....	**19682,2**	861,5	**20543,7**	857,1	**21400,8**	845,6	**22246,4**				
	963,6		965,1		961,7						
75....	**20646,1**	862,7	**21508,8**	853,9	**22362,7**						
n.	p = 122.		121.		120.		119.		118.		117.

Le Tableau, qui s'étendait trop en largeur, a dû être divisé en deux parties, séparées par un trait noir incliné, et la partie supérieure doit être déplacée de gauche à droite avec les valeurs de p, de manière que les fréquences 21110 et 22035, à la gauche de la partie supérieure, viennent coïncider avec les mêmes nombres répétés à la droite de la partie inférieure.

Les gros chiffres sont les fréquences mesurées des raies arêtes, et les petits chiffres interposés sont les différences premières. On constate, à pre-

mière vue, que ces différences sont à peu près les mêmes à la fois sur la même ligne horizontale et sur la même ligne verticale. De plus, du haut en bas, dans le sens des n croissants, les intervalles sont croissants, et à peu près en progression arithmétique; de gauche à droite, les intervalles sont aussi en série arithmétique, mais décroissants. On reconnaît immédiatement les deux progressions fondamentales, l'une additive, l'autre soustractive.

Les nombres calculés, non reproduits, sont voisins des nombres mesurés; la moyenne des écarts pris en valeur absolue étant de 2,07. Si, avec la formule, on calcule les bandes rouges du spectre, on retrouve les nombres mesurés par Thalen et Hindrichs. Lorsque tous les spectres de bandes seront représentés de cette manière, il sera plus facile de les comparer.

II. Lorsqu'un spectre de bandes nouveau se présente, on cherche aussitôt à ranger ses raies arêtes en séries arithmétiques; mais, dans un spectre régi par la formule (5), il y a d'autres séries arithmétiques que celles des lignes verticales et horizontales du Tableau. Ainsi, les raies arêtes disposées le long des diagonales du Tableau, ou même le long d'autres lignes, sont aussi en progression arithmétique. J'ai signalé brièvement le fait dans ma Note de 1902, sur les spectres de bandes de l'azote (¹).

Considérons les deux diagonales issues d'un point $n^0 p^0$ du Tableau; les raies arêtes situées sur une diagonale sont telles que la somme $n+p$ de leurs paramètres est constante et égale à n^0+p^0; sur l'autre diagonale, c'est la différence $n-p$ qui est constante et égale à n^0-p^0. Si, dans la formule des raies arêtes, on remplace n par $(n+p)-p$, et ensuite n par $(n-p)+p$, on voit aisément que, le long d'une diagonale, les raies sont en progression arithmétique, et avec une raison égale à B — C.

Or on peut former plusieurs Tableaux différents, comprenant toutes les raies arêtes, soit avec une ligne verticale ou horizontale du Tableau normal et une série de lignes diagonales parallèles, soit avec les deux lignes diagonales; les raisons étant B et B — C, ou C et B — C, ou seulement B — C. Comment distinguer ces Tableaux les uns des autres? Comment distinguer les raisons qui sont à retenir pour la comparaison entre les différents spectres? On peut s'appuyer sur la propriété suivante :

Les séries de raies, parallèles à une diagonale, sont toutes en progression arithmétique avec la raison B — C, mais elles ne sont pas superposables

(¹) *Comptes rendus*, t. 134, 1902, p. 748.

au moins en général; les séries verticales et horizontales du Tableau normal sont au contraire superposables. Cette différence, qui est caractéristique, n'a pas été signalée par les auteurs qui, récemment, ont comparé les deux genres de séries.

Cependant, dans la plupart des spectres, les séries diagonales sont les plus apparentes et sont reconnues les premières; ainsi, dans le Tableau de l'aluminium, les quatre séries diagonales parallèles correspondent aux quatre groupements de bandes du spectre, visibles à première vue. Elles ne sont pas superposables; mais, lorsque la précision des mesures est faible, lorsque la différence B — C est petite, il est souvent difficile de décider. Dans tous les cas, on peut recourir à la règle dite des perturbations des bandes, qui a conduit en 1887 à la loi générale de distribution (1). « En général, les bandes qui dépendent d'une même valeur du paramètre p ont les mêmes irrégularités ou perturbations, et ces irrégularités peuvent servir à les distinguer des autres bandes. » Cette propriété a été vérifiée et même complétée par Heurlinger.

On dispose donc de deux méthodes pour reconnaître les séries superposables; mais, le plus souvent, un appareil spectral puissant et de longues mesures précises sont nécessaires.

III. Dans les spectres précédents, la distribution des raies est sous la dépendance de trois paramètres distincts; mais d'autres spectres de bandes montrent seulement deux paramètres. Je citerai comme exemple le spectre d'absorption de l'oxygène, spectre bien connu, dont les cinq bandes A, B, α, α', α'' ont leurs raies arêtes données par la formule

$$\nu = -\frac{28,2224}{2}(p + 0,2775)^2 + 48788,85 \quad (p \text{ variant de } 50 \text{ à } 46).$$

Le spectre des arêtes montre seulement une progression négative. Par contre, le quatrième groupe de l'azote (Fowler) offre aussi une seule série de bandes, qui dépend du paramètre n et est positive. Dans ces spectres, le troisième paramètre manque, ou plutôt a une seule valeur, et est confondu avec les constantes. Il doit avoir au moins deux valeurs pour manifester son existence, et trois valeurs sont nécessaires pour reconnaître le sens de la variation des premiers intervalles.

Ainsi, le spectre de bandes découvert en 1904 dans les comètes, et attribué

(1) Voir *Comptes rendus*, t. 139, 1904, p. 1176, et t. 157, 1913, p. 673.

à l'oxyde de carbone, offre sept valeurs du paramètre n et donc nettement une progression additive, mais seulement deux valeurs du paramètre p.

Ces spectres incomplets sont nombreux. Je propose, pour donner une première idée des spectres de bandes, d'ajouter simplement à leur nom les valeurs des paramètres n et p, et le nombre moyen des valeurs de m.

IV. La formule (5), qui donne la distribution des raies dans le spectre entier, n'est pas assez générale; elle ne comprend pas le cas limite où la raison des progressions est nulle. Les raies sont alors équidistantes, et cette structure simple a été déjà signalée dans les spectres de bandes.

Il convient de revenir à la loi de distribution telle qu'elle a été posée en 1886 et 1887, et au polynome du second degré à trois termes qui la représente exactement. Les coefficients du polynome sont indépendants et peuvent être nuls séparément. On a la formule améliorée

$$(6)\quad \nu = \pm\left[\frac{F(n^2p^2)}{2}\times m^2 + f_1(n^2p^2)\times m\right] + \left[\frac{B}{2}\times n^2 + b_1 n\right] - \left[\frac{C}{2}\times p^2 + c_1 p\right] \pm K,$$

m, n, p étant les nombres entiers successifs, positifs et négatifs; b_1 et c_1 étant des constantes indépendantes de B et C. Le premier terme comprend deux fonctions F et f_1 de n^2p^2 : car le coefficient α de la formule (5), supposé constant, était souvent variable. Mais Heurlinger a montré que la fonction f_1 était constante dans certains spectres, au moins lorsque l'on choisit convenablement l'origine des nombres m; il faudra rechercher si cette propriété est générale.

L'une des trois raisons $F(n^2, p^2)$, B ou C, ou deux d'entre elles, ou même les trois, peuvent être nulles, et l'on a une ou deux, ou trois séries de raies et bandes équidistantes.

Ainsi, dans le spectre si curieux du toluol, la raison B est nulle, la raison négative C étant égale à $-35,8$. Dans le spectre d'absorption de l'acide sulfureux, qui offre 540 bandes, les raisons B et C sont nulles à la fois. Les termes du premier degré en n et p subsistent seuls, et peuvent être positifs ou négatifs à volonté, par un choix convenable des nombres entiers et des constantes. Les raies arêtes sont données encore par la différence de deux termes, qui sont, l'un additif et l'autre soustractif.

Finalement, dans l'état actuel des recherches, tous les spectres de bandes connus [1] peuvent être rattachés à la formule (6).

---

[1] Il y a une seule exception, fournie par le spectre de bandes de l'hélium, dont les arêtes, d'après Fowler, forment une série de Balmer.

Dans une troisième Note, consacrée aussi aux spectres de bandes, je compléterai l'exposé de leurs caractères principaux, qui conduit, en fait, à une classification naturelle, et j'aborderai ensuite l'étude de l'atome.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les surfaces isothermiques.* Note de M. C. GUICHARD.

Darboux a montré que la recherche des surfaces isothermiques revient à trouver cinq solutions $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_5$ d'une équation à invariants égaux telles que la somme de leurs carrés soit égale à zéro. Si l'équation du réseau, formé par les lignes de courbure, est intégrable par la méthode de Laplace, il en est de même de celle à laquelle satisfont les fonctions θ. Je me propose de trouver toutes les solutions de cette nature.

Dans un espace à cinq dimensions, la droite qui a pour paramètres directeurs $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_5$ décrit une congruence I, C; une telle congruence est harmonique à un réseau O, 2I, c'est-à-dire à un réseau O de l'espace à cinq dimensions applicable sur un réseau plan [voir mon Mémoire *Sur les systèmes orthogonaux et les systèmes cycliques* (*Annales de l'École Normale supérieure*, Chap. XI, 1903)]. Il est clair que, dans le cas où je me place, l'équation des réseaux O applicables est intégrable par la méthode de Laplace et réciproquement. La méthode qui permet d'obtenir ces réseaux est analogue à celle que j'ai employée dans mes Notes précédentes sur les surfaces à courbure totale constante et sur la déformation des quadriques. Voici le résultat auquel je suis arrivé.

Je désigne par $x_1, x_2, \ldots, x_{2k+1}$ des fonctions de u qui représentent les paramètres des tangentes à une courbe k fois isotrope; par $x'_1, x'_2, \ldots, x'_{2k+1}$ des fonctions analogues de la variable v. Je pose

$$\eta_i = P x_i + P_1 \frac{dx_i}{du} + P_2 \frac{d^2 x_i}{du^2} + \ldots + P_k \frac{d^k x_i}{du^k},$$

$$\eta'_i = Q x'_i + Q_1 \frac{dx'_i}{dv} + Q_2 \frac{d^2 x'_i}{dv^2} + \ldots + Q_k \frac{d^k x'_i}{dv^k}$$

$$(i = 1, 2, \ldots, 2k+1),$$

et j'écris les équations

$$(1) \qquad \eta_i + \sqrt{-1}\,\eta'_i = 0,$$

qui déterminent les fonctions P et Q à un facteur près. Dans ces conditions

si z est une fonction quelconque de u, z' une fonction quelconque de v, les expressions

$$\chi = Pz + P_1 \frac{dz}{du} + \ldots + P_k \frac{d^k z}{du^k},$$

$$\chi' = Qz' + Q_1 \frac{dz'}{du} + \ldots + Q_k \frac{d^k z'}{dv^k}$$

satisfont à une même équation à invariants égaux (DARBOUX, *Leçons*, 2e partie, p. 154).

Cela posé, le problème proposé comporte deux séries de solutions. Dans la première série, la solution générale ne renferme que des constantes arbitraires; dans la deuxième série, la solution renferme une fonction arbitraire de u ou de v.

PREMIÈRE SÉRIE. — Je désigne par $z_1, z_2, \ldots, z_{2k+3}$ des fonctions de u qui représentent les paramètres d'une courbe $k+1$ fois isotrope; par z'_1, $z'_2, \ldots, z'_{2k+3}$ des fonctions analogues de la variable v. Je pose

$$(2) \quad \left\{ \begin{array}{l} \zeta_i = Pz_i + P_1 \dfrac{dz_i}{du} + \ldots + P_k \dfrac{d^k z_i}{du^k}, \\ \zeta'_i = Qz'_i + Q_1 \dfrac{dz'_i}{dv} + \ldots + Q_k \dfrac{d^k z'_i}{dv^k} \\ \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2k+3). \end{array} \right.$$

Les fonctions ζ_i et ζ'_i satisfont à une équation à invariants égaux et l'on a

$$\Sigma \zeta_i^2 + \Sigma \zeta_i'^2 = 0.$$

Je fais une substitution orthogonale à coefficients constants sur les ξ_i et ζ'_i, ce qui les transforme dans les fonctions $\chi_1, \chi_2, \ldots, \chi_{4k+6}$. Je suppose que les fonctions z et z' soient telles que les équations

$$(3) \quad \chi_1 + i\chi_2 = 0, \qquad \chi_3 + i\chi_4 = 0, \qquad \ldots, \qquad \chi_{4k-1} + i\chi_{4k} = 0, \qquad \chi_{4k+1} = 0$$

soient équivalentes, aux équations (1). Si je pose

$$(4) \quad \theta_1 = \chi_{4k+2}, \qquad \theta_2 = \chi_{4k+3}, \qquad \theta_3 = \chi_{4k+4}, \qquad \theta_4 = \chi_{4k+5}, \qquad \theta_5 = \chi_{4k+6}.$$

Les fonctions θ ainsi définies forment une solution du problème posé. En écrivant que les équations (3), considérées comme fonctions linéaires des quantités P et Q, forment un système équivalent au système (1), on aura des relations linéaires entre les x_i et les z_i d'une part, puis entre les x_i et

les z'_i d'autre part; ce qui permet de former les équations auxquelles doivent satisfaire les fonctions z d'une part, puis les fonctions z' d'autre part.

En général, après avoir effectué au préalable une substitution orthogonale sur les z, puis une autre sur les z', on pourra ramener les équations (3) à la forme suivante :

$$(5)\qquad \begin{cases} \zeta_1 + i\zeta'_1 = 0, \quad \ldots, \quad \zeta_{2k} + i\zeta'_{2k} = 0, \\ \cos\omega\,\zeta_{2k+1} + \sin\omega\,\zeta'_{2k+1} = 0. \end{cases}$$

On aura alors

$$(6)\qquad \begin{cases} \theta_1 = -\sin\omega\,\zeta_{2k+1} + \cos\omega\,\zeta'_{2k+1} = -\dfrac{1}{\sin\omega}\zeta_{2k+1} = \dfrac{1}{\cos\omega}\zeta'_{2k+1}, \\ \theta_2 = \zeta_{2k+2}, \quad \theta_3 = \zeta_{2k+3}, \quad \theta_4 = \zeta'_{2k+2}, \quad \theta_5 = \zeta'_{2k+3}. \end{cases}$$

En écrivant que les équations (1) et (5) sont équivalentes, on trouve

$$(7)\qquad \begin{cases} x_1 = \omega_1 z_1, \quad x_2 = \omega_1 z_1, \quad \ldots, \quad x_{2k} = \omega_{2k} z_{2k}, \quad x_{2k+1} = \mu\cos\omega\, z_{2k+1}, \\ x'_1 = \omega_1 z'_1, \quad\quad x'_{2k} = \omega_{2k} z'_{2k}, \quad x' = \mu i \sin\omega\, z'_{2k+1}. \end{cases}$$

Si donc on introduit les deux formes quadratiques

$$\varphi(z) = z_1^2 + z_2^2 + \ldots + z_{2k+3}^2,$$
$$\psi(z) = \omega_1^2 z_1^2 + \omega_2^2 z_2^2 + \ldots + \mu^2\cos^2\omega\, z_{2k+1}^2,$$

on voit que les fonctions z satisfont aux équations

$$(8)\qquad \varphi(z) = 0, \quad \varphi\left(\frac{dz}{du}\right) = 0, \quad \ldots, \quad \varphi\left(\frac{d^k z}{du^k}\right) = 0,$$

$$(9)\qquad \psi(z) = 0, \quad \psi\left(\frac{dz}{du}\right) = 0, \quad \ldots, \quad \psi\left(\frac{d^{k-1} z}{du^{k-1}}\right) = 0.$$

On aura des équations de même forme pour les z'.

On est donc ramené au même problème que dans la recherche des surfaces à courbure totale constante pour lesquelles l'équation du réseau des lignes de courbure est intégrable.

Deuxième série. — On la forme comme la précédente en augmentant d'une unité le nombre des fonctions z. On aura ici

$$\zeta_i = P z_i + P_1 \frac{dz_i}{du} + \ldots + P_k \frac{d^k z_i}{du^k} \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2k+4),$$

$$\zeta'_i = Q z'_i + Q_1 \frac{dz'_i}{dv} + \ldots + Q_k \frac{d^k z'_i}{dv^k} \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2k+3).$$

Si l'on se place dans le cas général, les relations (5) seront remplacées par les suivantes :

$$(10)\qquad \zeta_1 + i\zeta'_1 = 0, \qquad \zeta_2 + i\zeta'_2 = 0, \qquad \zeta_{2k+1} + i\zeta'_{2k+1} = 0$$

et l'on aura

$$(11)\qquad \theta_1 = \zeta_{2k+2}, \qquad \theta_2 = \zeta_{2k+4}, \qquad \theta_3 = \zeta_{2k+4}, \qquad \theta_4 = \zeta'_{2k+2}, \qquad \theta_5 = \zeta'_{2k+3}.$$

On devra avoir

$$(12)\qquad \begin{cases} x_1 = \omega_1 z_1, & x_2 = \omega_2 z_2, & \ldots, & x_{2k+1} = \omega_{2k+1} z_{2k+1}; \\ x'_1 = \omega_1 z'_1, & x'_2 = \omega_2 z'_2, & \ldots, & x'_{2k+1} = \omega_{2k+1} z'_{2k+1}. \end{cases}$$

Les fonctions z' possèdent les mêmes propriétés que dans le cas précédent. Au contraire, pour les fonctions z, il faut augmenter d'une unité le nombre des variables de la fonction φ. C'est pour cela que la solution dépend d'une fonction arbitraire de la variable u.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur les tensions de vapeur saturée et les chaleurs de vaporisation de l'acétate de propyle à diverses températures.* Note [1] de M. E. **Ariès**.

L'exposant n, qui figure dans l'équation d'état des fluides, ayant été déterminé pour quelques substances dans notre dernière Communication (séance du 12 mai 1919, p. 930) par une méthode qui ne laisse place à aucune incertitude, il était tout indiqué de procéder à une détermination aussi précise que possible de la fonction Γ qui permet de calculer, pour chacune de ces substances, la tension de la vapeur saturée par l'emploi de la formule

$$(1)\qquad \Pi = \tau^{n+2}\frac{Z}{x}, \qquad x = \tau^{n+1}\Gamma.$$

Les résultats assez satisfaisants obtenus dans nos recherches de première approximation, et parus dans les *Comptes rendus* au cours de l'année 1918, nous ont engagé à conserver à la fonction Γ la même forme générale et très simple

$$(2)\qquad \Gamma = 1 + \frac{(1-\tau)(\tau_0-\tau)}{A + B\tau + C\tau^2},$$

---

[1] Séance du 10 juin 1919.

τ_0 étant la température réduite, facile à trouver quand elle existe, à laquelle cette fonction devient, une première fois, égale à l'unité, avant de prendre cette valeur à la température critique. Quand cette température n'existe pas, comme il arrive généralement, τ_0 devra être remplacé par l'unité pour les raisons indiquées dans notre précédente Note.

Le problème à résoudre consiste à trouver, pour chaque substance, les valeurs numériques des trois coefficients A, B, C de la formule (2), formule qu'on peut écrire comme il suit :

$$A + B\tau + C\tau^2 = \Theta, \tag{3}$$

en posant, pour abréger les écritures,

$$\Theta = \frac{(1-\tau)(\tau_0 - \tau)}{\Gamma - 1}. \tag{4}$$

A chaque température pour laquelle la tension de vapeur est connue, Γ prend une valeur également connue et définie par les formules (1); il en est de même pour la fonction Θ, définie par la formule (4).

Considérons trois de ces températures, τ_1, τ_2 et τ_3 convenablement espacées, et appelons Θ_1, Θ_2, Θ_3 les valeurs connues que prend respectivement à ces températures la fonction Θ; les valeurs des trois constantes A, B, C seront données par le système des trois équations du premier degré :

$$A + B\tau_1 + C\tau_1^2 = \Theta_1, \qquad A + B\tau_2 + C\tau_2^2 = \Theta_2, \qquad A + B\tau_3 + C\tau_3^2 = \Theta_3, \tag{5}$$

faciles à résoudre, surtout si les trois températures sont également espacées.

En désignant, dans ce dernier cas, par Δ la différence $\tau_2 - \tau_1 = \tau_3 - \tau_2$, on trouve, pour les valeurs des trois constantes,

$$\left\{\begin{aligned} A &= \frac{1}{2\Delta^2}(\Theta_1\tau_2\tau_3 - 2\Theta_2\tau_3\tau_1 + \Theta_3\tau_1\tau_2), \\ B &= \frac{1}{2\Delta^2}[-\Theta_1(\tau_2+\tau_3) + 2\Theta_2(\tau_3+\tau_1) - \Theta_3(\tau_1+\tau_2)], \\ C &= \frac{1}{2\Delta^2}(\Theta_1 - 2\Theta_2 + \Theta_3). \end{aligned}\right. \tag{6}$$

On voit, par ces explications, avec quelle simplicité quiconque peut rapidement déterminer la fonction Γ. Nous avons, nous-même, appliqué

ces principes à l'examen de l'acétate de propyle pour lequel $n = 1,22$ et $\tau_0 = 0,9523$ (250°C).

En adoptant, pour le calcul des coefficients A, B, C, les données expérimentales de M. S. Young aux températures centigrades de 40°, 110° et 180°, nous avons trouvé :

(7) $A = 0,07705, \quad B = 2,0541, \quad C = -1,9532.$

Ces valeurs des constantes n, τ_0, A, B, C, transportées dans les équations (1) et (2), permettent de calculer la tension de vaporisation de l'acétate de propyle à toute température. Les valeurs ainsi obtenues s'accordent, d'une façon presque parfaite, avec les valeurs observées sur toute l'étendue des températures étudiées par M. S. Young, comme on le voit par le Tableau ci-dessous. Le plus grand écart se présente à la température de 220° : il est de $4^{cm},1$, et n'atteint pas $\frac{1}{250}$ de la valeur observée, qui est de 1062^{cm}.

Acétate de propyle ($\mu = 102,08$; $n = 1,22$).

Température centigrade.	Tension de la vapeur saturée calculée.	observée.	Δ calc. — obs.	Chaleur de vaporisation calculée.	observée.	Δ calc. — obs.
°	cm	cm	cm			
0........	0,7	0,7	0	"	"	"
20........	2,5	2,5	0	"	"	"
40........	7,1	7,1	0	"	"	"
60........	17,3	17,2	0,1	"	"	"
80........	37,2	37,3	−0,1	"	"	"
				Cal	Cal	Cal
90........	52,4	52,5	−0,1	82,49	81,65	0,84
100........	72,3	72,4	−0,1	80,45	79,80	0,65
110........	97,6	97,6	0	78,45	78,23	0,22
120........	129,4	129,3	0,1	76,65	76,33	0,32
140........	216,7	217,1	−0,4	72,51	71,84	0,67
160........	343,0	344,1	−1,1	68,12	67,66	0,46
180........	518,9	518,9	0	63,31	62,80	0,51
200........	755,5	754,3	1,2	57,81	57,23	0,58
220........	1066,1	1062,0	4,1	51,43	50,78	0,65
240........	1467,4	1467,5	−0,1	43,43	42,40	1,03
250........	1709,4	1709,0	0,4	38,28	37,44	0,84
260........	1984,8	1985,5	−0,7	31,54	30,70	0,84
270........	2301,0	2298,0	3,0	20,67	20,57	0,10
273........	2405,5	2406,0	−0,5	15,15	16,17	−1,02
276,2 (crit.).	2522,7	2522,7	0	0	"	"

La fonction Γ et les trois constantes P_c, T_c, n, qui sont les seules données nécessaires à la détermination de la tension de vapeur d'une substance, sont aussi les seules nécessaires à la détermination de la chaleur de vaporisation L de cette substance, à toute température. Le calcul se fait par la formule démontrée dans l'une de nos récentes Communications (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 206) :

$$(8) \qquad \frac{L}{RT} = (y_1 - y_2)\left[\frac{2+n}{8}Z + \frac{n+1+\tau\dfrac{\partial}{\partial\tau}\log\Gamma}{y_1 y_2}\right],$$

$\tau\dfrac{\partial}{\partial\tau}\log\Gamma$ devra être remplacé par sa valeur, tirée de la formule (2), que l'on peut mettre sous la forme

$$(9) \qquad \tau\frac{\partial}{\partial\tau}\log\Gamma = \frac{A - C\tau^2}{A + B\tau + C\tau^2} - \frac{A - C\tau^2 + \tau_0 - \tau^2}{A + B\tau + C\tau^2 + (1-\tau)(\tau_0 - \tau)}.$$

Le calcul du second membre, pour chaque valeur de τ, est, en somme, assez simple; car tous les éléments qui y figurent ont dû être déjà calculés pour obtenir la valeur de Γ.

De la chaleur moléculaire L, exprimée en calories, que donne la formule (8) (dans laquelle $R = 1{,}985$), on déduit la chaleur de vaporisation par gramme, dont les valeurs, relatives à l'acétate de propyle, sont aussi consignées dans le présent Tableau pour 14 températures échelonnées depuis 90° jusqu'au voisinage de l'état critique. En regard de ces valeurs sont portées celles que donne M. S. Young comme découlant de ses recherches. La différence entre les valeurs calculées et les valeurs observées n'atteint une calorie qu'aux températures de 240° et de 272°; encore, faut-il remarquer que, dans le dernier cas, le corps n'est qu'à 3°,2 seulement de la température critique, alors que sa chaleur de vaporisation, voisine de 15^{Cal} à 16^{Cal}, doit varier avec une extrême rapidité pour s'annuler au point critique, ce qui doit singulièrement favoriser les erreurs d'observation.

Enfin, avec les mêmes données, se calcule la différence $v_1 - v_2$ dont les valeurs ont été déjà indiquées, pour l'acétate de propyle, dans notre dernière Communication.

En résumé, on voit, par cet exemple, que les trois constantes T_c, P_c, n et la fonction Γ sont les seuls éléments nécessaires pour calculer très simplement à toute température, grâce à la Table de Clausius, et moyennant trois formules tirées de l'équation d'état, la tension de vapeur saturée, la

chaleur de vaporisation et la différence entre les volumes moléculaires du corps dans ses deux états de saturation. Les résultats obtenus avec l'acétate de propyle montrent, par leur précision, la confiance que méritent à la fois les formules employées et les données expérimentales de M. S. Young.

M. E. Bertin fait hommage d'un article intitulé : *La guerre navale en* 1918.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Physique générale, en remplacement de M. *Georges Gouy*, élu Membre non résidant.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 48,

M. E. Mathias	obtient	41 suffrages
M. Pierre Weiss	»	5 »
M. Henri Bénard	»	2 »

M. E. Mathias, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

CORRESPONDANCE.

M. Lyon-Caen, Secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences morales et politiques, sollicite le don, à la Bibliothèque du Lycée de Strasbourg, des publications des Membres de l'Académie.

Les Ouvrages remis au Secrétariat de l'Institut avant le 25 juillet seront transmis directement par les soins de l'Académie.

M. le Secrétaire perpétuel signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Alfred Vialay, *Essai sur la genèse et l'évolution des roches*. (Présenté par M. G. Lemoine.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries trigonométriques.* Note de M. **Erwand Kogbetliantz**, présentée par M. Appell.

Il est bien connu que la convergence en un point $\theta = \theta_0$ du développement trigonométrique d'une fonction $f(\theta)$, sommable dans $(0, 2\pi)$, ne dépend que de la conduite de $f(\theta)$ au voisinage du point θ_0, mais l'influence des points singuliers, étant trop faible pour détruire la convergence en d'autres points de l'intervalle $(0, 2\pi)$, peut néanmoins déterminer le mode de la convergence : en changeant, par exemple, l'ordre de l'infinitude de $f(\theta)$ en un point $\theta = \xi$ de l'intervalle $(0, 2\pi)$, on fait converger plus ou moins fort son développement trigonométrique en un point quelconque de cet intervalle.

On peut comparer les modes de la convergence de deux séries convergentes, en les sommant par la méthode des moyennes arithmétiques d'ordre négatif $\delta > -1$, et nous arrivons ainsi au problème de sommation $(C, \delta < 0)$ des séries trigonométriques.

Dans cette Note, nous étudions le lien qui existe entre l'ordre α d'infinitude de $f(\theta)$ en un point $\theta = \xi$ $(0 < \xi < 2\pi, \alpha < 1)$ et l'index δ de sommabilité $(C, \delta < 0)$ de son développement trigonométrique en un point quelconque de l'intervalle $(0, 2\pi)$. Si $f(\theta)$ est à variation bornée dans $(0, \xi - \varepsilon)$ et $(\xi + \varepsilon, 2\pi)$ et de la forme $f(\theta) = A|\theta - \xi|^{-\alpha} + \varphi(\theta)$ pour $|\theta - \xi| \leqq \varepsilon$, $\varphi(\theta)$ étant à variation bornée dans $(\xi - \varepsilon, \xi + \varepsilon)$, on a le théorème : *La série trigonométrique de $f(\theta)$, convergente partout dans* $(0, 2\pi)$, *sauf le point $\theta = \xi$, n'est nulle part sommable* $(C, \delta \leqq \alpha - 1)$; *elle l'est* $(C, \delta > \alpha - 1)$ *et elle a pour somme* $\frac{1}{2}\{f(\theta - 0) + f(\theta + 0)\}$ *partout sauf le point $\theta = \xi$.*

Les moyennes d'ordre $\delta < \alpha - 1$ oscillent entre $+\infty$ et $-\infty$, mais les bornes d'oscillation des moyennes d'ordre $\delta = \alpha - 1$ sont finies.

On démontre le théorème, en s'appuyant sur les propriétés suivantes de la série trigonométrique $\frac{\theta}{2} + \sum \frac{\sin n\theta}{n}$, dont nous désignons la moyenne arithmétique d'ordre $\delta > -1$ par $S_n^{(\delta)}(\theta)$:

I. Quel que soit $\delta > -1$, on a $\lim_{n=\infty} S_n^{(\delta)}(\theta) = \frac{\pi}{2}$ pour $0 < \theta < 2\pi$, la sommabilité $(C, \delta > -1)$ étant uniforme dans $(\varepsilon, 2\pi - \varepsilon)$.

II. $|S_n^{(\delta)}(\theta)| < k_1$ pour δ fixe; la constante k_1 ne dépend pas de θ, n et tend vers l'infini quand $\delta \to (-1)$.

La moyenne $s_n^{(\delta)}(\theta)$ de la série $\frac{1}{2} + \Sigma G_n \theta$ n'est que la dérivée de $S_n^{(\delta)}(\theta)$ et, en désignant par $f_n^{(\delta)}(\theta)$ la moyenne du développement trigonométrique de $f(\theta)$, nous avons

$$\pi f_n^{(\delta)}(\theta) = \int_0^{2\pi} f(u)\, s_n^{(\delta)}(\theta - u)\, du = \int_{\theta-\varepsilon}^{\theta+\varepsilon} + \int_{\xi-\varepsilon}^{\xi+\varepsilon} + \int_{(i)} = \mathfrak{I}'_n + \mathfrak{I}''_n + \mathfrak{I}'''_n.$$

En appliquant aux intégrales $\mathfrak{I}'_n$ et $\mathfrak{I}'''_n$ le second théorème de la moyenne, nous avons, grâce à I et II pour chaque $\delta > -1$,

$$\lim_{n=\infty} \mathfrak{I}'_n = \frac{\pi}{2}[f(\theta - 0) + f(\theta + 0)] \qquad \text{et} \qquad \lim_{n=\infty} \mathfrak{I}'''_n = 0.$$

De même, en utilisant la formule approximative pour $S_n^{(\delta)}(\theta)$,

$$S_n^{(\delta)}(\theta) = \frac{\Gamma(n+1)\Gamma(\delta+1)}{\Gamma(n+\delta+1)} \frac{\cos\left[\left(n + \frac{1+\delta}{2}\right)\theta - \frac{1+\delta}{2}\pi\right]}{\left(2\sin\frac{\theta}{2}\right)^{1+\delta}} + r_n^{(\delta)}(\theta)$$
$$(1 > \delta > -1),$$

où

$$|r_n^{(\delta)}(\theta)| = \frac{\Gamma(n+1)}{\Gamma(-\delta)\Gamma(n+\delta+1)} \int_0^1 \frac{(1+t)\, t^{n+\delta}\, dt}{(1-t)^{\delta}(1 - 2t\cos\theta + t^2)} < \frac{k_2}{(n+1)\sin^2\frac{\theta}{2}},$$

on parvient à la conclusion

$$\mathfrak{I}''_n = \cos\omega_n\, O\left[n^{\alpha-1-\delta}\int_0^{\infty} \frac{\cos t\, dt}{t^{\alpha}}\right] + \sin\omega_n\, O\left[n^{\alpha-1-\delta}\int_0^{\infty} \frac{\sin t\, dt}{t^{\alpha}}\right] + O(1),$$

où

$$2\omega_n = (2n + 1 + \delta)(\theta - \xi) - (1 + \delta)\pi.$$

Donc, pour $\delta < \alpha - 1$, $\mathfrak{I}''_n$ oscille entre $-\infty$ et $+\infty$; pour $\delta = \alpha - 1$, ses bornes deviennent finies et, pour $\delta > \alpha - 1$, $\lim_{n=\infty} \mathfrak{I}''_n = 0$. Q. E. D.

Notre théorème s'accorde très bien avec le fait connu, que les coefficients de Fourier de $f(\theta)$ sont de la forme $O(n^{\alpha-1})$. Vu que la convergence n'est que la sommabilité (C, $\delta = 0$), il est démontré qu'on ne peut pas baisser l'index $\delta = 0$ dans le théorème classique de Riemann, mentionné au début de cette Note.

PHYSIQUE. — *Sur les phénomènes de luminescence accompagnant l'oxydation du potassium ou du sodium.* Note de M. G. **Reboul**, présentée par M. Lippmann.

On sait depuis fort longtemps (Davy) que le potassium ou le sodium fraîchement coupés produisent à l'obscurité une luminescence, rougeâtre pour le premier, verdâtre avec le second. Cette luminescence est plus vive quand le métal est dans le voisinage de l'eau; à l'air, elle disparaît peu à peu, mais reparaît si l'on chauffe. Aucune étude spéciale ne paraissant avoir été faite de cette question (intéressante à d'autres points de vue), je me suis proposé de préciser les conditions physiques et chimiques de production du phénomène.

L'étude de cette luminescence assez faible exige un repos préalable de l'œil : on ne la perçoit nettement qu'après un séjour d'une quinzaine de minutes à l'obscurité. Il est d'ailleurs parfois avantageux de remplacer l'œil par une plaque photographique : des plaques (Lumière sigma) sont impressionnées au bout de deux ou trois minutes; l'impression est très nette après une dizaine de minutes d'exposition et suffit alors pour une étude du phénomène.

I. Au premier abord, on est frappé de l'importance du rôle joué par les parties superficielles du métal : du potassium ou du sodium fraîchement coupés sont nettement luminescents, puis la luminescence s'estompe et disparaît peu à peu, le grattage de la surface la fait réapparaître; aussi est-il commode d'employer pour cette étude l'alliage K — Na liquide dont l'état permet un renouvellement automatique de la surface. Quand on fait écouler goutte à goutte cet alliage liquide dans *une atmosphère humide*, chaque goutte qui se forme devient lumineuse : à la surface de la goutte se produit une pellicule blanche d'hydroxyde, qui se déchire quand la goutte grossit. Si l'on met quelques gouttes de l'alliage sur une lame de mica et si l'on agite, au bout de quelques instants la luminescence devient très vive, mais il se produit en même temps une rupture des parties superficielles, et de petites étincelles sont projetées parfois à plusieurs centimètres de la surface; quand on avive l'oxydation par une bouffée d'air humide, la luminescence devient plus brillante en même temps que le nombre des projectiles lumineux devient plus grand. Il suffit, d'ailleurs, d'approcher l'oreille pour entendre un crépitement indiquant bien qu'il y a rupture de surface.

L'aspect de ces phénomènes amènerait donc, à première vue, à les rattacher à la triboluminescence.

C'est également à cette conclusion que conduirait l'expérience suivante : on prend un flacon contenant du potassium ou du sodium, ou encore de l'alliage K — Na, recouverts d'huile de naphte, on l'agite; à l'obscurité, on aperçoit une luminescence très nette du contenu du flacon.

II. Mais si la luminescence est inséparable d'une rupture de surface, comme d'une élévation de température d'ailleurs, celles-ci ne suffisent point pour produire l'émission lumineuse. De la potasse ou de la soude ne produisent aucune lumière quand on les écrase au mortier. Les sous-oxydes de potassium (?) ou de sodium, préparés par action de ces métaux ou de leur alliage sur l'air sec ou partiellement desséché, ne produisent par rupture aucune luminescence, quoique l'on ait parfois inflammation.

L'introduction d'humidité, en présence de ces composés, provoque, au contraire, le phénomène de luminescence en même temps qu'il se forme une couche blanche de potasse ou de soude. C'est donc la réaction chimique et la formation d'hydroxyde qui jouent le rôle essentiel.

III. Dans quelles conditions chimiques cette luminescence est-elle la plus vive? Quand on oxyde l'alliage liquide dans l'air sec ou fortement desséché, il se forme, sans qu'il y ait luminescence, un corps noir ou bleuâtre, mélange d'oxydes complexes; l'action de l'air humide sur ce corps produit une luminescence particulièrement vive, en même temps qu'il se forme KOH ou NaOH. De même, quand on écrase à l'air humide quelques gouttes d'alliage, au bout d'un certain temps, l'écrasement produit par places un corps noir ou bleuâtre qu'une bouffée d'air humide transforme rapidement en hydroxydes en produisant une luminescence très vive. C'est donc pendant l'hydratation de ces composés (sous-oxydes ou peroxydes), assez mal définis de l'avis même des chimistes, que la luminescence est la plus intense. Cette transformation est parfois accompagnée d'inflammation.

Si, dans le mécanisme de production de cette luminescence, on fait jouer un rôle à ces oxydes complexes, dont la formation est particulièrement nette quand la surface métallique est fraîche et quand on chauffe légèrement, il devient facile d'expliquer comment une rupture superficielle ou une augmentation de température peuvent faire réapparaître ou rendre plus vive la luminescence d'une surface fatiguée.

PHYSIQUE. — *Sur l'entretien des oscillations mécaniques au moyen des lampes à trois électrodes.* Note de MM. **Henri Abraham** et **Eugène Bloch**, présentée par M. J. Violle.

1. On sait que les lampes à trois électrodes (audions) possèdent, entre autres propriétés intéressantes, celle de permettre d'introduire dans un circuit électrique une *résistance négative*. Si, par exemple, les bornes de la self d'un circuit oscillant sont reliées au filament et à la grille d'une lampe, en intercalant sur le circuit de plaque une self couplée avec la première, on pourra réagir sur le circuit oscillant de manière à accroître les oscillations. Si le couplage est suffisant, il peut s'amorcer des oscillations entretenues : c'est le montage des oscillateurs à lampes. Tout se passe donc comme si la résistance du circuit oscillant avait diminué, ou encore comme si la lampe avait ajouté une *résistance négative* à celle qui préexiste dans le circuit, et les oscillations entretenues s'amorcent spontanément quand la résistance *totale* est négative.

Si le sens des connexions de la bobine de couplage était inversé, la résistance fictive introduite dans le circuit deviendrait positive, et les oscillations propres seraient au contraire gênées ou plus rapidement amorties.

2. On peut utiliser ce principe pour l'entretien de vibrations ou d'oscillations mécaniques *de toutes fréquences* [1], puisque la lampe est, par elle-même, un relais apériodique à fonctionnement instantané.

Si, par exemple, on veut entretenir les oscillations d'un *pendule*, on pourra munir ce pendule d'un aimant en fer à cheval, dont les deux branches s'engagent dans deux bobines de fil de cuivre portant un grand nombre de tours. L'une d'elles est intercalée sur le circuit de grille d'une lampe, l'autre sur le circuit de plaque. Si le sens des connexions est convenable, les oscillations s'entretiennent, sinon elles s'amortissent plus vite que s'il n'y avait pas de lampe.

On peut accroître les effets observés en employant, au lieu d'une seule lampe, soit un groupe de plusieurs lampes en parallèle, soit un amplificateur à plusieurs étages de lampes. On peut alors faire osciller le pendule à partir

---

[1] Ou même pour l'entretien d'un mouvement continu de rotation, comme l'ont montré récemment Eccles et Jordan (*Société de Physique de Londres*, février 1919).

du repos : la position d'équilibre est instable. Le bon fonctionnement de l'amplificateur n'est évidemment assuré que si cet appareil est capable d'amplifier des courants alternatifs à fréquence extrêmement basse, égale à celle des oscillations propres du pendule. Il faut donc utiliser un amplificateur spécial à très grande constante de temps [1].

Le mécanisme des phénomènes est très simple. Le mouvement du pendule produit, par induction dans la première bobine, une force électromotrice proportionnelle à la vitesse. Cette force électromotrice agissant sur la grille de la première lampe, il en résulte dans le circuit de la dernière plaque des variations de courant qui, en première approximation, sont elles aussi proportionnelles à la vitesse du pendule, et ce sont ces courants mêmes qui produisent sur l'aimant mobile la force motrice d'entretien. Le pendule est donc soumis à une force *proportionnelle à la vitesse*, qui se retranche des forces de frottement, et l'entretien du mouvement est assuré quand les forces ainsi créées l'emportent sur les frottements.

3. Un procédé analogue peut être utilisé pour l'entretien électrique d'un *diapason*. Nous avons réalisé l'expérience avec un diapason à 1000 périodes, dont l'entretien électrique serait difficile à obtenir par les procédés habituels. Deux électro-aimants de téléphone, munis de bobines de grande résistance, sont installés de part et d'autre des deux branches du diapason. Les bobines du premier sont reliées aux bornes d'entrée d'un amplificateur à trois lampes pour fréquences musicales. Les bobines du second sont reliées aux bornes de sortie. Les vibrations du diapason s'amorcent et s'entretiennent spontanément. Si l'on renverse le sens des connexions de l'un des téléphones, l'entretien ne se fait pas, et l'amortissement des vibrations du diapason est au contraire accru. Ici encore, tout se passe comme si l'effet des lampes était de créer dans le système vibrant une force additionnelle analogue à un frottement, mais dont on peut changer à volonté le signe en changeant le sens des connexions.

---

[1] Nous avons construit divers types d'amplificateurs de ce genre pour la Radiotélégraphie militaire (1916).

PHYSIQUE. — *Sur un manomètre en verre, à parois élastiques.*
Note de MM. **Georges Baume** et **Marius Robert**, présentée par M. Rateau.

I. Pour mesurer la pression des fluides attaquant le mercure, on fait couramment usage de manomètres à parois minces en verre, en silice ou en métal inaltérable, fonctionnant selon le principe de Bourdon (Ladenburg, Johnson, Dunoyer, Bodenstein, Scheffer et Treub, Pellaton, etc.), et généralement employés comme appareils de zéro.

Sur la base des expériences de Ramsay et Young [1], nous avons mis au point, au cours de nos recherches sur les oxydes supérieurs de l'azote, un manomètre fondé sur les variations de volume, sous l'action d'une pression extérieure, d'un réservoir aplati en verre mince A (volume optimum : 6^{cm^3} environ), rempli de mercure et entouré d'une enveloppe B, où règne la pression à déterminer (*fig.* 1). Les variations de volume de A sont mesurées par le déplacement de la surface libre du mercure dans le tube capillaire D (diamètre optimum : $0^{mm},4$ environ), soudé au réservoir A.

Cet appareil présente une sensibilité comparable à celle d'un manomètre à mercure, dans des limites de pressions très étendues :

1° S'il est utilisé comme appareil de zéro (*fig.* 2), de manière à donner une très faible épaisseur aux parois de A ($0^{mm},3$ à $0^{mm},4$);

2° S'il est soustrait aux variations de température par immersion dans un thermostat T convenablement réglé, dont il prend rapidement la température par l'intermédiaire de C.

II. Les déformations d'un tel appareil, placé *verticalement*, sont, à température constante et pour de petites variations de pression, proportionnelles à ces dernières. Soient h_0 la distance du ménisque de mercure au centre du réservoir A, à la pression p_0, et h cette distance, lorsque la pression en B passe de p_0 à p. Il vient, a étant une constante de l'appareil :

$$h - h_0 = a(p - p_0 - h); \quad \text{d'où} \quad h - h_0 = \frac{a}{1+a}(p - p_0) = S(p - p_0),$$

S étant la sensibilité de l'appareil *vertical*. Si l'appareil fait un angle u avec

(1) *Phil. Trans.*, t. 175, 1884, p. 37, et t. 177, 1886, p. 71.

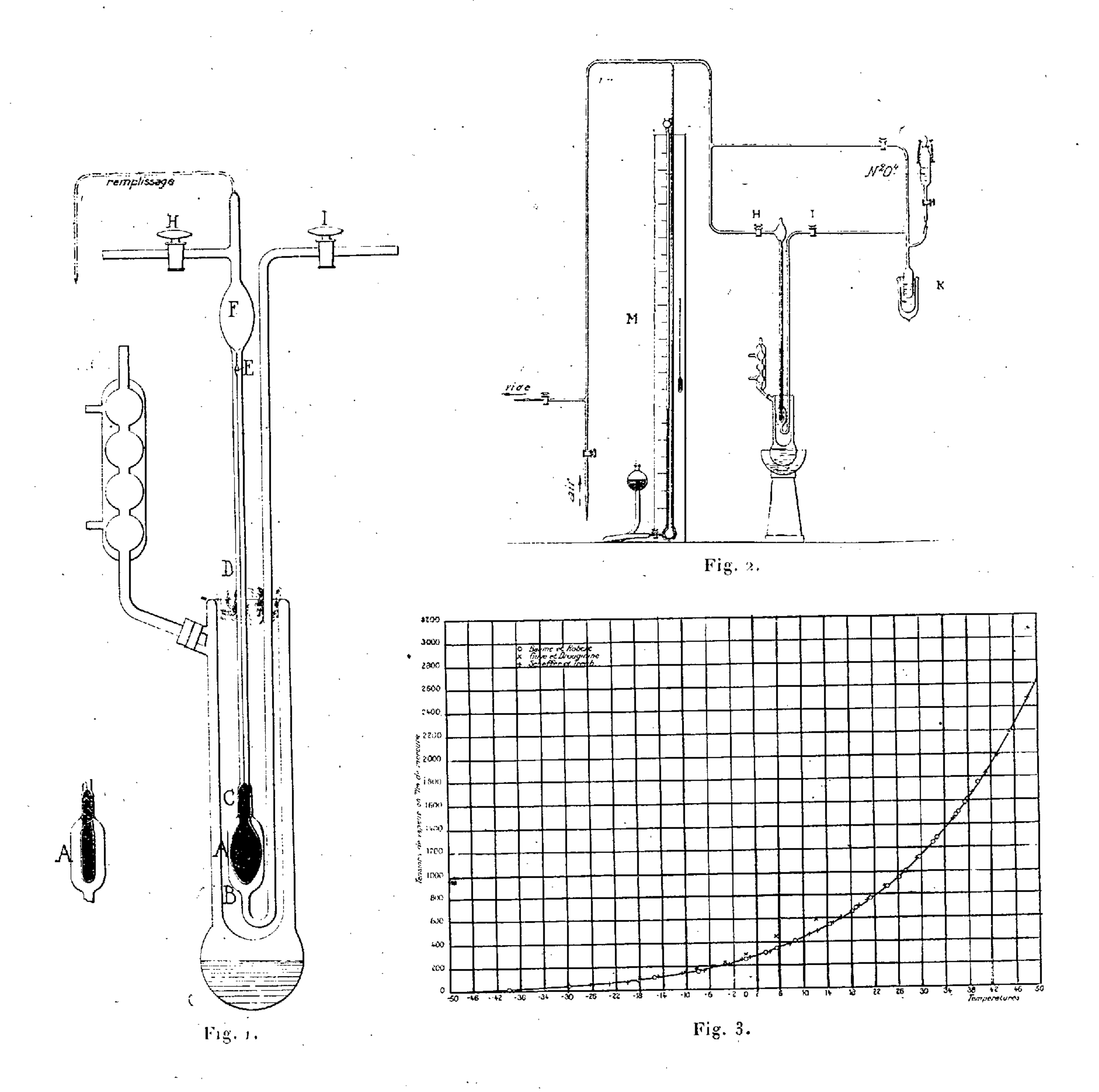


Fig. 1.

Fig. 2.

Fig. 3.

l'horizontale, la relation précédente devient :

$$h = \frac{h_0 + a(p - p_0)}{1 + a \sin u}.$$

Cette expression permet de calculer a et, par suite, S : soient, en effet, h_0 et h'_0 les valeurs de h, à la pression p_0, lorsqu'on place le réservoir A horizontalement ($\sin u = 0$), puis verticalement ($\sin u = 1$) :

$$h'_0 = \frac{h_0}{1 + a}; \quad \text{d'où} \quad a = \frac{h'_0 - h_0}{h_0}.$$

On peut donc déterminer, avant tout montage, la sensibilité d'un réservoir donné; nous avons trouvé, pour l'appareil employé dans la présente étude :

$$h_0 = 193^{mm}, \quad h'_0 = 305^{mm}, \quad a = 0,580, \quad \text{d'où} \quad S_{calc.} = 0,368.$$

La moyenne de 35 déterminations directes, faites dans des conditions très diverses, nous a donné pour ce même appareil :

$$S_{expér.} = 0,369.$$

III. Nous avons déterminé les conditions de fonctionnement de notre manomètre, en mesurant avec lui les tensions de vapeur du peroxyde d'azote à différentes températures [1].

Nos résultats, obtenus avec du peroxyde pur préparé par synthèse directe à partir de $2NO + O^2$, sont groupés dans le Tableau suivant (dans chaque expérience, la température constante a été obtenue à l'aide d'un bain thermostatique convenablement choisi) :

°	mm	°	mm	°	mm
−15,4......	116,6	+18,2......	660,5	+29,8......	1109,7
− 8......	171,9	+18,8......	678,6	+32,2......	1238,0
0......	266,0	+21,3......	763,7	+32,9......	1283,0
+ 5,3......	347,1	+21,6......	769,5	+36,2......	1482,3
+ 8,4......	408,3	+24,5......	876,6	+36,5......	1502,0
+14,2......	546,4	+26,2......	944,1	+37,8......	1593,0
+18,2......	658,9	+27,5......	1000,7	+38,1......	1613,0

Ces résultats concordent d'une manière très satisfaisante avec les déterminations antérieures (*fig.* 3) [1].

(1) GUYE et DROUGININE (*Journ. Ch. Phys.*, t. 8, 1910, p. 473). — WOURTZEL (*Ibid.*, t. 11, 1913, p. 220). — SCHEFFER et TREUB (*Proc. Ak. Amsterdam*, t. 14, 1912, p. 536, et t. 15, p. 166). Le peroxyde que nous avons employé, parfaitement blanc à l'état solide, fondait à − 11°,55.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur quelques propriétés des phosphates acides.* Note de M. A. Joannis, présentée par M. Le Chatelier.

On sait, depuis les travaux de Berthelot et depuis ses déterminations calorimétriques, que les trois fonctions acides de l'acide phosphorique n'ont pas la même valeur; en particulier, les nombres obtenus avec la baryte ($15^c,0 \times 2$ pour la première molécule; $10^c,4 \times 2$ pour la seconde et $5^c,0 \times 2$ pour la troisième) montrent bien qu'il est une fois acide fort, une fois acide faible et une fois acide très faible, cette dernière fonction acide étant comparable en quelque sorte avec l'action des phénols sur les bases.

Les expériences qui font l'objet de cette Note confirment cette façon de voir, d'une façon peut-être plus frappante encore, et dans des conditions différentes, c'est-à-dire en l'absence de l'eau.

J'ai étudié l'action de l'ammoniac gazeux ou liquéfié, mais non en solution, sur quelques phosphates acides anhydres.

Le phosphate bisodique anhydre PO^4Na^2H n'absorbe pas le gaz ammoniac : un excès d'ammoniac liquéfié (32^{mol} pour 1^{mol} de phosphate) a été laissé en contact pendant 7 jours, en tubes scellés, à la température ambiante, avec du phosphate bisodique. Après ce temps, on a refroidi le tube pour pouvoir l'ouvrir et l'on a laissé échapper tout l'ammoniac pouvant se dégager à 0° sous la pression atmosphérique; on n'a trouvé qu'une augmentation de poids insignifiante, 2^{mg} tandis que la fixation de 1^{mol} d'ammoniac aurait exigé 117^{mg} pour la quantité de nature qui était en expériences.

J'ai étudié ensuite l'action de l'ammoniac sur deux phosphates monométalliques, celui de potassium et celui d'ammonium.

Le phosphate monopotassique PO^4KH^2 n'absorbe pas non plus le gaz ammoniac, malgré les deux fonctions acides qu'il possède encore : $4^g,5$ d'ammoniac liquéfié ont été laissés en contact pendant une semaine, en tubes scellés, à la température ambiante avec $5^g,9$ environ de phosphate monopotassique, ce qui fait près de 8^{mol} d'ammoniac pour 1^{mol} de phosphate; là encore, l'augmentation de poids due à l'absorption d'ammoniac a été insignifiante, 2^{mg} au lieu de 1100^{mg} environ qu'aurait exigé la fixation de 1^{mol} d'ammoniac.

Avec le phosphate monoammonique $PO^4H^2AzH^4$ le résultat a été différent : ce sel absorbe très lentement l'ammoniac. En une quinzaine de jours, avec le même dispositif expérimental, ce phosphate a absorbé à peu près

une demi-molécule d'ammoniac. Je continue l'expérience pour voir si l'absorption était terminée, ce qui donnerait un sel analogue au sesquiphosphate de sodium $(PO^4)^2Na^3H^3$ découvert par Filliol et Senderens, ou, si elle se poursuit jusqu'au phosphate bi- ou tri-ammonique.

Il semble, d'après ces deux expériences, que la fixation d'un métal énergique comme le potassium atténue le pouvoir de fixer l'ammoniac de la seconde fonction acide.

J'ai vérifié, par contre, que d'autres sels acides, n'appartenant pas à la série des phosphates, comme l'oxalate acide de potassium par exemple, deviennent neutres en fixant 1^{mol} d'ammoniac et en donnant, soit un mélange de deux oxalates neutres, soit un oxalate mixte de potassium et d'ammonium.

Un phosphate acide était particulièrement intéressant à étudier par ce procédé : c'était le phosphate de magnésium PO^4MgH. Mis en présence de AzH^3 liquéfié pendant trois jours, il n'a absorbé qu'une quantité insignifiante d'ammoniac (8^{mg} au lieu de 416^{mg}). Par conséquent, en l'absence de l'eau, on ne peut pas obtenir de phosphate ammoniaco-magnésien. On sait, d'ailleurs, que celui qui se forme en présence de l'eau, en combinaison avec 6^{mol} d'eau, ne peut pas être déshydraté sans perdre, en même temps, de l'ammoniac.

Après cette étude de l'action de l'ammoniac sur les phosphates acides, action qui est nulle, sauf pour le phosphate monoammonique, j'ai étudié l'action d'un réactif beaucoup plus énergique, le potassammonium, et j'ai constaté les résultats suivants : le phosphate monopotassique PO^4KH^2 n'est pas attaqué par le potassammonium même après 72 heures de contact.

Le phosphate monocalcique $(PO^4)^2CaH^4$, traité par le potassammonium, fixe 2 atomes de potassium, mais on ne peut pas en fixer davantage; si l'on met un excès de potassammonium, celui-ci se décompose lentement (en trois jours environ dans mes expériences) en donnant de l'hydrogène et de l'amidure de potassium.

Je n'ai pas pu voir encore si, dans cette action, le phosphate monocalcique donnait un phosphate double de calcium et de potassium possédant encore une fonction acide, ou s'il se transformait en un mélange de phosphates monoacides de calcium et de potassium.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du sulfate diméthylique sur les sulfates alcalins et alcalino-terreux.* Note [1] de MM. **J. Guyot** et **L.-J. Simon**, présentée par M. Ch. Moureu.

I. Lorsqu'on chauffe aux environs de 200° un mélange à peu près équimoléculaire de sulfate diméthylique et de sulfate de potassium au moyen d'un dispositif expérimental tel que le sulfate diméthylique ne s'échappe pas prématurément par suite de sa volatilité, les deux substances réagissent quantitativement comme le représente la formule

$$SO^4(CH^3)^2 + SO^4M^2 = S^2O^7M^2 + CH^3.O.CH^3. \quad (1)$$

Le sulfate de sodium et le sulfate de lithium soumis à la même action du sulfate diméthylique se comportent de même; mais cette action est inégalement facile : il faut entendre par là qu'elle se manifeste à des températures différentes et qu'elle exige, pour être complète, une durée inégale. A 220°, la réaction ne fait que s'amorcer pour le sulfate de lithium, alors qu'elle est déjà à moitié terminée pour le sulfate de sodium et qu'elle est quasi complète pour le sulfate de potassium.

Quant au sulfate de baryum, il est pratiquement inerte vis-à-vis du sulfate diméthylique à 220°-240°.

II. Dans des expériences relatées antérieurement [2], nous avons observé que, soumis à l'action de la chaleur, les méthylsulfates de potassium et de sodium se décomposaient presque entièrement en oxyde de méthyle et pyrosulfate, tandis que les méthylsulfates de lithium et de baryum se décomposaient surtout en sulfate diméthylique et sulfate métallique comme l'exprime les formules

$$2\,SO^2\left\langle\begin{matrix} O\,CH^3 \\ O\,Na \end{matrix}\right. = S^2O^7Na^2 + CH^3.O.CH^3, \quad (2)$$

$$2\,SO^2\left\langle\begin{matrix} O\,CH^3 \\ O\,Li \end{matrix}\right. = SO^4Li^2 + SO^4(CH^3)^2. \quad (3)$$

Si nous rapprochons ces faits de ceux signalés plus haut, il est clair qu'ils ne peuvent être indépendants. Comment faut-il les enchaîner ?

La première idée qui se présente à l'esprit, suggérée surtout par l'inertie

---

(1) Séance du 10 juin 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1054-1056.

du sulfate de baryum, c'est de considérer comme réaction intermédiaire

$$SO^4Na^2 + SO^4(CH^3)^2 = 2\,SO^2\begin{smallmatrix}\diagup OCH^3\\ \diagdown ONa\end{smallmatrix}.$$

Il se produirait tout d'abord du méthylsulfate de sodium qui, ensuite, subirait la décomposition représentée par la formule (2).

Une première objection vient de la structure dissymétrique du produit formé; l'inverse se produit plus habituellement et, de fait, la réaction inverse a été observée à côté de la réaction (1) pour le méthylsulfate de sodium et même, à un degré moindre, pour le méthylsulfate de potassium. Enfin, l'action mutuelle du sulfate alcalin et du sulfate diméthylique est plus facile pour le cas du potassium que pour celui du sodium, alors que la décomposition complète du méthylsulfate de potassium est au contraire plus pénible que celle du sel de sodium.

La discussion du cas du lithium conduit à l'interprétation inverse.

A une température relativement peu élevée (175°-180°), avec un dispositif convenable, tel que les produits volatils formés s'échappent dès leur production, le méthylsulfate de lithium, *comme les méthylsulfates alcalino-terreux*, se scinde en sulfate de lithium et sulfate diméthylique. Le sulfate diméthylique bouillant à 188° va se condenser dans un récipient, échappant ainsi au contact prolongé du sulfate de lithium formé simultanément.

Mais à température plus élevée (250°-260°) et avec un dispositif assurant le contact prolongé du sulfate diméthylique et du sulfate de lithium, celui-ci, comme les sulfates alcalins, réagit sur le sulfate diméthylique en donnant du pyrosulfate de lithium et de l'oxyde de méthyle.

Cet examen conduirait donc à considérer dans l'ordre suivant les deux réactions consécutives :

$$(4)\qquad 2\,SO^2\begin{smallmatrix}\diagup OCH^3\\ \diagdown OM\end{smallmatrix} = SO^4(CH^3)^2 + SO^4M^2,$$

$$(1)\qquad SO^4(CH^3)^2 + SO^4M^2 = S^2O^7M^2 + CH^3-O-CH^3.$$

L'écart assez large des températures de réaction et, d'autre part, la disposition expérimentale ont permis de les saisir l'une après l'autre; mais, il est clair qu'avec une autre disposition, la décomposition primaire du méthylsulfate de lithium eût pu passer inaperçue et être entièrement masquée par la réaction mutuelle des deux sulfates qui lui succède à température plus élevée : ceci sera d'autant plus facile que cette température de réaction mutuelle des sulfates sera plus basse.

III. C'est sans doute ce qui se passe pour le méthylsulfate de potassium; lorsqu'on le chauffe de telle manière que le sulfate diméthylique dû à la réaction primaire soit maintenu au contact du sulfate de potassium, ce sulfate diméthylique disparaît presque entièrement; à peine observe-t-on quelques gouttes huileuses sur les parois de l'appareil.

Avec le sel de sodium, l'appareil étant au contraire disposé pour favoriser l'élimination rapide du sulfate diméthylique, celui-ci a pu être recueilli, caractérisé et pesé. A la vérité, la proportion de ce sulfate, formé selon la réaction (4) et qui échappe à la réaction (1), est faible (7 pour 100 environ). La cause en est dans le fait reconnu expérimentalement que, pour le cas du sodium, les deux réactions (1) et (2) se produisent à des températures très voisines.

IV. Au surplus, la réaction (1) peut être elle-même rattachée à des faits connus appartenant à un autre domaine.

L'anhydride sulfurique s'unit aux sulfates, et cela avec une énergie variable de l'un à l'autre; l'action est particulièrement vive avec le sulfate de potassium qui fournit ainsi, dès la température ordinaire, du pyrosulfate de potassium avec un dégagement de chaleur considérable ($37^{cal},9$). Pour le sodium l'action est moins vive et corrélativement le pyrosulfate de sodium moins stable. Pour les autres sulfates, il semble que la réaction soit moins vive encore (Schulze).

On sait d'autre part, depuis Regnaut, que l'anhydrique sulfurique s'unit à la température ordinaire à l'oxyde de méthyle pour donner le sulfate diméthylique. Il peut donc y avoir conflit entre le sulfate alcalin et l'oxyde de méthyle pour se disputer l'anhydride. L'effet de l'élévation de température serait donc de décider en faveur du sulfate cette combinaison avec l'anhydride, au moins pour les sulfates alcalins, et en particulier pour le sulfate de potassium.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Affaissement du nord du Delta égyptien, depuis l'Empire romain*. Note de M. **Ch. Audebeau Bey**.

Les hypogées du Kom-el-Chougafa, à Alexandrie, permettent, pensons-nous, de constater l'affaissement du grès dans lequel ils ont été creusés au IIe siècle de notre ère, très vraisemblablement. Leurs galeries inférieures, toutes garnies de *loculi* (niches sépulcrales), sont inondées pendant toute l'année par des eaux dues à la nappe souterraine naturelle du Nil.

Les diagrammes annuels des niveaux d'infiltration dans les hypogées ont, en effet, la même allure générale que ceux de la nappe souterraine naturelle dans les puits forés de la Haute et de la Basse-Égypte. Dans les deux cas, le niveau de la crue annuelle est d'autant plus haut que la crue du Nil a été plus forte et l'étiage est d'autant plus bas que celui du fleuve a été plus réduit et précédé d'une crue du Nil de plus faible amplitude.

L'amplitude de l'onde annuelle est beaucoup moins grande dans les hypogées que dans les puits de la Haute-Égypte, du sud et du centre du Delta, eu égard au voisinage de la Méditerranée, dans laquelle débouche la nappe souterraine.

Les phases d'étiage et de crue y sont, d'autre part, en retard de plusieurs mois par rapport aux phases correspondantes du fleuve.

Les graphiques comparés font ressortir clairement que le lac Maréotis, le grand canal Mahmoudieh, éloigné du Kom-el-Chougafa de 350^{m} environ, la mer, distante de $1^{km},500$, n'ont aucune action sur les niveaux des eaux d'infiltration de ces catacombes.

Il en est de même des pluies hivernales, toujours postérieures au début de l'ascension des eaux dans les hypogées. Tout au plus, ces eaux de pluies peuvent-elles contribuer à l'alimentation de ces infiltrations dans une certaine mesure, bien difficile à reconnaître à l'examen des diagrammes.

On ne saurait expliquer cet envahissement des eaux dans la nécropole romaine par l'exhaussement du plan d'eau souterrain de l'Égypte depuis le siècle des Antonins, exhaussement consécutif à l'élévation du sol de la vallée du Nil et du lit du fleuve par l'apport des limons. Ces dépôts nilotiques ont été, il est vrai, considérables depuis dix-sept siècles environ. Ils ont une épaisseur approximative de $1^{m},70$ à la pointe du Delta, c'est-à-dire aux environs du Caire. Mais la surélévation du niveau de la nappe souterraine, à Alexandrie, n'a pu être que très faible, vu le voisinage immédiat de la mer et la forme en éventail de la Basse-Égypte (*de l'ordre d'une dizaine de centimètres*).

Or, au moment des plus hautes crues dans les hypogées, la profondeur de l'eau est de $2^{m},73$ (profondeur minimum, certains points, présumés plus profonds, n'ayant pu être mesurés). Si les niveaux de la mer et du sol des galeries inférieures de ces hypogées étaient restés invariables, ces galeries auraient donc été immergées sous une profondeur d'eau d'environ $2^{m},63$, au moment de leur construction, à moins de supposer que le grès ne fût pas perméable à ce moment, ce qui est tout à fait invraisemblable.

Les savants de l'Expédition du général Bonaparte avaient conclu déjà à

un affaissement du nord de l'Égypte ou à un relèvement du niveau de la mer, bien que ce dernier leur parût moins vraisemblable.

Depuis l'Expédition française, bien des constatations ont été faites dans le même sens, notamment entre Alexandrie et l'antique Canope.

M. Victor Mosséri, ingénieur-agronome au Caire, a trouvé, au sud du lac Menzaleh, à $1^m,40$ au-dessous du niveau de la mer, des plantes carbonisées. Les terres qui les contiennent, en culture autrefois, ont été recouvertes ensuite par les dépôts alluvionnaires. Tout porte à croire que ces terres se sont affaissées.

Il est bien difficile d'assigner une cause bien déterminée à toutes les constatations faites dans le nord de l'Égypte depuis l'expédition de 1798.

Faudrait-il les relier aux tremblements de terre fréquents dans l'est méditerranéen, au cours des siècles, et dont quelques-uns ont été d'une grande violence? Une tradition, transmise par l'historien Magrizi, se rapporte à l'envahissement du lac Menzaleh par les eaux de la mer et à l'engloutissement de villes importantes en l'an 251 de Dioclétien.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la structure des lames des molaires de l'*Elephas indicus *et sur l'origine différente des deux espèces d'éléphants vivants.* Note de M. **Sabba Stefanescu.**

D'après Georges Cuvier, la lame des molaires de l'éléphant des Indes « est formée de deux surfaces à peu près parallèles et simplement sillonnées sur leur longueur », mais d'après les recherches que je vais exposer, cette lame est formée d'une paire de deux tubercules congénères à sommets ramifiés et à surfaces pourvues de plis.

I. J'ai étudié spécialement les lames des molaires inférieures et, par la notation qui suit, je représente une lame de molaire inférieure de droite ($\mathrm{LM}\frac{}{i}d$), ses deux tubercules congénères ou de premier ordre, dont l'un en crête interne ($T_{cr} = T_{Ii}$) et l'autre en trèfle externe ($T_{tr} = T_{Ie}$), et les tubercules de deuxième ordre de chacun de ceux-ci ($T_{IIe} = e$, $T_{IIi} = m$) :

$$\mathrm{LM}\frac{}{i}d \begin{cases} T_{cr} = T_{Ii} \begin{cases} T_{IIe} = \text{lobe externe } (e). \\ T_{IIi} = \text{lobe interne ou médian } (m). \end{cases} \\ T_{tr} = T_{Ie} \begin{cases} p, T_{IIi} = \text{lobe interne ou médian } (m) \\ \qquad \text{et lobe postérieur } (p). \\ T_{IIe} = \text{lobe externe } (e). \end{cases} \end{cases}$$

La majorité des lames ont leurs tubercules congénères normalement développés et fusionnés par leurs bords internes, mais quelquefois, vers les extrémités des vraies molaires, on trouve des lames anormales, formées de deux tubercules congénères, non fusionnés, ou d'un tubercule entier fusionné seulement avec le lobe médian de son congénère, ou d'un seul tubercule, l'autre ayant avorté (ces dernières sont les soi-disant *lames cunéiformes*).

II. Les ramifications des sommets des tubercules congénères sont respectivement parallèles, droites ou incurvées; celles d'un de ces tubercules sont symétriques avec celles de l'autre.

a. Le nombre des ramifications de chacun des tubercules congénères est variable; il peut être, par exemple, 2-2, 3-3, 4-4, ou inégal, par exemple, 3-2 ou 2-3, 4-3 ou 3-4, 5-3 ou 3-5. L'inégalité est produite très fréquemment par la ramification des lobes médians qui est plus abondante que celle des lobes externes.

b. Généralement, les deux tubercules congénères sont alignés et fusionnés seulement par les bords internes de leurs lobes médians, mais parfois ils sont alternes et fusionnés à la fois par les bords internes et par les faces en regard de ces mêmes lobes. Dans le premier cas, toutes les ramifications des deux tubercules congénères sont complètement indiquées sur les faces antérieure et postérieure de la lame, mais dans le second cas, les ramifications du tubercule en trèfle sont complètement indiquées sur la face postérieure, et celles du tubercule en crête sur la face antérieure de la lame, puisqu'il s'agit des molaires inférieures.

c. Il arrive que les lobes médians, fusionnés ensemble et séparés des lobes externes par des entailles plus ou moins profondes, forment un pilier médian, quelquefois ramifié en éventail, situé entre deux piliers latéraux formés par les lobes externes. En outre, à cause de la forme concave ou convexe de la lame, le pilier médian peut être rejeté en arrière ou poussé en avant des piliers latéraux. Dans les deux cas, les ramifications de la lame sont disposées en arc concave ou convexe, suivant sa forme.

d. Normalement, le lobe externe du tubercule en trèfle est plus triangulaire et plus large que le lobe externe du tubercule en crête, mais souvent ces deux lobes sont semblables ou même inversement développés.

e. Régulièrement, les tubercules en crête des lames antérieures des molaires inférieures sont plus hautes que leurs congénères en trèfle, tandis que, inversement, les tubercules en trèfle des lames postérieures des mêmes

molaires sont plus hauts que leurs congénères en crête. A cause de l'inégalité de la hauteur des deux tubercules congénères de la même lame, le contour du sommet des lames extérieures des molaires inférieures est une courbe convexe en haut, plus inclinée du côté externe que du côté interne. D'après ce caractère constant, on peut reconnaître avec certitude si la lame appartient à une molaire inférieure de droite ou de gauche.

Le contour du sommet des lames des molaires supérieures est souvent une ligne droite ou une courbe concave.

f. Quelquefois, le lobe médian du tubercule en trèfle des lames des molaires inférieures présente à sa face postérieure une ébauche de ramification ou un lobe postérieur individualisé (*p*).

III. L'érosion de la couronne des molaires coupe les lames à divers niveaux et produit des sections à contour variable, d'après le nombre des ramifications rencontrées et d'après la profondeur plus ou moins grande des entailles qui les séparent.

a. Il est à remarquer que les sections divisées en trois parties ont souvent leur partie médiane disloquée en arrière ou en avant, de sorte que les trois parties dont elles sont composées ne sont plus situées ni en ligne droite, ni en ligne courbe régulière.

b. La plus grande partie de la section rapprochée de la base de la lame et la lame elle-même est formée par les lobes externes qui s'élargissent du haut en bas, tandis que les lobes médians qui occupent le milieu s'élargissent de bas en haut. Quelquefois, la forme de cette section et de cette base est celle d'un losange très allongé, ou celle d'un triangle très surbaissé, ou celle d'un rectangle très étiré, présentant à son milieu soit deux dilatations qui correspondent aux deux lobes médians simplement fusionnés, soit une seule dilatation qui corresponde aux deux lobes médians chevauchés l'un sur l'autre et fusionnés par leurs faces en regard. Très rarement, les bases des deux tubercules congénères ne sont pas fusionnées du tout; alors la section rapprochée de la base et la base elle-même est divisée en deux moitiés distinctes et indépendantes.

IV. Les faces antérieure et postérieure de la lame sont pourvues de plis. Près de la base de la lame, les plis sont plus ou moins longitudinaux, filiformes, parallèles, peu serrés et peu ramifiés; leurs ramifications se jettent les unes dans les autres à mesure qu'elles s'approchent du niveau où commencent les entailles qui séparent les ramifications du sommet de la

lame. A partir de ce niveau, en haut, les plis du milieu des faces de la lame continuent leur route longitudinale sur les lobes médians, tandis que les plis des parties latérales de ces mêmes faces changent tout à fait de direction, ils restent parallèles ou se jettent les uns dans les autres, s'épaississent et continuent leur route très oblique sur les lobes externes des tubercules congénères. Les plis sont produits par l'émail, et, pour les étudier, il faut recourir à des lames relativement jeunes et non couvertes de cément.

V. Excepté les caractères spécifiques, tous les autres caractères qui se rapportent à la structure des lames des molaires de l'*Elephas indicus* se rapportent pareillement à la structure des lames des molaires de l'*Elephas primigenius*, de l'*Elephas meridionalis* et d'autres espèces d'éléphants éteints, qui lui sont des proches parents. En outre, par l'alternance des tubercules congénères des lames et par la présence du lobe postérieur (p) du tubercule en trèfle des lames des molaires inférieures, toutes ces espèces d'éléphants sont liées phylogéniquement aux espèces de *mastodontes bunolophodontes à collines des molaires formées de tubercules congénères alternes, telles que* MASTODON SIVALENSIS *et* MASTODON ARVERNENSIS ; par conséquent, *l'origine de l'*ELEPHAS INDICUS *est tout à fait différente de celle de l'*ELEPHAS AFRICANUS.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur certains cas de diminution de la vitesse du vent avec l'altitude*. Note de M. **ALBERT BALDIT**, présentée par M. J. Violle.

Il résulte d'observations nombreuses faites dans les couches basses et moyennes de l'atmosphère que la vitesse du vent augmente, généralement, d'une manière continue, avec la hauteur. Mais ce résultat n'est obtenu qu'en prenant la moyenne d'un grand nombre de cas.

Si l'on examine les observations séparément, on s'aperçoit qu'il existe des exceptions assez fréquentes, telles que la vitesse, loin d'augmenter avec l'altitude, diminue, dans toute l'épaisseur, de couches plus ou moins élevées, et, parfois, décroît constamment à partir d'une certaine hauteur.

En étudiant les sondages aérologiques d'au moins 4000^m, effectués dans la région de Châlons-sur-Marne, de septembre 1915 à mars 1918, nous avons observé 250 cas de diminution nette de la vitesse du vent avec la hauteur (sur 650 sondages ayant atteint ou dépassé 4000^m) (1). Ces diffé-

(1) Près de 4000 sondages à toutes altitudes ont été effectués dans cet intervalle.

rents cas ne sont pas répartis au hasard, mais forment quelques groupes caractéristiques :

Premier groupe. — Vents d'entre Nord et Est, de 0^m à 4000^m (67 cas).

Deuxième groupe. — Vents d'entre Est et Sud, de 0^m à 4000^m (24 cas).

Troisième groupe. — Vents d'entre Est et Sud, de 0^m à 3000^m, puis d'entre Sud et Ouest (13 cas).

I. Le premier groupe (vents d'entre Nord et Est, de 0^m à 4000^m) est le plus important et le plus caractérisé. Généralement, la vitesse du vent passe par un maximum au-dessous de 1000^m (vers 600^m), diminue jusque vers 1600^m, puis augmente de nouveau, plus ou moins régulièrement. En même temps, la direction du vent tourne de l'Est vers le Nord, c'est-à-dire en sens inverse de la rotation habituelle.

Le sondage du 16 novembre 1916, 8^h45^m, peut servir à caractériser ce groupe :

Altitude.	Direction (¹).	Vitesse.
m		m
500	10	17
1000	10	12
1500	7	8
2000	4	10
2500	4	11
3000	4	12
3500	4	13
4000	4	14

La situation isobarique qui accompagne ce type est très nette. Elle consiste en un anticyclone allongé, dont l'axe, orienté du Sud-Ouest au Nord-Est, traverse la Manche, la mer du Nord et la Scandinavie. Des pressions plus basses existent symétriquement de part et d'autre (cas des 29 juillet, 6 septembre, 15-16 novembre 1916, 3 mai 1917, 26 mars 1918). Cette situation est parfois persistante et marque un régime de beau temps.

Les régions où l'on observe la diminution de vitesse sont situées sur le versant sud-est de l'anticyclone, où la température au sol est plus basse que dans la dépression voisine. Cette remarque est importante pour l'explication théorique du phénomène.

II. Le type qui domine dans le deuxième groupe (vent d'entre Est et Sud de 0^m à 4000^m) est celui d'une diminution régulière de la vitesse du vent

(¹) La direction du vent est notée de 0 à 40, en prenant le Nord comme origine, et en tournant du Nord vers l'Est.

avec la hauteur, à partir de 1000^m, la direction étant, à toutes les altitudes, voisine d'Est-Sud-Est, sans rotation marquée dans un sens ou dans l'autre.

Le cas du 27 mai 1917, $15^h 15^m$, appartient à ce groupe :

Altitude.	Direction.	Vitesse.
m		m
500	10	12
1000	11	10
1500	12	10
2000	12	9
2500	12	5
3000	12	2
3500	calme	calme
4000	calme	calme

La situation barométrique est caractérisée par un anticyclone dont l'axe, dirigé du Nord-Ouest au Sud-Est, traverse la mer du Nord et l'Europe centrale (cas des 8 août 1916, 13-14 février, 7 mai, 7 juillet 1917, 7-14 mars 1918). En même temps, une aire de basses pressions existe au sud-ouest de l'Europe, vers le golfe de Gascogne ou la Péninsule Ibérique. La région dans laquelle a lieu la diminution de vitesse est située sur le versant sud-ouest de l'anticyclone où la température au sol est moins élevée que dans le domaine des basses pressions adjacent. Le gradient de température est parfois important (20° de différence entre Châlons-sur-Marne et Biarritz, le 14 février 1917).

Ce groupe paraît nettement lié à des manifestations orageuses sur la France ou, plus généralement, sur le sud-ouest de l'Europe (10 cas sur 15).

III. Dans le troisième groupe (vents de Sud-Est jusqu'à 3000^m, puis de Sud-Ouest jusqu'à 4000^m), la diminution de vitesse a lieu jusqu'à 4000^m, après une augmentation de o jusque vers 1000^m. La rotation du vent a lieu dans le sens positif, c'est-à-dire dans le sens ordinaire de la rotation du vent avec la hauteur.

Le cas du 17 novembre 1916, $13^h 35^m$, peut servir d'exemple :

Altitude.	Direction.	Vitesse.
m		m
500	11	11
1000	14	14
1500	14	8
2000	16	8
2500	16	4
3000	17	5
3500	17	3
4000	29	2

Ce groupe s'observe au moment où un anticyclone, établi depuis plusieurs jours sur nos régions, se déplace vers l'Est, suivi d'une baisse barométrique parfois importante. Dans l'exemple précédent, on enregistre 26^{mm} de baisse barométrique à Châlons entre le 17 et le 18 novembre (cas analogue le 28 novembre 1915 avec 12^{mm} de baisse entre le 28 et le 29). Ce groupe est ainsi utile pour la prévision du temps.

IV. Nous avons traité la question par le calcul en partant de l'équation fondamentale de la dynamique de l'atmosphère et nous avons déterminé le gradient barométrique, ainsi que la vitesse du vent aux diverses altitudes dans le cas d'un anticyclone voisin d'une dépression. En supposant des conditions de température au sol et de décroissance de température en altitude correspondant à celles qui s'observent dans la réalité, on se rend compte des résultats mentionnés précédemment. En particulier, on retrouve les deux faits que nous avons relatés, en premier lieu, dans le cas des vents de Nord-Est : l'existence d'un minimum de vitesse à une altitude plus ou moins grande et la rotation du vent dans le sens négatif, c'est-à-dire dans le sens contraire à celui de la rotation habituelle du vent avec la hauteur.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles remarques sur le rôle de l'assise nourricière du pollen*. Note de M. **Mascré**, présentée par M. Guignard.

Nous avons exposé, dans une Note récente ([1]), l'évolution de l'assise nourricière du pollen chez le *Datura arborea* L. L'étude des *Datura Stramonium* L. et *D. Tatula* L. confirme de tous points nos observations. L'ordre des phénomènes est toujours identique : aux débuts de la différenciation, on observe dans le tapis des vacuoles à contenu métachromatique; puis, ces vacuoles disparaissent et le chondriome s'organise. La cellule élabore des grains d'amidon, des granulations graisseuses, des vésicules deutoplasmiques. Enfin, le tapis se dissocie et dégénère.

L'étude d'autres Solanées apporte, en même temps qu'une confirmation de l'exposé précédent, des précisions intéressantes. Nous avons dit que le tapis s'organisait, à la face interne du sac pollinique, à partir des cellules du connectif, et cela de très bonne heure. Cette différenciation est extrême-

([1]) Mascré, *Sur le rôle de l'assise nourricière du pollen* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1120.

ment précoce chez le *Solanum Dulcamara* L. Les cellules du tapis interne y sont déjà très développées, vacuolaires et binucléées, alors que les cellules du tapis externe ont à peine achevé leur formation. On ne saurait donc plus mettre en doute que le développement si particulier des cellules nourricières du pollen n'est pas en rapport avec le fait qu'elles dérivent, comme les cellules mères polliniques, de l'assise sous-épidermique initiale; ce ne sont pas, comme on l'a prétendu, des cellules archésporiales (ou sporogènes) stériles, redevenues végétatives (¹). Leur évolution est bien évidemment déterminée par leur position et leur rôle physiologique. Chez les genres *Hyoscyamus*, *Nicotiana*, *Atropa*, le tapis interne est aussi toujours différencié le premier, mais de façon moins marquée.

L'existence du chondriome est constante chez tous les genres observés; il est formé de chondriocontes et de mitochondries; nous n'avons jamais retrouvé les formations ergastoplasmiques signalées par divers auteurs. Il est remarquable que le chondriome se colore fort bien par les méthodes de Regaud ou de Benda, après fixation au liquide bichromaté de Tellyes-niczky, quoique celui-ci renferme 5 pour 100 d'acide acétique.

L'amidon n'est jamais très abondant; il est toujours formé de très petits grains.

Chez certaines espèces, l'accumulation des graisses est considérable (*Atropa Belladonna* L., *Nicandra physaloides* Gærtn).

Nous avons retrouvé les vésicules deutoplasmiques chez les genres *Hyoscyamus*, *Nicotiana*, *Lycium*, et dans quelques genres appartenant à des familles voisines : *Digitalis*, *Anchusa*, *Symphytum*. Les granulations graisseuses sont toujours peu volumineuses et relativement peu nombreuses lorsque le tapis renferme des vésicules deutoplasmiques.

Dans les *Solanum* et les *Nicotiana*, nous avons rencontré souvent des inclusions massives, filamenteuses, se colorant comme le chondriome, paraissant correspondre à une dégénérescence précoce du tapis, et qui méritent une étude particulière.

Nous avons précédemment signalé (²) l'existence, dans l'assise nourricière du *Datura arborea*, de corpuscules tannoïdiques identiques à ceux que

---

(¹) BONNET, *Recherches sur l'évolution des cellules nourricières du pollen chez les Angiospermes* (*Archiv für Zellforschung*, t. 7, 1912, p. 605-722).

(²) MASCRÉ, *loc. cit.*

l'on rencontre dans l'épiderme staminal. L'existence de tanin dans le tapis avait été signalée déjà par Guignard [1] chez *Nymphœa alba* L.

On trouve également, dans l'assise nourricière des Solanées, et de très bonne heure, des alcaloïdes. Ils existent à la fois dans l'épiderme et le tapis; on ne les trouve dans les parois de l'anthère que très tard. Ni l'épiderme, ni le tapis n'ont jamais présenté d'oxalate de calcium, qu'on observe au contraire souvent dans les cloisons qui séparent les deux sacs polliniques voisins (*Solanum tuberosum* L.).

On retiendra donc que les tanins, les alcaloïdes, substances de déchet, apparaissent en même temps dans l'épiderme et l'assise nourricière, les assises intermédiaires de la paroi n'en renfermant que très tard, ou très peu. Par cette accumulation des substances de déchet, l'assise nourricière se rapproche donc de l'épiderme staminal.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur deux sels cristallisés du principe phospho-organique de réserve des plantes vertes.* Note de M. S. **Posternak**, présentée par M. Maquenne.

J'ai indiqué, en 1903 [2], un certain nombre de réactions permettant de reconnaître la matière phospho-organique de réserve des plantes vertes, matière qu'on a pu isoler de toutes les graines examinées et qu'on a retrouvé également dans les tubercules, rhizomes et oignons. Parmi ces réactions, trois m'avaient paru quasi spécifiques : précipité blanc avec la liqueur molybdique en solution concentrée, de même avec le nitrate d'argent en milieu neutre, et précipité blanc jaunâtre avec le perchlorure de fer en milieu acide. J'ai reconnu depuis qu'elles appartiennent à d'autres éthers polyphosphoriques, notamment ceux de la glycérine, de l'anhydride glycérique, de la mannite et de l'inosite. Elles se trouvent ainsi dénuées de toute spécificité et semblent, au contraire, générales à tous les éthers polyphosphoriques.

D'autant plus d'intérêt méritent les sels cristallisés du principe phospho-organique de réserve qui eux sont caractéristiques. De ces sels on n'en connaissait jusqu'ici qu'un seul cristallisé : le sel double de chaux et de

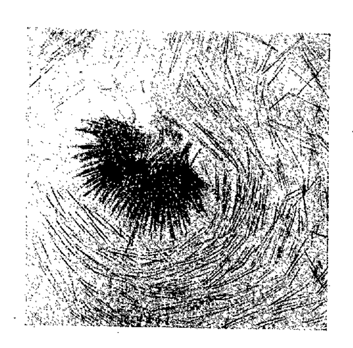
(1) Guignard, *Les centres cinétiques chez les végétaux* (*Ann. Sc. nat. Bot.*, 8e série, t. 6, 1898, p. 177 et suiv.).

(2) *Comptes rendus*, t. 137, 1903, p. 337.

soude, étudié par moi dans le travail cité plus haut, mais systématiquement ignoré par les nombreux auteurs qui se sont occupés de la question. Je vais donc décrire en détail une méthode de préparation qui est applicable même à des quantités de substance faibles. Je décrirai, en même temps, un nouveau sel cristallisé, *le sel de soude saturé*, qui se dépose de ses solutions aqueuses en gros cristaux transparents et qui se prête, non seulement à l'identification sûre du principe phospho-organique de réserve, mais aussi à la préparation commode de ses différents sels chimiquement purs et définis.

Sel double de chaux et de soude. — Sa préparation est basée sur la solubilité du sel phospho-organique de chaux dans un excès de sel de soude saturé. De cette solution cristallise peu à peu le sel double en question. La présence dans la solution d'une certaine quantité de magnésie ou de manganèse, ou d'autres éthers polyphosphoriques, ne contrarie pas la cristallisation, mais la ralentit sensiblement.

A un extrait faiblement acide des graines ou à la solution acide de phytine com-



merciale, on ajoute de l'acétate de chaux en solution jusqu'à ce qu'il ne se forme plus de précipité. Le précipité blanc est essoré à la trompe, lavé à fond à l'eau, dissous dans un petit excès d'acide chlorhydrique à 20 pour 100 et reprécipité au moyen de 2^{vol} d'alcool. On essore de nouveau à la trompe, on lave à l'alcool et l'on sèche le produit sur l'acide sulfurique dans le vide. On obtient ainsi un sel acide plus ou moins pur, dont il s'agit de remplacer la moitié de sa chaux par de la soude et d'achever la saturation par la même base. Dans ce but, on dissout le sel acide de chaux *pesé* dans 3^{vol} d'eau et l'on ajoute à la solution 3 parties d'acide oxalique pour 14 parties de sel, puis une quantité équivalente de lessive de soude, de façon à neutraliser l'acide oxalique, soit 5 parties de lessive de soude dix fois normale pour les

3 parties d'acide oxalique employées. Au bout de 2 à 3 heures, on filtre l'oxalate de chaux et on le lave à l'eau. La liqueur filtrée et les eaux de lavage réunies ne doivent pas dépasser 15 fois le poids du sel acide de chaux mis en œuvre. Enfin, pour neutraliser complètement l'acide phospho-organique de réserve, on verse, d'un seul coup, dans la solution 9 parties de lessive de soude et l'on agite vivement. Le mélange s'échauffe légèrement, le précipité formé tout d'abord se redissout, puis la solution filtrée commence à déposer des houppettes blanches formées d'aiguilles fines, nettement visibles à la loupe ou, mieux, au microscope. Je dois à la grande obligeance de M. Maquenne la microphotographie ci-dessus de ces cristaux.

Le rendement est de 35 pour 100 environ. Les eaux mères en donnent de nouvelles quantités.

Séché à l'étuve, à 115°-120°, ce sel correspond à la formule

$$C^6H^{12}O^{27}P^6Ca^2Na^8.$$

Le sel humide ne se dissocie presque pas dans l'eau et peut être lavé à fond.

Sel de soude saturé. — Pour préparer ce nouveau corps, on dissout n'importe quel sel ou mélange des sels du principe phospho-organique de réserve, pur ou impur, dans de l'acide chlorhydrique dilué et l'on précipite la solution avec du perchlorure de fer jusqu'à coloration jaune persistante de la liqueur. On filtre le sel ferrique précipité, on le lave à l'eau, on le délaie avec soin dans le même véhicule de façon à en obtenir une suspension claire, puis on ajoute de la lessive de soude pure, en agitant fortement, jusqu'à ce que la suspension ne brunisse plus et qu'une goutte déposée sur du papier à filtrer ne s'étende pas, mais forme un liséré humide parfaitement incolore autour de la tache brune. Il y a alors un excès suffisant de soude pour permettre une bonne filtration et un lavage complet de l'hydroxyde. La liqueur filtrée, mélangée avec un demi-volume d'alcool, se trouble fortement et dépose un sirop qui ne tarde pas à se prendre en masse, s'il ne contient pas trop d'impuretés.

On décante alors l'alcool, on dissout la masse cristalline ou éventuellement le sirop dans deux volumes d'eau, on distille au bain-marie pour chasser le reste de l'alcool et l'on abandonne le tout à une température de 2° à 3°. La majeure partie du principe phospho-organique cristallise bientôt sous forme de prismes clinorhombiques aplatis. Ces cristaux sont peu solubles dans l'eau très froide, excessivement solubles dans l'eau au-dessus de 50° et complètement insolubles dans l'alcool. Leur solution est forte-

ment alcaline à la phtaléine de phénol. Le sel est efflorescent et fond dans son eau de cristallisation au-dessous de 46°. Par double décomposition avec des sels alcalino-terreux ou métalliques, on obtient les sels correspondants chimiquement purs du principe phospho-organique. Ses sels de cuivre ou de plomb, traités par l'hydrogène sulfuré, permettent la préparation de l'acide libre.

Le sel de soude cristallisé perd à l'étuve, à 120°, 44,7 pour 100 d'eau et correspond alors à la formule $C^2H^4O^9P^2Na^4$. La composition du sel cristallisé peut être exprimée par la formule $C^6H^{12}O^{27}P^6Na^{12} + 44H^2O$.

La description de ces deux sels cristallisés contribuera sans doute à faire mieux connaître le principe phospho-organique de réserve des plantes vertes, si répandu dans la nature, et auquel les auteurs comme Vorbrodt (1), Rising (2), Clarke (3), Rather (4), etc., attribuent encore une composition inexacte.

PHYSIOLOGIE. — *Le coefficient hématopnéique*. Note de M. **Jules Amar**, présentée par M. Edmond Perrier.

Nous appelons *coefficient hématopnéique* K la valeur calculée suivant la formule précédemment indiquée (5), et que nous généraliserons ainsi :

Soient V et v les volumes d'air expirés en faisant un exercice déterminé, et au repos, en un temps quelconque, par exemple en 2 minutes. Et soient N et n les fréquences des respirations correspondantes, enregistrées graphiquement. Il a été établi que

$$\sqrt[3]{\frac{V:N}{v:n}} \quad \text{ou} \quad \sqrt[3]{\frac{V\times n}{v\times N}} = K,$$

K étant un coefficient d'intensité relatif à l'absorption d'oxygène par le sang, à l'*hématose*. Si le taux de cette absorption est de 3 pour 100 au repos, il sera K × 3, dans les conditions d'exercice où l'on a relevé N et V.

---

(1) *Anzeiger d. Akad. d. Wissensch. in Krakau* (*Math.-naturwiss. Klasse*, 1910, p. 414).
(2) *Svensk Kemisk Tidskrift*, t. 22, p. 143.
(3) *J. of Chem. Soc. London*, vol. 105, p. 535.
(4) *J. of Amer. Chem. Soc.*, vol. 35, p. 890; vol. 40, p. 523.
(5) Jules Amar, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 957.

En pratique, nous considérons un exercice de 2 minutes sur le cycle ergométrique, avec pédalage à 168 tours par minute, et 2^{kg} au frein. C'est là un travail mathématiquement défini.

Alors on trouve, pour les personnes valides et adultes, une valeur de K voisine de 1,20.

En d'autres termes, lorsque le taux d'oxygène absorbé au repos est de 3,50 pour 100, on aura, durant le travail ci-dessus spécifié :

$$3,50 \times 1,20 = 4,20 \text{ pour } 100.$$

On en a déjà donné de nombreuses vérifications.

Mais il y a des enseignements importants à en tirer.

Applications du coefficient hématopnéique K. — 1° Tout d'abord, le volume de la plus faible respiration au repos est environ de $0^l,50$; celui de la plus profonde $3^l,50$.

On en déduit

$$K = \sqrt[3]{\frac{3,50}{0,50}} = 1,913,$$

et au maximum 2. Donc, *il n'est point de circonstance normale où le taux pour* 100 *d'oxygène absorbé dans l'hématose soit doublé du repos au travail.*

Mais, bien entendu, la quantité totale se règle sur la ventilation.

2° D'autre part, toutes les fois que l'analyse des échanges respiratoires fournit un taux différent de celui que prévoit le coefficient K, *la respiration est anormale*. Ici, on peut se trouver en présence de conditions de surmenage (essoufflement), de respiration en milieu confiné, ou franchement de désordres pathologiques, notamment de maladies des poumons.

Que signifient ces désaccords des taux observés et calculés par le K ? Ils signifient que la ventilation obéit à d'autres causes qu'à la loi des échanges respiratoires résultant de la pression de l'air et de la surface relative offerte à l'hématose.

Ils peuvent aussi exprimer les troubles de l'*automatisme bulbaire* par intoxication carbonique, et les effets propres de lésions siégeant soit aux poumons, soit à la cage thoracique.

Des précisions à cet égard, nous n'en donnerons qu'une, réservant tout le détail à un Mémoire qui paraîtra ailleurs.

Tuberculose pulmonaire. — Il s'agit d'un soldat « gazé ». Le diagnostic

avait établi une « bronchite pseudo-asthmatique, emphysème pulmonaire, et très mauvais état général » (Mom. El., 27 ans, 48^{kg}, $1^{m},55$). L'examen bactériologique conclut à la tuberculose pulmonaire déclarée.

Calculons le coefficient hématopnéique.

	Ventilation en 2 minutes.	CO^2 pour 100.	O^2 pour 100.	$\frac{CO^2}{O^2}$.	Respirations par minute.
Repos	19^l	2,65	3,85	0,688	33
Exercice	27^l	3,10	4,60	0,674	46

On en déduit :

$$K = \sqrt[3]{\frac{27 \times 33}{19 \times 46}} = 1.$$

Or $3,85 \times 1 = 3,85$, très inférieur au taux observé, 4,60.

Dans ces conditions, il s'agit d'une activation des échanges, d'un surcroît d'hématose; ce qui ressort également de la petitesse du quotient respiratoire. Et deux causes ont diminué le coefficient K : d'une part, la ventilation insuffisante; d'autre part, la grande fréquence des respirations, la dyspnée.

Le désaccord entre le taux d'oxygène prévu par le K, et celui que l'on obtient par expérience, prouve que l'hématose s'effectue de façon anormale, probablement accélérée par l'état de la membrane alvéolaire. Le tuberculeux aurait des poumons à perméabilité élevée.

Consomme-t-il cependant plus d'oxygène que le valide?

L'expérience répond que *non*. Si l'on calcule la consommation *totale* d'oxygène, soit durant l'exercice, soit au repos, on obtient par différence ce qui correspond strictement à l'exercice.

C'est 5^{cm^3} d'oxygène par kilogramme de poids du corps et par minute, chez le tuberculeux, tandis qu'on en trouve 8 sur l'homme bien portant. Il y a donc insuffisance respiratoire, *retard de la nutrition*.

Ce que confirment et le faible taux de gaz carbonique expiré, et la petitesse du quotient respiratoire.

Ainsi, la marche de ses combustions ne permet pas au tuberculeux une fatigue même modérée.

Conclusion. — Le coefficient hématopnéique est une donnée expérimentale rigoureuse pour caractériser les maladies de l'appareil respiratoire, notamment la tuberculose pulmonaire, et en suivre l'évolution, comme pour mettre en évidence les troubles de la respiration dus au surmenage, ou

à un milieu confiné, les séquelles par gaz toxiques. Enfin, il rend des services précieux lorsqu'on veut connaître les progrès de *l'éducation respiratoire* dans ses nombreuses applications.

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — *De la persistance variable des impressions lumineuses sur les différentes régions de la rétine*. Note de M. **Paul Woog**, présentée par M. Yves Delage.

On sait que les différentes sensibilités de la vision ne sont pas uniformément réparties sur la rétine : si, en dehors du *punctum cæcum*, la perception lumineuse est la même sur toute la surface rétinienne, les sensibilités chromatiques et visuelles diminuent du centre à la périphérie, la seconde étant presque localisée à la *fovea*.

Nous nous sommes proposé de vérifier si le phénomène de la persistance des impressions lumineuses se produisait d'égale manière sur tous les points de la rétine. Nous décrirons ci-dessous deux expériences prouvant qu'il n'en est rien :

1° On fait tourner autour de son axe, devant un fond blanc, une roue dentée, par exemple de 17^{cm} de diamètre, composée d'un disque central noir d'environ 10^{cm} de diamètre, à la périphérie duquel se trouvent 16 divisions de surface égale, limitées par des rayons de la roue et alternativement blancs et noirs. L'observateur, placé en face et à environ 30^{cm} du disque, regarde avec un œil le centre du dispositif (l'autre œil est maintenu fermé). On accélère progressivement le mouvement de la roue, puis on rend la vitesse constante quand les secteurs noirs et blancs ne peuvent plus être nettement différenciés et qu'on perçoit un papillotement gris (deux à trois tours à la seconde, soit pour un point donné 15 à 25 alternances de secteurs). Si à ce moment l'œil se déplace dans un plan vertical ou horizontal, on constate, dès que la ligne visuelle s'écarte de la position primitive, un papillotement plus intense; la différenciation des secteurs et l'impression de rotation augmentent au fur et à mesure que le déplacement de l'œil amène l'image sur une partie de la rétine plus éloignée du centre.

2° Dans l'expérience suivante, le phénomène peut être observé avec la plus grande netteté, sans qu'il soit fait appel à un mouvement quelconque.

Si l'on alimente une lampe à incandescence ordinaire à filament de tungstène, par du courant alternatif, la masse linéaire du filament lumineux

étant faible, son incandescence suit fidèlement les variations du courant, ce qu'un miroir tournant permet facilement de constater.

Or nous avons dit que la vitesse optima des essais se trouvait comprise entre 15 et 25 passages de secteurs par seconde. Il suffit donc d'envoyer du courant à 25 périodes, par exemple, dans une lampe ordinaire à filament de tungstène, pour disposer d'un faisceau d'intensité régulièrement variable et jouant le rôle des secteurs de la roue dentée. On examine le foyer lumineux à travers un écran translucide, ou l'on reçoit les rayons sur un écran blanc. Dans ces conditions, on a, par suite de la persistance des émissions successives de lumière, une impression continue si l'on regarde normalement la plage éclairée; mais, dès que la ligne visuelle s'éloigne de cette direction, on perçoit un papillotement dont l'intensité augmente notablement avec l'écart de la ligne visuelle par rapport à sa position primitive.

Le phénomène reste le même avec la lumière colorée, et on l'observe avec netteté si l'on interpose sur le trajet des rayons des écrans bleu, vert, jaune ou rouge (solution de sulfate de cuivre; papiers Virida et Rubra Lumière).

On voit donc que la persistance des impressions lumineuses est maximum au centre de l'œil et va en diminuant depuis ce point jusqu'à la périphérie. Ce fait peut même être constaté sans qu'il soit nécessaire de changer la direction de la ligne visuelle, et il est possible d'en localiser plus étroitement le maximum.

Si, en effet, on regarde normalement la source lumineuse dont il vient d'être question et sur laquelle ne se montrent pas de variations, et si l'on s'approche lentement de la plage éclairée, on rencontre une position à partir de laquelle le scintillement apparaît : l'impression de continuité du flux lumineux se retrouve si l'on revient en arrière. Or cette distance-limite du papillotement est fonction des dimensions de la surface lumineuse, et si l'on interpose des diaphragmes de grandeur décroissante, on constate que cette distance diminue avec leur ouverture. Voici les nombres trouvés :

Diamètres des diaphragmes.	Distances-limites du papillotement.
m	m
0,14	0,95
0,090	0,67
0,068	0,465
0,035	0,225
0,012	0,08
0,005	0,04
0,003	0,02

Ces chiffres correspondent très régulièrement à un angle visuel un peu inférieur à 9°. Le calcul montre que cet angle visuel détermine une surface couverte de rétine d'environ $0^m,00235$ de diamètre. On peut donc dire que le maximum de la persistance des impressions lumineuses est localisé à la dépression de la *fovea* et à l'étroite région qui l'entoure.

Si l'on rapproche ces constatations de ce fait que la *fovea* est presque entièrement composée de cônes et que leur nombre diminue ensuite depuis la *fovea* jusqu'à la périphérie de la rétine, on semble être en droit de conclure que les cônes subissent plus facilement que les bâtonnets la sorte de « tétanisation lumineuse » qui nous occupe.

Par contre, il est à retenir que la persistance des impressions est plus grande aux points où la vision s'exerce avec le maximum d'acuité, par suite, peut-être, d'un plus complet éblouissement local.

Cette notion de la moindre persistance des impressions sur les régions latérales de la rétine augmente encore l'importance de la vision périphérique, puisque cette vision indirecte est capable de nous donner une perception plus distincte des objets en mouvement.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *L'azote soluble et l'azote insoluble dans le tissu du foie cancéreux; nouvelle conception sur la genèse du cancer.* Note de M. **Albert Robin**, transmise par M. A. Gautier.

Dans une Note précédente, j'ai émis, sur la genèse du cancer, une conception nouvelle qui trouve un début de confirmation dans l'étude que je présente aujourd'hui, sur la manière dont se présentent l'azote soluble et l'azote insoluble du tissu cancéreux.

Cette étude apporte, en outre, à l'encontre de la théorie parasitaire du cancer, un argument qui, s'il n'est pas direct, n'en possède pas moins sa valeur.

L'azote total présente dans le foie cancéreux frais une diminution variable sur celui du foie normal. Cette diminution est due à l'hydratation variable du foie cancéreux. Elle montre que le cancer a la propriété de construire plus de substance histologique que le foie normal, avec une quantité déterminée d'azote.

Mais à sec le foie renferme plus d'azote que le foie normal (16,3 pour 100 pour les régions relativement saines, et 18,9 pour 100 pour les régions très atteintes), ce qui montre que la substance solide réelle du foie cancéreux exige pour sa construction plus d'azote que le foie normal.

Cette propriété appartient bien au tissu cancéreux, puisque les teneurs azotées du poumon normal, du poumon le moins atteint chez les phtisiques et celles du poumon très atteint, sont sensiblement les mêmes. Cet enrichissement du tissu cancéreux sec en azote peut s'expliquer, soit par une diminution correspondante de ce tissu en matières ternaires, soit, et bien plus probablement, par sa plus grande teneur en azote soluble.

Qu'il s'agisse du tissu cancéreux, frais ou sec, l'azote insoluble augmente dans les régions les plus atteintes du foie, tandis que l'azote soluble diminue dans les régions relativement saines alors que l'azote soluble augmente.

L'interprétation la plus logique de ces faits est que les protéiques du cancer se forment, aux dépens des produits de l'autolyse des protéiques de l'organe dans lequel il se développe, et non par l'apport des protéiques destinés normalement aux tissus sains.

Dans les régions pulmonaires encore saines du phtisique, l'azote soluble n'augmente pas. Le tubercule ne se construit donc pas aux dépens de l'azote de désintégration des régions encore saines, alors que la chose paraît évidente pour le cancer.

Cette manière de voir est appuyée par les recherches de R. A. Kocher, qui trouva dans le cancer une augmentation considérable des bases hexoniques, bases figurant parmi les facteurs principaux de la croissance. Ces bases proviendraient ici de la désintégration, sous l'action d'un ferment, des protéiques de l'organe où va naître le cancer. Elles serviraient à construire des protéiques spéciaux à celui-ci et dont la richesse en amino-acides de croissance conférerait aux cellules qui les intègrent le pouvoir de croître et de se multiplier indéfiniment.

Ces recherches viennent à l'appui de l'existence d'un terrain cancérisable et différencient totalement le processus cancéreux, maladie de ferment, des maladies parasitaires comme la tuberculose.

PHYSIOLOGIE. — *Le sucre protéidique*. Note de M. **Henri Bierry**, présentée par M. Charles Richet.

Nos recherches antérieures ont établi qu'il existe dans le sang total, dans le sérum, *dans le plasma* des divers animaux, à côté du *sucre libre* directement décelable, du *sucre protéidique*, dont la présence ne peut être manifestée qu'après scission de la molécule complexe qui le renferme et rupture de la liaison qui dissimule sa fonction aldéhydique. Ces combi-

naisons protéido-hydrocarbonées sont facilement rompues par les acides minéraux étendus et chauds, et le sucre réducteur ainsi libéré, *d*-glucose, devient dosable par les procédés ordinaires (H. Bierry et L. Fandard) (1).

1° *Sucre protéidique et spécificité du plasma.* — Ce sucre protéidique, dont la présence est constante chez l'homme et les divers animaux : mammifères, oiseaux, reptiles, batraciens, poissons, etc., et dont la quantité dans le plasma est, chez certains d'entre eux, bien supérieure à celle du sucre libre, présente un intérêt physiologique réel : en particulier, il entre dans la *constitution moléculaire* des protéides du plasma des différents animaux. On admet, pour des raisons physiologiques surtout, que chaque espèce possède un plasma qui lui est propre; l'étude du sucre protéidique permet maintenant d'en donner une preuve tangible. *De nos recherches avec Albert Ranc* (2), *il ressort que chaque espèce animale possède un plasma artériel constitué par des protéiques dont le rapport de l'azote au sucre :* $\frac{\text{N protéidique}}{\text{S protéidique}}$ *ou* $\frac{N_p}{S_p}$ *est caractéristique de l'espèce* (3).

2° *Panglycémie.* — Si l'on veut faire, chez un animal donné, l'*inventaire de la matière sucrée du sang*, que je propose d'appeler *panglycémie*, il faut évaluer indépendamment le sucre libre et le sucre protéidique. Il faut, en outre, s'adresser d'abord au sang artériel dont la teneur en sucre est sensiblement constante, puis aux divers sangs veineux. Comme, d'autre part, les globules renferment moins de sucre protéidique et de sucre libre que le *plasma* qui les baigne, et comme le *plasma* est en somme le *milieu intérieur* où vivent tous nos organes, le *plasma* semble donner des renseignements plus précis que le sang pour l'étude de la matière sucrée. Une étude complète de la *panglycémie* doit comprendre : l'*inventaire en sucre* du plasma et du sang artériel, des sangs et plasmas veineux.

(1) H. Bierry et L. Fandard, *C. R. Soc. Biol.*, 8 et 13 juin 1912 et 11 mai 1918; *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 61 et 516. — L. Randouin-Fandard, Thèse Faculté des Sciences, Paris, 1918.

(2) H. Bierry et Albert Ranc, *Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 278; *C. R. Soc. Biol.*, 18 juillet 1914.

(3) $\frac{N_p}{S_p} = 3$ chez le poulet, 6,9 chez le cheval, 9 chez le chien. Je me propose d'étudier le rapport $\frac{N_p}{S_p}$ chez diverses espèces et divers individus, et les variations de ce rapport dans différents états pathologiques : diabète, syphilis, etc.

3° *Variations du sucre protéidique.* — Les variations du sucre libre dans le plasma peuvent être très rapides, les variations du sucre protéitique sont, au contraire, beaucoup plus lentes; il faut, pour les observer, soumettre les animaux à des injections d'adrénaline, à l'inanition [1], etc. L'utilisation du sucre protéidique n'est donc point immédiate, elle paraît liée à celle du plasma.

4° *Muscle et sucre protéidique.* — Il ressort des recherches de A. Chauveau et de Cl. Bernard que le sang artériel est plus riche en sucre libre, en général, que le sang veineux correspondant; nos recherches, faites en tenant compte cette fois de la *teneur en eau* (donnée indispensable pour une étude précise) du sang et du plasma artériel et veineux, sont venues appuyer cette manière de voir touchant le sucre libre et établir de plus que cette règle est inversée en ce qui concerne le sucre protéidique.

Nous avons recherché la cause de ce phénomène. La première hypothèse qui vient à l'esprit est que le plasma artériel peut s'appauvrir en eau, par exsudation de la lymphe, et le plasma veineux s'enrichir d'autant en protéiques et sucre protéidique. Cet enrichissement pourrait, en partie tout au moins, s'expliquer ainsi, mais l'examen du rapport $\frac{N_p}{S_p}$ du plasma artériel et du plasma veineux correspondant entraîne de suite à envisager une autre hypothèse : le rôle du muscle. Le muscle, qui polymérise le glucose pour en faire du glycogène, n'est-il pas capable d'effectuer la condensation du glucose et des polypeptides?

Déjà, des recherches de Levene et Meyer ont montré que si l'on met en contact du suc de plasma musculaire et du glucose, en présence d'extrait aqueux de pancréas, le glucose ne « glycolyse » pas comme le croyait Cohnheim, mais il entre dans une combinaison dont il peut être libéré par hydrolyse acide. D'un autre côté, Van Slyke et Meyer ont vu que les acides aminés, introduits dans l'organisme, abandonnent assez vite le sang pour être fixés par les divers tissus, et que la disparition de ces amino-acides est rapide dans le foie, mais extrêmement lente dans le muscle.

Si vraiment le muscle joue un rôle dans la genèse du sucre protéidique, on doit trouver des différences, touchant la teneur en sucre protéidique, entre le plasma artériel d'un groupe de muscles et le plasma veineux correspondant. Nous avons fait cette expérience sur le groupe des muscles de la cuisse chez le chien, en recueillant le sang artériel et veineux, et suivant,

---

[1] H. Bierry et L. Fandard, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 480 et 2010.

autant que possible, les indications de Morat et Dufourt (¹). Dans ces conditions, nous avons constaté un enrichissement en sucre protéidique du plasma veineux sur le plasma artériel correspondant dans des cas où l'eau du plasma artériel et du plasma veineux ne différait que par des chiffres voisins de ceux de l'erreur expérimentale.

Le fait que le rapport $\frac{N_p}{S_p}$ du plasma artériel n'est pas le même que celui du plasma veineux correspondant, nous amène à exposer une conception chimique qui présente l'intérêt d'une hypothèse de travail. Les recherches de Kossel, Van Slyke et Bischard (²) ont mis en lumière ce point important que le groupement ε de la lysine était libre dans la molécule de certaines « prolamines » et albumines, *isolées* et *purifiées*. Il en est, de même, dans les protéiques du tissu musculaire et du plasma, *à l'état frais* (³). Le fait que les protéiques du plasma et du tissu musculaire ne sont pas neutres chimiquement, mais possèdent au contraire de nombreuses affinités chimiques, permet de supposer que tout se passe comme si, *dans le protoplasma musculaire, il existait une molécule azotée complexe dont le noyau pourrait rester invariable, mais qui porterait aux chaînes terminales des groupements peptidiques susceptibles d'être libérés, puis régénérés. Ces groupements pourraient s'unir au d-glucose en bloquant sa fonction aldéhydique* (⁴).

ZOOLOGIE. — *Le membre des Arthropodes*. Note de M. H. Coutière, présentée par M. L. Bouvier.

J'ai montré dans une Note antérieure que le membre des Crustacés pouvait comporter théoriquement dix articles. Chez les Malacostracés au moins, là où il a pris la forme d'une tige allongée, il affecte deux principaux aspects, conditionnés l'un et l'autre par le sort de ce qu'on pourrait appeler la *triade basischiale* (double basis et ischion.)

L'aspect le plus répandu, et le plus primitif, est celui offert par les *Péra-*

(¹) Morat et Dufourt, *Archives de Physiologie*, 5ᵉ série, t. 4, 1892.

(²) Van Slyke et Bischard, *Journ. of Biol. Chem.*, nº 4, janvier 1914, p. 539.

(³) H. Bierry, R. Hazard et Albert Ranc; Ch. Achard et E. Feuillié, *Soc. Biologie*, 14 février 1914.

(⁴) En 1892, Pflüger, partant d'un tout autre point de vue, était arrivé à une conception du muscle présentant avec celle-ci certaines analogies.

carida et les *Syncarida* : les deux articles du basis étant distincts ou non, l'expodite présent ou non, la triade basischiale est le segment le plus important, elle l'emporte sur la méropodite; *a fortiori*, la somme de ces articles l'emporte sur la partie distale du membre. Quand on peut la discerner, l'articulation maîtresse est méro-carpale, mais elle dessine un angle obtus (*Mysidacea*, *Syncarida*).

Le second aspect est celui offert par les Décapodes : le métabasis se soude à l'ischion (Crevettes, Écrevisses), ou même au probasis (Langoustes, Crabes). La triade basischiale ainsi réduite à deux, ou même un seul article, est beaucoup plus courte que le méropodite et se place dans son prolongement; la partie distale du membre égale la précédente, de sorte que l'ensemble figure un compas dont l'articulation méro-carpale est à angle aigu.

Le même résultat, dû sans doute aux mêmes exigences mécaniques de la marche sur un plan résistant, est obtenu par les mêmes moyens chez la grande majorité des Insectes : la triade basischiale se réduit à un seul article (trochanter) [1], ou à deux articles distincts (trochanter et trochantin de certains Hyménoptères). La bipartition primitive du basis est indiquée chez les très nombreuses formes par une fausse articulation ou une constriction (Blattes, Mantes, Fourmis, Cigales, etc.).

Les Insectes primitifs forment une très intéressante exception. Le membre des *Machilis*, si curieux par la persistance d'un épipodite, ne l'est pas moins par son aspect général. Il n'y a pas d'articulation maîtresse, le métabasis et l'ischion sont l'un et l'autre plus volumineux que le merus, mais le probasis, très réduit, n'est plus indiqué que par une constriction, comme chez les autres Insectes. La réduction du double basis est bien plus prononcée chez les Lépismes, mais, l'ischion étant toujours très volumineux et de direction ascendante, on voit apparaître ce détail important : il y a maintenant, *non plus une, mais deux articulations maîtresses* à angle obtus : l'une, ischio-mérale; l'autre, méro-carpale, entre lesquelles s'étend le méropodite horizontal.

Or *cette disposition est celle qui caractérise essentiellement les Arachnides*. La « patella » qui figure, chez les Arthropodes, d'un article

---

(1) Il est très difficile de décider lequel des trois articles a été le plus sacrifié dans cette soudure. Le même problème se pose chez les Crustacés, et certains points du développement des Crabes tendraient à montrer que l'ischion peut disparaître en se soudant au méropodite.

insolite quand on compare leur membre à celui des Insectes, est simplement l'homologue du méropodite si l'on admet, comme chez les *Peracarida* et les Insectes primitifs, la persistance de l'ischion comme partie principale de la branche ascendante.

Cette conception s'applique aisément à tous les Arachnides, avec quelques modalités intéressantes. Il n'y a pas à la modifier chez les Pychogonides, sauf que le précoxa, comme l'a si bien montré M. le Professeur Bouvier, est entièrement distinct et articulé. La patte postérieure des Limules montre également un précoxa très net, normal à l'axe du corps, avec gnathobase du côté interne et proépipodite externe. Sur le coxa, également transverse, s'insère la branche montante basischiale, mais ici les deux basis volumineux sont distincts, et l'ischion, très court, est curieusement luxé dans le sens horizontal et soudé au mérus circulairement. On peut ensuite noter, sur le joint carpo-propodal, la présence d'une scopule, homologue à celle des Crustacés et des Insectes, mais fonctionnant comme drague quand l'animal fouit le sable.

Chez la plupart des Araignées, c'est, non plus le joint ischio-méral qui s'est déplacé, mais bien le joint méro-carpal. Le carpe (ou tibia) a en effet une tendance à se placer dans le prolongement de la patella, ce résultat paraissant lié à l'extrême allongement de la portion distale du membre.

Quant au trochanter, s'il est souvent unique (Scorpions, Pycnogonides), il présente très souvent des traces de sa duplication originelle sous forme d'une suture circulaire (Araignées) ou d'une suture sur l'ischion (Phalangers). Il y a d'ailleurs un trochantin répondant au métabasis, chez les Trogulidés, et les deux basis sont fréquemment libres chez les Pseudoscorpions.

Les Galéodes montrent des détails particulièrement instructifs. Sur la dernière paire de pattes, avant la « patella » définie par sa position entre deux joints à angle obtus, on trouve successivement cinq articles distincts (précoxa, coxa, pro et métabasis, ischion). Les trois paires qui précèdent montrent, d'arrière en avant : 1° un raccourcissement significatif du probasis; 2° et 3°, la soudure des deux basis en un seul article. Sur le palpe enfin, c'est toute la triade basischiale qui est soudée. Les Pseudo-scorpions, comme H.-J. Hansen l'a depuis longtemps fait voir, présentent des faits de même ordre sur les articles que j'interprète comme métabasis et ischion.

La partie la plus délicate à homologuer est certainement la région distale du membre des Arthropodes terrestres, par suite : 1° de la division méristique dont elle est si souvent le siège ; 2° de la complication de l'appareil ter-

minal, en rapport avec un substratum solide et adapté à des travaux très variés. Sans entrer dans le détail, il me semble qu'on n'a le choix qu'entre deux hypothèses : ou bien interpréter le dernier article comme dactyle et le système entier des griffes comme stylopodite, ou bien admettre une division méristique à peu près obligatoire du propodite, puis faire des griffes et de leurs accessoires l'équivalent du dactyle et du stylopodite, celui-ci persistant ou non. Le fait que, dans quelques cas (diverses Araignées et Pycnogonides), on peut reconnaître distinctement deux systèmes de griffes articulés l'un sur l'autre, le fait aussi que, chez les Pseudo-scorpions, cette partie distale faisant suite au mérus ne comporte plus que deux et même qu'un article, ces faits me feraient plutôt admettre la seconde manière de voir.

EMBRYOLOGIE. — *A propos du développement embryonnaire des* Palæmonidæ. Note [1] de M. E. **Sollaud**, présentée par M. Delage.

Dans un des précédents *Comptes rendus* (t. 168, 1919, p. 1059), M. le professeur L. Roule oppose quelques objections aux critiques que j'ai formulées [2] contre certains des résultats exposés par lui dans son Mémoire sur l'embryogénie de *Leander serratus* (Penn.) [3]. J'aurais notamment commis une erreur en croyant que M. Roule a considéré comme étant au début de leur développement les œufs les plus jeunes qu'il lui ait été donné d'étudier.

Presque tous les auteurs qui se sont occupés de l'embryogénie des *Caridea* (à la suite de Bobretzky, je citerai Faxon, Ishikawa, Herrick, Kingsley, Weldon) ont décrit et figuré : 1° soit une segmentation totale, soit une segmentation partielle n'atteignant pas le centre, mais affectant d'emblée toute la surface de l'œuf; 2° la formation d'un revêtement blastodermique superficiel qui enveloppe toute la masse centrale des réserves vitellines; 3° l'apparition, en un point de la surface caractérisé par une active prolifération cellulaire, d'une légère dépression, origine d'une grande partie au moins des éléments ento- et mésodermiques. Pour M. Roule, « l'œuf se compose d'une masse volumineuse de vitellus nutritif, portant à l'un de ses

---

(1) Séance du 10 juin 1919.

(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 963.

(3) *Ann. Sci. nat. zool.*, 8e série, t. 2, 1896.

pôles ... une petite cicatricule formée de vitellus évolutif. Cette cicatricule se scinde seule en blastomères, engendre seul le blastoderme et produit les feuillets avec les organes qui en dérivent »; la cicatricule s'élargit et s'étend peu à peu, la vésicule vitelline ne cessant d'affleurer à la surface et ne se recouvrant de tissus actifs que vers la fin du développement; il n'y a absolument rien qui rappelle, de près ou de loin, une invagination gastrulaire. Entre ces deux manières de voir, il y avait donc des divergences profondes. Dès mes premières recherches, j'ai dû reconnaître que Bobretzky avait raison (abstraction faite de quelques erreurs de détail) et que M. Roule contestait l'existence de phénomènes qu'il n'avait pas pu observer; quelle qu'ait été, en 1896, son opinion sur l'âge des œufs les plus jeunes décrits par lui, il est certain qu'il serait arrivé à des conclusions tout autres, s'il avait pu étudier le développement dès son début, et non à partir d'œufs âgés de plusieurs jours.

M. Roule semble me reprocher d'être en retard sur mon temps, de faire preuve de préoccupations bien surannées, en m'attachant à retrouver, dans un œuf surchargé de réserves vitellines, quelque chose de comparable à un blastopore ou à une invagination gastrulaire. Je ferai seulement remarquer que j'ai évité, à dessein, de parler d'une phase de *gastrulation* succédant à la phase de *segmentation* de l'œuf; que j'ai invoqué des causes essentiellement actuelles (modifications du chimisme, phénomènes de chimiotactisme) pour expliquer des faits qui, pour les anciens auteurs, auraient surtout fourni matière à la recherche d'homologies plus ou moins contestables; je laisserai d'ailleurs aux zoologistes qui liront ma courte Note préliminaire le soin de juger si ce reproche est vraiment justifié. Quoi qu'il en soit, M. Roule semble bien persuadé que la préoccupation dominante de découvrir, à tout prix, quelque chose d'homologue à une phase gastrulaire, m'a conduit, à la suite de tant d'autres auteurs, à une grave confusion : ce qui a été décrit comme invagination mésentodermique, ce serait la première apparition de la « fente somatique », qui est simplement le résultat de la courbure du corps de l'embryon; on sait, en effet, que cet embryon est replié dans l'œuf de telle manière que la face ventrale de l'abdomen s'applique sur la face ventrale de la région céphalothoracique, et que cette flexion se manifeste d'une façon extrêmement précoce. Pas plus qu'aucun des auteurs précités, je n'ai commis une telle confusion, et il était difficile de la commettre, étant donné qu'il s'agit de deux phénomènes tout à fait distincts, bien séparés dans le temps. L'invagination mésentodermique est très passagère; son apparition et sa disparition sont des plus faciles à cons-

tater, aussi bien *in vivo* que sur une série d'œufs fixés et examinés *in toto* ou en coupes; or la dépression s'est complètement effacée à la surface de l'œuf avant que soit réalisé le plus jeune des stades observés par M. Roule, par conséquent avant toute indication de la fente somatique, que personne n'a jamais prise pour une invagination gastrulaire.

ANATOMIE. — *Sur l'existence, chez les Locustiens et les Grilloniens, d'un organe servant à la rupture du chorion au moment de l'éclosion.* Note de M. **P. Cappe de Baillon**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

L'existence d'un organe destiné à faciliter à la jeune larve la rupture de la coquille de l'œuf, au moment de l'éclosion, a été signalée successivement chez les Aphaniptères, les Névroptères, les Hémiptères, les Arachnides et les Myriapodes.

L'appareil de rupture des Orthoptères semble peu connu. Heymons (1895) a décrit celui des *Forficula;* de Peyerimhoff (1901), celui du Psocide *Stenopsocus cruciatus* L.

Or il existe un organe du même genre chez un grand nombre de Locustiens et de Grilloniens.

Chez les Locustiens (*Leptophyes punctatissima* Bosc., *Phaneroptera quadripunctata* Br., *Meconema varium* Fabr. (= *M. thalassina* De Geer), *Xiphidium dorsale* Latr. (= *Anisoptera dorsale*), *Conocephalus mandibularis* Charp. (= *Conocephaloïdes nitidulus* Scop.), *Thamnotrizon cinereus* L. (= *Pholidoptera griseoaptera* De Geer), *Ephippigera rugosicollis* Ramb. (= *Uromenus rugosicollis*), etc., l'appareil de rupture est situé sur le front de la larve. Il se présente sous la forme d'une lame de longueur variable s'étendant, à la façon d'une crête, du vertex à la base du labre.

L'organe doit son origine à une différenciation locale de la membrane amniotique. Notablement épaissie dans cette région de la tête, la membrane y forme deux feuillets, un feuillet droit et un feuillet gauche, qui se dressent dans le plan sagittal et s'accolent sur la ligne médio-frontale pour constituer la lame de rupture. L'union des deux feuillets est assurée de distance en distance par des points de soudure.

L'appareil des Grilloniens (*Gryllus campestris* L. (= *Acheta campestris*), *Gryllus domesticus* L., *Gryllomorpha dalmatina* Ocsk., *G. uclensis* Pant., *Nemobius sylvestris* Fabr.), n'est pas situé sur le front, mais sur les bords du labre.

Comme celui des Locustiens, il est dû à une modification de la membrane amniotique. Celle-ci revêt le labre d'une sorte de sac aplati dans le sens dorso-ventral et rendu partiellement rigide par suite de l'épaississement de ses parois latérales. La partie rigide constitue l'appareil de rupture.

L'organe affecte la forme d'un U dont l'une des branches, et plus souvent les deux, sont garnies de dents robustes dirigées vers l'extérieur.

Cette pièce est logée, comme le labre lui-même, entre les deux antennes dont la gaine est également renforcée à la base et rendue plus ou moins solidaire de la formation centrale.

La valeur fonctionnelle de l'appareil de rupture des Locustiens et des Grilloniens peut être établie par l'observation directe. Elle ne saurait être mise en doute pour ce qui regarde les Locustiens cités. Parmi les Grilloniens, seul le *Nemobius sylvestris* possède un organe fonctionnant comme appareil de rupture proprement dit; chez les autres, son rôle est secondaire dans le mécanisme de l'éclosion.

ANATOMIE. — *Mode d'ossification du grand trochanter chez l'homme de la Pierre polie*. Note de M. **Marcel Baudouin**, présentée par M. Charles Richet.

D'après les auteurs classiques et les divers anatomistes, le point d'ossification spécial, qui, chez l'homme, correspond au grand trochanter, ne s'avancerait que jusqu'à la moitié du bord supérieur du col du fémur. Il n'atteindrait pas la circonférence de la plate-forme, sur laquelle s'appuie et se fixe le point épiphysaire propre à la tête de cet os. Mais les dessins publiés [1] à ce sujet ne concernent que l'adolescence, c'est-à-dire des jeunes gens de 15 à 18 ans, et non le très jeune âge.

Or, quand sur des fémurs d'enfants jeunes et d'adolescents âgés de moins de 15 ans, de l'époque de la Pierre polie, chez lesquels aucune épiphyse supérieure n'est encore soudée à la diaphyse, on examine comment se présente le bord supérieur du col, on constate qu'il y a là, non pas une partie amincie, mais une véritable *surface*, aplatie, d'aspect trapézoïdal, qui sert de support au point épiphysaire du grand trochanter, absent bien entendu sur les pièces recueillies en ossuaire vierge.

---

(1) P. Poirier, *Traité d'Anatomie*, t. 1, p. 227, fig. 239. — Sappey, etc.

Et, contrairement à ce qu'on a publié, on voit que cette surface *atteint la périphérie même de la tête* et arrive à son contact immédiat, dans le très jeune âge, si bien qu'il y alors *fusion complète!* Par conséquent, à ce moment, les masses cartilagineuses, qui donneront les deux épiphyses, devant nettement s'isoler par la suite, n'en forment qu'une seule et *unique*, comme d'ailleurs on l'avait déjà remarqué, et non pas *deux*, absolument distinctes.

Cette surface, quand la diaphyse fémorale a atteint 180^{mm} de longueur, mesure au moins 25^{mm} de hauteur; la grande base externe de ce trapèze a alors 20^{mm}, la petite externe n'ayant que 14^{mm}. Toutes proportions gardées, cette plate-forme d'insertion est donc alors très considérable!

J'ai mesuré cette surface d'articulation sur une série de 13 pièces, provenant de l'allée couverte de Vaudancourt (Oise), sépulture qui n'a pas donné d'os plus court que 180^{mm}. Mais, dès que le fémur dépasse cette longueur, cette *surface* S'ÉLOIGNE, *peu à peu*, DE LA TÊTE. J'ai noté les distances de 4^{mm}, 6^{mm}, 12^{mm}, 15^{mm}, 17^{mm}, 22^{mm}, 23^{mm} sur 7 des os examinés, les distances de 4, 6, 12 correspondant à des fémurs de 200^{mm}, 220^{mm} et 275^{mm} de longueur totale, intacts.

Cela explique pourquoi à 16-18 ans la *distance a atteint le chiffre* qu'indiquent les ouvrages classiques, c'est-à-dire plus de 25^{mm}.

Et cela est certainement dû à ce que le col osseux continue, de 0 à 15 ans, à croître, tandis que la *masse cartilagineuse du grand trochanter s'arrête elle-même de grandir*, dès que l'os a atteint 180^{mm} de long, c'est-à-dire quelques années seulement après la naissance (1).

Quand on étudiera ce phénomène sur des cadavres, parfaitement *datés* par l'état civil (par exemple dans les amphithéâtres des hôpitaux d'enfants), on obtiendra un nouvel et excellent *chronomètre anatomique*, qui permettra de déterminer exactement l'âge des jeunes enfants, à l'aide de cette seule extrémité supérieure d'un ossement, qui se conserve très bien dans les sépultures, même à inhumations.

Par suite, c'est là une donnée qu'il importe de retenir en *Médecine légale*, car elle peut être d'un très grand secours et est ignorée.

Il faut noter, en outre, qu'au cours de la croissance, la forme trapé-

(1) A l'humérus, cet isolement de la tête et du grand trochanter ne se produit jamais; chez l'adulte, la *fusion persiste*, intime, toujours.

Cela prouve bien que le phénomène, sur lequel j'insiste ici, est dû au développement tardif, isolé du *col*, conséquence forcée de la *bipédité* humaine, mais qui remonte aux quadrupèdes, puisque la bipédité n'est pas primitive.

zoïdale de la surface articulaire en question change d'aspect; elle devient triangulaire dans l'adolescence surtout, si bien que ce changement constitue un autre mode de contrôle, digne d'intérêt, quoique moins précis.

On doit remarquer encore que, dans cette période de la vie, la *cavité* rétrochantérienne, dite *digitale* (fossette en coup de pouce), ***n'existe pas;*** cette dernière n'apparaît qu'après les soudures de l'épiphyse, c'est-à-dire quand cette dernière portion du fémur cesse d'augmenter de volume. C'est encore là une constatation précieuse, non signalée jusqu'à présent.

COMITÉ SECRET.

La Section de Médecine et Chirurgie présente, par l'organe de M. d'Arsonval, en l'absence du Doyen empêché, la liste suivante de candidats à la place vacante par suite du décès de M. *A. Dastre :*

En première ligne	M. **Fernand Widal**
En seconde ligne.	M. **Anatole Chauffard**
En troisième ligne	M. **Hyacinthe Vincent**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

A 16 heures et quart l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 18 heures.

A. Lx.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 23 JUIN 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOLOGIE. — *Les volcans du Tibesti.* Note (¹) de MM. A. Lacroix et Tilho.

Les grès horizontaux et les roches éruptives anciennes laminées du Tibesti, dont il a été question dans une précédente Note (²), supportent d'épaisses formations volcaniques constituant toutes les parties hautes du massif qui ont été reconnues jusqu'ici.

La caractéristique des volcans tibestiens réside dans l'existence de vastes caldeiras dont la plus grande, celle qui termine l'Emi Koussi, a été seule explorée en détail, mais il faut citer encore (³) celle de Begour, le cratère du Toussidé, puis la caldeira de Tarso-Vohon (8^{km} à 10^{km} de diamètre et 300^{m} de profondeur) (visitée par le sous-lieutenant Dufour et le sergent Sarciron) avec la source thermale de Soboroum, située à environ 10^{km}; elle a été déjà signalée par Nachtigal, mais seulement par ouï-dire (⁴).

(¹) Séance du 16 juin 1919.

(²) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1169.

(³) Dans la carte reproduite page 1172, nous avons fait figurer tous les noms de lieux cités dans la présente Note.

(⁴) Cette source a été visitée par le capitaine Blaizot qui a fixé sa position sur le versant occidental du massif tibestin : c'est une source sulfureuse jaillissante dont la température est de +70°C. au point d'émergence; ses alentours sont garnis d'enduits de soufre. Le médecin-major Rainaut, qui accompagnait le capitaine Blaizot, avait recueilli des échantillons : malheureusement il a été tué dans la région d'Agadès au cours de son voyage de retour et ses collections ont disparu avec tous ses bagages (Cf. Blaizot, nᵒˢ 9, 10 et 11 des *Renseignements et Documents publiés par le Comité de l'Afrique française*, septembre-novembre 1917, p. 193).

La caldeira du Koussi (Koussi Kohor ou Trou de Koussi) est entaillée dans des coulées compactes et des couches stratifiées de tufs : elle mesure 14^{km} environ, suivant son diamètre NNW, et de 9^{km} à 10^{km} dans la direction perpendiculaire. Toute sa bordure, ouverte seulement par quelques brèches (portes de Yono, de Modjounga), consiste en hautes murailles à pic surmontant des talus d'éboulis. Le point culminant de ce rempart extérieur domine la porte de Yono, il se trouve à 3415^{m} d'altitude, alors que le fond de la caldeira n'est qu'à 2970^{m}; ce fond est presque horizontal sur une partie de sa surface, mais ailleurs, notamment dans la région septentrionale de la caldeira, il est hérissé de pitons et de chaînons rocheux.

La partie sud-ouest de cette caldeira est creusée d'un gouffre de forme irrégulière, à parois abruptes, dont le fond plat se trouve à l'altitude de 2670^{m}; il est occupé par un véritable champ de natron (trona) d'un blanc éblouissant : c'est l'Era Kohor (*Trou au natron*). La surface de ce gisement de natron est polygonale; elle ne mesure pas moins d'une soixantaine d'hectares; l'épaisseur de la couche saline n'a pu être précisée en son milieu, mais elle dépasse 1^{m} à peu de distance des bords : ce natron se débite en grandes dalles à structure fibrolamellaire; il résulte de l'évaporation d'un lac, complètement asséché; aujourd'hui, en effet, il n'existe plus le moindre suintement permanent d'eau dans cette vaste cavité, pas plus d'ailleurs que dans le reste de la caldeira.

Toutes les roches en place, tufs ou coulées, sont de nature trachytique (ponce, obsidienne, trachytes porphyriques ou non); les laves en coulées forment notamment les falaises septentrionales et occidentales, mais le sol du fond horizontal, qui est constitué par des tufs blancs ou jaunes [1], est recouvert par de petites scories basaltiques dont la couleur noire tranche sur la blancheur des ponces (arrachées aux tufs des parois) qui leur sont mélangées. Les grandes explosions qui ont déterminé la production de la caldeira ont donc été suivies par l'émission de matériaux de composition tout à fait différente de ceux qui constituent le sommet de la montagne.

Un fait intéressant est à noter, l'existence sur les crêtes, près de la porte de Yono, de blocs projetés d'une syénite à amphibole dont de grandes dalles se rencontrent aussi éparses dans les ravins extérieurs et intérieurs du Koussi.

Tout cet ensemble trachytique coiffe un puissant substratum de roches noires, de basaltes, sur lesquels le sentier d'accès du cratère par le Sud

---

[1] Les parois à pic étagées de 10^{m} à 50^{m} qui limite l'Era Kohor sont constituées par une cinérite pulvérulente de couleur chamois.

chemine sur près de 30^{km}. Presque partout à l'état d'éboulis sur les pentes, ces laves se voient en place dans les ravins (Lantaï Kourou en particulier); ce sont des coulées superposées.

Des ponces et des tufs trachytiques ont été rencontrés aussi sur les flancs extérieurs du Koussi où elles reposent parfois sur les grès; il s'en trouve jusqu'au bas de la montagne, comme à Gouro et dans l'Oued Madjounga : leur étude minéralogique porte à admettre que ces matériaux de projection ont été émis par le Koussi Kohor. Il est probable cependant qu'à la source (38° C.) d'Yi Era, sur le flanc méridional, il s'est produit un épanchement trachytique latéral.

Les grandes lignes d'histoire de ce volcan peuvent être résumées ainsi qu'il suit : 1° épanchement sur les grès de puissantes coulées de basaltes; 2° intrusions de syénite (1); 3° alternance de coulées et de projections trachytiques résultant de grandes explosions dont les dernières ont donné naissance à la caldeira; 4° émission de scories basaltiques sans épanchement de lave; 5° établissement d'un lac dans le fond de la caldeira; 6° desséchement de ce lac par suite de l'établissement du régime désertique. Aucune notion d'âge ne peut être fixée pour ce volcan qui ne présente plus aucune trace d'activité : il faut noter seulement la grande fraîcheur de la plupart de ses laves et notamment des cendres jaunes et des scories basaltiques du cratère de Koussi Kohor, fraîcheur comparable à celle des produits des volcans actuels.

Les documents recueillis sur le reste du Tibesti sont moins nombreux et ne permettent pas de conclusions aussi détaillées.

Le massif du Tierroko (vallée de Mahi) paraît être essentiellement basaltique. Des basaltes et des labradorites ont été recueillis à Yebbi et à Mossodom (vallée de Zoumri), alors que dans cette même vallée de Zoumri dominent divers types de rhyolite accompagnés de cinérites blanches (Oued Yountiou) et que dans le voisinage de Modra se rencontrent surtout des roches à faciès basaltique dépourvues de péridot; elles sont soit compactes, soit bulleuses et localement riches en grosses concrétions de

---

(1) L'ordre des deux premières phases d'activité a peut-être été inverse de celui indiqué ici par analogie avec celui qui a été observé à la Réunion dans les ravins de Cilaos où des sils syénitiques se rencontrent dans les tufs basaltiques (A. Lacroix, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 630).

calcédoine et de quartz. Sur la bordure sud-ouest du massif, ont été recueillies (par le sergent Sarciron) des ponces rhyolitiques à Daski et des rhyolites dans le fond de l'oued Debassar.

Enfin, un croquis du capitaine Blaizot, fait au cours d'un raid (¹) effectué de Bardaï à Aozou, représente une coulée tabulaire de basalte couronnant une petite montagne située à environ 25^{km} WSW de la palmeraie d'Aozou; c'est le gisement volcanique le plus septentrional reconnu dans le Tibesti.

Une étude en cours permettra de préciser les caractères minéralogiques et chimiques de ces diverses laves et de donner une idée générale de la constitution du magma qui a alimenté l'important centre volcanique qu'est le Tibesti.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur les formes quadratiques positives d'Hermite.* Note (²) de M. G. Humbert.

1. *Expression de la mesure.* — Dans le corps quadratique imaginaire $\sqrt{-P}$, où P est entier positif, sans facteur carré autre que 1, une forme d'Hermite est

$$f = axx_0 + bx_0y + b_0xy_0 + cyy_0,$$

a et c étant des entiers réels, b un entier du corps et b_0 son conjugué; x et y reçoivent des valeurs entières du corps, x_0 et y_0 les conjuguées.

Supposons, pour simplifier les énoncés, $P \equiv 1$ ou $2 \pmod 4$; la forme (a, b, b_0, c) ci-dessus est proprement primitive quand, a et c n'étant pas tous deux pairs, a, b, b_0 et c n'ont aucun facteur entier réel commun. Le discriminant de f est $ac - bb_0$.

On peut établir que la *mesure* M(Δ), de l'ensemble des classes d'Hermite (³), *positives, proprement primitives*, d'un discriminant donné, Δ, n'ayant, avec P, aucun diviseur commun impair, est donnée par

$$(1) \qquad \mathrm{M}(\Delta) = \frac{1}{8}\mathrm{P}\Delta \prod_{\delta}\left[1 + \left(\frac{-\mathrm{P}}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right] \prod_{\varpi}\left[1 + \left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi}\right],$$

(¹) Ce croquis doit accompagner le récit de ce raid que publie le *Bulletin du Comité de l'Afrique française*; il m'a été communiqué par M. Terrier.

(²) Séance du 16 juin 1919.

(³) On entend ici, par *classe*, l'ensemble des formes qui se déduisent de l'une d'elles par une substitution linéaire homogène, effectuée sur x, y, à coefficients entiers du corps et de déterminant $+1$; x_0 et y_0 subissant la substitution conjuguée.

δ désignant tout nombre premier (réel) impair (>1) divisant Δ; et ϖ, tout nombre analogue divisant P.

Dans le cas de $P=1$, on retrouve ainsi une formule que M. Fatou [1] a déduite d'une extension de l'Analyse classique de Dirichlet; la même méthode peut servir pour $P=2$; mais, dans le cas général, la démonstration exige des considérations nouvelles, sur lesquelles j'aurai à revenir.

Dans cette Note, j'utiliserai la formule (1) principalement dans les cas de $P=1$ et 2.

2. *Cas des formes primitives ou non.* — Soit donc $P=1$ ou 2; dans chaque classe positive et proprement primitive, prenons la *réduite* (a, b, b_0, c), et supposons le discriminant impair. On déduit de (1) la relation

$$(2)\qquad \mathbf{S}\frac{1}{k}\frac{1}{(ac-bb_0)^s}=\frac{P}{8}\sum\frac{1}{\Delta^{s-1}}\prod_\delta\left[1+\left(\frac{-P}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right],$$

s désignant une constante quelconque; au premier membre la somme $\mathbf{S}$ porte sur toutes les réduites (a, b, b_0, c), positives, proprement primitives, des discriminants *impairs* et k désigne le nombre de transformations en elle-même (à déterminant $+1$) de la réduite; au second, $\sum$ porte sur les valeurs entières, positives et impaires de Δ, et δ garde la signification ci-dessus.

Remplaçant Δ par un produit de facteurs premiers, $\delta^\alpha\delta'^{\alpha'}\ldots$, et sommant par rapport aux valeurs entières de 1 à ∞ pour $\alpha, \alpha', \ldots$, on met le second membre de (2) sous la forme

$$\frac{P}{8}\left[\sum\frac{1}{n^{s-1}}\sum\left(\frac{-P}{n}\right)\frac{1}{n^s}\right]:\sum\frac{1}{n^{2s}},$$

les sommes $\sum$ nouvelles portant sur tous les entiers n réels, positifs et impairs.

Désignons alors par $\mathfrak{M}(\Delta)$ la *mesure* de l'ensemble des classes d'Hermite *positives*, *primitives* ou *non*, mais *propres* [2], de discriminant impair, Δ,

---

[1] *Comptes rendus*, t. 142, 1906, p. 505.

[2] C'est-à-dire que, dans une forme (a, b, b_0, c) de la classe, a, b, b_0, c peuvent avoir un facteur entier réel commun, mais que a et c ne sont pas pairs à la fois.

Rappelons que la mesure d'un ensemble de classes est la somme $\sum\frac{1}{k}$ étendue à ces classes.

dans le corps $\sqrt{-P}$, (P = 1 ou 2); nous obtenons la formule

$$(3) \qquad \mathbf{S}\frac{\mathfrak{M}(\Delta)}{\Delta^s} = \frac{P}{8}\sum\frac{1}{n^{s-1}}\sum\left(\frac{-P}{n}\right)\frac{1}{n^s};$$

Δ et n parcourant, dans les sommes, tous les entiers positifs impairs.

De là cette conclusion simple :

La mesure de l'ensemble des classes d'Hermite positives, primitives ou non, mais propres, de discriminant donné, Δ, *impair, dans le corps* $\sqrt{-P}$, (P = 1 *ou* 2), *est*

$$\frac{1}{8}P\left(\frac{-P}{\Delta}\right)\sum d\left(\frac{-P}{d}\right),$$

la somme portant sur tous les diviseurs positifs entiers, d, de Δ (y compris 1).

Dans le corps $\sqrt{-1}$, une formule analogue s'applique aux discriminants pairs, et l'on a, d'une manière générale, dans ce corps,

$$(4) \qquad \mathbf{S}\frac{\mathfrak{M}(\Delta)}{\Delta^s} = \frac{1}{8}\sum\frac{1}{m^{s-1}}\sum\left(\frac{-1}{n}\right)\frac{1}{n^s},$$

Δ et m parcourant *tous* les entiers positifs et n les entiers positifs *impairs*.

Enfin, dans le corps général $\sqrt{-P}$, on aboutirait à la formule, valable quel que soit P, congru à 1 ou 2 (mod 4),

$$(5) \quad \mathfrak{M}(\Delta) = \frac{1}{8}P\left(\frac{-P}{\Delta}\right)\prod_{\varpi}\left[1+\left(\frac{-\Delta}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi}\right]\sum d\left(\frac{-P}{d}\right) \qquad (\Delta \text{ premier à } 2P),$$

ϖ et d ayant la signification déjà indiquée.

3. *Nombre des classes de discriminant donné.* — *Soit d'abord* P = 2. Le *domaine fondamental*, c'est-à-dire la région où sont situés les points représentatifs des formes positives *réduites* est, dans le demi-espace classique ξ, η, τ, le *pentaèdre* défini par les inégalités (¹)

$$-\frac{1}{2} \leqq \xi \leqq \frac{1}{2}; \qquad -\frac{\sqrt{2}}{2} \leqq \eta \leqq \frac{\sqrt{2}}{2}; \qquad \xi^2+\eta^2+\tau^2 \geqq 1 \quad (\tau > 0).$$

En s'appuyant sur le mode de division du demi-espace en pentaèdres

(¹) Bianchi, *Math. Ann.*, t. 40, p. 363.

congruents au pentaèdre fondamental, on voit de suite que les réduites positives d'Hermite, qui admettent en elles-mêmes d'autres transformations que les deux évidentes $x' = \varepsilon x$, $y' = \varepsilon y$, $(\varepsilon = \pm 1)$, ne peuvent être que celles dont les points représentatifs sont sur les arêtes *circulaires* du pentaèdre ou sur l'arc γ, section de la face sphérique $\xi^2 + \eta^2 + \tau^2 = 1$ par le plan $\xi = 0$. D'ailleurs, pour une réduite (A, B, B_0, C), primitive ou non, *mais propre*, le point représentatif ne peut être sur une des arêtes circulaires ; pour qu'il soit sur l'arc γ, il faut et il suffit que, en posant $B = B_1 + i\sqrt{2}\,B_2$, on ait $C = A$, $B_1 = 0$, $2|B_2| < A$, avec, naturellement, $\Delta = A^2 - 2B_2^2$. En ce cas, la réduite admet en elle-même, outre les deux transformations évidentes, ces deux autres : $x' = \varepsilon y$; $y' = -\varepsilon x$ $(\varepsilon = \pm 1)$. Distinguons maintenant plusieurs cas, *en supposant Δ impair*.

1° $\Delta \equiv \pm 3 \pmod 8$. Alors l'équation $\Delta = A^2 - 2B_2^2$ est impossible en nombres entiers ; donc, pour toutes les réduites, on a $k = 2$, et, si $F_2(\Delta)$ désigne le nombre des classes positives d'Hermite, *primitives ou non*, *mais propres*, de discriminant Δ, dans le corps $\sqrt{-2}$, on aura ici $F_2(\Delta) = 2\mathfrak{M}(\Delta)$, ou, en vertu du n° 2,

$$(6) \qquad F_2(\Delta) = \frac{1}{2}\left(\frac{-2}{\Delta}\right)\sum d\left(\frac{-2}{d}\right),$$

la somme portant sur tous les diviseurs positifs entiers, d, de Δ.

2° $\Delta \equiv \pm 1 \pmod 8$. L'équation $\Delta = A^2 - 2B_2^2$, avec $2|B_2| < A$, est possible : or, j'ai déjà rencontré ces représentations de Δ et montré qu'elles sont en nombre égal à celles de Dirichlet : $\Delta = X^2 - 2Y^2$, avec $Y \geqq 0$, $2X > 3Y$ (¹) ; leur nombre est donc égal à celui de ces dernières, c'est-à-dire à $\sum\left(\frac{2}{d}\right)$, avec les notations ci-dessus. Tel est aussi le nombre des réduites d'Hermite, de discriminant Δ, pour lesquelles $k = 4$, tandis que, pour toutes les autres, $k = 2$; on en conclut dès lors, avec la même définition de $F_2(\Delta)$,

$$(7) \qquad F_2(\Delta) = 2\mathfrak{M}(\Delta) + \frac{1}{2}\sum\left(\frac{2}{d}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{-2}{\Delta}\right)\sum d\left(\frac{-2}{d}\right) + \frac{1}{2}\sum\left(\frac{2}{d}\right),$$

les sommes portant toujours sur tous les diviseurs d de Δ.

Soit maintenant $P = 1$.

(¹) *Journal de Mathématiques*, 6ᵉ série, t. 3, 1907, p. 383. Il y aurait une exception si Δ était le double d'un carré, cas qui se trouve écarté par l'hypothèse de Δ impair.

On raisonnera d'une manière analogue, en utilisant le *pentaèdre de Picard* et l'on arrivera ainsi aux résultats qui suivent. Désignons par :

$F_1(N)$ le nombre des classes d'Hermite positives, primitives ou non, mais propres, de discriminant N, dans le corps $\sqrt{-1}$;

$T(N)$ le nombre des diviseurs (entiers et positifs) de N; on aura

$$(8)\quad F_1(\Delta) = \frac{1}{4}\left(\frac{-1}{\Delta}\right)\sum d\left(\frac{-1}{d}\right) + \frac{1}{4}\left[2 + \left(\frac{-1}{\Delta}\right)\right]T(\Delta) \qquad (\Delta \text{ impair}),$$

$$(9)\quad F_1(2\Delta) = \frac{1}{2}\left(\frac{-1}{\Delta}\right)\sum d\left(\frac{-1}{d}\right) + \frac{1}{2}T(\Delta) \qquad (\text{id.}),$$

les Σ portant encore sur tous les diviseurs, d, de Δ.

4. *Application aux formes binaires et positives ordinaires.* — Soit d'abord, dans le corps $\sqrt{-2}$, une réduite positive *propre* d'Hermite (A, B, B_0, C), de discriminant *impair*, Δ. Si $B = B_1 + i\sqrt{2}B_2$, nous l'écrirons (A, B_1, B_2, C); les conditions de réduction sont $2|B_1|$ et $2|B_2| \overline{\gtrless} A \overline{\gtrless} C$; de plus, si $A = C$, ou si $2|B_1| = A$, on devra y ajouter $B_1 \geqq 0$; si $2|B_2| = A$, on ajoutera $B_2 > 0$, et ces conditions suffisent pour qu'il n'y ait qu'une réduite par classe *propre*. On a enfin $\Delta = AC - B_1^2 - 2B_2^2$.

Faisons alors correspondre, à la réduite d'Hermite (A, B_1, B_2, C), la forme quadratique binaire (de Gauss) ordinaire (A, B_1, C); en vertu des inégalités ci-dessus, cette dernière est positive et réduite dans le sens de Gauss, primitive ou non, mais propre; son discriminant, $AC - B_1^2$, est égal à $\Delta + 2B_2^2$ et $2|B_2| \leqq A$.

Inversement, donnons-nous une réduite de Gauss (A, B_1, C), primitive ou non, mais propre, de discriminant $\Delta + 2h^2$, avec $h \geqq 0$, et $2h \leqq A$.

Si $h = 0$, il lui correspond *la* réduite propre d'Hermite $(A, B_1, 0, C)$; si $h > 0$, il lui correspond les *deux* réduites propres (A, B_1, h, C), $(A, B_1, -h, C)$; toutefois, si $2h = A$, la première seule est réduite, puisque, dans le cas de $2|B_2| = A$, il faut aussi $B_2 > 0$.

De là, les conséquences qui suivent :

Désignons par $\Phi_h(N)$, h étant $\geqq 0$ et $N > 0$, le nombre des réduites binaires et positives de Gauss, primitives ou non, mais propres, de discriminant N, pour lesquels le premier coefficient A est $\geqq 2h$. Sous une autre forme, $\Phi_h(N)$ est le nombre des classes binaires propres et positives de Gauss, de discriminant N, pour lesquelles le *minimum* μ (c'est-à-dire le plus petit entier, non nul, représenté par les formes de la classe) est tel

que $\mu \geqq 2h$. Ajoutons la *convention* que, si $\mu = 2h$, la classe compte, dans $\Phi_h(N)$, non pour *une*, mais pour *une demi*-unité.

Il résulte alors de la correspondance entre les réduites d'Hermite et de Gauss que la somme $\Phi_0(\Delta) + 2\Phi_1(\Delta + 2.1^2) + \ldots + 2\Phi_h(\Delta + 2h^2) + \ldots$ est égale à $F_2(\Delta)$, et les formules (6) et (7) donnent ainsi les relations :

$$\Phi_0(\Delta) + 2\Phi_1(\Delta + 2.1^2) + \ldots + 2\Phi_h(\Delta + 2h^2) + \ldots = -\frac{1}{2}\left(\frac{-1}{\Delta}\right)\sum d\left(\frac{-2}{d}\right)$$
$$\text{si } \Delta \equiv \pm 3 \pmod 8;$$

$$\Phi_0(\Delta) + 2\Phi_1(\Delta + 2.1^2) + \ldots + 2\Phi_h(\Delta + 2h^2) + \ldots = \frac{1}{2}\left(\frac{-1}{\Delta}\right)\sum d\left(\frac{-2}{d}\right) + \frac{1}{2}\sum\left(\frac{2}{d}\right)$$
$$\text{si } \Delta \equiv \pm 1 \pmod 8.$$

Les sommes Σ, aux seconds membres, portent sur tous les diviseurs d (entiers et positifs) de Δ.

Remarque. — Aux premiers membres, le nombre des termes est limité; car, pour une réduite de Gauss de discriminant $\Delta + 2h^2$, le minimum μ est $\leqq 2\sqrt{\frac{\Delta + 2h^2}{3}}$; par comparaison avec $\mu \geqq 2h$, on en déduit que, si h dépasse $\sqrt{\Delta}$, $\Phi_h(\Delta + 2h^2)$ est sûrement nul.

5. Considérant maintenant le corps $\sqrt{-1}$ et opérant d'une manière analogue sur les réduites d'Hermite et de Gauss, on arrive, après quelques calculs faciles, à des formules du même genre.

Gardons à $\Phi_h(N)$ la signification ci-dessus, avec la *convention*, cette fois, qu'une classe de Gauss *non ambiguë*, de discriminant N, pour laquelle $\mu = 2h$, compte pour une *demi-unité* dans $\Phi_h(N)$, une classe *ambiguë* continuant, en ce cas, à compter pour *une*. On aura, par (8) et (9),

$$\Phi_0(\Delta) + 2\Phi_1(\Delta + 1^2) + \ldots + 2\Phi_h(\Delta + h^2) + \ldots = -\frac{1}{2}\sum d\left(\frac{-1}{d}\right)$$
$$\text{si } \Delta \equiv -1 \pmod 4;$$

$$\Phi_0(\Delta) + 2\Phi_1(\Delta + 1^2) + \ldots + 2\Phi_h(\Delta + h^2) + \ldots = \frac{1}{2}\sum d\left(\frac{-1}{d}\right) + \frac{1}{2}T(\Delta)$$
$$\text{si } \Delta \equiv +1 \pmod 4;$$

$$\Phi_0(2\Delta) + 2\Phi_1(2\Delta + 1^2) + \ldots + 2\Phi_h(2\Delta + h^2) + \ldots = \left(\frac{-1}{\Delta}\right)\sum d\left(\frac{-1}{d}\right)$$
$$\text{si } \Delta \text{ impair.}$$

Aux seconds membres, les sommes Σ portent encore sur tous les diviseurs d,

de Δ, et $T(\Delta)$ est le nombre de ces diviseurs (entiers, positifs); aux premiers membres on reconnaît, comme plus haut, que le nombre des termes non nuls est limité.

Les analogies et les différences entre ces formules et les formules classiques de Kronecker sont manifestes.

AVIATION. — *Suite de la théorie des aéroplanes. Conséquences principales des formules.* Note de M. A. **Rateau**.

Poursuivant la théorie du vol rectiligne des aéroplanes, dont j'ai posé les fondements dans une Communication précédente [1], je vais, dans celle-ci, en déduire quelques conséquences essentielles.

Auparavant, je présenterai de la relation (16) une autre démonstration, équivalente au fond à celle déjà suivie, mais qui aura l'avantage d'en bien faire saisir la nature et de l'exprimer sous une forme plus favorable pour les calculs.

La puissance fournie par le moteur, $2\pi n A \varpi$, équilibre la puissance absorbée par l'hélice. Celle-ci est égale à la poussée $X\varpi v^2$, multipliée par la vitesse v d'avancement de l'aéroplane — $v = nH(1-\sigma)$ — et divisée par le rendement ρ de l'hélice. D'après l'expression (3) du couple résistant de l'hélice, ce rendement ρ a pour expression, en fonction du recul σ,

$$\rho = \frac{\sigma(1-\sigma)}{\varphi(\sigma)}. \tag{22}$$

Après avoir remplacé n par $\frac{v}{H(1-\sigma)}$, on obtient ainsi

$$\frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} v^2 = 2\pi \frac{A}{HX}. \tag{23}$$

C'est notre précédente formule approximative (18) rendue tout à fait correcte par l'adjonction du terme $\frac{\varphi(\sigma)}{\sigma}$ qui diffère peu de l'unité, très peu même lorsque l'aéroplane est au plafond; mais cela dépend de la fonction φ et de la plus ou moins bonne adaptation de l'hélice. En pratique, en vol horizontal, près du sol, ce terme ne dépasse guère 1,07, mais il peut

[1] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1142.

tomber au-dessous de 0,9 dans le vol en montée. Ses variations ne sont donc pas négligeables, et il faut en tenir compte dans les calculs précis.

Pour simplifier les écritures, je poserai $\frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} = \psi(\sigma)$ ou seulement ψ, et je rappelle que ma théorie des hélices montre que φ est de la forme $\sigma - \frac{\sigma^2}{2} + a$, a étant un petit nombre, caractéristique (avec le coefficient b de la poussée et le pas efficace H) de l'hélice considérée,

$$(24) \qquad \psi = \frac{\varphi(\sigma)}{\sigma} = 1 - \frac{\sigma}{2} + \frac{a}{\sigma}.$$

En gros, on voit, par (23), que le carré de la vitesse horizontale est proportionnel au coefficient A $\left(\text{égal à } \frac{\Gamma}{\varpi}\right)$ du couple du moteur, et inversement proportionnel au pas H de l'hélice, d'une part, et au coefficient X de la résistance à l'avancement, d'autre part. Le poids P de l'avion et le poids spécifique ϖ de l'air n'entrent pas dans la formule; cependant ils s'y trouvent indirectement inclus par l'intermédiaire de X, qui est fonction de l'angle d'incidence.

Mais, au plafond, cet angle d'incidence est imposé par les caractéristiques de l'avion et de l'hélice; il ne dépend ni du poids, ni de la densité de l'air, ni du nombre de tours du moteur; X est donc déterminé au plafond, et, par là, le recul σ [d'après la relation (6') de ma précédente Note].

Il en résulte *qu'au plafond, un avion, muni d'une hélice et d'un moteur donnés, a toujours la même vitesse, quel que soit son poids.*

J'ai dit, à la fin de ma première Note, que, au plafond, l'avion vole sous l'incidence optimum α_m; mais ce n'est pas tout à fait correct, car cette conclusion néglige les variations du terme ψ qui va en diminuant lorsque le recul σ augmente.

Reprenons ce calcul. Remplaçons, dans (23), v^2 par $\frac{P}{\varpi Y}$, tiré de (1); il vient

$$(25) \qquad \varpi = \psi \frac{X}{Y} \frac{H}{2\pi} \frac{P}{A}.$$

Le minimum de ϖ a lieu pour l'angle α qui rend minimum l'expression $\psi \frac{X}{Y}$ et non pas seulement $\frac{X}{Y}$. ψ est fonction de σ et, par lui, de α; mais l'élimination algébrique de σ est trop compliquée. J'emploierai un détour.

Un avion étant donné, on peut calculer par (6′) les σ qui correspondent à quelques α échelonnés autour de α_m, tracer la courbe de ψ en fonction de α, et remplacer cette courbe par sa tangente au point correspondant à l'angle optimum, ou, plus exactement, à un angle provisoire α_p calculé par une première approximation. Cette quantité se représente ainsi par l'expression linéaire $m(1-\chi\alpha)$, où m et χ sont des constantes.

Dès lors, nous avons

$$\psi\frac{X}{Y}=B\frac{1+\xi\alpha^2}{1+\eta\alpha}(1-\chi\alpha),$$

B étant une quantité ne dépendant plus de α; et, en prenant la dérivée du logarithme, on trouve que $\psi\frac{X}{Y}$, et par conséquent ϖ, est minimum pour α satisfaisant à

$$(26)\qquad -\chi\alpha^3+\left(1-\frac{2\chi}{\eta}-\chi\right)\alpha^2+\left(\frac{2}{\eta}+\frac{\chi}{\xi}-\chi\right)\alpha-\frac{1}{\xi}\left(1+\frac{\chi}{\xi}\right)=0.$$

C'est une équation du troisième degré qui peut être considérée comme du deuxième, en incorporant le petit terme $-\chi\alpha^3$ au terme indépendant de α, et procédant par approximations successives.

Mais il est plus commode de la résoudre en partant de ce que l'angle optimum α_m satisfait à l'équation (26), dans laquelle on fait $\chi=0$, et considérant $\alpha_p-\alpha_m=\Delta_\alpha$ comme résultant de la variation des coefficients. On trouve de cette manière, en remplaçant η et ξ par les valeurs 0,3 et 0,017 que nous avons déjà choisies pour l'application de la théorie,

$$\frac{\Delta_\alpha}{\alpha_m}=\frac{2,67\chi}{1-6\chi};$$

d'où, pour $\chi=0,0181$, qui convient pour la courbe de ψ au voisinage de l'abscisse $\alpha=5°,30$, $\frac{\Delta_\alpha}{\alpha_m}=0,055$, et $\Delta_\alpha=0°,275$.

L'incidence au plafond est, dans ce cas, $\alpha_p=5°,304$, tandis que l'angle optimum est $\alpha_m=5°,029$.

La différence $\alpha_p-\alpha_m=0°,275$ est faible, mais pourtant sensible. Elle permet, dans le cas envisagé, ainsi que nous le verrons, une ascension supplémentaire de 42^m, qui, d'ailleurs, ne pourrait réellement s'obtenir qu'au bout d'un temps très long, théoriquement infini.

On remarquera, d'après (26), que l'angle α_p ne dépend que des carac-

téristiques de l'avion et de χ, c'est-à-dire aussi de celles de l'hélice; nullement du moteur, ni du poids de l'avion.

Voyons comment est modifiée la hauteur Z de plafond, quand on change le poids de l'avion ou le couple du moteur.

Le poids spécifique de l'air décroît approximativement en progression géométrique lorsque la hauteur d'élévation croît en progression arithmétique; nous pouvons poser

$$(27) \qquad Z = -21\,600^{\text{m}} \log \frac{\varpi}{\varpi_0} \qquad \text{(log vulgaire)},$$

ϖ_0 étant le poids spécifique de l'air au sol et ϖ le poids spécifique à l'altitude Z; cette relation se met aussi sous la forme équivalente

$$(27') \qquad \frac{\varpi}{\varpi_0} = e^{-z} \qquad \text{avec} \qquad z = \frac{Z}{9380}.$$

En multipliant le premier membre de (23) par v, et le second par son égal $nH(1-\sigma)$, il vient

$$(28) \qquad \psi v^3 = 2\pi(1-\sigma)n\frac{A}{X},$$

qui montre qu'à n constant pour le moteur, au plafond, où X et σ sont fixés par l'angle α_p, la vitesse de l'avion est proportionnelle à la racine cubique du coefficient du couple du moteur.

Eliminons v entre l'équation ci-dessus et la relation (1), $(P = Y\varpi v^2)$, nous obtenons

$$(29) \qquad \varpi^{\frac{3}{2}} = \frac{X}{Y^{\frac{3}{2}}} \frac{\psi}{2\pi(1-\sigma)} \frac{P^{\frac{3}{2}}}{nA}.$$

Au plafond, X et Y sont déterminés, σ l'est aussi, si, en changeant le poids P de l'avion et le coefficient A du moteur, on adopte des hélices (ramenant la vitesse du moteur au même chiffre n) qui donnent le même recul σ. En prenant les logarithmes, et utilisant (27), nous obtenons pour relation donnant la variation de hauteur du plafond du cas 1 au cas 2

$$(30) \qquad Z_2 - Z_1 = 14\,400^{\text{m}} \log \frac{A_2}{A_1} - 21\,600^{\text{m}} \log \frac{P_2}{P_1}.$$

Cette formule permet de prévoir avec précision les gains de hauteur obtenus, en particulier avec l'emploi du turbo-compresseur.

1° Si l'on y fait $Z_1 = 0$, A_1 est le coefficient du couple moteur strictement nécessaire pour que l'avion, de poids P_1, vole au ras du sol sans pouvoir s'élever. On voit donc que la hauteur de plafond Z d'un avion est proportionnelle au logarithme du rapport du couple moteur au sol à ce couple strictement nécessaire. Pour atteindre $Z = 10\,100^m$, par exemple, il faut $\frac{A_2}{A_1} = 5{,}03$.

2° Soit Z_1 le plafond d'un avion sans turbo. Si nous lui ajoutons un turbo, et que nous changions l'hélice de manière que le moteur, à l'altitude Z_1, tourne à la même vitesse et produise le même couple qu'au sol, alors le coefficient A du couple est multiplié par $\frac{\varpi_0}{\varpi_1}$. Si, en outre, le poids total de l'avion reste le même, (30) montre que *le nouveau plafond s'établit à* $\frac{5}{3}Z_1$.

3° Si l'on calcule l'hélice et le turbo pour, qu'au *nouveau* plafond, il rétablisse le couple du sol, et, en même temps, la vitesse de rotation à l'ancien plafond, le poids total restant toujours le même, le rapport $\frac{A_2}{A_1}$ des coefficients des couples est égal à $\frac{\varpi_0}{\varpi_2}$, et (30) prouve que *le nouveau plafond s'établit à* $3Z_1$. Telle est la limite que l'application du turbo-compresseur permet de concevoir, à la condition, toutefois, que l'hélice de fort pas qu'on serait obligé d'employer permette encore le décollage au sol, sans parler des difficultés de réalisation du turbo-compresseur qui, à $Z = 30\,000^m$ par exemple, devrait comprimer l'air de la pression de $0^{kg},024$ par centimètre carré, environ, à 1.

Cette loi a été trouvée récemment par M. Jacques Weiss.

Remarques. — 1° Ce qui précède suppose que les différentes hélices sont calculées pour donner le même recul, et qu'elles ont même coefficient a, c'est-à-dire même rendement. En réalité, le rendement s'améliore un peu (et a diminue) quand le pas augmente, du moins tant que le rapport du pas efficace au diamètre ne dépasse pas 1,5 environ.

Il serait facile de tenir compte de ces variations, en donnant à a, dans les formules, les valeurs qui conviennent aux différents cas.

2° On a supposé aussi que le couple $\Gamma = A\varpi$ ne dépend pas de la vitesse n du moteur. Ce n'est pas tout à fait exact; le couple croît un peu quand la vitesse diminue. Voici, par exemple, celui d'un moteur Renault de 300 chevaux, entre 1600 et 1200 tours par minute :

Tours par minute	1600	1500	1400	1300	1200
Puissance en chevaux	294,8	279,6	263,2	245,6	227,2
Couple en kilogrammètres	132,0	133,5	134,6	135,3	135,6

Entre 1600 et 1400 tours par minute, la variation est de 2 pour 100. On peut aisément en faire état dans les calculs, par des termes correctifs.

3° Dans la plupart des formules, entre *le rapport* $\frac{P}{A}$ *du poids de l'avion au couple du moteur pour le poids spécifique* 1 *de l'air d'alimentation*, et non pas *le poids par cheval* que l'on considère habituellement. Il y aurait grand avantage, pour la précision du langage, à caractériser un moteur d'aviation par son coefficient A, c'est-à-dire par son couple ramené au poids spécifique 1, et non par sa puissance en chevaux, qui varie à peu près proportionnellement à sa vitesse de rotation, tandis que A en est presque indépendant.

M. **Émile Picard**, en présentant un volume de M. **Jean Mascart** sur *la vie et les travaux de Borda*, pour lequel il a écrit une Introduction, s'exprime comme il suit :

Notre confrère le commandant Guyou, si curieux de l'histoire de la marine française, avait plus d'une fois exprimé le regret que la vie d'un des savants qui ont rendu le plus de service à l'art nautique fût si mal connue. Le nom de Borda n'est certes pas ignoré. Il rappelle à beaucoup deux ou trois instruments, mais bien peu savent quelle fut la haute valeur du savant, dont l'activité prodigieuse s'est portée sur les mathématiques, l'astronomie, la physique, et qui sut appliquer de la façon la plus heureuse ses connaissances théoriques à la navigation et à la géodésie.

M. Jean Mascart a cru remplir un pieux devoir en s'efforçant de réaliser le souhait du commandant Guyou. Il a pensé aussi que, dans les circonstances actuelles, il importait plus que jamais de replacer à leur rang ceux qui ont illustré notre pays. Les notices antérieures sur Borda étaient succinctes, et bien des points restaient obscurs dans sa vie. Le savant Directeur de l'Observatoire de Lyon n'a pas reculé devant de longues recherches bibliographiques, et sa documentation présente de très sérieuses garanties. On sent qu'il s'est vivement intéressé à son sujet. Il a voulu faire connaître en Borda non seulement l'auteur, mais aussi l'homme. Et l'homme fut ici d'une qualité rare, ne séparant pas l'intérêt de la science du souci du bien

public. Ceux qui s'intéressent à l'histoire des sciences seront reconnaissants à M. Mascart d'avoir mis en pleine lumière la noble figure du chevalier de Borda.

M. H. Le Chatelier, représentant l'Académie à la *Commission technique du Laboratoire du Conservatoire des Arts et Métiers*, présente le compte rendu de quelques-unes des études faites par cet établissement pour concourir à la défense nationale.

M. F. Wattebled donne une comparaison des différentes méthodes employées pour la fabrication des briques en terre cuite. Il compare la méthode flamande, depuis longtemps employée dans le nord de la France, qui nécessite une grande dépense de main-d'œuvre, les diverses méthodes couramment employées dans différentes régions de la France, caractérisées par l'emploi de quelques procédés mécaniques tendant à diminuer l'importance de la main-d'œuvre, et enfin les méthodes allemandes, où l'usage des machines et l'utilisation des chaleurs perdues ont été développés au maximum. Ces renseignements ont été recueillis par l'auteur au cours de voyages effectués avant la guerre. La conclusion de cette étude est que, pour empêcher l'élévation des salaires de majorer trop fortement les prix de revient, il faut recourir, sans aucune hésitation possible, à un développement considérable des procédés mécaniques de manutention.

MM. J. Soulier et R. Frey ont étudié les méthodes de différenciation des bois verts et des bois vieux, complètement séchés. Ce problème présentait une importance capitale pour la construction de notre matériel d'aviation. Les auteurs ont pensé que l'on pourrait baser cette distinction sur la recherche de quelques éléments constitutifs des bois plus altérables que la cellulose et tendant à se détruire pendant la dessiccation. Ils ont employé des réactifs colorés pour reconnaître ainsi l'amidon, certaines huiles et les résines. Ces études, déjà très intéressantes, demanderaient à être complétées pour établir si, dès la disparition des éléments périssables, les bois ont acquis toutes les propriétés d'invariabilité des bois vieux.

M. Cellerier résume, dans une brochure d'une centaine de pages, les études faites sur les briques de silice par un certain nombre de ses collaborateurs.

M. Léon Bertrand, continuant les recherches déjà nombreuses effectuées sur la structure pétrographique des briques de silice, donne quelques indications sur les moyens de reconnaître l'importance du réseau de tridymite et la grosseur des grains de quartz employés à cette fabrication.

M. Bodin donne une série de mesures sur la résistance mécanique des briques à des températures croissant jusqu'à 1500°. Il confirme le fait, signalé par M. Mellor, que la plupart des briques présentent, vers 1000°, un maximum de résistance. Il établit des relations entre la qualité des briques à l'emploi et leur résistance mécanique à 1500°. Il y aurait intérêt à prolonger ces expériences jusqu'à des températures plus élevées encore et à se rapprocher de la température de 1700°, qui est celle que supportent ces briques dans leurs conditions habituelles d'emploi pour la confection des voûtes des fours d'aciéries.

On ne peut que se féliciter de voir le Laboratoire du Conservatoire des Arts et Métiers entrer enfin dans la voie des recherches de science industrielle qui ont illustré les laboratoires similaires de l'étranger.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les sulfones formées par les iodures de sodium, de rubidium et de cæsium.* Note (¹) de MM. **R. de Forcrand** et **F. Taboury.**

A diverses reprises, l'attention a été appelée sur les transformations de certains sels en présence de l'anhydride sulfureux, soit en dissolution (²), soit en l'absence de l'eau (³).

C'est dans ce dernier cas (absence de l'eau) que les faits observés sont

(¹) Séance du 10 juin 1919.

(²) Berg, *Bull. Soc. Ch.*, 3ᵉ série, t. 23, 1900, p. 499. — Ch.-J. Fox, *Zeitsch. der physikalische Chemie*, t. 41, 1902, p. 458, et *Bull. Soc. Ch.*, 3ᵉ série, t. 30, 1903, p. 534.

(³) P. Walden, *Berichte*, t. 32, 1899, p. 2863, et *Bull. Soc. Ch.*, 3ᵉ série, t. 24, 1900, p. 544. — P. Walden et M. Centnerszwer, *Zeitsch. der physikalische Chemie*, t. 39, 1901, p. 589, et t. 40, 1902, p. 242. — W. Kistiakowsky, *Journ. physico-ch. russe*, t. 34, II, 1902, p. 24. — E. Baud, *Ann. Ch. Phys.*, 8ᵉ série, t. 1, 1904, p. 32. — P. Walden et M. Centnerszwer, *Zeitsch. der physikalische Chemie*, t. 42, 1903, p. 432, et *Bull. Soc. Chem.*, 3ᵉ série, t. 32, 1904, p. 14.

les plus frappants. Dès la température ordinaire (15° à 20°), le gaz sulfureux est absorbé par certains sels solides, les iodures en particulier, qui se colorent en jaune ou orangé, sans changer d'état physique. A une température voisine de 0°, l'absorption est beaucoup plus notable, et l'on obtient des produits solides ou liquides colorés en jaune ou orangé, ou rouge, sans qu'il y ait, du moins au début, mise en liberté d'iode.

Dans leurs grandes lignes, ces faits sont connus; ils paraissent dus à la formation de composés dissociables $MR + nSO^2$, plus ou moins analogues aux *ammoniacates*, et que P. Walden et M. Centnerszwer proposent d'appeler des *sulfones*, composés dont quelques-uns sont assez stables pour pouvoir être isolés et pour persister au moins en partie en dissolution, laquelle est en général colorée en jaune.

Mais, lorsqu'on lit le détail des expériences et les conclusions, on est frappé du peu de concordance des résultats obtenus par les différents auteurs. Ainsi W. Kistiakowsky pense que ces composés sont du type $M^2R^2 + SO^2$, Ch.-J. Fox leur attribue la formule $MR + SO^2$; Péchard aurait isolé une combinaison $KI + SO^2$, tandis que P. Walden et M. Centnerszwer concluent à deux composés : $KI + 4SO^2$ et $KI + 14SO^2$.

Ayant entrepris des expériences de vérification et de généralisation dans cette voie, nous avons dû renoncer pour l'instant à élucider toutes les complications que présente l'étude de KI à ce point de vue. Au contraire, nous avons rencontré beaucoup plus de netteté dans les phénomènes produits par l'absorption de SO^2 par NaI ou RbI ou CsI secs, étude très peu avancée jusqu'ici.

Nous avons d'abord constaté qu'à la température *ordinaire*, soit entre 18° et 20°, ces trois iodures, bien desséchés, pulvérisés et passés au tamis fin, se colorent très légèrement en jaune dans un courant d'anhydride sulfureux et sec, absorbent une très faible dose de SO^2, fait déjà signalé pour KI et pour un certain nombre d'autres sels. La quantité de SO^2 retenue dans ces conditions est de l'ordre de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{20}$ de SO^2 pour MI. Il s'agit sans doute de combinaisons relativement peu dissociables mais très pauvres en SO^2, sur lesquelles nous reviendrons. Mais nous nous sommes attachés surtout aux substances, beaucoup plus riches en SO^2, qui se forment lorsqu'on opère vers 0°, ou entre 0° et + 10°, ou mieux lorsqu'on liquéfie, à − 10° ou − 23° par exemple, le gaz sulfureux dans un appareil contenant l'un de ces iodures. Dans ces dernières conditions il se forme en général deux produits, l'un solide coloré en jaune, l'autre liquide orangé. Cependant en faisant condenser une plus grande quantité de SO^2, on arrive, dans le cas de RbI

et de CsI, à faire disparaître la phase solide, surtout si l'on réchauffe un peu vers 0°, tandis qu'elle persiste avec NaI; ce qui montre déjà que la solubilité de RbI (ou $RbI + nSO^2$), et de CsI (ou $CsI + nSO^2$) dans SO^2 liquifié est notable et paraît augmenter avec la température, tandis que pour NaI la solubilité paraît être nulle ou très faible.

Nous avons d'abord cherché à préciser cette différence, ce qui était important pour la conduite de nos expériences ultérieures. A cet effet nous produisions le système à trois phases (solide, liquide, gaz) dans un appareil formé d'une ampoule en verre soufflé (de 10^{cm^3} environ) portant deux tubes verticaux dont l'un était soudé à un manomètre et dont l'autre servait à introduire d'abord l'iodure puis le gaz et était ensuite fermé à la lampe. Nous avons ainsi mesuré les tensions de vapeur des dissolutions saturées de MI (ou de $MI + nSO^2$) dans un excès de SO^2 liquéfié. Les mesures faites à trois températures que nous avons pu obtenir bien constantes ont donné:

	A — 23°,55.	A 0°.	A + 9°,55.
	mm	mm	mm
SO^2 liquide pur	370	1165	1720
Appareil à NaI	370	1160	1696
» CsI	370	1000	1392
» RbI	350	820	1130

Les premiers nombres (SO^2 liquide pur) sont ceux de Regnault et de Pictet. Ces résultats montrent que les tensions des dissolutions saturées de NaI sont presque les mêmes que celles de SO^2 pur, ce qui indique une solubilité pratiquement nulle (suffisante pourtant pour que la liqueur soit faiblement colorée). A — 23°,55, la solubilité de CsI est également presque nulle, et celle de RbI est très faible; mais, déjà à 0° et surtout à + 9°,55, les deux courbes s'écartent en éventail de celle de SO^2 pur.

Il en résulte d'abord que l'on ne pourra songer à obtenir les sulfones cristallisées par évaporation de la dissolution saturée que pour CsI et RbI, en opérant par exemple vers 0°. A cette température, SO^2 libre s'éliminera à la pression ordinaire et laissera des cristaux de sulfones. Au contraire, on ne pourra pas obtenir ainsi des cristaux de $NaI + nSO^2$, mais du moins dans ce cas SO^2 libre s'éliminera aussi et laissera la sulfone amorphe.

Dès lors, l'analyse de ces produits a été conduite de la manière suivante :

S'il s'agit des sulfones de CsI ou de RbI, lorsque l'ampoule paraît contenir, à — 23° environ, une quantité suffisante de SO^2 liquéfié, légèrement coloré, et, au fond, un produit solide coloré en jaune, on retire un instant

l'appareil du bain de chlorure de méthyle et on le réchauffe jusque vers 0° en favorisant par l'agitation la dissolution du corps solide. Lorsque ce résultat est acquis, on ferme d'un trait de chalumeau l'étranglement du tube d'arrivée du gaz, et l'on maintient l'ampoule à 0°. La portion de SO^2 qui joue le rôle de dissolvant, et qui a, comme on l'a vu plus haut, une tension supérieure à la pression atmosphérique (1000^{mm} ou 820^{mm}), se dégage. Lorsque ce phénomène cesse de se produire (et l'arrêt est très net), on ferme d'un trait de chalumeau l'autre tube de l'ampoule.

On a ainsi isolé en vase clos les sulfones de RbI ou de KI. Elles se présentent en beaux cristaux, orangés pour RbI, jaune citron pour CsI. Nous avons constaté qu'ils agissent sur la lumière polarisée, ce qui écarte l'hypothèse de cristaux d'iodures imprégnés d'une dissolution colorée.

S'il s'agit de NaI, comme la sulfone est insoluble, on ne peut obtenir de cristaux par évaporation, et le composé formé s'isole à l'état de poudre amorphe colorée. L'expérience est conduite comme plus haut pour l'élimination de SO^2 non combiné.

On termine en tarant l'appareil plein de sulfone, puis ouvrant les deux pointes (après avoir refroidi de nouveau vers 0°), et chassant SO^2 combiné par un courant d'air sec prolongé, à la température ordinaire d'abord, puis vers 100° et jusqu'à poids constant. On tare de nouveau; la différence de poids donne SO^2 combiné (¹).

Quant au poids d'iodure, il peut avoir été déterminé à l'avance par une pesée spéciale au moment du remplissage. On peut aussi laver et sécher l'ampoule à la fin de l'expérience et peser une dernière fois.

Nous avons obtenu ainsi :

	Poids de l'iodure.	Poids de SO^2 combiné.	SO^2 pour 100 calculé pour $MI + 3SO^2$.	SO^2 pour 100 trouvé.	Formule obtenue.
NaI	0g,7162	0g,8918	56,14	55,46	$NaI + 2,92SO^2$
RbI	1,0983	1,0180	47,48	48,13	$RbI + 3,07SO^2$
CsI I	0,8726	0,6529	42,48	42,83	$CsI + 3,04SO^2$
CsI II	0,7776	0,5544	42,48	41,62	$CsI + 2,90SO^2$
CsI III	1,0136	0,7337	42,48	41,99	$CsI + 2,94SO^2$
CsI IV	1,0990	0,8120	42,48	42,49	$CsI + 3,00SO^2$

(¹) On doit tenir compte d'une très faible correction provenant de ce que l'ampoule est pesée d'abord pleine de gaz SO^2, puis pleine d'air. Il s'agit de quelques milligrammes

Il n'est pas douteux, d'après ces nombres, que ces trois combinaisons ont pour formules :

$$NaI + 3SO^2, \quad RbI + 3SO^2, \quad CsI + 3SO^2.$$

Nous n'avons retrouvé ni le rapport 1:1 admis par Péchard pour le composé formé par KI, ni les rapports 1:4 ou 1:14 donnés par P. Walden et M. Centnerszwer pour le même iodure.

Si donc on doit admettre nos résultats, il faut penser qu'au point de vue qui nous occupe, le potassium s'écarte tout à fait des trois autres métaux alcalins, contrairement à ce qu'on observe généralement, et que le sodium se rapproche davantage du rubidium et du cæsium.

Ces conclusions inattendues se trouvent cependant confirmées par l'étude de la stabilité relative de ces combinaisons, dont nous rendrons compte dans une prochaine Communication.

ALIMENTATION. — *Sur l'alimentation du Cheval par les Algues marines.* Note (¹) de MM. **C. Sauvageau** et **Louis Moreau.**

Au dire des anciens auteurs, certaines Algues marines servaient, dans les pays septentrionaux, à l'alimentation des animaux. De nos jours encore, dans le Finmark (M. Foslie) et les îles de l'ouest de l'Ecosse (J. Hendrick) où le fourrage est rare, les bestiaux se nourrissent en partie avec le *Laminaria flexicaulis* et l'*Alaria esculenta* rejetés sur la grève; il en est de même dans l'Alaska (Cameron); sur les côtes bretonnes, les vaches mangent le *Rhodymenia palmata.* Leur digestibilité pour des herbivores et leur innocuité sont donc certaines.

La pénurie de fourrages et surtout d'avoine, pendant la guerre, a fait proposer en France de nombreux succédanés, en particulier pour nourrir les chevaux. L'Intendant militaire Adrian, séduit par l'analogie de composition élémentaire de l'avoine avec des Laminaires, en partie déminéralisées par l'eau acidulée, pensa à la remplacer par ces Algues marines. C'était assurément exagérer la signification des analyses élémentaires. Il remplaça ainsi la ration d'avoine de chevaux de réforme atteints de lymphangisme; les chevaux guérirent; leur augmentation de poids pouvait

(¹) Séance du 16 juin 1919.

tenir à leur guérison par quelque sel restant. Cependant, une expérience de plus longue durée, sur des chevaux militaires sains, donna des résultats aussi favorables ([1]). L. Lapicque, chargé, par la Direction des Inventions, de continuer ces expériences, estime que les propriétés nutritives du *L. flexicaulis* ainsi traité le rapprochent plutôt du foin que de l'avoine; avec le *Fucus serratus*, il a eu des « accidents » ([2]).

Vers la fin de l'été dernier, la Direction des Inventions invitait l'un de nous à étudier cette question. M. Delage a mis obligeamment le personnel de la Station de Roscoff à notre disposition pour la récolte des Algues. Des frondes entières de *F. serratus*, des lames de *L. saccharina* et *L. flexicaulis* cueillies en place ont été séchées à l'air libre; nos dernières récoltes ont été mouillées par des pluies abondantes. Nos expériences ont été réalisées à Bordeaux avec des Algues déminéralisées, comme celles d'Adrian, mais nous tenions à les faire sur des animaux de travail, sous notre contrôle, et non sur des chevaux de réforme ni dans une caserne. De précieux et généreux concours locaux nous ont permis de les mener à bien. M. Baronnet-Frugès, le grand raffineur bordelais, a mis à notre disposition son usine et son personnel, sous la direction de l'ingénieur M. F. Moreau, pour la préparation des Algues. MM. Astié et Gomer ont laissé l'un de nous, choisir parmi les 350 chevaux de leurs écuries, les bêtes lui convenant le mieux. Nous devons à tous des remerciements.

Toutes ces Algues furent coupées au hache-paille en morceaux de quelques centimètres, puis on dosa les cendres rapportées à la matière sèche (à 105°). Les *F. serratus* et *L. flexicaulis* très mouillés à Roscoff en fournirent respectivement 15,79 pour 100 et 17,17 pour 100; les mêmes espèces, rapidement séchées 17,70 pour 100 et 19,85 pour 100; le *L. saccharina*, qui avait aussi reçu la pluie, en fournit 18,47 pour 100.

Le *L. flexicaulis* qui avait été très mouillé ne subit aucun traitement. Après des essais démontrant que la déminéralisation dans un même temps croît avec l'acidité de la solution, on s'arrêta pour les autres Algues au procédé suivant : 25^{kg} d'Algues macéraient 12 ou 24 heures dans 180^{l} d'eau acidulée par 1 pour 100 de HCl, qu'un homme brassait de temps en temps; après changement de la solution pour une nouvelle macération acidulée de même durée, on lavait largement. Nous n'avions pas à nous préoccuper des sous-produits. A défaut d'un pressoir de vendanges, les Algues ont été essorées aux turbines Cail tournant à 1200 tours (le liquide expulsé réduisait fortement la liqueur de Febling); la saison et l'espace ne permettant pas le séchage à l'air libre,

---

([1]) ADRIAN, *Sur l'emploi de certaines Algues marines pour l'alimentation des chevaux* (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 54).

([2]) L. LAPICQUE, *Emploi des Algues marines pour l'alimentation des chevaux* (*Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 1082, et *Bulletin du Muséum*, t. 24, n° 7, 1918).

elles furent exposées en couche mince pendant 48 heures dans les étuves à sucre chauffées de 30° à 50°. Le poids des cendres, rapporté à la matière sèche, variait alors, suivant les lots, de 3,77 à 6,65 pour 100; toutefois, par suite d'un accident au moteur, le *L. flexicaulis* fut séché sans essorage; il donnait 8,25 pour 100 de cendres.

Les Algues furent transportées dans un endroit sec, chez l'un de nous qui possède une clinique et une maréchalerie. A cette époque, la crise de l'avoine et des fourrages sévissait plus que jamais; les chevaux étaient affamés. Le contre-maître avait la mission de présenter aux chevaux de la clientèle, conduits pour le ferrage ou la consultation, et venant de Bordeaux ou de la banlieue, une poignée de *L. flexicaulis* non traité et de *F. serratus* traité. Sur 314 chevaux, 3 seulement les ont acceptées; les autres les refusaient d'emblée ou les rejetaient après avoir commencé à les mastiquer. Il fallait donc habituer les animaux à cette nourriture.

Au début de janvier, Margoton, superbe jument de 10 ans, propre au gros trait, en parfait état, d'excellente dentition, ayant besoin d'un repos de quelques jours par suite d'un javart cutané, fut choisie pour l'expérience et conduite à la clinique le 7 janvier. Elle pesait 640^{kg} (1).

Aux écuries Astié et Gomer, sa ration quotidienne (de temps de guerre) commune à toute l'écurie, était : foin $8^{kg},500$, son de mauvaise qualité 4^{l}, topinambours 6^{kg}, avoine $2^{kg},500$. Par principe, durant tout le séjour de Margoton à la clinique, son régime fut réduit et consistait en foin $6^{kg},500$ et son 18^{l}, que ses propriétaires nous cédaient. Les 7, 8, 9 janvier, du *L. flexicaulis* traité, soigneusement mélangé au son, restait intact dans la mangeoire, trié avec une surprenante habileté. Pour l'obliger à y goûter, Margoton fut mise à la diète hydrique à partir du 10; on lui présentait une poignée de Laminaires trois fois par jour aux heures habituelles de ses repas. Elle les accepta seulement le 12 au soir. Dès lors, elle reçut du foin et du son et, à chacun des trois repas, 300^{g} de *L. flexicaulis*, traité ou non, qu'elle mangeait entièrement, mais sans plaisir.

Comme dans l'expérience de Lapicque, des morceaux d'Algues, d'abord presque intacts, simplement gonflés, se retrouvaient dans les crottins; ils diminuèrent progressivement de taille et de consistance pour disparaître entièrement le 24. Le 28, le *L. flexicaulis* est remplacé par un même poids de *F. serratus*; l'animal s'aperçoit de cette substitution, hésite, mais le mange néanmoins entièrement; des débris apparaissent de nouveau dans les crottins, puis bientôt on n'en voit plus. A part cela, les crottins furent toujours normaux, de 19^{kg} en moyenne par jour, avec de faibles variations. Le seul travail de l'animal était une heure de promenade haut le pied; cependant son jeûne, puis son alimentation insuffisante, devaient l'amaigrir, et en effet, le 3 février il pèse 600^{kg}.

A partir du 3 février, Margoton reçoit $2^{kg},100$ de *F. serratus* par jour, mais elle en laisse toujours; une seule fois elle a tout mangé. Malgré cela, elle profite remarqua-

(1) Toutes nos pesées d'animaux ont été faites par le *Poids public*.

blement de cette nourriture, car le 12 elle pèse 630^{kg}; pour des causes inutiles à discuter ici, elle a donc mieux assimilé sa nourriture totale; les crottins semblent, d'ailleurs, composés d'éléments plus ténus, comme si la digestion était plus complète.

Le 12 février, Margoton rentre à la maison Astié et Gomer, où elle va fournir le même travail que ses voisins d'écurie. Elle reçoit la même ration journalière que ceux-ci et en outre $2^{kg},100$ de *F. serratus*. Soit par accoutumance, soit par augmentation d'appétit, elle mange tout. Malgré le travail auquel elle est soumise, elle pèse 651^{kg} le 27, ce qui représente 11^{kg} d'augmentation sur son poids initial; or, avant d'entrer à la clinique, elle avait exactement le même régime, moins le *F. serratus* qui, pendant ces 31 jours, n'a causé aucun trouble ni accident.

Nous décidons alors de forcer la dose d'Algues et de supprimer de nouveau complètement l'avoine, les autres éléments de la ration restant les mêmes. Le 28 février, on remplace le *F. serratus* par 5^{kg} de *L. flexicaulis*. Margoton n'y touche pas; elle en mange seulement le surlendemain 2 mars et alors s'en montre friande; des débris réapparaissent dans les crottins pendant quelques jours. Ce nouveau régime est continué jusqu'au 22 avril. Bien que la jument, privée d'avoine depuis le 28 février, ait fourni son travail habituel de gros camionnage, elle a encore augmenté de poids et pèse, le 22 avril, 657^{kg}. On ne pouvait espérer un résultat plus satisfaisant.

Tandis que Margoton était soumise au régime du *F. serratus* dans les écuries Astié et Gomer, on remarqua les efforts d'une voisine de stalle à lui en dérober. Nous en avons profité pour mettre celle-ci en expérience le 3 avril. Esclandre, jument de 16 ans, en bon état, propre au trait rapide, pèse 472^{kg}. D'emblée, on remplace poids pour poids sa ration journalière d'avoine ($2^{kg},500$) par le *L. flexicaulis* traité; elle en est friande et n'en laisse pas; encouragés par ce succès, nous lui en donnons, à partir du 12 avril, 5^{kg}, la suppression de l'avoine étant maintenue. Son travail quotidien de livraison de bagages en ville a été continué pendant l'expérience sans modification ni atténuation; malgré cela, la bête pèse, le 20 avril, 18^{kg} de plus que le 3 avril.

Le *Laminaria saccharina* abonde sur nos côtes, où il est plus accessible que le *L. flexicaulis*. D'après les vieux auteurs, les bestiaux norvégiens et lapons ne le mangent pas; nous l'avons cependant essayé. Après déminéralisation partielle, il contenait 5,62 pour 100 de cendres. Le 22 avril, nous l'avons brusquement substitué au *L. flexicaulis* dans la ration de Margoton et d'Esclandre. L'une et l'autre l'ont refusé, puis Margoton consentait à en manger quelques centaines de grammes, tandis qu'Esclandre le refusait obstinément. Nous avons insisté jusqu'au 26 inclus, sans succès. Deux chevaux de la même écurie, Ré bémol et Carmen, réputés très voraces et qui mangeaient volontiers du *F. serratus*, refusèrent pareillement le *L. saccharina*.

Nous n'avons jamais constaté d'accidents. L'urine s'est toujours montrée iodée, sans sucre ni albumine, la quantité d'iode y étant plus grande avec le *L. flexicaulis* qu'avec le *F. serratus*; le culot de centrifugation n'a présenté ni cylindres, ni cellules épithéliales, pouvant faire soupçonner une altération du rein. Le pouls est demeuré

normal, la conjonctive aussi. L'intestin a toujours bien fonctionné. En somme, rien d'anormal n'a été constaté, dans les limites de temps où nous nous sommes placés. Le travail s'est effectué normalement, sans essoufflement, et le poil des animaux était peut-être meilleur que celui de leurs voisins d'écurie.

Le *F. serratus* et le *L. flexicaulis* constituent donc une excellente nourriture dont le seul défaut est d'être, en général, difficilement acceptée au début. Après une période d'accoutumance gustative, puis d'accoutumance digestive, ces Algues agissent à la fois comme aliment d'entretien et comme aliment de travail et, en outre, semble-t-il, comme adjuvants de l'assimilation de la nourriture courante.

L'idée de l'Intendant militaire Adrian peut donc rendre des services. Nous n'avons pas à examiner ici les difficultés de l'exploitation des Algues marines, ni à dire dans quelles conditions on pourrait s'y livrer, sans nuire aux intérêts agricoles.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section de Médecine, en remplacement de M. *A. Dastre*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 58,

M. Widal	obtient.	28 suffrages
M. Vincent	»	22 »
M. Chauffard	»	8 »

Au second tour de scrutin, le nombre de votants étant 58,

M. Widal	obtient.	35 suffrages
M. Vincent	»	23 »

M. **Widal**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

PRÉSENTATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de candidats à la chaire de *Chimie agricole et Analyse chimique*, vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers par le décès de M. *Th. Schlœsing*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de première ligne, le nombre de votants étant 39,

M. Schlœsing fils obtient. . . . . 38 suffrages
M. Nottin » . . . . 1 suffrage

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de seconde ligne, le nombre de votants étant 27,

M. Nottin réunit l'unanimité des suffrages.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie comprendra :

En premiere ligne. . . . . M. Schlœsing
En seconde ligne. . . . . M. Nottin

CORRESPONDANCE.

M. **Emile Mathias**, élu Correspondant pour la Section de Physique générale, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

J.-H. FABRE, *Souvenirs entomologiques*. (Première série.) Édition définitive illustrée. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

Laboratoire d'Essais du Conservatoire national des Arts et Métiers. *Résumé des travaux pendant la guerre*, par F. CELLERIER, directeur du Laboratoire. (Présenté par M. P. Painlevé.)

GÉOMÉTRIE. — *Champs vectoriels à directions asymptotiques indéterminées.* Note de M. AXEL EGNELL, présentée par M. Appell.

Dans ma thèse intitulée *Géométrie infinitésimale vectorielle*, j'ai examiné les trajectoires orthogonales d'un champ vectoriel dirigées constamment selon une direction *asymptotique*, c'est-à-dire selon une direction telle que la dérivée du vecteur défini dans le champ prise dans cette direction est perpendiculaire à la direction de différentiation. Dans le plan perpendiculaire au vecteur, il existe généralement deux directions asymptotiques. On peut appeler les trajectoires dirigées selon ces directions les lignes asymptotiques du champ; ces trajectoires présentent une grande analogie avec les lignes asymptotiques définies dans la théorie des surfaces. Leur plan osculateur se confond notamment avec le plan perpendiculaire à la direction du champ, et c'est là une propriété caractéristique de ces lignes asymptotiques.

M. le professeur Cl. Guichard m'a fait remarquer qu'il existe un cas d'indétermination des directions asymptotiques, lorsque les tangentes des trajectoires orthogonales du champ font partie d'un complexe linéaire. On sait, en effet, que le plan osculateur d'une telle courbe se confond en chaque point avec le plan polaire du point par rapport au complexe. Si le vecteur défini dans le champ est perpendiculaire en chaque point à ce plan polaire, on peut donc conclure que toutes les directions dudit plan sont des directions asymptotiques. M. Guichard a signalé l'intérêt qu'il y aurait à étudier tous les cas d'indétermination possibles de ces directions.

Le problème qu'il s'agit de résoudre est donc le suivant : *Déterminer tous les champs vectoriels jouissant de la propriété que la dérivée du vecteur prise dans une direction quelconque perpendiculaire à ce vecteur est perpendiculaire à la direction de différentiation.* Si l'on désigne par **L** le vecteur défini dans

le champ, par X, Y, Z les nombres qui mesurent les projections du vecteur **L** sur trois axes de coordonnées rectangulaires, ces projections doivent satisfaire à la relation

$$dX\,dx + dY\,dy + dZ\,dz = 0 \tag{1}$$

toutes les fois que les différentielles vérifient la condition

$$X\,dx + Y\,dy + Z\,dz = 0. \tag{2}$$

Je me propose de démontrer ci-après que le vecteur **L** ainsi défini est perpendiculaire, en chaque point P, au plan polaire du point P par rapport à un certain complexe linéaire. On sait que, dans un complexe linéaire, le plan polaire de tout point P est perpendiculaire en P au vecteur qui représente la vitesse du point P dans le mouvement hélicoïdal attaché au complexe. Toute droite qui est perpendiculaire en un de ses points à ce vecteur-vitesse fait partie du complexe et est perpendiculaire en chaque point à la vitesse correspondante. Réciproquement, si toute droite perpendiculaire en un de ses points à un vecteur défini dans le champ jouit de la propriété d'être perpendiculaire en tous ses points au vecteur correspondant, on peut en conclure que l'ensemble de ces droites forme un complexe linéaire. En effet, par chaque point de l'espace il passe un nombre simplement infini de ces droites, et toutes ces droites issues d'un même point sont situées dans un même plan perpendiculaire au vecteur défini en ce point.

Pour établir que le vecteur **L** est perpendiculaire au plan polaire de chaque point de l'espace par rapport à un complexe linéaire, il suffit donc de montrer que toute droite perpendiculaire à **L** en un de ses points reste perpendiculaire en chacun de ses points au vecteur **L** qui s'y trouve défini. Or cette dernière propriété est presque évidente. En effet, lorsqu'on s'éloigne d'un point P dans la direction d'une droite Δ quelconque perpendiculaire à **L**, la dérivée de **L** est perpendiculaire à Δ. Le vecteur **L** tend donc à tourner autour de Δ, en restant perpendiculaire à cette droite.

Il est d'ailleurs aisé de donner une démonstration rigoureuse de cette proposition. C'est ce que je ferai en montrant que toutes les trajectoires orthogonales planes du champ sont des lignes droites. Cherchons, par exemple, les trajectoires orthogonales contenues dans un plan $z =$ const. En annulant la différentielle dz dans les équations (1) et (2), on déduit

$$dX\,dx + dY\,dy = 0, \tag{3}$$

$$X\,dx + Y\,dy = 0. \tag{4}$$

Différentions l'équation (4) en tenant compte de (3). Il vient

$$X\,d^2x + Y\,d^2y = 0. \tag{5}$$

Des équations (4) et (5) on déduit

$$dx\,d^2y - dy\,d^2x = 0 \qquad \text{ou bien} \qquad \frac{dy}{dx} = \text{const.}$$

Les trajectoires orthogonales cherchées sont donc des lignes droites.

Ce qui précède permet de conclure que le seul cas d'indétermination des directions asymptotiques perpendiculaires au vecteur défini dans un champ vectoriel est celui signalé par M. Guichard, où le vecteur est perpendiculaire en chaque point de l'espace au plan polaire du point par rapport à un complexe linéaire.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les singularités des équations différentielles et les séries sommables.* Note de M. **Georges Rémoundos**, présentée par M. Appell.

1. Dans son Mémoire sur les séries divergentes (*Annales de l'École Normale supérieure*, 1899) ainsi que dans son Livre : *Leçons sur les séries divergentes* (Gauthier-Villars, 1901), M. Borel donne des applications aux équations différentielles de sa belle et importante découverte des séries sommables et démontre, entre autres, le théorème suivant : *Si une série absolument sommable vérifie formellement une équation différentielle*

$$F[x, y, y', \ldots, y^{(\nu)}] = 0 \tag{1}$$

algébrique par rapport à y et à ses dérivées, analytique en x, la fonction analytique définie par cette série est une intégrale de l'équation (1).

Dans son Livre ci-dessus indiqué, M. Borel, après la démonstration du théorème que nous venons d'énoncer, s'exprime ainsi : « Nous manquons malheureusement encore de propositions précises sur les cas où l'on peut affirmer la sommabilité absolue de la série obtenue » et ensuite il cite un exemple très particulier : l'équation

$$x^2\frac{dy}{dx} = x^2 - y$$

dont il détermine, moyennant sa théorie des séries sommables, l'intégrale

$$y=\int_0^\infty e^{-a}[ax-\log(1+ax)]\,da$$

répondant aux conditions initiales $x_0=0$, $y_0=0$. C'est à ce manque de propositions précises signalé par M. Borel et ci-dessus indiqué que se rapporte la présente Note.

2. Dans un travail antérieur [*Contribution à la théorie des singularités des équations différentielles du premier ordre* (*Bulletin de la Société mathématique de France*, t. 35, 1908)], j'ai étudié la singularité que présentent les conditions initiales $x_0=0$, $y_0=0$ pour l'équation différentielle

$$x^2\frac{dy}{dx}=by+f(x,y)\qquad (b\neq 0), \tag{2}$$

où $f(x,y)$ désigne une fonction holomorphe dans le voisinage des $x=0$ et $y=0$ s'annulant pour $x=0$ et $y=0$ et ne contenant pas de terme de la forme by. On sait qu'il existe une série (s) de Maclaurin satisfaisant formellement à l'équation (2). Par une méthode de comparaison avec l'équation (non différentielle)

$$|b|y=x^2\frac{dy}{dx}+F(x,y),$$

où $F(x,y)$ désigne la fonction que nous obtenons en remplaçant tous les coefficients par leurs modules dans le développement taylorien de $f(x,y)$; j'ai fait une étude détaillée de la série (s) qui montre que cette série est, en général, divergente (son rayon de convergence est nul). La même méthode de comparaison m'a permis d'obtenir de nouveaux résultats concernant l'application aux équations différentielles de la théorie des séries sommables de M. Borel. Ces résultats sont les suivants :

Théorème I. — *Considérons l'équation différentielle*

$$x^2\frac{dy}{dx}=by+f(x,y)\qquad (b\neq 0) \tag{3}$$

algébrique en x et y, $f(x,y)$ désignant un polynome quelconque s'annulant pour $x=0$ et $y=0$ et ne contenant pas de terme de la forme by, et désignons

par $F(x, y)$ *la fonction qui se déduit du polynome* $f(x, y)$ *lorsqu'on y remplace tous ses coefficients par leurs modules.*

Si la fonction algébrique $y = \omega(x)$ *définie par l'équation*

$$xy + F(x, y) = |b| y \tag{4}$$

est prolongeable analytiquement de l'axe réel positif, la série (s) *qui satisfait formellement à l'équation* (3) *et répond aux conditions singulières* $x_0 = 0$, $y_0 = 0$ *est sommable dans tout le plan* x *et sa somme est une fonction* $u = g(x)$ *dont le module ne dépasse pas, en chaque point du plan* x, *la valeur de l'intégrale*

$$\int_0^{\infty} e^{-\alpha} \omega(\alpha r)\, d\alpha, \quad \text{où} \quad r = |x|. \tag{5}$$

La série associée à la série (s) *a un rayon de convergence toujours différent de zéro, quelle que soit la fonction* $f(x, y)$, *pourvu qu'elle soit holomorphe dans le voisinage des valeurs* $x = 0$ *et* $y = 0$. L'équation (4) sera appelée *associée* à l'équation différentielle (3).

Extensions du théorème. — α'. Notre théorème s'étend au cas où $F(x, y)$ est algébrique en x non uniforme pour une branche telle que la fonction $y = \omega(x)$ n'ait pas de points singuliers sur l'axe réel positif.

β'. Le théorème subsiste aussi dans le cas où $f(x, y)$ est un polynome dont les coefficients sont des transcendantes entières d'ordre inférieur à l'unité.

γ'. Nous avons un théorème analogue pour l'équation plus générale

$$x^{\mu} \frac{dy}{dx} = by + f(x, y), \quad \text{où} \quad b \neq 0 \quad \text{et} \quad \mu \geqq 2.$$

δ'. Notre méthode donne des résultats analogues pour un système d'équations différentielles en $x, y_1, y_2, \ldots, y_n$, dont l'une au moins a la forme

$$x^{\mu} \frac{dy_1}{dx} = b_1 y_1 + f_1(x, y_1, y_2, \ldots, y_n) \qquad (b_1 \neq 0,\ \mu \geqq 2),$$

où la fonction f_1 est holomorphe dans le voisinage des valeurs $x = 0$, $y_1 = 0$, $y_2 = 0$, $\ldots$, $y_n = 0$, s'annule pour ces valeurs et ne contient pas de terme de la forme by ou $b \neq 0$.

ε'. Considérons une équation

$$F(x, y, y', y'', \ldots, y^{(\nu)}) = 0 \tag{6}$$

supposée, pour fixer les idées, algébrique en $y, y', y'', \ldots, y^{(\nu)}$ est satisfaite pour $x = 0$ et $y = 0$ quelles que soient les valeurs initiales attribuées à $y', y'', \ldots$ et envisageons un terme M de cette équation (6) et effectuons sur ce terme m dérivations successives et ensuite remplaçons x et y par zéro; si nous désignons par N l'ordre différentiel de l'expression E ainsi obtenue, la différence $N - m$ sera appelée *poids* (¹) du terme M.

Deux termes M et M' du même poids seront dits *équipollents* lorsque les expressions correspondantes E et E' se composent de termes semblables par rapport aux dérivées $y', y'', \ldots$. Deux équations, ayant communs les termes du poids maximum et équipollents respectivement tous les autres termes, seront appelées *associées l'une à l'autre*.

On peut employer une équation associée à l'équation (6), la plus simple s'il y en a plusieurs, qui peut ne pas être différentielle, comme celle de l'équation du théorème I, pour avoir, à l'égard de l'équation (6), des résultats analogues à ceux du théorème I.

CHRONOMÉTRIE. — *Nouvelle méthode pour l'étude expérimentale des spiraux plats*. Note de **M. Jules Andrade**.

I. Les balances rotatives de précision dont j'ai décrit le principe dans ma Note du 20 janvier ont des applications nombreuses dans toutes les mesures statiques des couples naturels; une application plus inattendue intéresse l'étude expérimentale des spiraux plats, ces ressorts si précieux pour le réglage des montres de poche, mais si rebelles jusqu'ici à toute théorie générale satisfaisante.

II. Précisons d'abord le problème instrumental à résoudre; si le spiral est *bien plat*, les pressions sur l'attache mobile sont perpendiculaires à l'axe d'oscillation; elles comportent : 1° un couple d'encastrement; 2° une pression isolée complémentaire; on peut alors se proposer soit de mesurer simplement le *moment global* de ce système de force par rapport à l'axe

(¹) Pour cette définition, voir aussi ma Communication faite au Vᵉ Congrès international des mathématiciens de Cambridge (*Proceedings*, p. 372, Cambridge).

d'oscillation, soit de mesurer simultanément et le couple d'encastrement et la pression complémentaire. Celle-ci est cause d'anisochronisme.

III. Le premier problème est le plus facile, la solution est particulièrement simple si le spiral étudié a son pareil dans une même série de fabrication, et plus simple encore s'il fait partie d'un même lot de quatre individus d'une même série. En effet, un ajustage de ces quatre individus convenablement étagés sur quatre plans équidistants peut encore réaliser un couple pur; en combattant ce couple pur par le couple pur d'une balance rotative, nous pouvons donc mesurer le premier couple, c'est-à-dire 4 fois le moment global cherché relatif à chacun des 4 spiraux plats associés pour cette mesure.

Avec une précision un peu moindre, on peut même *simplement utiliser une balance ordinaire à couteau horizontal*, à condition de disposer les 4 spiraux plats verticalement et perpendiculaires à l'arête du couteau qui constitue l'axe d'oscillation. Le couple antagoniste du couple à mesurer est alors obtenu par le simple transport (d'un plateau à l'autre) d'un poids connu; il suffit d'employer une balance pour laquelle la distance des couteaux des plateaux soit connue.

IV. Voici maintenant le principe de l'*analyseur* de la répartition du couple d'encastrement et de la pression complémentaire sur la virole.

Un plateau *pivotant* et soutenu par un flotteur sphérique constitue la partie supérieure d'une balance rotative dont la cage inférieure comprend, en plus des spiraux cylindriques associés constitutifs de cette balance, une paire de deux spiraux plats à peu près identiques et appartenant à une même série de fabrication; ces spiraux plats sont étagés sur deux plans horizontaux *notablement écartés;* leurs enroulements sont concordants, mais leurs viroles sont *opposées*. Les attaches fixes ou pitons de ces spiraux plats sont disposées *comme si le solide pivotant devait simplement tourner autour de la verticale du pivot*, auquel cas le moment transmis serait le moment global; mais il y aurait, en plus de ce moment global, deux couples provenant, l'un des composantes radiales, l'autre des composantes tangentielles des pressions supplémentaires.

Quand le gros plateau supérieur est horizontal, ces deux couples passent par la verticale du pivot et sont rectangulaires. Le bras de levier est la distance notable des plans des spiraux. Pour contre-balancer l'un et l'autre des couples, il suffit de suspendre préalablement au grand plateau deux paires de petits plateaux; le simple transbordement d'un petit poids d'un

plateau à l'autre constitue un couple capable de compenser l'un des couples étudié; un petit niveau, placé au centre du gros plateau comme un niveau de photographe, indique approximativement la direction de la pression complémentaire, ce qui facilite la prévision approchée des deux transbordements de poids destinés à achever de donner à la balance pivotante l'orientation primitive.

Lorsque, après quelques tâtonnements, l'équilibre a été obtenu dans cette orientation primitive, la balance rotative fournit le moment global de chaque spiral, et les transbordements des poids observés font connaître la pression complémentaire sur la virole.

Comme poids transbordés, j'utilise des carrés de papier millimétré.

Pour éviter toute tension des spiraux pendant le réglage de la balance pivotante dans son orientation initiale, il faut limiter les ébats latéraux de la balance.

V. On pourrait augmenter la précision évidemment par le simple renversement des rôles des attaches de chaque spiral essayé, mais les torsions redeviendraient à craindre et il semble préférable *de chercher l'élément amplificateur de la mesure dans l'éloignement des plans de repos des spiraux plats étudiés*.

VI. La création de l'antagonisme des spiraux essayés et des spiraux cylindriques de la balance rotative est provoquée par un déplacement d'ensemble des pitons des spiraux de la balance rotative, et il faut tenir compte de ce déplacement pour apprécier les déformations angulaires de chaque ressort, mises en jeu dans l'équilibre nouveau ainsi commencé et complété par les transbordements de poids mentionnés plus haut.

VII. En résumé, la balance spirale pivotante avec flotteur supprime la matérialisation de l'axe d'oscillation; le pivot seul subsiste avec frottement extrêmement réduit.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *La formule de Ritz et la théorie des quanta.* Note de M. L. **Bloch**, présentée par M. Hadamard.

La théorie de Bohr rend compte d'une façon très satisfaisante de la formule spectrale de Balmer pour l'hydrogène :

(1)
$$\nu = N\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right).$$

La fréquence limite ν_L, qui correspond à n infini, est $\nu_L = \frac{N}{2^2}$.

Pour les atomes plus compliqués que ceux de l'hydrogène et de l'hélium, les séries sont bien représentées par la formule de Ritz :

(2)
$$\nu = \nu_L - \frac{N}{[n + p + \varpi(\nu_L - \nu)]^2}.$$

On peut se demander si, en compliquant légèrement la structure de l'atome, des calculs semblables à ceux de Bohr ne conduiraient pas à la formule de Ritz.

I. Une première hypothèse consiste à interpréter les termes en p et ϖ au moyen de l'action perturbatrice exercée sur l'électron qui émet la lumière par un anneau d'électrons intérieurs gravitant autour du noyau.

Supposons le noyau de l'anneau petit par rapport aux dimensions de l'orbite de l'électron. Supposons encore que la charge $-\mu' e$ de l'anneau soit répartie uniformément sur sa périphérie. On a alors, en appelant μe la charge centrale, ε le rayon de l'anneau, ρ le rayon vecteur de l'électron, et en se limitant aux termes de l'ordre $\frac{\varepsilon^2}{\rho^2}$, l'expression du potentiel

$$U = -\frac{(\mu - \mu')e^2}{\rho} + \frac{\varepsilon^2 \mu' e^2}{4\rho^3}.$$

La théorie des quanta fournit deux conditions qui limitent le nombre des orbites. La première est relative au mouvement radial, la seconde au mouvement azimutal de l'électron. Celle-ci s'écrit

(3)
$$2\pi q = n_2 h,$$

en désignant par q la constante des aires et par n_2 un nombre entier. La

première condition s'écrit

$$\frac{(\mu-\mu')\sqrt{2m}\,\pi e^2}{\sqrt{A}} = (n_1+n_2)h + \frac{m\alpha^2(\mu-\mu')\pi e^2}{2q}, \tag{4}$$

en désignant par A l'énergie de l'électron changée de signe, par n_1 un nombre entier, et en posant pour abréger

$$\alpha^2 = \frac{m\mu'\varepsilon^2 e^2}{4q^2}.$$

En tirant A des formules (3) et (4) et utilisant l'hypothèse fondamentale de Bohr

$$h\nu = h\nu_L - A, \tag{5}$$

on arrive au résultat final

$$\nu = \nu_L - \frac{(\mu-\mu')^2 N}{[n_1+n_2+p']^2},$$

avec la relation

$$p' = \frac{2\pi^4\varepsilon^2 m^2 e^4(\mu-\mu')\mu'}{n_2^3 h^4}. \tag{6}$$

On voit que les hypothèses faites permettent de retrouver le terme en p de la formule de Ritz, le terme en ϖ est égal à zéro.

II. En second lieu, recherchons ce que donne la théorie des quanta dans le cas où, au voisinage de la charge μe, et à une distance 2ε de celle-ci, se trouve une seconde charge $\mu' e$ (positive ou négative) fixe par rapport à la première. Nous supposons que le mouvement de l'électron se fait dans un plan méridien et nous choisissons dans ce plan les axes Ox, Oy, de façon que les coordonnées des deux charges soient $x=\pm\varepsilon$, $y=0$. Posons

$$x = \varepsilon \cosh\xi \cos\eta, \qquad y = \varepsilon \sinh\xi \sin\eta.$$

Dans ce système de coordonnées, le problème s'intègre par séparation des variables et les deux conditions de quanta s'écrivent

$$\sqrt{2m}\int\sqrt{-A\varepsilon^2\cosh^2\xi + (\mu+\mu')e^2\varepsilon\cosh\xi - \beta}\,d\xi = n_1 h, \tag{7}$$

$$\sqrt{2m}\int\sqrt{+A\varepsilon^2\cos^2\eta + (\mu-\mu')e^2\varepsilon\cos\eta + \beta}\,d\eta = n_2 h, \tag{8}$$

β désignant une constante d'intégration. L'élimination de β entre les deux équations précédentes fait connaître A, dont la valeur devra être portée dans la formule (5).

Le calcul peut se faire soit au premier, soit au second ordre d'approximation (en ε^2).

L'approximation du premier ordre conduit, comme dans l'hypothèse étudiée précédemment, à poser $\varpi = 0$, tandis que le premier terme de Ritz est donné par

$$(9) \qquad p_1 = -\frac{n_2 \varepsilon^2 \mu \mu' e^4 . m^2 (2\pi)^4}{(n_2 h)^4}.$$

La structure de ce terme est la même que celle du terme p' donné par (6). L'ordre de grandeur des valeurs expérimentales de p s'accorde bien avec l'une ou l'autre des formules (6) ou (9), en donnant à ε une valeur qui est une petite fraction du rayon de l'atome.

En poussant l'approximation au second ordre, on trouve une formule qui est exactement du type de la formule de Ritz. Si nous posons

$$(\mu + \mu') e^2 = 2b,$$
$$(\mu - \mu') e^2 = 2b',$$
$$2\pi \sqrt{2m\beta} = n_2 h,$$

il vient

$$(10) \qquad \varpi = -n_2 \frac{\varepsilon^4}{4} \left[\frac{11 hc (b^2 - b'^2)}{8\beta^3} \right],$$

c désignant la vitesse de la lumière, et les valeurs expérimentales de ϖ s'accordent encore avec la formule (10). En même temps il s'ajoute au terme p_1 un terme correctif du second ordre p_2 dont la valeur est

$$(11) \qquad p_2 = -n_2 \frac{\varepsilon^4}{4} \left[\frac{(b^2 - b'^2)(15 b^2 + 19 b'^2)}{16 \beta^4} \right].$$

Comme conclusion, il semble permis de dire que la théorie des quanta, même appliquée d'une façon très grossière, rend compte des formules spectrales du type de Ritz. Inversement, l'étude des termes expérimentaux p et ϖ permettra d'obtenir quelques indications sur la structure de l'atome.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la loi d'action de la sucrase : Influence de la viscosité sur la vitesse d'hydrolyse.* Note de M. H. COLIN et M[lle] A. CHAUDUN, présentée par M. H. Le Chatelier.

Nous avons démontré précédemment ([1]) qu'à partir d'une limite inférieure du rapport $\frac{\text{saccharose}}{\text{sucrase}}$, la vitesse d'hydrolyse cesse de croître avec la teneur en sucre.

Mais si l'on augmente suffisamment la concentration en saccharose, la vitesse diminue; le retard est déjà appréciable lorsque le titre de la solution varie de 10 à 20 pour 100.

Or on sait que la viscosité des liqueurs sucrées s'accroît notablement avec leur concentration; aussi certains auteurs ([2]) ont-ils tenté d'expliquer par les variations de ce facteur les différences profondes qui se révèlent dans l'inversion diastasique, suivant qu'on s'adresse à des solutions très diluées, ou moyennes, ou fortement concentrées.

Une étude systématique de la question nous a conduits à une loi très générale : Lorsque le saccharose est en excès par rapport à l'enzyme, *la vitesse d'hydrolyse est proportionnelle à la fluidité de la solution*.

Nous avons interverti par la sucrase des liqueurs sucrées de concentrations croissantes et nous avons déterminé, d'une part, la vitesse d'hydrolyse, d'autre part, la fluidité relative des solutions. La vitesse est mesurée par le nombre de minutes d'arc dont tourne le plan de polarisation en une demi-heure au tube à 2^{dm}. La fluidité relative est évaluée au viscosimètre d'Ostwald : si T est, en secondes, la durée d'écoulement du volume liquide compris entre les deux traits de jauge, la fluidité est proportionnelle à $\frac{1}{T}$; dans ce qui suit, et pour la commodité des calculs, nous avons appelé *fluidité* la quantité $\frac{1}{T} \times 10^3$.

Il ressort d'une première série de mesures que la vitesse d'hydrolyse V est une fonction croissante de la fluidité F.

([1]) H. COLIN et A. CHAUDUN, *Sur la loi d'action de la sucrase* (*Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 338).

([2]) ACHALME et BRESSON, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1328 et p. 1420. — ACHALME, *Comptes rendus*, t. 152, 1911, p. 1621.

Concentration (pour 100).	Fluidité.	Vitesse.
10	20	144
20	15,38	132
30	10,51	120
40	7,46	112
50	4,46	104
60	2,56	99

Nous aurons une relation entre les deux quantités V et F si nous pouvons déterminer, en fonction de F, le rapport $\frac{\Delta V}{\Delta F}$, ΔF étant la variation de fluidité lorsqu'on passe de la solution à 10 pour 100 à une solution de concentration supérieure, et ΔV la solution de vitesse correspondante.

L'expérience montre que le rapport $\frac{\Delta V}{\Delta F}$ est constant.

Concentration (pour 100).	ΔF.	ΔV.	$\frac{\Delta V}{\Delta F}$
20	4,60	12	2,60
30	9,49	24	2,53
40	12,54	32	2,55
50	15,54	40	2,57
60	17,44	45	2,58

La vitesse d'hydrolyse est donc une fonction linéaire de la fluidité et l'on a

$$V = \alpha F.$$

Pour contrôler ces résultats, opérons avec des doses croissantes de sucrase, représentées par les nombres 5, 8, 10. La fluidité des solutions reste évidemment la même; la vitesse d'inversion est proportionnelle à la quantité de sucrase puisque, dans tous les cas étudiés, la saccharose est en grand excès relativement à l'enzyme. On devra vérifier que les valeurs du rapport $\frac{\Delta V}{\Delta F}$, constantes pour chacune des concentrations en sucrase, sont entre elles comme les nombres 5, 8, 10 qui mesurent ces concentrations. C'est en effet ce que nous avons trouvé :

Concentration en sucre (pour 100).	$\frac{\Delta V}{\Delta F}$. Sucrase : 5.	Sucrase : 8.	Sucrase : 10.
20	2,60	4,19	5,24
30	2,53	4,20	5,23
40	2,55	4,26	5,29
50	2,57	4,21	5,30
60	2,58	4,27	5,25

Le facteur α qui figure dans la formule $V = \alpha F$ est donc une fonction du premier degré de la quantité de sucrase.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action de l'eau oxygénée sur la spartéine et l'isospartéine.* Note de MM. **Amand Valeur** et **E. Luce**, présentée par M. Ch. Moureu.

1. Ahrens (*D. ch. Ges.*, t. 20, 1887, p. 2219; t. 24, 1891, p. 1095; t. 25, 1892, p. 3609) observa le premier que l'eau oxygénée attaque la spartéine en la dissolvant. La solution, neutralisée par les acides iodhydrique ou bromhydrique, lui fournit respectivement un iodhydrate et un bromhydrate de composition $C^{15}H^{26}N^2O^2HI$ et $C^{15}H^{26}N^2O^2HBr$. En décomposant ces sels par un alcali, Ahrens aurait obtenu la dioxyspartéine sous la forme de prismes incolores fusibles à 128°-129° qu'il n'a pas analysés. Il la considérait comme un dérivé dihydroxylé de la spartéine et basait son opinion sur ce fait que la dioxyspartéine, chauffée avec HCl, fournit de la déhydrospartéine que l'auteur avait également obtenue par l'action du chlorure de chaux sur la spartéine. Or R. Willstætter démontra plus tard que cette déhydrospartéine était en réalité identique à la spartéine.

2. En 1904, Wackernagel et Wolfenstein (*D. ch. Ges.*, t. 37, 1904, p. 2220), en évaporant simplement le produit de l'action de H^2O^2 pure sur la spartéine, obtinrent des cristaux de composition $C^{15}H^{26}N^2O^2$ dont le point de fusion 127°-128° était très voisin de celui assigné par Ahrens à la dioxyspartéine. Ces auteurs ont, en outre, établi que la base est, en réalité, un bioxyde d'amine tertiaire dans lequel les deux atomes d'oxygène sont fixés à l'azote $O = NC^{15}H^{26}N = O$.

En effet, elle est soluble dans le chloroforme et insoluble dans l'éther;

de plus, elle est réduite par Zn + HCl en spartéine. Enfin, la réduction par SO^2 à froid est si rapide que la formation de SO^4H^2 est immédiatement décelable par le chlorure de baryum.

3. En ce qui concerne les propriétés de la dioxyspartéine, Wackernagel et Wolfenstein se bornent à dire qu'elles sont celles qu'Ahrens a indiquées. Or il est bien certain que cet auteur n'a pas eu entre les mains la dioxyspartéine. En effet nous avons préparé, suivant ses indications, l'iodhydrate de cette base et nous avons constaté qu'il est indécomposable par la soude aqueuse, même bouillante. Le sel se retrouve inaltéré, et c'est ce sel impur qu'Ahrens a pris pour la base elle-même. On s'explique ainsi qu'il mentionne la stabilité du produit à l'air, alors que la base est, au contraire, éminemment hygroscopique.

Nous avons observé que c'est, au contraire, la dioxyspartéine en solution aqueuse concentrée et froide qui décompose KI en donnant naissance à KOH et au soi-disant iodhydrate de dioxyspartéine. Il en résulte que la base se comporte comme un hydrate d'ammonium quaternaire

$$O = NC^{15}H^{26}N(OH)^2;$$

par suite, son iodhydrate est, en réalité, un *iodure* de la forme

$$O = NC^{15}H^{26}N\begin{matrix}\diagup I \\ \diagdown OH\end{matrix}.$$

4. En reprenant la préparation du bioxyde de spartéine par la méthode de Wackernagel et Wolfenstein, nous avons bien obtenu des cristaux; mais ceux-ci sont très altérables et ne présentent, pour cette raison, aucun point de fusion net. Le produit prend l'état pâteux vers 112° et n'est complètement fondu qu'à 118°. Nous avons également préparé la base par l'action de AgOH sur l'iodure, évaporation dans le vide et cristallisation du produit dans un mélange de chloroforme et d'éther. On l'obtient sous forme de beaux cristaux extrêmement altérables à l'air et que nous n'avons jamais pu déshydrater complètement. Nos meilleurs résultats d'analyse s'approchaient de la composition $C^{15}H^{26}N^2O^2\frac{1}{2}H^2O$.

5. Le bioxyde de spartéine est une base forte, sensiblement monoacide vis-à-vis de la phtaléine et de l'hélianthine. Si on le neutralise par 1^{mol} HBr ou 1^{mol} HI, on obtient sans difficulté les *monobromure* et *monoiodure* $C^{15}H^{26}N^2O(OH)(X)$ sans qu'aucun phénomène de réduction se

manifeste. Si l'on ajoute une seconde molécule d'acide, on observe avec HBr la production d'un *bromure* de composition

$$C^{15}H^{26}N^2O^2.1,5HBr + H^2O$$

bien cristallisé et fusible à 108°,5-110°. Au contraire, l'addition d'une seconde molécule de HI détermine une action réductrice avec mise en liberté d'iode, qui se fixe sur les produits de réaction en les transformant en periodure.

Nous avons ainsi isolé un *periodure* d'une N-*monoxyspartéine*

$$C^{15}H^{26}N^2(OH)(I)I^2,$$

cristaux marrons, fusibles à 134° (décomp.) correspondant à une base encore inconnue; un *periodure de spartéine* $C^{15}H^{26}N^2.2HI.I^2$ cristallisé en aiguilles noirâtres, fusibles vers 187°, différent du sel $C^{15}H^{26}N^2HI.I^2$ déjà connu; l'*iodhydrate d'iodure de* N-*monoxyspartéine* $C^{15}H^{26}N^2(OH)(I)HI$, cristaux incolores se ramollissant vers 248° pour fondre à 256°-260°.

6. La réduction complète de l'iodure de dioxyspartéine avec formation d'un periodure de spartéine, par l'action de HI étendu, à la température ordinaire, confirme donc les vues de Wackernagel et Wolfenstein. Toutefois, il semble que les deux atomes d'oxygène ne soient pas équivalents. Tout au moins peut-on dire que, dans le bioxyde de spartéine, l'intensité de la fonction basique l'emporte sur le pouvoir oxydant, et c'est seulement quand la salification est accomplie que la nature oxydique se manifeste.

Le bioxyde de spartéine s'unit à CH^3I en donnant un *iodométhylate* $C^{15}H^{26}N^2O(OCH^3)(I)$, fusible à 130°. Nous espérions, par réduction de ce composé, obtenir l'un des deux iodométhylates de spartéine stéréoisomères décrits par MM. Ch. Moureu et A. Valeur.

L'emploi du zinc et de l'acide acétique nous a ramenés à la spartéine; le groupe OCH^3 est donc éliminé au cours de cette réduction.

L'isospartéine que MM. Ch. Moureu et A. Valeur ont préparée à partir de la spartéine se comporte comme celle-ci vis-à-vis de H^2O^2. Elle se transforme en *bioxyde d'isospartéine* $C^{15}H^{26}N^2O^2$, base forte, fusible à 115°,5, très hygroscopique, qui décompose KI en solution concentrée avec production d'*iodure de bioxyde d'isospartéine*

$$C^{15}H^{26}N^2O(OH)(I) + 2H^2O,$$

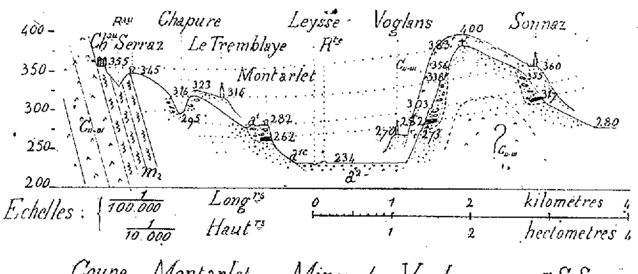
fusible à 83°. Le *bromure correspondant* $C^{15}H^{26}N^2(O)(OH)Br$ fond à 107°-109°,5.

GÉOLOGIE. — *Constatation d'un mouvement isostasique post-glaciaire dans la région de Chambéry. Age des lignites de Voglans.* Note de M. **Ch. Gorceix**, présentée par M. Pierre Termier.

Dans une Note présentée le 9 décembre 1918, j'ai montré qu'il était probable que des mouvements oscillatoires de la région des Alpes s'étaient produits, en corrélation avec la marche des différentes glaciations, par isostasie. Cette conception, toute théorique, trouve aujourd'hui une première preuve dans l'étude topographique que je viens de faire autour du gisement de lignite exploité à Voglans, près Chambéry.

Une couche de lignite, qui semble être considérée par les différents auteurs comme ayant été continue, affleure au nord de Chambéry : 1° sur la rive gauche de la Leysse à Le Tremblaye et surtout à Montarlet, où se trouvent d'anciennes galeries d'exploitation éboulées, à la cote 262 ; 2° sur la rive droite de la même rivière, à Voglans, où existe une exploitation à la cote 282 ; 3° un peu au sud de Sonnaz, dans la vallée du Teillet, à la cote 317. Ces trois points ne sont pas en ligne droite, mais forment un triangle dont les côtés ont respectivement 2^{km}, $1^{km},7$ et $3^{km},3$.

L'observation attentive de la surface et la mesure des altitudes des terrasses et lambeaux de niveau que présente le sol dans cette région, ainsi que l'examen de la nature des dépôts, m'ont conduit à interpréter la coupe, ainsi que l'indique la figure ci-dessous, d'une façon différente de celle qu'on



Coupe Montarlet — Mines de Voglans — 200m S. Sonnaz

admet généralement et que symbolise celle de MM. Vivien et Revil, reproduite par Penck et Brückner dans « les Alpes françaises à l'époque glaciaire », ou d'une autre, sans nom d'auteur, que j'ai vue, où une couche horizontale continue reliait Sonnaz à Le Tremblaye à travers « la vallée de l'Isère à l'époque glaciaire ».

On y remarquera : 1° que la soi-disant couche est loin d'être horizontale; 2° que nulle part les *parties reconnues* n'ont de moraine au-dessus, mais des terrasses d'alluvions torrentielles; 3° que leur situation est à flanc de coteau dans des rentrants des versants actuels; 4° que, pour réunir Voglans et Sonnaz, il faut très probablement traverser une voûte urgonienne, car il est difficile d'admettre que ce terrain, qui domine Voglans à 400^m et qui présente une forme périclinale vers le Nord, s'arrête brusquement au Sud, au lieu de se diriger vers Lémenc.

Il semble donc logique de conclure que les dépôts formés au même niveau et simultanément dans les échancrures des versants des deux vallées parallèles, aboutissant à la même dépression, ont été dénivelés après le remblaiement et la formation consécutive des vallées actuelles, puisque les lambeaux de niveau semblent se raccorder par des surfaces parallèles à celle que définissent les dépôts, c'est-à-dire après le dernier recul des glaces dans la région. Leur formation avant le Néo-Würmien qui, jusqu'ici, était supposé les recouvrir de ses moraines n'est donc plus prouvée, elle remonterait seulement à l'époque post-glaciaire où, comme je l'ai dit dans une Note antérieure, le Fier débouchait à contre-courant dans le synclinal du Bourget et y produisait des remous favorables aux dépôts dans les anses des rives. L'état extraordinaire de conservation des bois s'oppose d'ailleurs à l'adoption d'un âge trop élevé. Les châtaigniers, qui ne trouvaient la silice qui leur est nécessaire que dans les alluvions ou moraines provenant du centre de la chaîne, ont dû être entraînés lors du ravinement intense produit par la fusion du dernier glacier de la région.

Si, par une construction graphique, on détermine le plan qui contiendrait les trois affleurements, on trouve que sa plus grande pente serait de $\frac{1}{47.5}$, soit plus de 2 pour 100, et dirigée vers N-40° W. Cette pente est inadmissible pour un dépôt; il y a donc eu mouvement. Mais ce plan prolongé vers le Sud passerait 40^m au-dessus du point culminant de Lémenc, au lieu de passer au-dessous du sol; l'idée d'un plan comme forme finale de la surface des dépôts après le mouvement est donc à rejeter. Il ne reste admissible qu'une surface cylindroïdale parallèle à la direction de la vallée correspondant à un soulèvement du centre de la chaîne, par isostasie, se produisant comme je l'avais prévu après le recul du dernier glacier et les ablations de terrain consécutives. La ligne ombilicale correspondante semble devoir se trouver dans la vallée du Rhône, derrière la montagne de l'Epine. L'inclinaison transversale acquise ainsi entre Montarlet et Voglans (vérifiée directement) est de 1 pour 100.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la vitesse du vent dans la stratosphère.* Note de M. J. Rouch.

On sait que la vitesse du vent augmente en moyenne quand on s'élève dans l'atmosphère, au moins jusqu'à une dizaine de kilomètres environ, c'est-à-dire jusqu'à la limite de la stratosphère.

Il est intéressant de connaître la variation de la vitesse du vent à des altitudes supérieures. Certains auteurs ont émis l'hypothèse que le vent diminue considérablement de vitesse quand on pénètre dans la stratosphère. Cette hypothèse, séduisante du point de vue théorique, aurait en outre l'avantage de permettre de déterminer la hauteur de la stratosphère par de simples observations de vent, sans avoir besoin de recourir à des observations de température.

Les sondages aérologiques par ballons-pilotes exécutés pendant la guerre dans les stations météorologiques maritimes permettent d'apporter sur cette question quelques documents nouveaux, qui ne sont pas favorables à l'hypothèse proposée.

Il faut remarquer d'abord que les observations de vent dans la stratosphère se rapportent toutes à des cas particuliers. En effet, au-dessus de l'altitude à laquelle s'observent les plus hauts nuages, la détermination du vent ne peut être faite que par des sondages aérologiques au théodolite, et ce procédé de mesure implique :

1° Que le ciel soit clair,

2° Que la vitesse du vent ne soit pas trop grande pour entraîner le ballon-pilote hors de vue avant d'atteindre de hautes altitudes (les meilleurs théodolites de sondage en usage actuellement ne permettent pas de voir le ballon-pilote ordinaire à plus de 40^{km} de distance).

Les sondages aérologiques au théodolite qui dépassent 10000^{m} sont donc très rares. De plus, comme tous les sondages dont il est question dans cette Note n'ont été faits qu'à un seul théodolite, les altitudes ne peuvent être estimées avec précision, car la loi d'ascension du ballon-pilote aux grandes altitudes est loin d'être exactement connue.

Les stations météorologiques maritimes ont fait pendant la guerre : 78 sondages ayant atteint l'altitude de 10^{km}; 36 sondages l'altitude de 11^{km}; 26 sondages l'altitude de 12^{km}; 10 sondages ont atteint 14^{km} et 3 sondages ont dépassé 20^{km}. Un sondage de Bayonne a atteint 25^{km}.

Si l'on admet que, dans nos régions, la limite de la stratosphère est à l'altitude d'environ 11^{km}, cette limite a donc été atteinte 36 fois.

Les sondages de 10^{km} donnent la variation suivante de la vitesse du vent, exprimée en mètres par seconde.

Stations.	Nombre de sondages.	0^{km}.	1^{km}.	2^{km}.	3^{km}.	4^{km}.	5^{km}.	6^{km}.	7^{km}.	8^{km}.	9^{km}.	10^{km}
		m	m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
Bayonne	26	2,6	5,3	4,9	5,1	6,2	7,2	7,8	8,2	9,0	9,1	12,0
Saint-Cyr	22	3,6	6,4	6,0	4,5	4,4	5,2	6,5	7,0	8,0	9,2	11,3
Oran	11	4,6	2,8	5,3	5,6	8,7	6,5	6,9	6,6	6,6	6,9	8,6
Saint-Nazaire	5	2,6	5,8	5,2	4,2	6,2	5,2	7,4	9,8	11,8	13,8	17,0
Cherbourg	3	4,0	4,3	3,7	3,0	2,7	4,0	6,0	7,0	8,6	8,0	14,7
Ajaccio	3	4,0	3,7	3,0	5,0	7,7	7,0	9,7	10,0	12,0	14,0	20,3
Aubagne	2	3,0	2,5	4,5	7,0	7,5	8,5	7,0	6,5	9,5	8,5	9,0
Lorient, Rochefort, Guipavas	6	2,3	5,7	4,0	5,7	5,8	7,8	9,2	8,7	9,3	8,5	9,8
Moyenne générale	78	3,3	5,1	5,1	5,0	6,0	6,4	7,3	7,9	8,5	9,5	11,8

Dans les conditions particulières définies plus haut, la vitesse moyenne du vent varie peu de 1^{km} à 3^{km}, puis elle augmente régulièrement jusqu'à 10^{km} de hauteur.

En prenant dans chaque sondage la vitesse à 10^{km} comme terme de comparaison, j'ai dressé le Tableau suivant qui indique le nombre de fois où l'on a observé à 11^{km}, 12^{km}, etc. une différence de vitesse de vent de 1^{m}, 2^{m}, etc. avec la vitesse observée à 10^{km}. Le signe — correspond aux vitesses inférieures à la vitesse de 10^{km}, le signe + aux vitesses supérieures :

		Variation de vitesse de										
Altitude.	Nombre d'observations.	—5^{m} et au-dessus.	—4^{m}.	—3^{m}.	—2^{m}.	—1^{m}.	0^{m}.	+1^{m}.	+2^{m}.	+3^{m}.	+4^{m}.	+5^{m} et dessus.
km												
11	36	2	3	»	1	7	3	6	7	3	1	3
12	26	»	1	2	»	5	1	4	6	»	4	3
13	17	»	»	»	1	»	1	2	2	4	»	7
14	10	1	»	1	»	»	1	»	»	2	2	3
15	7	1	»	»	»	1	»	»	»	»	1	4

Les différences positives sont beaucoup plus nombreuses que les différences négatives.

Pour les quatre sondages qui ont atteint l'altitude de 20^{km}, la vitesse entre 15^{km} et 20^{km} a diminué une fois (de 14^{m} à 5^{m}) et augmentée trois fois (de 4^{m} à 7^{m}, de 3^{m} à 6^{m} et de 17^{m} à 22^{m}). Les trois sondages qui ont dépassé 20^{km} n'indiquent aucune diminution du vent au-dessus de 20^{km}.

Les observations des stations maritimes semblent donc montrer que, par ciel clair, et par vent généralement modéré, le vent ne diminue pas de vitesse dans la stratosphère. La règle générale est plutôt une augmentation de vitesse qu'une diminution.

Il est exact que le vent observé dans la stratosphère n'est pas très fort (la moyenne de toutes nos observations du vent au-dessus de 11^{km} est de $9^{m},9$ à la seconde), mais dans l'état actuel des procédés d'observations, le vent ne peut être observé dans la très haute atmosphère que lorsqu'il est faible. Il serait donc prématuré de conclure de nos observations que le vent n'est jamais fort dans la stratosphère.

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Mécanisme de la destruction, dans le sérum, de la cellule antigène sensibilisée par son anticorps spécifique*. Note de M. **J. Tissot**, présentée par M. d'Arsonval.

La constitution chimique de l'alexine étant connue (*Comptes rendus*, t. 158, 1914, p. 1525), il est nécessaire, pour déterminer le mécanisme de la destruction de la cellule sensibilisée dans le sérum, de connaître quelle propriété nouvelle est conférée à cette cellule sensibilisée par l'anticorps sensibilisateur et quelle réaction a lieu entre cette cellule et l'alexine, grâce à cette propriété nouvelle.

La réaction qui a lieu est, d'une part, la fixation préalable, sur la cellule sensibilisée, d'une partie hydrolysée (acides gras) des savons de soude et de cholestérine; d'autre part, l'hydrolyse ultérieure progressive des savons de cholestérine du sérum (éthers de la cholestérine) avec fixation dans la cellule sensibilisée des produits de l'hydrolyse.

Voici les lois qui régissent ce phénomène d'hydrolyse :

1° Dans une solution très diluée de savons, il existe toujours une proportion déterminée de savon hydrolysée, proportion qui s'accroît avec la dilution de la solution.

2° Quand la solution savonneuse partiellement hydrolysée est en présence de conditions propres à fixer ou à éliminer la base, l'hydrolyse devient totale.

3° L'hydrolyse partielle est limitée par la présence d'une quantité

déterminée de base dans la solution, quantité qu'on peut appeler *dose équilibrante*; l'addition de base à la dose équilibrante diminue l'hydrolyse; l'addition d'un excès de base la supprime et s'oppose à l'action de tout agent hydrolysant tant qu'il reste une parcelle de base en excès.

L'anticorps sensibilisant confère à la cellule sensibilisée une propriété nouvelle d'où résulte l'hydrolyse des savons.

La sensibilisatrice hémolytique fixée sur l'hématie a pour effet d'y créer une affinité très marquée pour les acides, notamment pour les acides gras (et d'accroître légèrement son affinité pour les bases).

C'est cette propriété nouvelle qui est cause de l'affinité connue de la cellule sensibilisée pour la globuline (complexe de savons acides, partie médiane du complément, Mittelstück) en raison des acides gras qu'elle contient (acide oléique notamment). Ces acides gras étant neutralisés par une base (soude ou cholestérine), l'affinité de la cellule sensibilisée pour la globuline est perdue.

De cette affinité résulte également, pour les hématies sensibilisées, une persensibilisation (Michaelis et Swirsky) dans un sérum où une portion des acides gras a été libérée par dissociation électrolytique (addition de Na Cl, de phosphate acide).

L'action de la globuline ou des acides gras sur la cellule sensibilisée a pour effet d'accroître notablement l'affinité de celle-ci pour les bases.

Cette affinité de la cellule sensibilisée pour les acides et ensuite pour les bases explique maintenant pourquoi d'autres corps à réaction acide à la phénolphtaléine tels que : substances protéiques amphotériques, acides amides jouent le même rôle que la globuline et peuvent lui être substitués. L'alanine (acide amino-propionique) joue admirablement le rôle de Mittelstück (Noguchi).

Ainsi, la sensibilisatrice sensibilise la cellule vis-à-vis des acides gras, et la fixation préférentielle de ceux-ci sensibilise à son tour très vivement la cellule vis-à-vis des bases. L'hématie sensibilisée qui a fixé de l'acide oléique devient si avide de base qu'elle hémolyse totalement, en 1 ou 2 minutes, si on la met en présence d'une petite quantité de base.

L'hématie est, dans le sérum qu'elle habite, en équilibre avec la portion dissociée des savons de soude et de cholestérine. *L'anticorps sensibilisant a pour effet de rompre cet équilibre en augmentant l'affinité de la cellule pour les éléments des savons dissociés.*

De l'affinité beaucoup plus grande de la cellule sensibilisée pour les acides que pour les bases résulte la fixation préalable des acides gras libres dans le sérum complet; ceci explique la nécessité connue de l'action préalable de la portion médiane du complément divisé, pour obtenir une action positive de la portion terminale isolée. L'addition, au sérum complet, d'une base qui neutralise les acides gras, le rend inactif.

La fixation des bases des savons sur la cellule sensibilisée a pour effet de déterminer l'hydrolyse progressive et ininterrompue de ces savons, cette hydrolyse étant une propriété physique appartenant aux solutions de savons elles-mêmes, et nécessitant seulement, pour se poursuivre jusqu'à destruction totale des savons, l'absorption progressive, par la cellule, de la dose équilibrante de base qui limite l'hydrolyse.

L'hématie sensibilisée qui a fixé des acides gras, transportée dans la portion terminale du complément privée de globuline et de savons de soude, y hémolyse totalement en hydrolysant les savons de cholestérine.

La cellule sensibilisée, gorgée des éléments de savons hydrolysés, éclate, évacue une partie de son contenu et meurt.

Ces phénomènes donnent l'explication de l'inactivation du complément dans la réaction de fixation (réaction de Bordet), qu'il s'agisse d'une fixation limitée à la portion médiane du complément seule (antigène constitué par des substances protéiques) ou d'une fixation des deux portions (antigène constitué par des éléments cellulaires).

Ces phénomènes d'hydrolyse des savons, mis en jeu accidentellement dans l'organisme pour la destruction des éléments cellulaires hétérogènes et des substances protéiques hétérogènes, sont des phénomènes normaux d'une importance capitale dans l'organisme animal; ce sont des phénomènes intéressant la nutrition des éléments cellulaires, le transport et l'utilisation des corps qui fournissent l'énergie à la cellule.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur le mécanisme de la conservation des fruits dans l'eau froide.* Note de M. **Gabriel Bertrand**, présentée par M. Roux.

On a vu, dans une Note antérieure [1], qu'il est possible de conserver des fruits pendant plusieurs mois et même d'une année à l'autre, sans fermentation apparente, lorsque, après les avoir lavés, on les enferme dans un

[1] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1162.

flacon exactement rempli d'eau. Malgré la présence inévitable de germes divers, ni le chauffage, ni l'addition d'une substance quelconque jouant le rôle d'antiseptique ne sont nécessaires.

Quel peut être le mécanisme de ce curieux procédé de conservation? Comment se fait-il que des germes, incontestablement enfermés avec les fruits, ne déterminent pas, presque à coup sûr, des fermentations et notamment des fermentations butyrique ou forménique?

Quand on se sert de la fermeture en *bouchon de cannette*, qui est la plus commode et qui m'a donné les meilleurs résultats, on produit une pression assez considérable à l'intérieur des flacons, à cause de la presque incompressibilité de l'eau et des fruits qui s'y trouvent. Il est même arrivé avec des flacons d'un litre, les plus grands dont j'ai fait usage, que le verre se soit fendu à l'instant ou peu après le moment de la fermeture. Est-ce à cette forte pression qu'il faut attribuer la préservation des fruits?

P. Regnard a montré, avec l'appareil de Cailletet, que la pression pouvait déterminer la mort de petits animaux aquatiques (¹), mais il s'agissait alors de pression considérable et, d'autre part, d'organismes beaucoup plus sensibles que des spores de bactéries ou des champignons. Même à l'état de cellules actives, les microbes, les levures subissent impunément des pressions déjà bien supérieures à celles qui sont produites dans les flacons de conserves.

J'ai réussi à garder, depuis 11 mois en bon état, des cerises dans un flacon fermé sans pression notable, à l'aide d'un simple bouchon de caoutchouc percé d'un trou et qui, une fois mis en place et ficelé, fut obturé à son tour par un petit bouchon plein. On ne peut donc attribuer à la pression qu'un rôle tout au plus accessoire.

Il en est autrement de l'action exercée par diverses substances solubles contenues dans les fruits et, en particulier, de la transformation capitale réalisée dans le milieu liquide par le jeu des oxydases.

Dès le moment où les flacons sont préparés, les fruits commencent à absorber une certaine quantité de l'eau qui les baigne. Inversement, des sels, des acides, des sucres, des diastases, etc., diffusent à l'extérieur. L'eau devient de plus en plus nettement acide à la phtaléine du phénol et même à l'hélianthine, circonstance défavorable au développement de la plupart des espèces bactériennes, mais compatible, jusqu'à un certain degré, avec la végétation des levures et des ferments lactiques, que j'ai d'ailleurs rencontrés.

(¹) *La Vie dans les eaux*. Paris, Masson, éditeur.

En même temps, s'accomplissent, tant à l'intérieur des fruits que dans la solution extérieure, des réactions chimiques et diastasiques, dont plusieurs sont aisément perceptibles. C'est ainsi que, dans le cas des prunes, on assiste à la gélification progressive du liquide, la pectine d'abord dissoute étant transformée par la pectase en pectate de calcium. Des glucosides sont hydrolysés, libérant des composés phénoliques oxydables par l'air en présence de la laccase, ou des substances odorantes qui renforcent l'arome préexistant (1).

De toutes ces réactions, la plus importante à considérer au point de vue du mécanisme de la protection des fruits est celle qui fait disparaître la petite quantité d'oxygène dissoute dans l'eau des flacons. Au moment de la fermeture, on évite bien d'emprisonner la moindre bulle d'air, mais il reste environ 8^{mg} à 9^{mg} d'oxygène dissous par litre d'eau ajoutée (2). Or, cette minime proportion d'oxygène a déjà une grande importance pour les fermentations. Les spores des bactéries et des champignons, aussi bien que les graines des végétaux supérieurs, exigent une certaine quantité d'oxygène pour germer; la levure, même à l'état de cellule vivante, cesse de se développer, d'après les expériences de Denys Cochin, dans un liquide complètement débarrassé de ce gaz (3).

Sous l'influence des réactions diastasiques qui s'accomplissent dans les fruits et jusque dans le liquide environnant, toute trace d'oxygène dissous est bien vite absorbé, le milieu devient rigoureusement anaérobique et les phénomènes de fermentations ne peuvent prendre naissance ou se développer d'une manière normale.

On peut se convaincre par l'expérience du bien-fondé de cette théorie lorsqu'on débouche les conserves : le liquide décanté bleuit une émulsion fraîche de résine de gayac, comme le ferait une solution de laccase, et, s'il est peu coloré, ainsi qu'il arrive avec les prunes reines-Claude et les abricots, il se colore peu à peu en rouge brun, par oxydation, au contact de l'air.

---

(1) Les membranes cellulaires subissent aussi l'action des diastases. Si l'on conserve trop longtemps les flacons, les fruits se ramollissent sans changer d'aspect et tombent en compote quand on les sert.

(2) Les fruits, lorsqu'ils sont frais, apportent aussi, d'après les recherches de A. Livache (*Comptes rendus*, t. 85, 1877, p. 229), une petite quantité d'oxygène mêlé d'azote, sous forme d'atmosphère interne.

(3) *Ann. Phys. Chim.*, 5e série, t. 21, 1880, p. 551.

D'après cet ensemble d'observations, les chances de réussite des conserves de fruits préparées à l'eau froide dépendent donc théoriquement : d'une part, du nombre, de la nature et du degré de vitalité des germes contenus dans les flacons, germes qui sont apportés principalement par les fruits et qui restent adhérents à leur surface malgré le lavage; d'autre part, de l'acidité des fruits et surtout de l'intensité des processus biochimiques qui font disparaître l'oxygène dissous. Si les fruits coupés réussissent mieux que les fruits entiers, comme on l'a vu pour les abricots dans la Note antérieure, c'est sans doute parce que, les échanges entre l'eau et le suc cellulaire étant accélérés, les actions protectrices l'emportent en vitesse sur le développement des germes.

A 16 heures et demie, l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La Section d'Astronomie, par l'organe de son doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Ch. Wolf* :

En première ligne . . . . M. **Henri Andoyer**

En seconde ligne, ex æquo et par ordre alphabétique . . . . MM. **Émile Belot**, **Félix Boquet**, **Charles Nordmann**, **Alfred Perot**, **Martial Simonin**

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 18 heures.

É. P.

ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 30 JUIN 1919.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts** adresse ampliation du Décret qui porte approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Fernand Widal** pour occuper, dans la Section de Médecine et Chirurgie, la place vacante par le décès de M. *A. Dastre*.

Il est donné lecture de ce Décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **F. Widal** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Au lendemain de la conclusion de la paix, permettez-moi d'exprimer, en quelques mots, les sentiments de patriotique émotion que nous éprouvons tous en présence de l'événement mémorable qui vient de s'accomplir.

Par une de ces rencontres imprévues où se complaît le destin, l'Allemagne vaincue a dû signer l'aveu de sa défaite dans ce palais de Versailles, où elle avait jadis fondé sur l'injustice son orgueilleux empire. De toutes les journées glorieuses de notre histoire, celle du 28 juin 1919 comptera pour la plus solennelle; elle consacre le principe de notre victoire et rend à la France la place qu'elle occupa longtemps dans le monde.

Sans doute, le traité de Versailles, pour être équitablement jugé, n'est

pas à considérer comme un écrit magique, capable à lui seul de régler le sort de l'univers. L'avenir d'aucune nation ne saurait être fixé dans un texte irrévocable; il dépend de la volonté de ses fils et de l'ardeur de sa race. Mais la France, au cours de la guerre, a montré tout ce que pouvait son héroïsme dans les circonstances les plus tragiques; elle saura encore, dans la paix, surmonter les difficultés nouvelles et vaincre les dangers qui viendraient l'assaillir.

Si le traité de paix ne représente que la plus grande approximation possible d'une œuvre achevée et définitive, si trop d'indices rendent encore l'avenir incertain, félicitons-nous, du moins, de voir la France retrouver ses provinces perdues et le droit triompher de la force brutale. Il faut que cette paix ne soit pas un vain mot, une espérance fugitive et, comme on l'a dit, une lueur passagère de joie apparaissant un soir dans l'Europe ensanglantée!

La victoire a le privilège de communiquer un irrésistible élan à ceux qui l'ont remportée, et ce n'est pas telle ou telle formule fautive qui peut lui faire obstacle. Quelle vigueur l'Allemagne n'a-t-elle pas connue après ses succès de 1870? Elle a créé, créé continuellement, mais dénuée de toute intelligence de la mesure et de toute perception exacte des valeurs morales.

Notre science créatrice n'a rien à envier à aucune autre. Dans la sphère d'action assignée à chacun de nous, sachons la mettre au service du pays pour l'œuvre de son relèvement et le développement de sa prospérité. Car il n'y a plus pour la France qu'un mot qui vaille : travailler, dans l'union et la concorde, à tirer du chaos d'une guerre barbare l'ordre harmonieux d'une paix réparatrice.

GÉOLOGIE. — *Phénomènes de charriage, d'âge alpin, dans la vallée du Rhône, près d'Avignon.* Note de M. **Pierre Termier.**

Les observations géologiques que nous avons faites depuis peu dans les environs d'Alais [1], M. Georges Friedel et moi, et celles qu'a faites simultanément, dans la même région, M. Paul Thiéry [2], nous ont tout naturellement conduits à rechercher des traces de déplacement tangentiel dans l'étendue comprise entre Alais et les Alpes. S'il est vrai, et nous croyons,

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1034.
(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 902.

tous trois, l'avoir établi de façon irréfutable, que le pays d'Alais soit, comme le pensait Marcel Bertrand, un *pays d'écailles;* s'il est vrai qu'une nappe de calcaire urgonien ait cheminé sur les terrains tertiaires de la plaine de Salindres, laissant comme témoins de son passage les *klippes* de roches brisées que nous avons décrites; s'il est vrai que le Tertiaire de la plaine de Salindres soit lui-même une écaille, charriée sur l'Eocrétacé, et que l'Eocrétacé soit une autre écaille ayant glissé sur des écailles plus profondes, faites de Jurassique supérieur, ou de Dogger, ou de Lias, ou de Trias : si tout cela est vrai, ces charriages post-oligocènes de la région alaisienne, dirigés de l'Est à l'Ouest, ou du Sud-Est au Nord-Ouest, sont des mouvements alpins; ils résultent de l'avancée du pays alpin vers le Massif central, ou, ce qui revient au même, d'un resserrement de la région intermédiaire, de la région où s'est, plus tard, établie la vallée du Rhône. Les plateaux de calcaire urgonien qui séparent la plaine tertiaire Alais-Salindres de la vallée du Rhône sont une immense table homogène qu'aucun accident tectonique ne divise; l'Urgonien dont ils sont formés s'enfonce, à l'Ouest, sous le Tertiaire de Salindres et reparaît, sur l'autre bord de la plaine, à Rousson et à Saint-Ambroix, surgissant de dessous l'Oligocène; ce n'est donc pas de cette table urgonienne que peut être sortie la nappe des *klippes*. L'origine de la nappe des *klippes* est plus lointaine; il faut, ou qu'elle soit sortie du pays, actuellement déprimé, sur lequel, depuis les temps pliocènes, coule le Rhône; ou encore qu'elle soit venue de la région alpine elle-même, en passant par-dessus le pays rhodanien.

Or voici ce que j'ai constaté, il y a quelques jours, dans une course aux environs d'Avignon. La netteté de ces constatations a dépassé de beaucoup mes espérances.

Sur la rive droite du Rhône, le long de la route qui va d'Avignon à Aramon en suivant le pied des collines de calcaire néocomien, affleure, depuis le Château de Lavernède, au Nord, jusqu'à la gare de marchandises d'Aramon, au Sud, une formation singulière, bien délimitée sur la feuille *Avignon* de la Carte géologique à l'échelle de $\frac{1}{80000}$ et représentée, sur cette feuille, par une teinte pourpre et le symbole e^1. Les auteurs (¹) de la feuille

(¹) F. Fontannes, pour les terrains quaternaires et tertiaires, et M. L. Carez pour les terrains crétacés et jurassiques. La feuille a été publiée en 1888, c'est-à-dire à une époque où l'on ignorait tout des mylonites et de leur rôle géologique. L'hypothèse adoptée par les auteurs de la feuille était alors la seule qui pût venir à l'idée.

s'expriment ainsi, à son sujet, dans la Notice explicative : « On a réuni à ces couches (sables et poudingues d'Euzet) des poudingues visibles en plusieurs points et spécialement à Saint-Pierre-le-Terme, près d'Aramon; c'est un dépôt d'une grande puissance, compris entre les calcaires néocomiens et le Miocène, et composé de blocs volumineux arrachés au Crétacé sur lequel il repose. » En réalité, la formation détritique en question n'est pas un dépôt; ce n'est pas une brèche sédimentaire; c'est une brèche d'origine mécanique, ou tectonique; *c'est une mylonite de calcaire néocomien*, mylonite antérieure au dépôt de la mollasse miocène qui repose indifféremment sur le Néocomien brisé ou sur le Néocomien intact.

Il n'y a, dans cette mylonite, que des débris de calcaires néocomiens; aucun terrain étranger au Néocomien ne s'y mélange; elle ne renferme ni sable siliceux, ni galets de Primaire ou de Jurassique, ni graviers de quartz. Les débris de calcaire néocomien y ont toute forme; beaucoup sont anguleux à la façon d'esquilles; la plupart ont leurs angles émoussés; quelques-uns sont arrondis, mais pas au point de ressembler à des galets. La dimension de ces débris, qui n'a pas de limite inférieure, va jusqu'à 40^{cm} ou 50^{cm} à Saint-Pierre-le-Terme; jusqu'à 1^{m} et plus, près du passage à niveau où l'ancienne route Aramon-Avignon traverse le chemin de fer. Il n'y a aucun classement de grosseur; l'aspect est chaotique : c'est l'écrasement pur et simple des calcaires néocomiens sous-jacents. La brèche ainsi formée n'est cimentée, semble-t-il, que par de la calcite secondaire, elle-même en quantité à peine suffisante; en de certains endroits, la cohésion est très faible, et la brèche se résout en un amas de débris disjoints. Tous ces caractères sont, essentiellement, ceux des mylonites. Un autre caractère, ici, et qui confirme l'origine dynamique de la brèche, c'est qu'elle est intimement liée à son substratum calcaire. On croit être sorti de la formation et marcher sur le calcaire intact; on rencontre une nouvelle zone mylonitique, qui paraît incorporée au massif néocomien. A l'ouest de Saint-Pierre-le-Terme, sur la vieille route Aramon-Avignon, les calcaires qui apparaissent sous la mylonite sont dirigés vers le Nord-Est et presque verticaux : parmi ces bancs redressés, il en est de mylonitiques, et les premières buttes calcaires qui dominent la route sont, en grande partie, faites de calcaire plus ou moins écrasé. Aussi l'étendue réellement occupée par la mylonite est-elle supérieure à celle qu'indique la carte géologique.

L'intime liaison des calcaires néocomiens et de la mylonite, très frappante à Saint-Pierre-le-Terme et, sur la nouvelle route même, près du passage à niveau de la vieille route, est encore bien plus manifeste dans les tranchées

du chemin de fer P.-L.-M. en face du Château de Lavernède (kilomètre 751). Sur plusieurs centaines de mètres de longueur, ces tranchées sont creusées dans les calcaires intacts et dans la mylonite, indistinctement; et il y a souvent des bancs intacts par-dessus la mylonite, et des zones intactes faisant suite à des zones mylonitiques, avec passage graduel de la roche écrasée à la roche massive.

Ce qui a donné, aux auteurs de la feuille *Avignon*, l'illusion d'un dépôt sédimentaire, c'est le fait que, dans son ensemble et souvent aussi dans le détail, la mylonite a une apparence stratifiée. Elle se présente en bancs épais, ou plutôt en coulées épaisses, plongeant faiblement au Sud-Est. Ce plongement est surtout visible dans le vallon de Saint-Pierre-le-Terme. Dans les tranchées du chemin de fer où la mylonite est observable, aux kilomètres 753 (près de Saint-Pierre) et 751 (près de Lavernède), on constate que l'inclinaison, toujours au Sud-Est, varie en grandeur. Sur quelques points, elle atteint et même dépasse 45 degrés; sa valeur moyenne est de 20 à 30 degrés. A Lavernède, les calcaires néocomiens sont dirigés Nord-Est et très redressés : ils sont tranchés par des surfaces, à peu près planes, faiblement inclinées au Sud-Est, et parallèles aux bancs mylonitiques; de sorte qu'il est, sur ce point, manifeste que l'allure stratiforme des mylonites est due à des déplacements sur ces surfaces faiblement inclinées. La mylonitisation elle-même n'est qu'une conséquence du déplacement, et tout devient très simple. Les brèches de la route d'Aramon, visibles, au total, sur $4^{km},5$ de longueur, sont l'affleurement d'une zone écrasée, dirigée à peu près N. 50° E. et plongeant au Sud-Est sous un angle moyen d'une vingtaine ou d'une trentaine de degrés. Les prolongements de cette zone, au sud d'Aramon comme au nord de Lavernède, sont cachés par les alluvions du Rhône. La largeur de la zone, à Saint-Pierre, dépasse 1^{km}; mais ici l'inclinaison est très faible. Il est probable que l'épaisseur réelle des mylonites n'excède nulle part 100^{m}.

J'ai dit que la mollasse miocène repose indifféremment sur le Néocomien intact ou sur la mylonite. Cette mollasse, très fossilifère, est à peu près horizontale. Là où elle repose sur la mylonite, celle-ci est patinée de brun sur une épaisseur de $0^{m},20$ à $0^{m},50$. Le phénomène de transport qui a donné naissance à la mylonite est, sans qu'on en puisse douter, antérieur à la mollasse, c'est-à-dire anté-helvétien.

A l'ouest de la zone mylonitique, le Néocomien forme une chaîne de collines, allant d'Aramon à Pujaut. Ce Néocomien est souvent presque horizontal (par exemple à Aramon); mais souvent aussi il est très redressé,

avec une direction habituelle Nord-Est qui est celle de la zone mylonitique, celle aussi de la chaîne entière. Au sud du Mas de la Bégude, près de la route Avignon-Remoulins, les calcaires se dressent brusquement en un pli vertical très serré, dirigé vers le Nord.

La zone mylonitique d'Aramon est à peu près exactement parallèle au bord du plateau urgonien entre Sernhac (près de Remoulins) et Sauveterre, bord tellement rectiligne qu'on ne peut pas douter qu'il ne corresponde à un accident tectonique. Cet accident est malheureusement caché, à peu près partout, sous les dépôts pliocènes. Voici, cependant, ce que j'ai pu observer.

Au village de Rochefort, l'Urgonien, très massif, plonge nettement au Sud-Est, sous un angle d'environ 40°. Il n'est pas écrasé.

Sous Notre-Dame de Rochefort, l'Urgonien est très mylonitique, avec un écrasement inégal. Il est horizontal à l'ouest et au nord de l'église; mais, sur le versant est de la butte, là où il se mylonitise, il plonge de 30° vers le Sud-Est.

Le promontoire de Sauveterre, contourné par la route qui suit la rive droite du Rhône, est très intéressant à étudier. L'Urgonien s'y mylonitise irrégulièrement et présente des sortes de zones écrasées plongeant au Sud-Est ou au Sud sous un angle de 30°. Les strates elles-mêmes sont rarement visibles; mais, sur quelques points, on constate que ces strates, presque horizontales, sont coupées par les zones mylonitiques. La mylonite se fond insensiblement dans la roche intacte et est inséparable. Tout près de la mollasse, dont on ne voit pas le contact, il y a, dans l'Urgonien, écrasé ou non, des surfaces, planes ou arrondies, plongeant de 30° à 40° au Sud-Est et tranchant nettement la stratification. Tous ces phénomènes rappellent ceux du Néocomien de Lavernède.

Il n'est pas douteux pour moi qu'une zone d'Urgonien mylonitique, plongeant au Sud-Est, continue mais presque partout cachée par le Pliocène ou le Quaternaire, ne coure le long du bord du plateau urgonien, de Nîmes à Châteauneuf-Calcernier, correspondant à l'affleurement du grand accident tectonique, de direction N. 55° E., dont parlent, dans leur Notice explicative, les auteurs de la feuille *Avignon*.

Le parallélisme de la zone mylonitique d'Aramon et de la zone mylonitique Nîmes-Châteauneuf n'est certainement pas fortuit. Les deux zones jalonnent l'affleurement de deux accidents tectoniques de même nature et, sans doute, d'importance comparable.

Quelle est cette nature, et quelle peut être cette importance? La cons-

tance et l'intensité des phénomènes d'écrasement ne laissent pas de doutes sur le premier point : *les accidents en question sont des surfaces de charriage, plongeant au Sud-Est et planes sur de vastes espaces.* Ces surfaces sont analogues à celles qui séparent les uns des autres les diverses écailles du pays d'Alais; et leur direction est à peu près la même. Dans la contrée qui est devenue la vallée du Rhône, il y a eu, entre l'Aquitanien et l'Helvétien, des déplacements tangentiels analogues à ceux qui, à la même époque, accidentaient la région d'Alais. Ce sont manifestations d'une seule et même cause.

Le massif néocomien de la Montagnette, entre Tarascon et Barbentane, est un témoin de l'écaille qui s'est avancée, du Sud-Est au Nord-Ouest, sur le Néocomien de la chaîne de collines Aramon-Avignon; et la chaîne de collines en question est elle-même un témoin de l'écaille plus basse qui s'est avancée sur l'Urgonien des garrigues, à l'ouest de Rochefort. Il est probable que cette dernière écaille, perdant peu à peu, au fur et à mesure qu'elle s'avançait, les terrains de sa base, est représentée aujourd'hui, dans la région d'Alais, par les *Klippes* urgoniennes posées sur le Tertiaire. L'origine de celles-ci serait donc dans la vallée du Rhône, et leur cheminement, par-dessus le pays des garrigues, aurait été d'une cinquantaine de kilomètres.

AVIATION. — *Théorie de la montée rectiligne des aéroplanes. Vitesse ascensionnelle maximum.* Note de M. A. RATEAU.

Mes deux Communications précédentes [1] se rapportaient au vol rectiligne horizontal des aéroplanes. Celle-ci traite de la montée. Les équations sont plus compliquées. Nous ne pourrons pas, en général, les résoudre rigoureusement; mais je donnerai des méthodes d'approximation suffisantes pour les calculs d'application.

Je reprendrai les notations définies dans les Notes précitées.

Soit θ l'inclinaison de la trajectoire. L'avion est soumis à quatre forces : 1° son poids P, vertical; 2° la poussée sustentatrice de l'air, $Y\varpi v^2$, perpendiculaire à la trajectoire; 3° la résistance de l'air à l'avancement, $X\varpi v^2$; 4° la poussée de l'hélice, $b\varpi n^2\sigma$.

En projetant ces forces sur la perpendiculaire à la trajectoire, d'abord,

[1] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1142 et 1246.

et sur la trajectoire elle-même, ensuite, nous avons les deux équations

$$(31) \qquad Y\varpi v^2 = P\cos\theta,$$

$$(32) \qquad bn^2\sigma = \left[Xv^2 + \frac{P}{\varpi}\sin\theta\right].$$

La deuxième peut s'écrire, en remplaçant $\frac{P}{\varpi}$ par sa valeur tirée de (31),

$$(32') \qquad bn^2\sigma = (X + Y\,\text{tang}\,\theta)\,v^2 = X'v^2,$$

en posant

$$(33) \qquad X' = X + Y\,\text{tang}\,\theta = X\left(1 + \frac{Y}{X}\text{tang}\,\theta\right).$$

La relation (31) montre déjà que, si l'on monte en donnant aux ailes l'incidence optimum α_m (et nous verrons que l'on obtient ainsi une vitesse ascensionnelle très voisine du maximum), la vitesse v sur la trajectoire est

$$(34) \qquad v = v_p\sqrt{\frac{\varpi_m\cos\theta}{\varpi}},$$

v_p étant la vitesse au plafond, où le poids spécifique de l'air est ϖ_m. Ici, nous considérons le plafond correspondant à l'incidence optimum α_m, un peu inférieur au plafond véritable, qui correspond à l'incidence α_p, un peu plus grande que α_m.

L'angle θ étant toujours faible, généralement inférieur à 20°, $\cos\theta$ diffère peu de l'unité, et l'on voit immédiatement *que la vitesse sur la trajectoire en montée sous l'angle optimum est, à peu près, inversement proportionnelle à la racine carrée du poids spécifique de l'air.*

L'équation (32) est analogue à l'équation (2) du vol horizontal, mais X est remplacé par X', qui, en montée, peut être beaucoup plus grand que X, car $\frac{Y}{X}$, au voisinage de l'optimum, dans les avions modernes, est voisin de 8, et $\text{tang}\,\theta$ peut s'élever au-dessus de 0,40; $1 + \frac{Y}{X}\text{tang}\,\theta$ est donc susceptible d'atteindre et, même, de dépasser 4. Il en résulte que le recul σ de l'hélice, défini par l'équation (6') modifiée comme suit :

$$(35) \qquad \frac{1}{\sigma} + \sigma = 2 + \frac{b}{H^2X'},$$

est beaucoup plus grand que dans le vol horizontal.

D'autre part, le couple résistant de l'hélice donne, comme précédemment, la relation

(3) $$b\frac{H}{2\pi}n^2\sigma\psi = \frac{\Gamma}{\varpi} = A, \qquad \text{avec} \qquad \psi = 1 - \frac{\sigma}{2} + \frac{a}{\sigma};$$

et l'on a toujours (4) : $v = nH(1-\sigma)$.

De (31), (32) et (3) on tire, en éliminant v et n, la relation suivante, qui permet de calculer l'angle θ de la trajectoire,

(36) $$\tang\theta = \frac{1}{\psi}\frac{2\pi A}{HP}\frac{\varpi}{\cos\theta} - \frac{X}{Y}.$$

A une altitude donnée, ϖ est déterminé; $\frac{2\pi A}{HP}$ l'est, d'autre part, par le moteur, l'hélice et l'avion; $\frac{1}{\psi}$ varie avec α, mais peu; la relation ci-dessus montre, en différentiant, que θ est maximum pour $\frac{X}{Y}$ minimum. *La pente maximum de la trajectoire a donc lieu lorsque le pilote donne aux ailes de l'avion l'incidence optimum* α_m. Cependant, s'il augmente un peu α au delà de α_m, $\frac{X}{Y}$ varie peu, tout en augmentant, mais ψ diminue; comme pour le plafond, la loi précédente n'est donc pas parfaitement correcte; en réalité, la pente maximum θ_m se produit pour une incidence un peu supérieure à α_m.

Si nous faisons $\theta = 0$, nous retrouvons la condition du plafond,

(37) $$\varpi_m = \frac{\psi_m HP}{2\pi A}\left(\frac{X}{Y}\right)_m,$$

qui permet de mettre la relation (36) sous la forme plus expressive,

(38) $$\tang\theta = \frac{\psi_m}{\psi}\frac{\varpi}{\varpi_m\cos\theta}\left(\frac{X}{Y}\right)_m - \frac{X}{Y}.$$

Dans le cas particulier où l'avion s'élève avec l'incidence optimum α_m,

(39) $$\tang\theta = \left(\frac{\psi_m}{\psi}\frac{\varpi}{\varpi_m\cos\theta} - 1\right)\left(\frac{X}{Y}\right)_m \qquad (\text{pour } \alpha = \alpha_m).$$

La vitesse ascensionnelle w de l'avion est égale à $v\sin\theta$. Remplaçons v par sa valeur tirée de (31) et $\sin\theta$ par sa valeur tirée de (36), nous avons

(40) $$w = \sqrt{\frac{P\cos\theta}{\varpi}}\frac{1}{\sqrt{Y}}\left[\frac{2\pi A}{HP}\frac{\varpi}{\psi} - \frac{X}{Y}\cos\theta\right].$$

C'est la recherche du maximum de w qui ne peut, à cause de la complexité et de l'enchevêtrement des formules, se faire de façon rigoureuse par l'élimination algébrique. Si nous négligions les variations de la fonction ψ du recul de l'hélice, ainsi que celles des $\cos\theta$, nous trouverions, en remplaçant, dans l'expression de w, X par sa valeur en fonction de Y, d'après les relations (7) de ma première Note :

$$X = X_0\left[1 + \frac{\xi}{\eta^2}\left(\frac{Y}{Y_0} - 1\right)^2\right],$$

et, en dérivant par rapport à Y; que le maximum aurait lieu pour Y satisfaisant à l'équation du deuxième degré suivante :

$$\left(\frac{Y}{Y^0}\right)^2 + 2(1+q)\frac{Y}{Y_0} - 3\left(1 + \frac{\eta^2}{\xi}\right) = 0 \tag{41}$$

avec

$$q = \frac{\varpi}{2\varpi_m}\,\frac{\psi_m}{\psi}\,\frac{\eta^2}{\xi}\,\frac{Y_0}{X_0}\left(\frac{X}{Y}\right)_m = \eta\alpha_m\frac{\varpi\psi_m}{\varpi_m\psi}.$$

Nous tirerions ensuite l'incidence α correspondante par $\frac{Y}{Y_0} = 1 + \eta\alpha$.

Par exemple, avec les données déjà indiquées pour une application, je trouve $\alpha = 3^\circ,34$, tandis que l'angle optimun est $\alpha_m = 5^\circ,029$; et le rapport de la vitesse correspondante w à la vitesse ascensionnelle w_0, qu'on obtient à l'incidence optimum, serait de 1,128, pour $\varpi = 1,22$, au sol.

Mais l'hypothèse de ψ constant fausse considérablement le résultat. *Dans un calcul précis, il n'est pas permis de négliger les variations de* ψ.

Pour en tenir compte, il faut avoir l'expression de ψ ou plutôt de $\frac{1}{\psi}$ en fonction de X'. Posons

$$x = \frac{2H^2}{b}(X + Y\,\mathrm{tang}\,\theta). \tag{42}$$

L'équation qui détermine σ devient : $\frac{1}{\sigma} + \sigma = 2\left(1 + \frac{1}{x}\right)$, d'où :

$$\psi = \left(\frac{1}{2} + a\right)\left(1 + \frac{\sqrt{2x+1}}{x}\right) - \left(\frac{1}{2} - a\right)\frac{1}{x}. \tag{43}$$

Supposons que, pour l'hélice employée, $a = \frac{1}{30}$. La fonction (43) donne à $\frac{1}{\psi}$ les valeurs suivantes :

pour x....	1	1,5	2	2,5	3
$\frac{1}{\psi}$	1,0096	1,0714	1,1157	1,1505	1,1791

qui se représente bien par la fonction du deuxième degré ci-après :

(44) $$\frac{1}{\psi} = 0,8679 + 0,164x - 0,02x^2.$$

Avec d'autres valeurs de a, les coefficients de x et de x^2 seraient peu différents ; je trouve que, pour a compris entre $\frac{1}{25}$ et $\frac{1}{50}$, et x entre 1 et 3, $\frac{1}{\psi}$ se représente, à moins de 3 millièmes, par :

$$\frac{1}{\psi} = 1,008 - 4,2a + (0,152 + 0,36a)x - 0,02x^2.$$

En remplaçant, dans la relation (44), x par $\frac{2H^2}{b}(X + Y \operatorname{tang}\theta)$, nous avons la valeur approchée de $\frac{1}{\psi}$ en fonction de $\operatorname{tang}\theta$:

(45) $$\frac{1}{\psi} = \frac{1}{\psi_0}\left(1 + i \operatorname{tang}\theta - j\,\overline{\operatorname{tang}\theta}^2\right).$$

Les coefficients ψ_0, i et j, tous trois voisins de l'unité, dépendent des caractéristiques H, b et a de l'hélice et de l'angle α (par X et par Y).

En portant dans (38), nous obtiendrons, par approximations successives, la valeur de θ correspondante à α, puis la vitesse v par (31), puis w en multipliant v par $\sin\theta$, puis σ par (35), et enfin n par (4).

Le calcul est laborieux. Mais il vaut la peine d'être fait; le résultat est très intéressant. Pour l'avion hypothétique que nous avons envisagé, par exemple, donnant une hauteur de plafond de 5808^m à l'incidence optimum, nous trouvons que la vitesse ascensionnelle au sol est maximum pour l'angle α égal à 4°,28, intermédiaire entre l'angle optimum 5°,029 et celui que nous avons trouvé, 3°,34, en négligeant les variations du recul. Ce maximum est $w = 3,85$ m : s, tandis que, à l'incidence optimum, $w_0 = 3,82$ m : s. La différence, on le voit, est très petite. *Le pilote peut incliner l'avion dans des limites très écartées, depuis 3°,7 jusqu'à 5°,029, sans que la vitesse ascensionnelle varie de plus de 7,5 millièmes.* Les variations d'inclinaison de la trajectoire sont compensées par celles de la vitesse v. *Mais cette latitude diminue à mesure que l'avion s'élève.*

Pour réaliser la montée la plus rapide, le pilote doit partir avec des incidences un peu plus petites que l'optimum, les augmenter progressivement, pour atteindre l'optimum un peu avant le plafond, et le dépasser ensuite jusqu'à l'incidence α_p qui donne le vrai plafond.

Le calcul de la vitesse ascensionnelle à l'incidence optimum est relativement simple. Établissons dans (45) les coefficients pour correspondre à cette incidence. ψ_0 est alors ψ_m du plafond, et l'on peut écrire :

$$(45') \qquad \frac{1}{\psi} = \frac{1}{\psi_m}(1 + i' \tang\theta) \qquad \text{avec} \qquad i' = i - j \tang\theta.$$

Combinons cette valeur avec (39) et (40); il vient, en posant

$$\left(\frac{X}{Y}\right)_m = f \qquad \text{(finesse de l'avion)},$$

$$(46) \qquad \frac{\psi_m}{\psi} = \frac{(1 - i'f)\varpi_m \cos\theta}{\varpi_m \cos\theta - i' f \varpi},$$

$$(47) \qquad \tang\theta = \frac{f(\varpi - \varpi_m \cos\theta)}{\varpi_m \cos\theta - i' f \varpi},$$

$$(48) \qquad w = f\sqrt{\frac{P}{Y_m}}\,\frac{(\cos\theta)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\varpi}}\,\frac{\varpi - \varpi_m \cos\theta}{\varpi_m \cos\theta - i' f \varpi},$$

relations qui permettent le calcul rapide de $\tang\theta$, d'abord, par approximations successives, très rapidement convergentes, puisque les termes du second membre de (47) qui dépendent de θ varient très peu; ensuite de ψ par (46), de w par (48), puis de σ et de n par (35) et (4).

Je donnerai les résultats des calculs numériques dans une dernière Communication. On constatera, ce que l'aspect de la formule (48) montre assez clairement : 1° que *la vitesse ascensionnelle décroît à peu près linéairement avec l'altitude;* et 2° *que cette vitesse dépend surtout de ϖ_m, c'est-à-dire de la hauteur du plafond.*

Dans le cas où l'on applique un turbo-compresseur qui maintient le couple du moteur constant, il faut, dans les formules précédentes, remplacer A par $A\frac{\varpi_0}{\varpi}$; mais, comme on doit, en même temps, changer l'hélice pour maintenir la vitesse du moteur dans les limites voulues, le pas de l'hélice de l'avion avec turbo devient kH ($k > 1$), et l'on trouve :

$$(49) \qquad w\,(\text{avec turbo}) = f\sqrt{\frac{P}{Y_m}}\,\frac{(\cos\theta)^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\varpi}}\cdot\frac{\varpi_0 - k\varpi_m \cos\theta}{k\varpi_m \cos\theta - i' f \varpi_0}.$$

Par comparaison avec (48), on voit : 1° *que la vitesse ascensionnelle w, au départ du sol, est notablement diminuée;* et 2° *que cette vitesse, au lieu de décroître avec l'altitude, croît au contraire à peu près proportionnellement à* $\frac{1}{\sqrt{\varpi}}$.

Pour terminer, je ferai encore remarquer que les expressions (48) et (49) renferment en numérateur et en dénominateur la différence de deux termes; elles sont donc particulièrement sensibles aux variations de ϖ_m, c'est-à-dire du poids de l'avion ou du couple du moteur; et, comme la vitesse de rotation du moteur est ralentie fortement en montée, il importe de rectifier les premiers chiffres trouvés avec A constant, en tenant compte de ses légères variations avec la vitesse de rotation.

Négligeant les petites variations de $\cos\theta$ et de i' avec θ, on obtient, dans l'hypothèse où P reste constant, en différentiant (48) par rapport à ϖ_m,

$$(50) \qquad -dw = f\sqrt{\frac{P}{Y_m}}\,\frac{(1-i'f)(\cos\theta)^{\frac{5}{2}}\sqrt{\varpi}}{(\varpi_m\cos\theta - i'f\varpi)^2}\,d\varpi_m.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les conditions de formation du coke.* Note de MM. **Georges Charpy** et **Gaston Decorps**.

Nous avons poursuivi les expériences sur la formation du coke qui ont déjà fait l'objet de deux Notes antérieurement présentées à l'Académie par MM. G. Charpy et Godchot [1]. Nous nous sommes principalement proposé d'opérer sur des charbons provenant d'une autre origine que ceux qui avaient fait l'objet des premiers essais et, plus particulièrement, sur les charbons à fortes teneurs en matières volatiles dont l'examen semble d'un intérêt plus immédiat; d'autre part, nous avons fait varier, en même temps que la température de cuisson, la compression préalable en vue de déterminer son influence.

En ne considérant que ces deux variables, compression préalable et température de cuisson, et prenant pour chacune d'elles seulement cinq valeurs échelonnées, on est déjà conduit, pour chaque espèce de charbon, à opérer dans 25 conditions différentes; et, comme chaque essai doit être répété plusieurs fois pour éliminer les erreurs accidentelles, on arrive à compter les mesures à faire, non par centaines, mais par milliers. Il ne saurait donc être question de donner ici le relevé des chiffres observés, mais seulement d'en dégager quelques indications générales. L'étude que

---

(1) M. Godchot, professeur à l'Université de Montpellier, ayant dû rejoindre son poste, j'ai poursuivi les expériences, commencées avec lui, en faisant appel à la collaboration de M. Gaston Decorps. G. Charpy.

nous résumons ici a d'ailleurs encore un caractère préliminaire et a surtout pour but d'arriver à établir nettement le programme qu'il faudra suivre pour l'examen systématique d'un charbon en vue de déterminer son aptitude à la cokéfaction. L'impression qui se dégage de plus en plus, à mesure que s'étend la gamme des combustibles essayés, est que, ainsi que cela était déjà indiqué dans les Notes citées plus haut, chaque charbon possède une individualité très marquée et qu'il serait très imprudent de négliger l'expérimentation directe pour la détermination des conditions les plus favorables à la formation du coke, au moins tant qu'une série très étendue de recherches n'aura pas fait ressortir une loi générale qui existe peut-être, mais que l'on ignore totalement à l'heure actuelle.

On a signalé, dans les Notes antérieures, la variabilité d'effet de la température de cuisson; on retrouve des variations très accentuées, et même des changements de signe, dans l'action de la compression préalable qui, le plus souvent, donne une amélioration notable de la résistance, mais se montre aussi, dans certains cas, sans influence appréciable et produit même, parfois, une diminution marquée de la résistance. On a réuni, dans le Tableau ci-dessous, quelques chiffres relatifs à divers charbons correspondant à ces différents cas.

Numéro d'ordre.	Teneur en cendres.	Teneur en matières volatiles.	Température de cuisson.	Résistance obtenue avec une compression préalable par centimètre carré de 1kg.	20kg.	40kg.	80kg.	100kg.
14	6,62	31,10	700°	24kg	34kg	37kg	52kg	83kg
14	»	»	900	35	30	65	65	90
21	10,62	30,3	700	7	13	19	27	40
21	»	»	900	43	49	47	70	100
4	20,5	22,75	700	19	48	41	63	104
4	»	»	900	28	40	65	73	110
24	19,25	28,50	700	21	35	33	60	65
24	»	»	900	43	44	70	67	71
8	11,72	22,1	700	80	94	84	99	91
8	»	»	900	101	99	110	109	94
5	18,87	19,50	900	160	127	111	108	75
17	12,0	24,35	900	79	46	44	39	38

Les différents charbons qui font l'objet de ce Tableau provenaient de la mine de Blanzy.

Les premiers numéros (14 et 21) correspondent à des charbons partiellement oxydés, donnant avec la soude une coloration brune; on voit que la compression corrige dans une certaine mesure la diminution du pouvoir cokéfiant dû à cette oxydation. Pour les numéros suivants (4 et 24) il y a aussi augmentation progressive de la résistance avec la valeur de la pression appliquée préalablement, mais la résistance initiale était très médiocre; l'influence de la compression est, au contraire, insignifiante sur le n° 18 et paraît nettement nuisible sur les n°s 5 et 17.

Ajoutons que la compression préalable paraît impuissante à améliorer la cokéfaction des charbons trop pauvres en matières volatiles qui restent en poussière quelles que soient les conditions de cuisson, et n'agit pas, non plus, comme on pouvait le prévoir, pour les charbons très gazeux qui se boursouflent fortement pendant la cuisson. Pour ces derniers, le moyen d'amélioration le plus énergique paraît être la cuisson en deux temps, d'abord à basse température (vers 500°), puis à température normale (vers 900°). Dans les nouveaux essais que nous avons effectués à ce sujet, nous avons opéré en agissant seulement sur la température et en évitant de pulvériser et comprimer à nouveau le charbon après distillation à basse température. Toute une série de charbons, ainsi traités (chauffage à 500° pendant 40 minutes, puis chauffage à 900°), nous ont donné des cokes extrêmement solides, présentant des résistances à la compression de plus de 200^{kg} et même de 250^{kg}, les plus élevées que nous ayons observées. Il est à noter que certains de ces charbons fournissent déjà à 500° une agglomération très satisfaisante, correspondant à des résistances qui atteignent parfois plus de 150^{kg} même sans compression préalable; ces produits contiennent encore une proportion importante de matières volatiles; ils correspondent à ce qu'on a appelé des *demi-cokes* ou de la *coalite*, et qui peut être susceptible d'intéressantes applications. Leur formation a lieu presque sans variation de volume; quand on les porte ensuite à 900°, il se produit une forte contraction et l'on obtient des cylindres très denses et très résistants, tandis que par cuisson directe à toutes les températures comprises entre 700° et 1100° on obtient une forte augmentation de volume, un coke boursouflé, très poreux et par conséquent friable.

Nous avons l'honneur de présenter à l'Académie quelques échantillons qui illustrent les observations qui précèdent et résumons dans le Tableau suivant les déterminations qui s'y rapportent :

Numéro d'ordre.	Teneur en cendres.	Teneur en matières volatiles.	Résistance obtenue après cuisson à 500°.	700°.	900°.	1100°.	500°, puis 900°.
26	5,25	27,50	134 kg	73 kg	47 kg	71 kg	> 250 kg
25	13,75	29,10	167	61	62	90	175
17	18,0	24,35	130	75	79	101	240
1*a*	9,25	35,50	39	40	50	46	218
2*a*	20,75	28,75	135	30	77	80	180

Les trois premiers charbons cités dans ce Tableau proviennent des mines de Blanzy, les deux derniers du bassin de la Sarre.

Dans quelques essais (dont une partie a été effectuée avec le concours de M. Marcel Godchot), nous avons opéré sur des masses plus importantes et distillé de 15^{kg} à 20^{kg} de charbon. Le coke ainsi obtenu présentait la forme usuelle et ne se prêtait pas, par conséquent, aux essais de résistance à la compression. Nous l'avons essayé, par la méthode assez généralement employée qui consiste à faire rouler des fragments de dimensions déterminées dans un cylindre en tôle pendant un certain temps, et à mesurer la proportion des fragments qui, après cette épreuve, ne passent pas à travers un tamis de dimensions définies. Nous avons constaté ainsi, d'abord, qu'il y avait corrélation entre la résistance à la compression et la résistance à l'usure dans le tambour qui, elle-même, a été reconnue corrélative de la façon dont le coke se comporte dans le haut fourneau; en second lieu, nous avons pu retrouver, dans ces conditions plus voisines de la pratique, l'influence améliorante de la distillation en deux temps.

Tous les essais effectués jusqu'ici restent, néanmoins, très éloignés de la pratique industrielle et constituent seulement une étude de laboratoire. En raison de l'intérêt même que suscite, actuellement, la question de la cokéfaction, nous sommes les premiers à ne pas vouloir exagérer l'importance des résultats que nous avons obtenus; il est incontestable que leur application, dans la pratique, donnera lieu à de réelles difficultés et soulèvera des problèmes nouveaux. Mais la complexité même des observations faites montre bien qu'une telle recherche ne peut être entreprise d'emblée dans les conditions industrielles proprement dites.

Dans l'étude rationnelle de cette question, comme dans celle de la plupart des phénomènes industriels, il faut, obligatoirement, dégrossir le travail par des essais de laboratoire faciles à varier et à multiplier, et parcourir la première étape que M. Le Chatelier a, depuis longtemps, définie en écri-

vant : « Ce qui importe aux industriels, c'est la détermination numérique et précise des grandeurs élémentaires qui interviennent dans leurs fabrications. »

NOMINATIONS.

M. **Ch. Moureu** est désigné pour faire une lecture à la prochaine séance publique des cinq Académies.

ÉLECTIONS.

Le résultat du second tour de scrutin de l'élection de M. **F. Widal**, dans la Section de Médecine et Chirurgie, doit être rectifié comme il suit :

M. F. Widal obtient	33 suffrages
M. Vincent »	25 »

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Membre de la Section d'Astronomie, en remplacement de M. *Ch. Wolf*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 53,

M. Andoyer obtient.	32 suffrages
M. A. Perot »	20 »
M. Belot »	1 suffrage

M. **Andoyer**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

PRÉSENTATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la formation d'une liste de deux candidats qui sera présentée à M. le Ministre du Commerce et de

l'Industrie pour la chaire d'*Electricité industrielle*, vacante au Conservatoire des Arts et Métiers par le décès de M. *M. Deprez*.

Au premier tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de première ligne, le nombre de votants étant 41,

M. Chaumat obtient. . . . . 31 suffrages
M. Swyngedauw » . . . . 10 »

Au second tour de scrutin, destiné à la désignation du candidat de seconde ligne, le nombre de votants étant 31,

M. Swyngedauw obtient. . . . . 30 suffrages
Il y a 1 bulletin blanc.

En conséquence, la liste présentée à M. le Ministre du Commerce et de l'Industrie comprendra :

En première ligne. . . . . M. **H. Chaumat**
En seconde ligne . . . . M. **Swyngedauw**

CORRESPONDANCE.

M. **Fernandez Navarro** adresse un télégramme de félicitations à l'occasion de la signature de la Paix.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce le décès le 2 juin 1919 de M. *Farlow*, de l'Université Harvard, Correspondant pour la Section de Botanique.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le premier fascicule de la revue mensuelle *L'Aéronautique*. (Présenté par M. P. Appell.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une famille de fonctions multiformes, intégrales d'une équation différentielle du premier ordre.* Note [1] de M. **Pierre Boutroux**, présentée par M. Hadamard.

Dans une précédente Note [2], j'ai indiqué le principe d'une méthode qui permet d'étudier dans tout leur domaine d'existence les fonctions multiformes définies par l'équation différentielle

$$zz' = 3mz + 2x^3 + bx + c. \tag{1}$$

J'ai d'abord défini une famille de branches d'intégrales de (1) [*première famille*] représentée au voisinage de l'infini par le développement [3].

$$z = x^2 + mx + \textit{développ. en puissances de } x^{-1} \text{ et } (C_1 + \eta_1 \log x)\, x^{-2}, \tag{I}$$

et correspondant respectivement aux différentes valeurs du paramètre C_1; puis j'ai exposé comment le problème de la détermination de l'ensemble des branches d'une même intégrale se ramène à l'étude de certaines substitutions fondamentales relatives au paramètre C_1, ces substitutions étant elles-mêmes définies à l'aide de certaines *branches* particulières de fonctions multiformes de C_1. La présente Note a pour objet d'indiquer comment ces branches de fonctions substitutrices peuvent être construites et étudiées, et cela tout d'abord pour les valeurs C_1 de grand module.

A chaque valeur de C_1 correspond, d'après nos conventions, une « branche d'intégrale z », branche représentée au voisinage de $x = \infty$ par le développement [4] (I) et suivie, à partir de $x = \infty$, sur l'ensemble des rayons parallèles à une direction donnée. Partons d'une valeur $\overline{C_1}$ de grand module (grand par rapport aux coefficients m, b, c de l'équation). Je constate que la branche [5] $\hat{z}_{(0)}$ correspondant à une telle valeur $\overline{C_1}$ présente

---

[1] Séance du 23 juin 1919.

[2] *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1150.

[3] Dans ce développement, η_1 est une constante égale à $3m(c + bm + 2m^2)$.

[4] Dans le développement (I), nous sommes convenus de toujours prendre comme valeur de $\log x$ la valeur dont la partie imaginaire est comprise entre $-i\pi$ et $i\pi$.

[5] Pour éviter toute confusion, je conviens, lorsque j'envisage une *branche* de fonction, et non une fonction tout entière, de placer un accent circonflexe sur la lettre qui désigne la fonction.

exactement *quatre* zéros ou points critiques, ayant respectivement pour parties principales les valeurs des quatre racines de $x^4 + bx^2 + 2cx + 2\overline{C}_1$ [et, par conséquent, — si $|\overline{C}_1|$ est très grand par rapport à b et c, — les quatre racines quatrièmes de $-2\overline{C}_1$].

Entourons ces racines de cercles $\gamma_1, \ldots, \gamma_4$ de rayon $|x_1|^\alpha$ (α positif, arbitrairement petit si $|\overline{C}_1|$ est arbitrairement grand). Puis décrivons, à partir de $x = \infty$, quatre lacets fermés $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_4$, enveloppant respectivement les cercles $\gamma_1, \ldots, \gamma_4$ (lacets composés, chacun, d'un chemin rectiligne parcouru deux fois et du contour de l'un des cercles). Les quatre lacets échangent la branche z initiale avec quatre branches qui, au voisinage de $x = \infty$, ont pour partie principale $-x^2$ [et appartiennent, par conséquent, à la *deuxième famille* de branches [1] définies dans ma précédente Note], et dont chacune présente à son tour (si on la suit sur l'ensemble des rayons issus de $x = \infty$) quatre zéros ou points critiques; l'un de ces zéros coïncide avec un zéro de $\hat{z}_{(0)}$; les trois autres sont nouveaux; mais, si $|\overline{C}_1|$ est assez grand, ils sont respectivement situés à l'intérieur des cercles γ relatifs aux zéros de $\hat{z}_{(0)}$: en sorte que les *mêmes lacets* $\Gamma_1, \ldots, \Gamma_4$, qui ont permuté $\hat{z}_{(0)}$ avec quatre branches nouvelles, vont permuter à leur tour ces quatre branches avec douze autres branches nouvelles; et ainsi de suite.

Considérons, en particulier, les circuits formés par les combinaisons de lacets (Γ_1, Γ_2), (Γ_1, Γ_3), (Γ_1, Γ_4). Ces circuits permutent $\hat{z}_{(0)}$ avec de nouvelles branches de la *première famille* et, par conséquent, $\overline{C}_1$ avec trois nouvelles valeurs de C_1 (soit $\overline{C}_{11}, \ldots, \overline{C}_{13}$). Ces dernières sont telles que les rapports $\overline{C}_{11} - \overline{C}_1 | \overline{C}_1$, etc. soient arbitrairement petits en même temps que $\overline{C}_1^{-1}$. Le calcul montre d'ailleurs qu'elles sont définies en fonction de $\overline{C}_1$ par les égalités

$$(2) \qquad \overline{C}_{11} = \overline{C}_1 + 3m \int_{(\Gamma_1 \Gamma_2)} z\,dx, \qquad \ldots, \qquad \overline{C}_{13} = \overline{C}_1 + 3m \int_{(\Gamma_1 \Gamma_4)} z\,dx,$$

z étant l'intégrale de (1) qui coïncide avec $\hat{z}_{(0)}$ à l'origine commune des circuits (Γ_1, Γ_2), etc. Désignons par $\hat{\psi}_1(C_1), \ldots, \hat{\psi}_3(C_1)$ les trois branches de fonctions définies par les seconds membres des égalités (2) lorsqu'on y

---

[1] Branches représentées par le développement $z = -x^2 + nx +$ *développement en puissances* de x^{-1} et de $(C_2 + y_2 \log x)x^{-2}$.

remplace $\overline{C}_1$ par C_1 et que l'on fait varier C_1 en ligne droite à partir de $C_1 = \infty$.

Nous constatons alors que l'on peut trouver un nombre positif K assez grand pour que : 1° les trois branches de fonctions $\hat{\psi}_1, \ldots, \hat{\psi}_3$ soient sûrement holomorphes dans la région $\mathcal{R}$ du plan C_1 limitée par le cercle $|C_1| = K$ et par une coupure rectiligne arbitraire joignant le contour de ce cercle à $C_1 = \infty$; 2° il existe un nombre ε arbitrairement petit avec K^{-1} tel que, si $|C_1| > K(1 + \varepsilon)$, les branches de fonctions inverses de $\hat{\psi}_1, \ldots, \hat{\psi}_3$ et les branches de fonctions $\hat{\psi}_1[\hat{\psi}_2(C_1)], \ldots$, obtenues en superposant un nombre *borné* de fonctions $\hat{\psi}$ et fonctions inverses, soient toutes holomorphes dans $\mathcal{R}$. Nous désignerons par C'_1 l'ensemble des valeurs de C_1 que l'on peut ainsi déduire d'une valeur initiale de C_1 située dans $\mathcal{R}$, en opérant des combinaisons quelconques des substitutions $[C_1, \hat{\psi}_1(C_1)], \ldots, [C_1, \hat{\psi}_3(C_1)]$ et de leurs inverses, et *sans jamais faire sortir* C_1 *de* $\mathcal{R}$ (¹).

Revenant maintenant à notre définition générale de la « branche $\hat{z}$ » pour une valeur quelconque de C_1, appelons *point critique de la branche* tout point critique rencontré sur l'ensemble de rayons (issus de $x = \infty$) qui définit la branche. On déduit de ce qui précède que, si K est assez grand, on peut définir dans le plan x une certaine aire $\mathcal{A}$ (contenant les racines du polynome $2x^3 + bx + c$) telle que toute branche $\hat{z}$ qui présente *au moins un* point critique à l'extérieur de $\mathcal{A}$ corresponde à une valeur de C_1 de module supérieur à K (intérieure à $\mathcal{R}$). Considérons alors, dans le plan x, un circuit fermé *quelconque*, issu de $x = \infty$, *tout entier extérieur à l'aire* $\mathcal{A}$, et échangeant deux branches $\hat{z}$ de la première famille, par conséquent deux valeurs de C_1. L'ensemble des circuits répondant à ces conditions permute C_1 avec un ensemble de valeurs C''; je constate que ces valeurs C'' sont toutes comprises parmi les valeurs C'_1 définies plus haut. En d'autres termes, *l'ensemble total des valeurs de* C_1, *appartenant à une même intégrale, que l'on peut déduire les unes des autres en faisant varier* x *arbitrairement mais sans pénétrer dans* $\mathcal{A}$, *peut être obtenu par multiplication des trois substitutions fondamentales* $[C_1, \hat{\psi}_1(C_1)], \ldots$ *et de leurs inverses.*

(¹) J'entends par là que les différentes valeurs de C_1 qu'échangent les substitutions successives, dont est composée l'une quelconque des combinaisons envisagées, sont toutes intérieures à $\mathcal{R}$.

Ce point acquis, on voit que, pour achever la définition des substitutions fondamentales, c'est-à-dire la construction des branches de fonctions $\hat{\psi}$, il suffira de savoir agrandir progressivement (en les déformant d'une manière continue) la région $\mathcal{A}$ du plan x et la région $\mathcal{R}$ du plan C_1 dans lesquelles les branches $\hat{\psi}$ sont définies et reconnues holomorphes.

HYDRAULIQUE. — *Sur les conduites forcées à caractéristique variable.* Note de M. G. GUILLAUMIN, présentée par M. Boussinesq.

I. La transformation d'abscisse

(1) $$X = \int_0 \frac{dx}{a(x)}$$

remplace les équations générales des conduites forcées (¹) par le système suivant :

(2) $$\left\{ \begin{aligned} g\frac{dy}{dX} &= \gamma\frac{du}{dt} \\ g\frac{dy}{dt} &= \gamma\frac{du}{dX} \end{aligned} \right. \qquad \left(\gamma = \frac{a}{\sigma}\right),$$

dont l'examen montre qu'on peut toujours ramener l'étude d'une conduite quelconque à celle d'une conduite fictive pour laquelle la vitesse de propagation est constante, et égale à l'unité par exemple, la section étant prise égale à $\frac{\sigma}{a}$.

M. Eydoux a donné à la quantité $\gamma = \frac{a}{\sigma}$ le nom de *caractéristique* de la conduite au point d'abscisse x. On voit, d'après le système (2), que les conduites où la section et la vitesse de propagation sont variables, mais dont la caractéristique est constante, ont des propriétés en tous points identiques à celles des conduites cylindriques d'épaisseur constante.

II. La caractéristique possède une autre propriété intéressante qu'on peut mettre en évidence en posant

(3) $$y = \frac{\sqrt{\gamma}}{g}Y, \qquad u = u_0 + \frac{U}{\sqrt{\gamma}}.$$

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 605.

On obtient, pour les équations générales,

$$(4)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{dY}{dX}+\alpha Y=\frac{dU}{dt} \\ &\frac{dY}{dt}+\alpha U=\frac{dU}{dX} \end{aligned}\right. \qquad \left(\alpha=\frac{d\log\sqrt{\gamma}}{dX}\right).$$

Si l'on applique les équations (4) au passage d'une *onde à front raide*, due, par exemple, à une fermeture très brusque (instantanée) du distributeur, Y et U peuvent y être négligés par rapport à leurs dérivées. Un raisonnement très simple montre alors que le coup de bélier et le débit, après le passage de l'onde, satisfont aux égalités

$$gy=K\sqrt{\gamma}=K\sqrt{\frac{a}{\sigma}}, \qquad u_0-u=\frac{K}{\sqrt{\gamma}}=K\sqrt{\frac{\sigma}{a}},$$

K étant une quantité indépendante de X, donc de x. Le coup de bélier propagé varie en raison directe de la racine carrée de la caractéristique; c'est l'inverse pour la réduction de débit.

III. Du système (4), on déduit, par différentiation, les équations aux dérivées partielles du second ordre auxquelles satisfont séparément les variables Y et U :

$$(5)\qquad \left\{\begin{aligned} &\frac{d^2Y}{dt^2}-\frac{d^2Y}{dX^2}=\;\;Y\left(\frac{d\alpha}{dX}-\alpha^2\right), \\ &\frac{d^2U}{dt^2}-\frac{d^2U}{dX^2}=-U\left(\frac{d\alpha}{dX}+\alpha^2\right). \end{aligned}\right.$$

L'une de ces équations se réduit à l'équation des cordes vibrantes dans les deux cas particuliers suivants :

$$(6)\qquad \sqrt{\gamma}=\sqrt{\gamma_0}(1+mX), \qquad \sqrt{\gamma}=\frac{\sqrt{\gamma_0}}{1+mX},$$

pour lesquels l'intégration se fait, sans quadratures, par des formules générales identiques ou analogues à celles données dans notre première Note. En particulier, les conduites pour lesquelles la variation de la caractéristique, en fonction de l'abscisse rectifiée X, est exprimée par la deuxième des formules (6), ont des propriétés identiques à celles des conduites tronconiques étudiées précédemment.

IV. Les équations (5), qui se ramènent, par un changement de variables

évident, au type harmonique particulier

$$\frac{d^2 z}{d\xi\, d\eta} = z\psi(\xi - \eta),$$

ont une infinité de solutions périodiques en t de la forme suivante (en ce qui concerne Y par exemple) :

$$Y = \sin\left(\frac{2\pi}{\varepsilon}t + \delta\right)F(X),$$

la fonction F satisfaisant à l'équation différentielle

$$(7) \qquad F'' + F\left[\frac{4\pi^2}{\varepsilon^2} - \psi(X)\right] = 0.$$

Lorsque le distributeur est fermé, on doit avoir

$$(8) \qquad \begin{cases} F'(0) + \alpha_0 F(0) = 0, \\ F\left(\frac{\theta}{2}\right) = 0 \end{cases} \qquad \left(\theta = 2\int_0^l \frac{dx}{a(x)}\right).$$

On sait qu'alors les périodes ε d'oscillation sont déterminées par une équation entière. Dans le cas particulier des conduites du type tronconique, c'est-à-dire dont la caractéristique satisfait à la seconde des égalités (6), cette équation s'écrit [1]

$$(9) \qquad (2p+1)\pi = 2\pi\frac{\theta}{\varepsilon} - 2\,\text{arc tang}\frac{m\varepsilon}{2\pi} \qquad (p \text{ entier}).$$

La plus grande période propre d'oscillation, correspondant à $p = 0$, est inférieure ou supérieure à 2θ suivant que la caractéristique décroît de l'aval vers l'amont ou inversement.

Quant aux conduites cylindriques hétérogènes à deux tronçons, elles ont, comme équation aux périodes,

$$(10) \qquad \text{tang}\frac{2\pi}{\varepsilon}\frac{l_1}{a_1}\cdot\text{tang}\frac{2\pi}{\varepsilon}\frac{l_2}{a_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2},$$

équation dont des solutions particulières sont des harmoniques de la conduite totale supposée homogène,

$$\varepsilon = \frac{4\left(\frac{l_1}{a_1} + \frac{l_2}{a_2}\right)}{2(k+k')+1},$$

---

[1] Voir aussi *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 726.

lorsque les deux tronçons sont tels que l'on ait, par exemple,

$$\frac{l_1 a_2}{l_2 a_1} = \frac{2k'}{2k+1}.$$

Enfin les périodes des conduites à trois tronçons de M. de Sparre sont données, pour un premier groupe, par l'équation

$$(11) \qquad \cos\frac{2\pi\omega}{\varepsilon} = 1 - \frac{2}{\left(1+\frac{\gamma_2}{\gamma_1}\right)\left(1+\frac{\gamma_3}{\gamma_2}\right)} \qquad \left(\omega = 2\frac{l_1}{a_1} = 2\frac{l_2}{a_2} = 2\frac{l_3}{a_3}\right);$$

mais ces conduites admettent en outre, comme solutions particulières, tous les harmoniques, d'ordre multiple de 3, de la conduite totale supposée homogène $\left(\varepsilon = \frac{2\omega}{2p+1}\right)$.

BALISTIQUE INTÉRIEURE. — *Sur les phénomènes qui se produisent dans la combustion de la poudre en vase clos.* Note de M. **Létang**, présentée par M. Sebert.

A la base de la balistique intérieure se trouve l'étude des phénomènes qui se produisent dans la bombe. Le problème est le suivant :

Étant donnée une charge brûlant en vase clos, déterminer :

1° La loi qui lie la pression à la quantité de poudre brûlée ;

2° La loi qui détermine la vitesse de combustion en fonction de la pression ou de toute autre variable.

1° La loi qui donne la pression en fonction de la quantité de poudre brûlée est la loi de Noble et d'Abel, qui s'exprime ainsi :

Si P désigne la pression à un instant donné ;
f, la force de la poudre ;
v, le volume de la chambre à poudre ;
ϖ, le poids de la poudre ;
ϖz, la quantité de poudre brûlée à l'instant considéré ;
δ, la densité de la poudre ;
η, le covolume des gaz ;

on a

$$P = \frac{f\varpi z}{v - \frac{\varpi}{\delta}(1-z) - \eta\varpi z}.$$

2° On admet, en général, que la vitesse de combustion est proportionnelle à une puissance déterminée de la pression.

En partant de la théorie cinétique des gaz, j'ai étudié la loi qui relie la vitesse de combustion à la pression. J'ai admis que la décomposition étant commencée, il était nécessaire, pour qu'elle se poursuive, que la force vive de certaines des molécules en liberté soit supérieure à une quantité donnée. De cette étude, qui fait l'objet d'un mémoire détaillé, j'ai pu déduire les résultats suivants :

Si l'on suppose que les produits de la décomposition de la poudre soient constamment les mêmes et dans les mêmes proportions, on doit admettre que la vitesse de combustion est proportionnelle à la pression. La formule qui donne la vitesse de combustion peut alors se mettre sous la forme

$$\frac{dz}{dt} A\varphi(z) P,$$

A désignant la vivacité de la poudre, $\varphi(z)$ une fonction tenant compte de la forme de la poudre.

Si les produits de la décomposition varient tout le long de la combustion, comme il résulte des expériences de Noble et Abel et de l'étude des courbes de refroidissement, il est impossible d'admettre la proportionnalité à la pression. Cette proportionnalité ne saurait exister que si la variation de la densité de chargement n'était pas trop étendue.

La loi qui relie la pression à la vitesse de combustion dépendrait de la variation de l'équilibre chimique qui se produit à chaque instant entre les produits de la décomposition. Comme la vitesse avec laquelle l'équilibre se produit croît avec la température et la masse des gaz en présence, il y aurait un grand intérêt à employer dans les expériences de grandes bombes de dimensions analogues à celles des chambres à poudre des bouches à feu avec des charges de l'ordre de celles qui sont utilisées en artillerie.

Ces considérations sont renforcées du fait de l'influence refroidissante des parois et de l'importance relative des charges d'appoint qui tendent à modifier l'équilibre produit. Enfin, il semble difficile d'admettre la constance de la force de la poudre en fonction de la densité de chargement. Il ressort d'ailleurs des expériences que la force augmente avec la densité de chargement.

Si la variation de la densité de chargement n'est pas trop grande, de 0,1 à 0,25 par exemple, on peut admettre, comme nous l'avons indiqué, que la vitesse de combustion est proportionnelle à la pression. Dans ces condi-

tions, la vivacité peut être considérée comme constante pendant toute la durée de la combustion et le produit $A\varepsilon f^{\frac{1}{2}}$ varie peu pour des poudres de composition déterminée, ε désignant l'épaisseur de la poudre.

MÉCANIQUE INDUSTRIELLE. — *Sur les essais de flexion par choc de barreaux entaillés.* Note de M. **André Cornu-Thénard**, présentée par M. Georges Charpy.

Dans une Note antérieurement présentée à l'Académie [1] nous avons exposé, M. Georges Charpy et moi, les conclusions principales d'une série de recherches, entreprises pour mettre en évidence l'influence des divers facteurs intervenant dans l'essai de flexion au choc sur barreaux entaillés, en particulier l'entaillage et la vitesse d'impact. A ce dernier point de vue, nos expériences, effectuées exclusivement sur des aciers traités pour emplois usuels (trempés et revenus), ont montré que, en prenant comme limites les valeurs extrêmes réalisées sur les différentes machines de choc couramment employées en France, on pouvait considérer l'action de la vitesse comme pratiquement négligeable.

En présence des opinions contradictoires fréquemment exprimées à ce sujet par les métallurgistes, nous avons cru opportun de reprendre, par une autre méthode, l'étude de l'influence de la vitesse; nous nous sommes proposé, à cet effet, de pousser les choses à l'extrême [2] et de comparer, d'une part, les résultats des essais, par choc, aux plus grandes vitesses usuelles et, d'autre part, les résultats des essais par action très lente, dans les conditions réservées à ce qu'on désigne communément sous le nom d'*épreuve statique*.

Comparaison des résultats des essais par sollicitation vive ou lente. — Nous essayons uniformément des barreaux de $10 \times 10 \times 53,3$, entaillés suivant le profil défini par le Congrès de Copenhague de l'Association internatio-

---

(1) Georges Charpy et André Cornu-Thénard, *Comptes rendus*, t. 164, 1917, p. 473 et suiv.

(2) Nos expériences portent sur un matériel très varié, tel que les aciers extra-doux, demi-dur, demi-dur au nickel, dur au chrome et au nickel, des alliages à 3 pour 100 de silicium, à 23 pour 100 de nickel, etc.

nale pour l'essai des matériaux (entaille ronde, au foret de $1^{mm},3$ de diamètre à mi-épaisseur). Dans l'épreuve au choc, nous adoptons une vitesse d'impact de $5^{m},30$ par seconde; dans l'épreuve par sollicitation lente, nous obtenons une vitesse de 60^{mm} à l'heure, en montant le barreau, par l'intermédiaire d'un dispositif de réversion, sur une machine à traction ordinaire, actionnée à la main. Pour faire le calcul de cette dernière détermination, nous construisons le diagramme représentant les flèches prises par l'éprouvette en fonction des efforts supportés par elle, diagramme dont le planimétrage fournit la valeur des travaux absorbés par la rupture.

Dans les deux conditions extrêmes ainsi réalisées, la vitesse du couteau, au moment où il vient en contact avec le barreau, varie dans le rapport de 1 à 10^{-5}, alors que dans les expériences précédentes elle variait seulement de 1 à $\frac{1}{3}$.

Ce nouveau travail corrobore, au delà de toute prévision, nos conclusions antérieures, si l'on s'en tient aux aciers trempés et revenus ou recuits normalement; pour ce matériel bien déterminé, en effet, le travail de rupture par sollicitation vive est très voisin (à 10 ou 20 pour 100 près) du travail de rupture par sollicitation lente, celui-ci étant généralement plus petit que celui-là, dans le cas des métaux trempés et revenus, et plus grand dans le cas des métaux recuits.

Ces conclusions ne sont, malheureusement, pas générales. En cherchant à les étendre à l'ensemble des états physiques sous lesquels on peut rencontrer les aciers examinés, nous avons mis en évidence une exception qui distingue nettement les uns des autres les résultats du choc de ceux de l'action progressive et qui, de ce fait, interdit l'identification de ces deux modes opératoires. Cette exception, d'une importance pratique considérable, c'est l'acier extra-doux [1] (métal à tôles de chaudières, métal de cémentation, etc.) qui la présente, lorsqu'il se trouve à l'état cristallisé à

---

[1] Sous ses deux états (texture fine et texture grains), si différents au point de vue de la résilience, l'acier extra-doux donne à l'essai de traction des résultats très voisins, tout au moins en ce qui concerne la limite de rupture, l'allongement et la striction.

	Limite		Allongement	Striction
	élastique.	de rupture.	pour 100.	pour 100.
Extra-doux traité	33,1	45,5	39	75,3
Extra-doux cristallisé	17,4	37,9	37	63,9

gros grains : cette structure, qu'on obtient aisément au laboratoire par réchauffage à haute température ou par recuits prolongés, peut être facilement aussi réalisée à l'atelier, lorsque, après un écrouissage plus ou moins brutal, les produits viennent à séjourner quelque temps à une température convenable.

Pour ce métal, en effet, le travail de rupture par sollicitation lente est quatre fois supérieur au travail de rupture par choc à la vitesse de $5^m,30$ par seconde; cette augmentation de la valeur de la résilience se manifeste, d'ailleurs, par une modification très nette du mécanisme de rupture, la cassure de l'éprouvette étant sèche quand la résilience est basse, et, au contraire, très fortement strictionnée quand la résilience est élevée. La différence entre les deux types d'essais ressort donc nettement de ces observations, que le Tableau ci-dessous permet de chiffrer en les comparant aux déterminations fournies par les aciers dont nous avons parlé plus haut.

	Travaux de rupture		
Désignation des aciers.	par action lente Θ (en kgm).	par choc T (en kgm).	Rapport $\frac{T-\Theta}{T}\times 100$.
Extra-doux traité pour emploi usuel......	6,98	8,54	+ 18
Demi-dur au nickel traité...............	5,04	5,07	+ 0
Dur au chrome et au nickel traité........	2,86	3,17	+ 9
» » recuit.......	1,45	1,51	+ 3
Extra-doux cristallisé à gros grains.......	3,71	1,06	—250

Ce Tableau met en évidence les divers points que nous avons résumés ci-dessus; il montre, en outre, que l'ordre de succession du matériel est notablement troublé, suivant qu'on envisage les résultats de l'un ou l'autre des deux modes d'épreuves.

La sollicitation vive classe, en effet, l'extra-doux cristallisé à gros grains derrière le chrome nickel dur traité et même derrière le chrome métal dur recuit, tandis que la sollicitation progressive le classe devant le chrome nickel dur aux deux états considérés.

Conclusions. — Pour la grande majorité des aciers trempés et revenus ou recuits normalement, les travaux absorbés par la rupture de barreaux entaillés diffèrent très peu les uns des autres, que la sollicitation soit vive ou lente.

Mais le cas exceptionnel (il peut y en avoir d'autres) de l'extra-doux

cristallisé à gros grains suffit à lui seul à imposer le choc dans l'exécution des essais de flexion sur barreaux entaillés, et à interdire l'action progressive, malgré tout l'intérêt que ce dernier genre d'épreuves pourrait offrir.

D'autre part, d'après un certain nombre de déterminations effectuées à des vitesses intermédiaires entre les deux vitesses extrêmes que nous avons fait intervenir, il semble bien que le phénomène signalé ne présente pas de discontinuité; il convient, en conséquence, de prévoir, dans la définition des machines de choc, une limite inférieure à la hauteur de chute.

MÉCANIQUE ET PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Actions mécaniques à hérédité discontinue par propagation; essai de théorie dynamique de l'atome à quanta.* Note de M. **Marcel Brillouin.**

1. Considérons une particule qui se meut dans un milieu élastique avec une vitesse *beaucoup plus grande* que la célérité (ω) des ondes élastiques. Supposons que, soit par des vibrations propres, soit comme conséquence du déplacement dans le milieu, la particule émette à chaque instant des ondes émanant de sa position instantanée comme centre. Si la trajectoire est périodique ou quasi périodique, toujours contenue à l'intérieur d'une sphère d'un diamètre beaucoup moindre que le produit de ωT de la période par la célérité, la particule sera rejointe à chaque instant un nombre fini de fois par les ondes qu'elle a émises au cours de son mouvement antérieur; c'est cette circonstance très particulière sur laquelle je veux attirer l'attention.

2. Soient x, y, z les coordonnées de la particule au temps t, ds un élément de la trajectoire, et u la vitesse le long de cet élément.

Soient ξ_k, η_k, ζ_k ses coordonnées à l'époque antérieure $t - \tau_k$.

L'onde émise au passage par le point M_k rejoindra la particule au moment t où elle atteint sa position actuelle, si l'on a

$$r_k = \omega \int_{M_k}^{M} \frac{ds}{u} = \omega \tau_k \tag{1}$$

en posant

$$r_k = \sqrt{(x-\xi_k)^2 + (y-\eta_k)^2 + (z-\zeta_k)^2}. \tag{2}$$

L'intégrale doit être prise en faisant, au besoin, un nombre fini de tours, si la trajectoire est rigoureusement fermée.

A chaque position du point réel sont associées, si u est beaucoup plus grand que ω, un nombre *fini* de positions *antérieures* M_k du même point dont les ondes atteignent le point réel au temps t.

Cela constitue bien un champ à *hérédité* (suivant la terminologie de Volterra), mais discontinue.

Le point se meut donc dans le champ d'action de n points virtuels, qu'il traîne derrière lui sur sa trajectoire; car l'équation (1) ne peut être satisfaite que pour des points distincts M_k, sauf dans le cas très particulier du mouvement rectiligne avec la vitesse u égale à la célérité elle-même.

3. Les mouvements quasi périodiques à étudier se classeront d'après le nombre n des points virtuels actifs. Il paraît bien évident [1] que les mouvements permanents seront des mouvements à nombre n *constant;* l'énergie de la particule dans le champ de ses n positions antérieures, et en général tout invariant intégral de son mouvement, éprouvera une variation finie lorsque le nombre n changera d'une unité; ce changement par le passage d'une trajectoire permanente à n points actifs virtuels, sur une autre à $n+n'$ points actifs virtuels, sera accompagné de vibrations entièrement définies par la position dynamique classique du problème, et la loi d'émission adoptée.

4. Il semble donc que l'on puisse formuler une hypothèse *dynamique* douée des qualités nécessaires pour représenter les propriétés essentielles de l'atome de Bohr, lorsqu'on saura choisir la loi d'émission comme il convient.

Hypothèse I. — *Outre la vitesse de la lumière, le milieu universel (éther) possède une célérité de propagation* beaucoup plus petite [*de l'ordre de quelques dizaines de kilomètres par seconde* (?)]. *Les phénomènes de quanta apparaissent lorsque les électrons se meuvent avec une vitesse supérieure à cette célérité, le long d'orbites quasi périodiques, de telle sorte que l'électron soit à chaque instant dans le champ d'un nombre fini de ses positions antérieures.*

---

(1) C'est une évidence quasi intuitive; mais, comme c'est là ce qui donne naissance à la discontinuité analogue aux quanta, il sera nécessaire de s'assurer qu'il en est bien ainsi pour les lois d'émission dont on fera l'étude analytique complète.

La nature et la grandeur des discontinuités mécaniques, qui accompagnent le changement du nombre entier n, dépendent de la loi d'émission de l'électron en mouvement et de la nature des ondes propagées (avec ou sans rotation).

On imagine facilement comment les phénomènes chimiques peuvent être rattachés à l'hypothèse actuelle.

5. Hypothèse II. — *Supposons en particulier que l'énergie du point mobile dans le champ d'une de ses positions antérieures soit*

$$\Phi = \pm \frac{B^2}{r_k}. \tag{3}$$

L'équation (1) qui détermine cette position pourra s'écrire

$$\Phi \int_{M_k}^{M} \frac{ds}{u} = \frac{B^2}{\omega}. \tag{4}$$

Le premier membre est une *action*, qui joue un rôle dans le mouvement du point, et l'équation (4) montre que cette action a une valeur constante; *c'est la constante h de Planck*.

Elle intervient une fois pour chaque position antérieure active du point; n fois si la trajectoire étudiée porte n points antérieurs actifs.

Les problèmes définis dans cette Note me paraissent mériter une étude approfondie, qui ne saurait trouver place ici, tant au point de vue dynamique pur qu'au point de vue physique et chimique.

PHYSIQUE. — *Nouvelles parois poreuses à filtration dissymétrique.* Note de M. **Louis Benoist**, présentée par M. Lippmann.

Au cours de recherches faites pendant la guerre, dans le but de déceler l'arrivée des nappes de gaz asphyxiants par un dispositif automatique fondé sur le phénomène et la loi de Graham (diffusion sélective des gaz de densités différentes au travers d'une cloison poreuse), j'ai pensé que si l'on pouvait réaliser une porosité spéciale où le diamètre des pores irait en variant progressivement d'une face à l'autre, le passage d'un même gaz ou d'un même liquide au travers d'une telle cloison, au lieu de se faire avec la même vitesse dans les deux sens, serait accéléré dans le sens des diamètres croissants, par analogie avec l'effet Venturi (accroissement de

la vitesse d'écoulement des liquides dans les ajutages coniques divergents).

La Manufacture de Sèvres voulut bien, sur ma demande, faire quelques essais de fabrication de plaques en faïence poreuse, à porosité variant d'une face à l'autre, sinon d'une façon régulièrement progressive, ce qui offrait des difficultés de fabrication presque insurmontables, du moins avec trois étages de porosités bien distinctes, superposés dans la même plaque. En même temps que ces plaques complexes, avaient été cuites des plaques simples représentant chacun des trois types de porosité, et permettant d'en mesurer la valeur.

J'ai pris, pour définition de la porosité, le rapport du volume total des pores au volume réel total de la matière solide, ce rapport étant déduit de la densité réelle de cette matière, de son poids, et de celui de l'eau qu'elle absorbait à saturation.

Par exemple, dans une des plaques complexes expérimentées, les trois porosités composantes étaient :

$$P_1 = 0,30,$$
$$P_2 = 0,23,$$
$$P_3 = 0,18.$$

Or, en mesurant la durée d'écoulement d'un même volume d'eau, sous une même pression initiale, au travers de la plaque complexe $(P_1 P_2 P_3)$, tantôt dans un sens, tantôt dans l'autre, j'ai bien obtenu deux vitesses différentes, la plus grande étant bien dans le sens $P_3 \rightarrow P_1$. Le rapport de ces deux vitesses était égal à 1,27.

Ce système réalise donc bien un effet analogue à l'effet Venturi.

De telles parois poreuses, une fois leur fabrication débarrassée des difficultés qu'elle a paru présenter, seraient aptes à rendre d'utiles services dans un certain nombre d'applications scientifiques et industrielles.

PHYSIQUE. — *Amplificateurs pour courants continus et pour courants de très basse fréquence.* Note de MM. **Henri Abraham** et **Eugène Bloch**, présentée par M. J. Violle.

L'amplification par les lampes à trois électrodes a été appliquée le plus souvent soit aux courants alternatifs de haute fréquence utilisés en télégra-

phie sans fil, soit aux courants de fréquence musicale utilisés en téléphonie. Ces deux modes d'amplification sont même employés successivement dans bien des modèles d'amplificateurs de télégraphie sans fil; après avoir amplifié, puis détecté le courant de haute fréquence reçu par l'antenne, on amplifie à son tour le courant de fréquence musicale résultant du décèlement, avant de l'envoyer dans le téléphone récepteur.

Il est important, dans certaines applications, de pouvoir amplifier également les courants alternatifs de très basse fréquence (de 1 à 100 alternances par seconde) ou même les courants continus. C'est ce qui arrive, par exemple, lorsqu'on se propose d'inscrire mécaniquement les signaux de télégraphie sans fil. Les inscripteurs mécaniques (galvanomètres inscripteurs, appareil Morse, etc.) nécessitent des courants de l'ordre du milliampère. Si on veut les réaliser sans relais mécanique, ce qui présente d'importants avantages, l'amplification par lampes doit être poussée au maximum. On peut alors se proposer, après amplification et décèlement du courant alternatif musical que l'on entend d'ordinaire dans les téléphones récepteurs, d'amplifier encore le courant variable qui résulte de ce décèlement et qui correspond au rythme même des signaux Morse : c'est là un courant alternatif de très basse fréquence.

Nous avons réalisé deux types d'amplificateurs permettant de résoudre ce problème : *l'amplificateur à courants continus* et *l'amplificateur de très basse fréquence*.

1° Si le circuit de plaque d'une lampe renferme une résistance comparable à celle de la plaque (50000 ohms environ), une variation du potentiel de la grille entraîne une variation de courant dans la plaque, et par suite un changement du potentiel de celle-ci. On peut transmettre directement ce changement à la grille d'une autre lampe, à condition d'intercaler sur le fil de communication une batterie auxiliaire, qui ramène le potentiel de cette grille au point de fonctionnement le plus favorable. En répétant cette *liaison par piles* entre les lampes successives d'un amplificateur à résistances, on réalise un amplificateur capable de fonctionner *pour toutes fréquences* et en particulier pour les fréquences les plus basses et même pour le courant continu.

Comme le voltage de la batterie de liaison entre deux lampes ne peut varier que par échelons discontinus (de 2 volts s'il s'agit d'accumulateurs) un peu trop grands pour régler avec précision le potentiel de la grille, il est bon d'intercaler en série avec chaque résistance de plaque une petite résistance variable qui permettra aisément de faire un réglage plus parfait.

La nécessité de disposer, en plus des batteries de chauffage et de haut voltage, d'une nouvelle batterie auxiliaire pour chaque étage d'amplification, introduit une complication qui a fait renoncer à ce dispositif pour les fréquences de télégraphie sans fil et les fréquences musicales. Mais son emploi devient utile aux fréquences très basses, et nécessaire pour l'amplification du courant continu par lampes.

2° On peut aussi établir les liaisons entre lampes successives d'un amplificateur à résistances par des *capacités très élevées*, allant de 0,1 à 2 microfarads. On donne ainsi à l'amplificateur, dont les grilles sont, comme toujours, munies de résistances de décharge de quelques mégohms, *une très grande constante de temps*, pouvant atteindre plusieurs secondes (¹). Il en résulte l'inconvénient d'une mise en régime relativement lente. Par contre, l'appareil amplifie très correctement les courants de période inférieure à sa constante de temps. L'expérience montre qu'il y a avantage à shunter les résistances de plaque par des capacités assez élevées (0,25 microfarad environ), afin d'éviter les réactions de l'amplificateur de très basse fréquence sur les amplificateurs de basse fréquence qui le précèdent.

On donnera, dans chaque cas particulier, aux condensateurs de liaison, les plus petites valeurs compatibles avec le rythme des courants que l'on veut amplifier. Quand, par exemple, il s'agit d'amplifier les courants qui suivent le rythme des traits et des points d'une réception de télégraphie sans fil, on prendra des capacités égales à 0,5 microfarad, s'il s'agit de transmissions lentes faites à la main (moins de dix variations par seconde); il suffira au contraire de capacités de 0,1 microfarad pour les réceptions de signaux émis automatiquement à raison de 40 ou 50 mots à la minute.

Les applications des amplificateurs dont nous venons d'indiquer le principe sont assez nombreuses. Outre l'amplification des courants destinés à l'inscription des signaux de télégraphie sans fil, nous citerons encore : l'entretien des oscillations mécaniques lentes (pendule), et la mesure, après amplification, des courants continus très faibles que l'on rencontre dans les phénomènes d'ionisation.

(¹) Il est peu commode de se servir ici de la liaison par transformateurs, à cause du poids et de l'encombrement des transformateurs possédant des constantes de temps de l'ordre de la seconde.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Préparation de quelques hydrocarbures volatils acycliques ou cycliques saturés renfermés dans les essences de pétrole.* Note [1] de MM. G. CHAVANNE et L.-J. SIMON, présentée par M. Ch. Moureu.

Les recherches rassemblées ici nous ont été imposées par la nécessité d'avoir à un état de pureté suffisant les hydrocarbures volatils pour fixer leurs températures de critique de dissolution dans l'aniline.

CARBURES ACYCLIQUES : *Pentane normal et isopentane.* — Ils ont été extraits des têtes de distillation d'une assez grande quantité d'essences légères au moyen de fractionnements répétés suivis d'une purification chimique contrôlée par la mesure des densités et des TCD

Pentane.......	TCD $= 72°$	$D_0^4 = 0,6454$	Eb. $= 36°,3$
Isopentane.....	TCD $= 77°$	$D_0^4 = 0,6394$	Eb. $= 28°$

Hexane normal et isohexane. — La TCD de l'hexane normal a été soigneusement déterminée par Timmermans qui l'a fixée à 69°.

Synthèse de l'isohexane. — Elle a été effectuée en partant de l'oxyde de mésityle de l'acétone. Cette substance fixe, en présence de noir de platine, deux, puis quatre atomes d'hydrogène (VAVON, *Thèses*) pour conduire au méthylisobutylcarbinol

$$CH^3 - CO - CH = C(CH^3)^2,$$
$$CH^3 - CHOH - CH^2 - CH(CH^3)^2.$$

Déshydraté par l'emploi d'acide *p* toluène sulfonique, cet alcool fournit le carbure éthylénique correspondant sur lequel on fixe, à nouveau, deux atomes d'hydrogène en présence de platine

$$CH^3 - CH = CH - CH(CH^3)^2,$$
$$CH^3 - CH^2 - CH^2 - CH(CH^3)^2.$$

Cet échantillon synthétique distillait entre 61°,7 et 62°,4. Sa densité $D_{15}^4 = 0,658$ et sa TCD $= 73°,8$.

Par comparaison, l'isohexane, extrait d'une essence naturelle après traitement chimique associé à une série de fractionnements soignés, présentait

---

[1] Séance du 16 juin 1919.

une portion prépondérante distillant entre 60° et 61°. La densité $D_{15}^{4} = 0,661$ et sa TCD = 72°,8 dénonçaient une purification encore incomplète.

Isoheptane. — Il a été préparé par condensation des bromures d'éthyle et d'isoamyle au moyen du sodium (Grimshaw). Il a été rectifié puis purifié par dissolution fractionnée dans l'aniline qui extrait l'excès de bromure alcoolique, puis encore au moyen de traitements successifs par l'acide chlorhydrique, l'eau, l'acide sulfurique concentré, le mélange sulfonitrique et finalement par l'acide sulfurique

$$TCD = 72°,8, \quad D_{15}^{4} = 0,6842, \quad Eb. = 90° - 91°.$$

Heptane. — Un premier échantillon synthétique a été préparé à partir de l'acide butyrique. Cet acide a été transformé en butyrone et celle-ci convertie en alcool secondaire par hydrogénation en présence de platine. L'alcool est déshydraté par une petite quantité d'acide *p* toluène sulfonique; enfin l'heptène obtenu ainsi est transformé en heptane par hydrogénation en solution acétique en présence de platine

$$C^2H^5 - CH^2 - CO - C^3H^7,$$
$$C^2H^5 - CH^2 - CHOH - C^3H^7,$$
$$C^2H^5 - CH = CH - C^3H^7,$$
$$C^2H^5 - CH^2 - CH^2 - C^3H^7.$$

Comme l'acide butyrique pouvait être insuffisamment pur, on a préparé un autre échantillon plus pur d'heptane par hydrogénation catalytique du carbure acétylénique correspondant, l'heptine de l'œnanthol.

$$TCD = 70°,0, \quad D_{15}^{4} = 0,6879, \quad Eb. = 98° - 98°,3.$$

Octane normal. — Obtenu synthétiquement par action du sodium sur le bromure de butyle normal, il a été purifié au moyen de traitements successifs par l'acide sulfurique, le mélange sulfonitrique et par extraction à l'aniline qui enlève les dernières traces de bromure :

$$TCD = 71°,8, \quad D_{15}^{4} = 0,7063, \quad Eb. = 125°,8.$$

Carbures cycliques saturés. — Pour *le cyclohexane*, on avait la valeur 31° de M. Timmermans.

Le méthylcyclohexane a été obtenu par une purification très soignée au

moyen de traitements sulfonitriques réitérés et de rectifications d'un produit commercial :

$$TCD = 41^{\circ}, \quad D_0^4 = 0,780, \quad Eb. = 100^{\circ},4.$$

Les trois *diméthylcyclohexanes* ont été obtenus par hydrogénation en présence de noir de platine des trois xylènes isomères :

	TCD.	D_{15}^4.	Eb.
Ortho...	42°,1	0,798	128°,6 - 129°
Méta...................	49,7	0,775	121,2 - 121,8
Para...................	48	0,783	122,7 - 123

Cyclopentane. — Le cyclohexanol, oxydé par l'acide nitrique, fournit l'acide adipique (Bouveault); par des perfectionnements de détail, le rendement a été élevé de 32 à 72 pour 100. L'acide adipique, chauffé en présence d'un catalyseur particulier, fournit la cyclopentanone.

La même suite de réactions d'hydrogénation, de déshydratation et d'hydrogénation qui permet de passer de la butyrone à l'heptane conduit de la cyclopentanone au cyclopentane.

Méthylcyclopentane. — En partant du méthylcyclohexanol et répétant le traitement précédent, on parvient au méthylcyclopentane. La seule différence à signaler, c'est que l'hydrogénation du méthylcyclopentanol conduit directement, sans déshydratation intermédiaire, au méthylcyclopentane :

	TCD.	D_{15}^4.	Eb.
Cyclopentane.....................	18°	0,750	49°,5
Méthylcyclopentane	35	0,753	72

Remarque. — Dans la transformation des acides butyrique, adipique et méthyladipique en cétones correspondantes, *l'emploi comme agent catalytique du carbonate manganeux* s'est montré particulièrement efficace et mérite d'être signalé à l'attention des chimistes.

GÉOPHYSIQUE. — *Sur le mode de déclenchement du diastrophisme cortical.* Note (¹) de M. **Adrien Guébhard**, présentée par M. H. Douvillé.

Lorsque, à la suite de mes études détaillées sur la région de Castellane (²), ayant acquis de multiples preuves de l'inapplicabilité à cette place, réputée typique, de l'interprétation par déplacements tangentiels et la nécessité, au contraire, de revenir à celle des soulèvements verticaux, j'eus trouvé, dans l'observation directe du rôle éjecté du gypse triasique, une explication toute naturelle à substituer à celle, trop justement discréditée, des « poussées volcaniques »; puis, qu'il me parut indiqué d'étendre la même explication à tout le diastrophisme terrestre et, particulièrement, aux apparitions superficielles de roches dites « de profondeur », dorénavant complètement distinguées de celles d'origine proprement « éruptive (³) »; je n'appuyais mon évident postulatum de la plastification des couches de fond des géosynclinaux par la surcharge indéfiniment croissante des supérieures que des expériences bien connues de Tresca, W. Spring, Adam et Nicholson, etc., sans connaître, autrement que par une brève allusion du *Traité de Géologie* de M. Haug, la théorie de la « plasticité latente » attribuée aux roches de fond par M. Albert Heim.

Depuis lors, j'ai été à même de me rendre compte non seulement de la coïncidence parfaite des vues que m'avait suggérées l'étude des Basses-Alpes françaises avec celles qu'avait antérieurement tirées de l'observation des Alpes suisses le maître éminent de la géologie helvétique, mais surtout de la puissante corroboration qu'y ont apportée certains accidents survenus dans les grands forages alpins (⁴), où l'on a vu les parois qui n'avaient pas été à temps maintenues par un revêtement tubulaire suffisamment résistant, montrer toutes, aussi bien de bas en haut, sur la chaussée, que dans tous les autres sens, une tendance au bombement, allant jusqu'au détachement

(¹) Séance du 23 juin 1919.

(²) *Carte structurale des environs de Castellane* (*B.-A.*) (*Bull. Soc. Géol. de Fr.*, 4ᵉ série, t. **14**; 1914, p. 487-545, 21 figures, 1 planche, 1 carte couleurs).

(³) *Comptes rendus*, t. **165**, 1917, p. 150.

(⁴) Albert Heim, *Tunnelbau u. Gebirgsdrück* (*Vierteljahrschr. d. naturf. Ges. in Zürich*, t. **50**, 1905, p. 1-22). — *Nochmals üb. Tunnelbau u. Gebirgsdrück u. üb. die Gesteinsumformung bei der Gebirgsbildung* (*Ibid.*, t. **53**, 1908, p. 44-73).

brusque et quasi explosif, suivant des surfaces de maximum de tension [1], de plaques qui, une fois détendues, ne pouvaient être rajustées en place : preuve évidente d'une transmission, à la manière hydraulique, simplement retardée par l'importance des frottements intérieurs, des pressions qui s'équilibraient auparavant, à l'état potentiel, à travers toute la continuité de la masse, amenée, comme un liquide, à son maximum de compressibilité, mais qui, sitôt libérée d'un côté quelconque, cherche à réagir élastiquement, dans la limite de sa cohésion moléculaire, par un écoulement plastique du côté de moindre résistance ou par un éclatement du côté de résistance nulle.

Remarquons que, dans ce cas, si suggestif au point de vue géologique, l'inégalité survenue dans la répartition des pressions ou des résistances a été la seule cause de la mise en activité de la « plasticité latente ». Or, cette inégalité des répartitions est dans l'essence même des phénomènes de la lithogenèse et des sédimentations, soit ignées, soit aqueuses : sur la ligne axiale du géosynclinal est toujours un maximum de pressions et sur les bords un minimum ; d'où une tendance permanente à une expulsion centrifuge des dépôts les plus anciens du côté des plus jeunes [2], par un mouvement qui, brusque ou lent, une fois déclenché, se propage ondulatoirement par zones, en disloquant toutes les parties faibles de la couverture sédimentaire, pour pousser au jour, par toutes les fissures, des magmas pseudo-éruptifs.

En tout cela, nul besoin de faire appel à aucune autre action que le jeu normal de la pesanteur. Pas trace, surtout, de l'intervention préliminaire des « contractions de l'écorce », auxquelles, par la seule puissance de la routine irraisonnée, j'avais encore sacrifié moi-même dans ma Note du 6 avril 1914, rectifiée ici [3] seulement le 9 mars 1917, tandis qu'on voit

---

(1) Détail qui établit une similitude de plus avec les liquides, qui, d'après mes expériences *sur l'enregistrement des figures d'effluves* (*Comptes rendus*, t. 125, 1897, p. 814, et t. 126, 1898, p. 589 et 1341), se subdivisent, pour arriver à l'état d'écoulement stationnaire, en tubes tourbillonnaires, eux-mêmes stratifiés en surfaces ventrales et nodales de maxima et minima de pression.

(2) Déplacements forcément corrélatifs d'autres, de centres de gravité et de modifications des conditions de flottement, sinon de forme, des plaques continentales, qui se traduisent, en grand, par les phénomènes de l'isostasie et de l'épirogénie, en petit, par la fréquence des tremblements de terre.

(3) Dans le Mémoire sur Castellane, paru seulement à la fin de 1915, la remise au point se trouve déjà faite.

présentement (¹), M. le professeur Albert Heim, après avoir fait un exposé si clair et si complet de sa théorie, en restreindre tout à coup fâcheusement la portée en attribuant encore, ainsi que j'avais fait de prime abord, à la « poussée de dislocation horizontale » la mise en action de sa « plasticité latente » et la déformation consécutive des roches. « La surcharge, dit-il, rend déformable; la dislocation déforme. »

C'est renverser absolument les termes du problème géologique, tel que nous l'envisageons maintenant, et l'enfermer, nous semble-t-il, dans un cercle vicieux, que d'invoquer comme explication une force inexpliquée. La surcharge des poids accumulés dans les géosynclinaux est une force connue, au jeu automatique et fatal, qui non seulement prépare les plastifications inférieures, mais qui, par ses inégalités, les déclenche et, par ses réactions en dessous du fragile épiderme sédimentaire, devient la cause, et non l'effet, de toutes les dislocations ou déformations superficielles. En répétant son action à des niveaux divers, elle explique toutes les manifestations sûrement observables du diastrophisme cortical et, seulement impuissante devant certains graphiques qui défient toute espèce de raison, elle demeure la raison première, nécessaire et suffisante, du développement cyclique, parfaitement complet par soi-même, sans aucune intervention de « forces tangentielles » (²), qu'appelait la théorie de la « plastification latente », si lumineusement établie par M. Albert Heim.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur l'application pratique des caractères de la racine des molaires des* Éléphants *et des* Mastodontes. Note de M. **Sabba Stefanescu.**

Jusqu'à présent, les caractères de la racine des molaires des éléphants et des mastodontes n'ont eu aucune application pratique en Paléontologie,

(¹) *Geologie der Schweiz*, t. 2, 9e livraison, 1919.

(²) Il est à noter qu'en donnant à notre cycle du diastrophisme le même point de départ que Suess, nous trouvons, dans l'effondrement initial, physiquement démontré comme inévitable, à la fois la source et la justification d'emploi de toute l'énergie en jeu, tandis que la théorie des grands déplacements tangentiels, qui, *avant* de mettre en marche ses nappes, ne peut se dispenser de les *soulever*, au moins autant que nous, au-dessus de leur substratum, n'a jamais pu fournir encore aucune démonstration ni de l'origine, ni du mécanisme d'application de la somme supplémentaire d'énergie requise pour la réalisation, autrement que graphique, de certains gigantesques charriages.

parce que les paléontologistes ont envisagé la racine en question seulement au point de vue descriptif. J'ai étudié cette même racine, tant au point de vue descriptif qu'au point de vue de sa fonction, et c'est ainsi que j'ai pu l'utiliser à la détermination des molaires.

Les travaux de Georges Cuvier, de Blainville, Pohlig, Burmeister, Sœrgel et d'autres auteurs nous enseignent que la racine de la première molaire de lait $\left(m\,\frac{1}{1}\right)$ est divisée en deux branches divergentes et opposées, l'une antérieure (R_a), l'autre postérieure (R_p), et que les branches de la racine des autres molaires $\left(m\,\frac{2}{2}, m\,\frac{3}{3}, M\,\frac{1}{1}, M\,\frac{2}{2}, M\,\frac{3}{3}\right)$ sont disposées en deux séries longitudinales, mais « une loi qui puisse régir tous leurs rapports de position, assurément, ne peut pas être observée (1) ». J'expose les résultats de mes recherches :

I. La disposition bisériale des branches de la racine est la conséquence naturelle de la disposition bisériale des tubercules de la couronne. Dans le germe, chaque tubercule a sa radicule qui, soit seule, soit fusionnée par son côté interne, ou à la fois par son côté interne et par ses faces à d'autres radicules voisines, forme une branche de racine.

a. La forme des branches de la racine est extrêmement variée, mais les deux séries longitudinales qu'elles forment sont toujours séparées par un *sillon infraradical,* situé sur le milieu de toute la longueur de la voûte formée par l'écartement des R_a et R_p. Chaque branche *normale* (B_n) supporte au moins une portion de tubercule; rarement deux branches normales supportent deux moitiés ou deux portions d'un même tubercule; exceptionnellement, des branches *intercalaires* (B_i) ne supportent pas la moindre portion de tubercule. Quelquefois, une branche intercalaire est opposée à une branche normale; d'autres fois, une branche intercalaire double une branche normale.

b. Transversalement, les branches de la racine sont disposées deux à deux, par couples successifs. Le couple peut être *complet* ou *incomplet*, suivant qu'il est formé de deux ou d'une seule branche, l'autre ne s'étant pas développée; *égal* ou *inégal*, suivant que chacune de ses branches supporte ou non le même nombre de tubercules; *fractionnaire* ou *entier*, suivant qu'il supporte ou non des moitiés ou portions de tubercules; *vrai* ou *faux*, suivant qu'il est formé de deux branches congénères ou de deux branches appartenant chacune à un autre couple vrai.

---

(1) W. SŒRGEL, *Palæontographica*, t. 60, 1913, p. 16.

Par des schémas, je représente deux molaires choisies expressément parmi celles à racine très compliquée, que je donne comme exemple. Les chiffres indiquent le nombre des tubercules de la couronne supportés par chaque branche de la racine; les lettres désignent les couples de branches de la racine antérieure (R_a) et des racines intermédiaires (R_i); le cône postérieur (C_p) représente la partie postérieure de la racine organisée ou en voie d'organisation :

$M^{\underline{2}}\,g$, *Elephas africanus*, 8 lames.

1 R_a $\frac{1}{2}$ c. complet, inégal, fractionnaire, vrai.
1 R_i $2\frac{1}{2}$ c. » » » ».
1 R_i 0 c. formé d'une B_i opposée à une B_n.
1 R_i 2 c. complet, inégal, entier, vrai.
0 R_i c. incomplet, formé d'une B_i
1 R_i qui double une B_n.
3 C_p 3.

$M^{\underline{2}}\,d$, *Elephas indicus*, 16 lames.

2 R_a 3 c. complet, inégal, entier, vrai.
3 R_i branche isolée d'un c. vrai.
2 R_i 4 c. faux.
2 R_i 1 c. »
1 R_i 1 c. »
1 R_i 1 c. »
5 C_p 6.

Ces schémas nous montrent, en plus, que le nombre des branches de la racine est inférieur au nombre des tubercules de la couronne, et que les couples inégaux se succèdent de manière à égaliser le nombre des tubercules supportés de chaque côté par eux.

c. La direction des couples est oblique d'avant en arrière et de dedans en dehors; mais, quelquefois, les couples vrais des molaires supérieures, par leur direction très oblique et par leurs branches très éloignées l'une de l'autre et associées chacune, ou seulement l'une des deux, à une branche d'un autre couple voisin, forment des couples faux. Cette disposition, en apparence zigzaguée, des couples, renforce la solidité de la couronne.

II. Excepté la première molaire de lait, dont les branches divergentes et opposées de la racine s'opposent à la progression, et qui, par conséquent, ne change pas de place, toutes les autres molaires, pour remplir la fonction de mastication, progressent. Les branches de leur racine ne s'opposent pas à la progression, parce qu'elles ne sont plus divergentes et opposées, mais que toutes sont dirigées dans le même sens, obliquement, d'avant en arrière.

a. Probablement pour que le poids exagéré des molaires supérieures ne puisse provoquer prématurément leur chute, les deux séries de branches de la racine divergent, l'une vers l'extérieur, l'autre vers l'intérieur; au contraire, pour que le poids exagéré des molaires inférieures ne soit pas un obstacle à leur progression et à leur sortie de l'alvéole, les deux séries de

branches de la racine convergent l'une vers l'autre, de manière à former une sorte de quille. Il arrive souvent même, que toute ou presque toute la R_p des dernières molaires inférieures d'*Elephas meridionalis*, *E. primigenius*, *E. indicus*, etc., soit remplacée par une quille tabulaire, froncée sur ses faces externe et interne. Les froncements sont les rudiments des branches qui ne se sont pas développées normalement; ceux de la région antéro-interne sont plus forts que ceux de la région antéro-externe, parce que la fonction des premiers est de soulever du côté interne la couronne, afin de la renverser à l'extérieur.

III. Dans le même but, la R_a des molaires inférieures est dirigée obliquement vers l'intérieur, tandis que, pour un but contraire, la R_a des molaires supérieures est dirigée vers l'extérieur. J'ai utilisé ce caractère constant pour préciser la position supérieure ou inférieure des molaires. Et, puisque la R_a des molaires supérieures est dirigée à droite ou à gauche, suivant que la molaire est de droite ou de gauche, tandis que la R_a des molaires inférieures, inversement, est inclinée à gauche ou à droite, suivant que la molaire est de droite ou de gauche, j'ai utilisé ce deuxième caractère constant pour préciser la position de droite ou de gauche des molaires.

IV. La racine des molaires des éléphants et des mastodontes est construite, exactement, d'après le même plan de structure. Très souvent, entre les R_a et R_p des dernières molaires de *Mastodon longirostris*, *M. arvernensis*, *M. Borsoni*, etc., il y a, interposées, une seule ou un petit nombre de R_i; de plus, la R_a de ces mêmes molaires est dirigée dans le même sens que la R_a des molaires des éléphants. Nous concluons donc, que *la racine des dernières molaires des mastodontes remplissait des fonctions identiques à celles de la racine des dernières molaires des éléphants*, et que par conséquent, *les dernières molaires des mastodontes*, *pour servir à la mastication*, *progressaient et se renversaient comme la plupart des molaires des éléphants*, ce qui prouve, une fois de plus, la filiation directe de ces animaux.

MÉTÉOROLOGIE. — *Sur la prévision, à courte échéance, des variations de pression de faible amplitude.* Note de M. **Gabriel Guilbert**, présentée par M. Bourgeois.

Nous avons antérieurement (¹) présenté à l'Académie une application de nos principes de prévision du temps dans la « Compression du cyclone ». Trois cas typiques présentaient des vents forts ou violents, suivis d'une ascension considérable de la pression barométrique.

On a prétendu que notre méthode n'était applicable que dans les cas des vents violents ou tempétueux. Ces vents étant rares, notre méthode ne pourrait être utilisée dans la prévision quotidienne du temps, puisque les vents faibles sont de beaucoup les plus fréquents.

Nous pouvons répondre que les vents les plus faibles sont, dans notre méthode des bases de prévision, tout aussi précis que les vents les plus forts.

C'est ainsi que nos prévisions journalières ont obtenu leur meilleur pourcentage dans des mois d'été, à vents faibles, à faibles variations : juillet 1914 et juillet 1917, avec 89 et 90 pour 100 de succès.

La méthode, dans le cas des vents faibles (coefficients, 2 soit 4^{m} par seconde), peut prévoir des variations de 1 ou 2^{mm}.

Elle prévoit, d'après l'examen de *tous* les vents, de quelque force qu'ils soient, l'étendue géographique de la variation prévue.

En de nombreux cas, nous avons réussi le tracé, à 24 heures d'avance, de l'isanomale de 0 variation, qui sépare les zones de hausse des zones de baisse.

Au concours de Liége, en 1905, l'une de nos prévisions fixait l'étendue de la hausse barométrique de Biarritz à Berlin : le lendemain, l'isanomale de 0 variation atteignait Berlin.

Exemples plus récents :

Le 21 juin 1919, notre prévision du Bureau météorologique militaire annonçait les variations suivantes pour le lendemain 22 :

Prévision (mm)	Lieu	Résultat (mm)
+12	Groningue	+11,7
$+9^{mm}$ ou 10	Yarmouth	+ 9,7
+ 8	Dunkerque	+ 8,6
+ 5	Feroë-Shetland	+ 4,4
+ 1 (variation faible !)	Provence	+ 0,9

(¹) Voir *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 691.

Le 22 juin, prévision tout opposée, c'est-à-dire en baisse : -12^{mm} à -14^{mm}, côtes Est Angleterre-Écosse.

Or nous avons eu -10^{mm}, Tynemouth; $-12^{mm},6$, Aberdeen; -14^{mm}, Wick; précisément sur la côte Est.

Nous avions prévu : -8^{mm} ou -10^{mm}, Pas-de-Calais. On a observé $-8^{mm},4$, Dunkerque.

Nous disions : Baisse sur toute la France, sauf Corse. La baisse a été générale, sauf Toulon : $+0^{mm},9$.

Et encore : Baisse Iles Britanniques, mer du Nord, Pays-Bas, Danemark, *sauf Ouest Irlande* et la baisse a couvert toutes ces contrées, *sauf les côtes Ouest d'Irlande*.

L'exactitude des prévisions ne prouve-t-elle pas la valeur scientifique de leur base théorique ?

Cette base n'est autre que l'étude du vent de surface, des vents faibles comme des vents forts.

Certes des erreurs d'application sont possibles : des tempêtes, comme celles des 14 et 28 avril 1919, n'ont pu être prévues, mais, dans la grande généralité des cas, le vent *de surface seul* permet de prévoir la variation de pression *à la surface du sol*.

Il n'est donc pas exact de dire (¹) que notre méthode n'est « *assise que sur quelques vérifications remarquables dans les cas types* » et « *qu'elle n'arrive à donner que des renseignements* NOTOIREMENT *vagues et insuffisants*, dans les cas ternes, indécis, à évolution lente, *qui sont la monnaie courante des cartes isobariques* ».

Or, en réalité, notre méthode est aujourd'hui assise sur trente-sept années d'observation des cartes isobariques quotidiennes et sur de très nombreuses prévisions. Au concours de Liége, nos vingt-trois prévisions, faites au B. C. M. de France, sont consécutives et aucun « cas-type » n'y figure. Depuis lors, nous avons établi une prévision journalière du 1er octobre 1912 au 1er août 1914 et du 25 décembre 1918 à ce jour : nous pourrions citer des centaines de cas où la méthode se vérifie sur des vents faibles et non sur des « cas-types ».

Les appréciations de MM. Dunoyer et Reboul sont dues certainement à un incomplet examen de nos règles.

Ces savants maintiennent dans leurs études l'expression de « vents d'appel » : cette expression, *qui est nôtre*, est littéralement synonyme de « vents divergents ».

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 949.

Le « coefficient de certitude », selon nous, n'est autre qu'un pourcentage ou une proportionnalité de succès ou d'erreurs.

L'application de notre règle des vents divergents « *selon l'époque de l'année et la direction d'appel présenterait, en pratique, nous le croyons, un important progrès* ».

Notre méthode d'ailleurs a subi l'épreuve de l'expérimentation par des savants étrangers. M. le Colonel Gold, chef de service météorologique aux armées anglaises pendant la guerre, a écrit :

« *Les règles de Guilbert, notamment* I *et* III, *sont employées* MAINTENANT *comme règles de prévision du temps dans un certain nombre d'Instituts météorologiques. Elles sont d'une grande utilité en Angleterre*.... » (¹).

Nous pensons avoir établi que la méthode en a tout autant en France.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Schème physique pour servir à l'étude de la nutrition minérale de la cellule.* Note de M. **Pierre Girard**, présentée par M. Delage.

L'une des propriétés les plus remarquables de la cellule vivante que baigne le milieu nourricier est de présenter vis-à-vis de certains ions une perméabilité considérable et vis-à-vis d'autres ions une perméabilité très réduite (²). Il semble que parmi ces éléments la cellule fasse un choix. Avec ces éléments *triés* de la sorte, des groupements chimiques nouveaux, différents de ceux du milieu, se constituent dans l'intimité du cytoplasme, nous donnant encore ici l'illusion d'une « activité cellulaire propre ».

L'objet de cette Note est de montrer que *in vitro* et sans faire intervenir quelque activité mystérieuse, il est possible de communiquer à un septum

(¹) *Le tracé et la lecture des cartes du temps* par E. Gold, M. A. Fr. Met. Soc. (traduit de l'anglais par le lieutenant Baldit, chef de la Station centrale météorologique), p. 12.

(²) Ce sont les recherches chimiques relatives aux échanges entre les éléments du sang, leucocytes et hématies, et leur milieu qui ont établi le plus nettement l'existence d'une hémi-perméabilité, d'ailleurs imparfaite, des cellules vivantes, non pas aux sels, mais aux ions du milieu (Kœppe, Gürber, Hamburger).

inerte — en baudruche — cette même inégale perméabilité vis-à-vis des deux ions d'un même sel, et que cette sorte de *tri* qui s'effectue au niveau de la membrane, permet d'envisager la possibilité, tout comme dans le milieu cytoplasmique, de groupements atomiques nouveaux.

Le point de vue d'où procédèrent nos recherches peut se résumer ainsi : on sait le rôle que joue, dans la théorie de la diffusion des électrolytes, le champ que crée l'inégale mobilité des deux ions d'un électrolyte dissocié. L'interposition entre la solution électrolyte et de l'eau pure d'un septum polarisé (siège d'une différence de potentiel) modifiera considérablement la valeur ou même l'orientation de ce champ; le jeu des forces électriques qui interviennent dans le passage vers l'eau pure des ions de charge contraire pourra être alors perturbé de façon telle qu'il devienne possible que ces deux sortes d'ions ne diffusent plus en proportion chimiquement équivalente.

L'hypothèse était d'autant plus intéressante à vérifier que les processus osmotiques dont les cellules vivantes sont le siège, obligent — indépendamment de tout point de vue histologique — à envisager chez elles une paroi séparant du milieu nourricier un milieu endoplasmique. Or nous savons qu'il existe au niveau de cette paroi une différence de potentiel (différence de potentiel des tissus vivants); soumise à l'action d'un champ électrique une cellule vivante (hématie, microbe, etc.) en suspension dans une solution conductrice, chimiquement neutre, se déplacera vers l'un des pôles (généralement l'anode).

Tout se passe comme si la paroi cellulaire était revêtue de charges d'un certain signe auxquelles nécessairement (loi de l'équilibration des charges) doivent faire vis-à-vis des charges de signe inverse.

Nous avons là l'image exacte d'un septum polarisé et il était tout indiqué de faire l'hypothèse que l'existence de cette couche double pût jouer dans les échanges d'ions un rôle aussi essentiel qu'insoupçonné.

Nos expériences ont porté sur des solutions de $BaCl^2$ acidifiées, ou alcalinisées, c'est-à-dire capables de polariser, comme nous l'avons déjà montré ([1]), le septum qui les sépare de l'eau pure.

C'est la possibilité de doser facilement le baryum et le chlore à l'état de sels insolubles qui a déterminé notre choix.

Nous avons conjointement utilisé pour le dosage, soit la méthode néphé-

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 148, 1909, p. 1047.

lémétrique, soit la méthode photométrique décrite récemment par MM. Chéneveau et Audubert [1] pour le dosage des suspensions qui est particulièrement pratique et sensible.

Quelle que fût la méthode, les résultats quantitativement variables suivant les conditions des expériences (concentration des électrolytes, degré d'acidité ou d'alcalinité, épaisseur et qualité de la membrane et surtout durée de la diffusion) se montrèrent toujours de même sens. Le Tableau suivant reproduit les données de quelques expériences :

Nos.	Solutions diffusant dans l'eau.	Voltage du système : Électrodes normales — solution — eau — Electr. norm. [2].	Voltage du système cloisonné.	Nombre d'ions gr. Cl diffusés.	Nombre d'ions gr. Ba diffusés.	Température.	Durée.
		volt	volt				
1.	$BaCl^2 \frac{n}{30} + NO^3H \frac{n}{200}$	+0,028	—0,018	4	1	17°	20′
2.	$BaCl^2 \frac{n}{50} + NO^3H \frac{n}{100}$	+0,034	—0,032	6	1	17°	20′
3.	$BaCl^2 \frac{n}{50} + AzH^3$	—0,040	—0,020	2	2	17°	20′
	$BaCl^2 \frac{n}{50} + AzH^3$	—0,046	—0,018	1	2	17°	20′

On voit que le rapport du nombre d'ions Cl au nombre d'ions Ba diffusés diffère énormément de ce qu'il devrait être si ces 2 ions diffusaient en proportion chimiquement équivalente (2 ions Cl pour 1 ion Ba).

La comparaison des voltages des systèmes liquides non cloisonnés et cloisonnés donne la valeur et l'orientation du champ de polarisation du septum. Comme on voit, lorsque cette orientation est telle que la paroi du septum que baigne la solution est positive et l'autre que baigne l'eau pure négative, ce sont les ions Cl qui passent en excès. Lorsque cette orientation est inverse, c'est le passage du Ba qui est favorisé; et l'effet sélectif est d'autant plus accusé que la polarisation est intense.

Cette polarisation est liée à la présence dans la solution saline d'ions H^+ ou d'ions OH^-, seuls capables (lois de l'électrisation de contact formulées par Jean Perrin) d'être absorbés par une paroi électriquement neutre.

La densité des charges fixées par la force du septum que baigne la

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 937.

(2) Le signe + indique que l'eau est positive et la solution négative; le signe — que l'eau négative et la solution positive.

solution varie comme le gradient de concentration de ces ions actifs de la solution à l'eau pure.

Au voisinage de la paroi opposée (que baigne l'eau pure), les ions de signe contraire s'accumuleront de façon qu'une égale densité de charges soit atteinte; ces ions seront, surtout dans le cas d'une solution de $BaCl^2$ acide, des ions Cl (et aussi NO^3); dans le cas d'une solution alcaline, des ions Ba.

Dans les expériences du type 1 et 2, l'importance de la polarisation du septum, allant jusqu'à l'inversion de l'orientation du champ de diffusion, nous permet d'envisager au voisinage de cette paroi une telle accumulation d'ions Cl, qu'il devient extrêmement probable que des molécules de HCl apparaissent; nous nous rendons ainsi compte du mécanisme par lequel un groupement atomique nouveau conditionné par l'inégale perméabilité du septum aux 2 ions d'un même sel est rendu possible sans qu'il soit nécessaire d'invoquer quelque activité mystérieuse.

Il reste à voir, par l'examen des données acquises sur les échanges d'ions entre les cellules (cellules du sang notamment) et leur milieu, dans quelle mesure est légitime l'extrapolation de ce schème physique à la vie.

BACTÉRIOLOGIE. — *Mécanisme de l'infection typhique chez le lapin. Vaccination antityphique par la voie buccale.* Note [1] de M. A. **Besredka**, présentée par M. Roux.

Le lapin se montre totalement réfractaire vis-à-vis du virus typhique introduit *per os*. Les divers procédés tentés par Metchnikoff et nous-même [2] pour vaincre l'immunité des lapins, ainsi que des cobayes et des singes inférieurs ayant échoué, nous avons dû recourir aux anthropomorphes : seuls les chimpanzés se laissèrent en effet infecter par la bouche.

Celle-ci constitue-t-elle l'unique voie par laquelle il soit donné de reproduire l'infection intestinale, si caractéristique de la fièvre typhoïde humaine? Ne saurait-on obtenir chez le lapin une maladie intestinale en empruntant une autre voie?

Orienté par nos recherches sur le mécanisme de l'infection dysenté-

(1) Séance du 23 juin 1919.

(2) *Annales de l'Institut Pasteur*, t. 25, 1911, p. 204.

rique ([1]) et de la fièvre paratyphoïde B ([2]) chez le lapin, nous nous proposâmes de voir ce qui se passe dans l'appareil digestif du lapin lorsqu'on introduit le virus typhique par la voie veineuse.

Voici ce que montre l'expérience : lorsqu'on inocule des bacilles d'Eberth dans la veine auriculaire, ceux-ci viennent se localiser le long de l'intestin grêle et y créent des lésions caractéristiques. Dans les cas où la mort ne survient pas rapidement, on trouve sur tout le trajet, qui va de la vésicule biliaire au cæcum, des bacilles typhiques associés à des *B. coli*, mais le plus souvent des bacilles typhiques à l'état de culture pure.

Au début de ces recherches, une difficulté se présenta à nous : ce fut de trouver une dose de virus qui tuât le lapin, en injection intraveineuse, d'une manière à la fois lente (3 à 6 jours) et constante. Cette condition a pu être réalisée au moyen de l'injection du virus typhique sous un petit volume ($0^{cm^3},5$) en émulsion concentrée.

Expérience I. — 29 avril. Lapin, 2000^g, reçoit dans les veines $0^{cm^3},5$ d'émulsion de bacilles typhiques vivants (une boîte de Roux sur gélose de 24 heures est diluée dans 20^{cm^3} d'eau physiologique). Cet animal servira de témoin dans l'expérience II.

30 avril, 1750^g; 2 mai, 1580^g; 3 mai, 1500^g; 5 mai, 1300^g; 6 mai, 1200^g.

Depuis le 5 mai, le train postérieur est souillé de matières diarrhéiques. Dans l'après-midi du 6 mai, l'animal est mourant; on l'achève. A l'autopsie : les parois de l'intestin grêle sont fortement congestionnées. De place en place on aperçoit des plaques de Peyer turgescentes. La vésicule biliaire est distendue; la bile est décolorée et renferme des concrétions blanchâtres. Le duodénum et le reste de l'intestin grêle, sur plus de moitié de son étendue, renferme un liquide vert, transparent, visqueux; ce liquide s'épaissit à mesure que l'on s'approche du cæcum. La partie terminale du gros intestin est distendue par les gaz. Le foie est friable.

Rien d'anormal dans les autres organes.

A l'ensemencement : le sang est stérile; la bile donne une culture pure de bacilles typhiques; le contenu intestinal, ensemencé en cinq points différents, donne trois fois une culture pure de bacilles typhiques; en deux points, plus proches du gros intestin, des colonies typhiques sont mélangées avec des colonies de *B. coli*; l'urine renferme des *B. coli* et des bacilles typhiques.

Donc, les bacilles typhiques, introduits dans la circulation générale, ne séjournent pas longtemps dans le sang. Ils passent dans les reins et surtout dans l'intestin, où ils étouffent les autres microbes, hôtes habituels de

---

([1]) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 242.

([2]) *Comptes rendus*, t. 167, 1918, p. 212.

l'intestin. Sur un long parcours de l'intestin grêle, notamment dans sa portion supérieure, les bacilles typhiques sont à l'état de culture pure. Les seules lésions macroscopiques sont celles de l'intestin grêle, dont les parois sont fortement congestionnées et dont le contenu est de consistance caractéristique.

Un rapprochement s'impose. Entre ces constatations anatomiques et surtout bactériologiques et celles de même ordre que nous avons observées autrefois chez les chimpanzés infectés *per os*, il y a plus qu'une analogie; il y a presque similitude. Nous croyons donc être autorisé à en inférer que le mécanisme de l'infection typhique consécutive à l'inoculation intraveineuse, ne diffère pas sensiblement du mécanisme de l'infection par la voie buccale.

Le lapin se prête-t-il à la vaccination par la voie buccale? L'expérience montre qu'il s'y prête effectivement, à la condition qu'on prenne la même précaution que pour la vaccination contre l'infection paratyphoïde B, c'est-à-dire qu'on prenne d'abord soin de sensibiliser l'animal, en lui faisant ingérer de la bile de bœuf.

Expérience II. — A. 11 avril. Un lapin blanc, 1620g, reçoit *per os* de la bile de bœuf mélangée avec de la poudre de réglisse (10cm³) et aussitôt après, 5cm³ d'émulsion typhique chauffée (60° pendant 1 heure), représentant un peu moins d'un tiers de boîte de Roux sur gélose.

14 avril, 1550g.

16 avril, 1570g; reçoit *per os* les mêmes produits que le 11 avril; 22 avril, 1650g.

29 avril, 1600g; reçoit en inoculation intraveineuse 0cm³,5 d'émulsion épaisse de bacilles typhiques vivants (une culture de 24 heures sur gélose en boîte de Roux est délayée dans 20cm³ d'eau physiologique); 30 avril, 1430g; 2 mai, 1370g; 3 mai, 1350g; 5 mai, 1250g; 6 mai, 1350g; 7 mai, 1320g; 12 mai, 1350g; 20 mai, 1670g; survit.

B. 11 avril. Un lapin noir, 1600g; reçoit *per os* 5cm³ d'émulsion typhique chauffée (60° pendant 1 heure), représentant un peu moins d'un tiers de boîte de Roux sur gélose, sans bile.

14 avril, 1550g.

16 avril, 1650g; reçoit *per os* la même émulsion que le 11 avril; 22 avril, 1700g.

29 avril, 1700g; reçoit en inoculation intraveineuse 0cm³,5 d'émulsion épaisse de bacilles typhiques vivants (une culture de 24 heures sur gélose en boîte de Roux est délayée dans 20cm³ d'eau physiologique); 30 avril, 1510g; 2 mai, 1320g; 3 mai, 1250g; 5 mai, 1150g; diarrhée profuse; 6 mai, 1050g; le train postérieur est souillé de matières; paralysie; 7 mai, trouvé mort (1020g).

A l'autopsie : les parois intestinales sont congestionnées; la vésicule biliaire est distendue; la bile est décolorée et renferme un grand nombre de concrétions blanches;

le contenu du duodénum et des portions attenantes de l'intestin grêle est liquide. Rien d'anormal dans les autres viscères, sauf un abcès périvésiculaire du foie.

A l'ensemencement : le sang est stérile; la bile donne une culture pure de bacilles typhiques, ainsi que l'abcès périvésiculaire; dans le contenu de l'intestin grêle on trouve des *B. coli* auxquels viennent s'ajouter de rares colonies typhiques. Dans l'urine, il n'y a que des *B. coli*.

C. 29 avril. Lapin témoin, 2000^g; reçoit en inoculation intraveineuse 0$^{cm^3}$,5 de la même émulsion typhique que les deux lapins précédents; 30 avril, 1750^g; 2 mai, 1580^g; 3 mai, 1500^g; 5 mai, 1300^g; 6 mai, 1200^g; l'animal étant mourant on l'achève. Voir pour les résultats de l'autopsie l'expérience I.

Donc, sur deux lapins ayant ingéré la même dose de bacilles typhiques chauffés, seul se montre bien vacciné celui qui avait été d'abord préparé au moyen de la bile de bœuf.

Le lapin non préparé avec de la bile accuse une plus grande résistance que le témoin : quoique pesant beaucoup moins (300^g), il vit aussi longtemps que ce dernier; on trouve aussi, à l'autopsie, beaucoup moins de bacilles typhiques que chez le témoin.

Conclusions. — 1. Le virus typhique inoculé par la voie veineuse donne lieu à des lésions semblables à celles qui caractérisent l'infection par la voie buccale. En raison de l'affinité particulière des bacilles d'Eberth pour l'appareil intestinal, les mêmes localisations s'observent dans les deux cas.

2. En faisant ingérer des cultures typhiques tuées par la chaleur, on vaccine contre l'infection typhique mortelle, à la condition toutefois de favoriser la résorption du vaccin par l'ingestion préalable ou simultanée de bile de bœuf.

PARASITOLOGIE. — *Formes levures pathogènes observées dans le sang d'*Acridium (Caloptenus italicus *L.*) Note (¹) de M. **A.-Ch. Hollande**, présentée par M. Henneguy.

Les formes levures qui vivent en symbiose dans les cellules des Insectes (Aphides, Psyllides, Coccides) ont été bien étudiées. Celles qui vivent

(¹) Séance du 16 juin 1919.

dans le sang des Insectes sont au contraire peu connues [1]. Le seul exemple mentionné est celui observé par Marchal [2] dans le sang des chenilles de la *Cochylis*. Il est bien probable, dit Picard (1914), qu'il s'agit là de parasitisme et non de symbiose; toutes les *Cochylis* n'en contiennent pas et celles qui en renferment paraissent malades.

J'ai observé, aux environs du village de Gresse (altitude de 1200^{m}), dans l'Isère, pendant les mois de septembre et octobre 1918, une forme levure abondante dans le sang d'un Acridien commun, le *Caloptenus italicus*.

Normalement, le sang de ce Criquet est limpide et a une couleur jaune; lorsqu'il renferme des levures, il prend un aspect blanc laiteux, parfois jaunâtre. En captivité, dans des cages métalliques, les Insectes malades, à l'inverse des témoins sains, meurent rapidement, malgré une nourriture abondante.

J'ai pu reproduire la maladie aisément, en injectant dans le sang de Caloptènes non parasités, le sang de Caloptènes riche en formes levures; les Insectes injectés meurent au bout de 5 à 7 jours et leurs sangs renferment le parasite en abondance; la phagocytose des germes par les leucocytes est à peu près nulle. Après ingestion de ces mêmes formes levures, j'ai observé, au bout de 20 à 30 jours, la mort de plusieurs Criquets; des témoins qui, au moment de l'expérimentation, avait un sang normal, ayant présenté au bout de ce même laps de temps des parasites dans leur sang, il m'est difficile d'affirmer dans ce cas l'infection expérimentale par voie buccale.

Parmi les Orthoptères vivant dans les lieux où se trouvaient les Caloptènes parasités, je n'ai rencontré qu'un individu de *Psophus stridulus* L. renfermant des formes levures dans le sang. Le sang parasité de Caloptène, injecté aux Psophes sains, leur transmet la maladie. L'injection dans le sang de ces parasites aux autres Orthoptères est sans effet; les formes levures étant rapidement détruites par leurs leucocytes-phagocytes.

Les formes levures observées dans le sang du Criquet ont une forme cylindrique; elles sont parfois légèrement ovoïdes; leurs dimensions varient de $4^{\mu},98$ à $6^{\mu},64$ de long et $1^{\mu},70$ à 2^{μ} de large, une vacuole existe à chaque

(1) On pourrait à la rigueur rappeler ici, comme formes levures du sang, les conidies fusiformes signalées par Portier (1911), chez les larves lignivores et qui appartiennent, selon Picard (1914), non aux *Isaria* pathogènes, mais au genre *Fusarium* ou à un genre voisin, non pathogène pour les Insectes.

(2) Communication verbale faite par Marchal à Picard et rapportée par ce dernier dans son Mémoire sur *Les Champignons parasites des Insectes*, 1914.

pôle de la cellule; un bourgeon en voie de développement se montre fréquemment à une des extrémités. Après coloration à l'hématoxyline ferrique, on voit un petit noyau central, circulaire, assez riche en chromatine; ce noyau se colore en rouge-violacé avec les éosinates d'azur et de

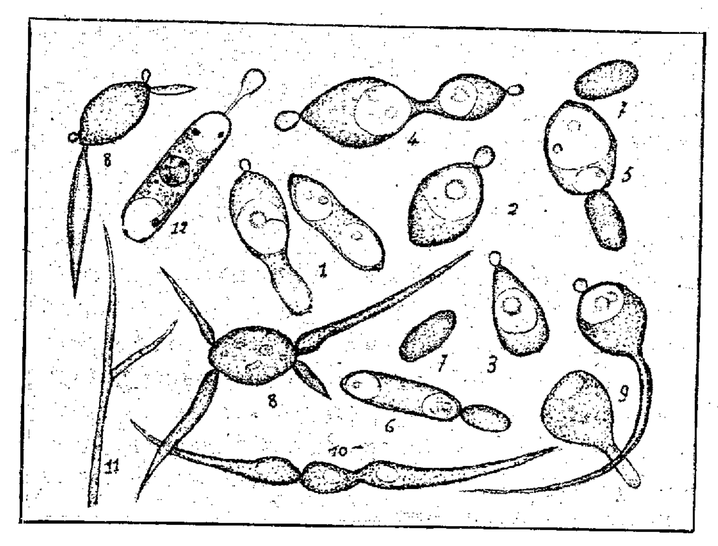


Fig. 1. — 1 à 6, formes levures rencontrées dans le sang; 7, jeune bourgeon se développant dans le sang; 8 à 10, formes levures dans culture sur sérum gélifié émettant des filaments mycéliens; 11, un de ces filaments cloisonné et ramifié; 12, forme levure du sang montrant le noyau après coloration à l'hématoxyline ferrique. × 2000.

violet de méthylène; le protoplasma se colore légèrement en bleu; le bleu polychrome met en évidence dans ce protoplasma quelques grains de métachromatine teintée en rouge.

A l'examen des coupes, le parasite ne se rencontre dans le protoplasma d'aucune cellule; il n'existe qu'entre les tissus, là où il y a du sang (1). Les tubes de Malpighi n'en renferment pas; dans l'intestin, on n'en rencontre que dans la partie terminale (portion rectale) où il peut exister en grande quantité; dans les cellules de cette partie de l'intestin, je n'ai jamais pu observer de formes levures. Si l'infection sanguine se fait par voie diges-

(1) Le sang du Caloptène sain ou parasité ne renferme aucune agglutinine vis-à-vis des formes levures.

tive, ce qui est probable, elle doit se produire de préférence au moment des mues.

Prélevées du sang, obtenu par coupure aseptique des antennes préalablement plongées dans l'alcool durant une minute, les formes levures se développent bien sur le sérum de bœuf gélifié, la gélatine et le milieu de Sabouraud au glucose. Sur le sérum, elles forment un voile peu visible; la culture est abondante sur gélatine. Dans les cultures sur sérum, à côté d'éléments semblables à ceux du sang de l'Insecte, on remarque des formes levures un peu plus grandes que les autres, d'où émergent de fins filaments mycéliens pouvant se cloisonner.

Lorsque l'on repique ces cultures sur gélose glucosée, les formes filamenteuses tendent à disparaître et l'on obtient une culture de formes levures à peu près pure; repiquées au contraire sur un milieu de Sabouraud au glucose, légèrement desséché, on obtient, au bout d'un mois, un feutrage de filaments, la forme levure tendant à disparaître. Ensemencé directement du sang sur ce dernier milieu, le parasite donne des formes levures, mais surtout des formes filamenteuses. Je n'ai pas encore vu se former d'organe fructifère aux dépens de ces filaments. Déposées sur bloc de plâtre humide, les formes levures, provenant soit directement du sang, soit de la culture, n'ont jamais sporulé.

Les formes levures du sang représentent-elles la forme végétative d'un champignon à filaments cloisonnés, ou y a-t-il dans le sang deux parasites végétaux différents? Je ne sais; aucune indication, toutefois, ne pourra être fournie à ce sujet, tant que le champignon n'aura pas fructifié. Je crois, néanmoins, pouvoir écarter l'apport de germes étrangers à ceux contenus dans le sang par suite des précautions minutieuses avec lesquelles j'ai fait mes prélèvements.

Sitôt la saison propice, je me propose d'injecter dans le sang de *Caloptenus italicus* non parasités les formes levures et les formes filamenteuses, afin de juger de leur toxicité réciproque et de rechercher la manière dont ces éléments se comporteront vis-à-vis de l'organisme animal de l'insecte.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sur les maladies parasitaires des Chenilles processionnaires des Pins d'Arcachon*. Note de M. **Jean Dufrenoy**, présentée par M. Roux.

Les chenilles de *Cnethocampa pityocampa* sont parasitées :

1. Par deux tachinaires [1].

2. Par des bactéries à pathogénie entéritique :

1° *Bact. pityocampæ*, gros, ovale, isolé, mobile pendant plusieurs heures dans les cultures; ne se colorant pas par la méthode de Gram, se colorant difficilement par le violet de gentiane phéniqué et le bleu de méthylène alcalin; cultures réduites, sèches, blanches sur agar glucosé, ne décolorant pas le carmin d'indigo. Rare dans les chenilles vigoureuses, pullule dans les malades et les mortes.

2° *Streptococcus :* introduits avec les aliments passent, du tube digestif dans les muscles, sous l'aspect de *Coccus* ovales ou arrondis, libres, puis associés en chaînettes mobiles, parfois par leur grand côté; deux formes biologiques : α, se colorant par les méthodes de Gram et de Claudius; colonies blanches, puis jaune miel, en tête de clou, puis étalées et plissées, sur agar glucosé; caractérise les entérites et donne, en atmosphère saturée, 80 pour 100 d'infections positives par piqûre ou infection buccale; β, ne se colorant pas par la méthode de Gram; colonies étendues, blanches, glacées, visqueuses, à bulles gazeuses, ne liquéfie pas. Commun dans les chenilles même vigoureuses.

3. Par des Muscardines :

1° Momies à croûtes blanche ou crème, et, rarement, à flocons blancs, de *Beauveria globulifera* (J. Beauverie) où les cultures montrent deux races : *a*, ne colorant pas; *b*, colorant en rouge la gélose, la gélatine et la pomme de terre, colonies d'abord aplaties, crayeuses, puis crème, et enfin flocons blancs dressés : macrocultures en disques aplatis, plissés, à stries d'accroissement. Du huitième au douzième jour, les spores, *ovales* et volu-

(1) 25 pour 100 des Pupes sont hyperparasitées par un Hyménoptère.

mineuses, naissent isolées à l'extrémité de filaments végétatifs, puis de phialides peu différenciées. Au quinzième jour, spores *globuleuses*, en sympodes terminant des phialides ventrues, d'abord isolées sur des hyphes végétatifs, puis verticillées, et enfin en glomérules sur des « prophialides » dressés.

Au contact de cultures sporifiées, les Chenilles de *C. pityocampa* et les *Melolontha vulgaris* (adultes et œufs) se momifient en quelques jours. Des larves de *Cossus ligniperda* restent trois semaines vivantes.

2° Momies rousses, à *Penicillium* sp. et Sporophorée (à grosses conidies brunes infectant les Hannetons et y développant un Stroma), plus *Beauveria* sp.

3° Momies à duvet farineux de *Spicaria farinosa*, dans nos élevages témoins.

Les *Beauveria* seront sans doute les agents les plus favorables pour la destruction biologique (¹).

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Étude sur la grippe épidémique de* 1918-1919. Note de MM. **Yamanouchi**, **Iwashima** et **Sakakami**, présentée par M. Roux.

Lors de l'épidémie de grippe qui a sévi au Japon pendant l'hiver 1918-1919, un nombre considérable de personnes furent atteintes. A la fin de janvier 1919, on comptait déjà 20947000 personnes ayant ou ayant eu la grippe et les morts étaient à ce moment de 246000. Nous avons pu, grâce aux concours de 52 personnes de nos amis, qui volontairement se sont offertes à nous comme sujet d'expériences, étudier certaines questions très importantes et les résoudre très exactement. Les expériences ont été commencées dans les premiers jours de décembre 1918 et terminées à la fin de mars 1919. Voici les expériences pratiquées sur les sujets volontaires :

1° Nous avons injecté, avec une seringue dans la cavité naso-pharyn-

---

(¹) J. Beauverie, *Les Muscardines* (*Rev. gén. Bot.*, 1914, t. 26). — Picard, *Les champ. paras. des insectes* (*Ann. Éc. nat. Agric.*, Montpellier, 1914). — J. Dufrenoy, *C. R. Soc. Biol.*, t. 82, n° 9, 29 mars 1919. — F. Lalesque, *Trav. Lab. Stat. biol. Arc.*, 1910; *Id.*, Arcachon, ville de Santé, Masson, Paris, 1919.

gienne de 12 personnes, l'émulsion des crachats (dans la solution de Ringer) provenant de 43 malades de la grippe.

2° Le filtrat (filtre de Berkefeld) de la même émulsion des crachats est injecté dans la cavité naso-pharyngienne des 12 autres personnes comme chez les précédentes. 6 parmi les 24 injectées, avaient eu la grippe un ou deux mois auparavant; elles n'éprouvèrent aucun symptôme de grippe nouvelle. Quant aux autres, c'est-à-dire les 18 sujets qui ont reçu le filtrat, ainsi que l'émulsion des crachats, elles ont éprouvé tous les symptômes de la grippe après une incubation de 2 ou 3 jours. La température était très irrégulière, tantôt léger mouvement de fièvre (37°,5 C.), tantôt forte élévation de température de (39° C. et plus). Les malades souffraient aussi de violents maux de tête, d'angines douloureuses, de lumbago, de douleurs dans tous les membres.

3° Nous avons injecté également dans la cavité naso-pharingienne de 8 sujets le filtrat de sang provenant de malades grippés; ces personnes injectées éprouvèrent les mêmes symptômes que les précédentes.

4° Nous avons pratiqué aussi des *injections sous-cutanées* dont 4 de filtrat de crachats et 4 autres de filtrat de sang dilué pris à un malade grippé. Après incubation de 3 jours, ces 8 personnes ont eu tous les symptômes de la grippe.

5° Nous avons également injecté, dans la cavité naso-pharyngienne de 14 personnes, les cultures mixtes des bacilles de Pfeiffer (*Pneumococcus*, *Streptococcus*, *Staphylococcus*, *Diplococcus*) ainsi que diverses sortes de microbes qui se trouvent dans les crachats des malades. Aucun symptôme ne s'est manifesté après ces injections.

Conclusions. — Nous avons donc constaté que :

1° Le virus de la grippe épidémique de 1918-1919 est un virus *filtrable;*

2° Il se trouve dans les *crachats,* ainsi que dans le *sang* des malades;

3° Le virus peut infecter les sujets par les *muqueuses* de la cavité respiratoire aussi bien que par l'*injection sous-cutanée.*

M. Augiéras adresse une brochure intitulée : *Le Sahara occidental.*

La séance est levée à 18 heures.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 2 juin 1919.)

Note de M. *H. Deslandres*, Observations relatives à l'éclipse totale du Soleil du 29 mai, faites à l'Observatoire de Meudon :

Page 1076, ligne 2 de la Note, *au lieu de* $5^m 51^s$, *lire* $6^m 51^s$; ligne 3, *au lieu de* $5^m 58^s$, *lire* $6^m 58^s$.

Page 1078, *supprimer* la figure qui ne se rapporte pas à la Note.

FIN DU TOME CENT-SOIXANTE-HUITIÈME.

COMPTES RENDUS

DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1919.

TABLE DES MATIÈRES DU TOME 168.

A

Pages.

ABSORPTION. — Sur l'absorption des milieux troubles. Influence du diamètre et du nombre des particules; par MM. *Charles Chéneveau* et *René Audubert* 553
— Sur l'absorption par les milieux troubles. Dispersion par diffusion intérieure; par MM. *Charles Chéneveau* et *René Audubert* 684
— Sur l'absorption par des milieux troubles. Application au dosage des suspensions; par MM. *Charles Chéneveau* et *René Audubert* 766
— Sur la vitesse de la lumière dans les milieux troubles; par MM. *Charles Chéneveau* et *René Audubert* 937
Voir *Bactériologie*.

ACADÉMIE. — État de l'Académie au 1er janvier 1919 5
— M. *Paul Painlevé*, ancien Président, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les membres et les correspondants pendant le cours de l'année 1918 15
— Allocution prononcée par M. *L. Guignard* en prenant possession du fauteuil de la présidence 19
— Allocution prononcée par M. *le Président*, pour célébrer la conclusion de la Paix 1289
— M. *le Secrétaire perpétuel* annonce à l'Académie que le Tome 164 des *Comptes rendus* (janvier-juin 1917) est en distribution au Secrétariat 369
— M. *Ch. Moureu* est désigné pour faire une lecture à la prochaine séance publique des cinq Académies 1305
— M. *le Président* souhaite la bienvenue : à M. le major *Philip Fox* 805
— A MM. *Lorentz* et *Volterra* 969
— A M. *Howe* 1073
— A M. le Dr *Bradford* 1137
— M. *le Président* annonce des renvois de séances motivés par les fêtes de Pâques et de la Pentecôte .. 745, 1073
— M. *Lyon-Caen*, secrétaire perpétuel de l'Académie des Sciences morales et politiques, sollicite des publications des Membres de l'Académie 1192
Voir *Candidatures*, *Commissions*, *Con-*

Pages.
férence interalliée des Académies scientifiques, Congrès, Conseil international des Recherches, Conservatoire des Arts et Métiers, Décès, Elections, Fondation Carnegie, Fondation Loutreuil, Fonds Bonaparte, Mémoires présentés, Nécrologie, Plis cachetés.

ACIERS. — Influence de divers facteurs sur la vitesse critique de trempe des aciers au carbone; par MM. *Portevin* et *Garvin* ... 346
— *Errata* relatifs à cette Communication ... 744
— La formation de la troostite à basse température dans les aciers au carbone et l'influence de la température d'émersion dans les trempes interrompues; par MM. *Portevin* et *Garvin* ... 731
Voir *Résistance des matériaux.*

ACOUSTIQUE. — Sur une nouvelle détermination de la vitesse du son à l'air libre; par M. *Ernest Esclangon* ... 165
Voir *Hydrographie.*

ACOUSTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — Le timbre de la voix chez les sourds-muets; par M. *Marage* ... 286
— Sur les sensations physiologiques de détonation; par M. *Ernest Esclangon* ... 699

AÉRODYNAMIQUE. — Sur les équations de similitude dans les hélices propulsives; par M. *Amans* ... 821

ALCALOIDES. — Voir *Microchimie.*

ALCOOLS. — Sur l'action des iodures alcooliques sur le phosphate neutre de sodium en solution aqueuse; par M. *Octave Bailly* ... 560
— De l'action de l'acétylène monosodé sur quelques éthers halogénés des alcools secondaires et tertiaires; par M. *Picon* ... 825
— Action de l'acétylène monosodé sur quelques iodures d'alcools primaires à chaîne ramifiée; par M. *Picon* ... 894
— Sur l'isolement et la caractérisation des alcools à l'état d'allophanates; par M. *A. Béhal* ... 945

ALIMENTS. — Sur les soupes et potages militaires; par M. *Balland* ... 383
— Étude du mécanisme de l'action des graisses dans l'utilisation et l'assimilation des albuminoïdes; par M. *F. Maignon* ... 474, 626
— Sur l'alimentation du Cheval par les algues marines; par MM. *C. Sauvageau* et *Louis Moreau* ... 1257
— Sur les conserves de fruits préparées à froid, sans addition de sucre, d'alcool, ni d'antiseptique; par M. *Gabriel Bertrand* ... 1162
— Sur le mécanisme de la conservation des fruits dans l'eau froide; par M. *Gabriel Bertrand* ... 1285

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — Voir *Analysis situs, Ensembles, Equations aux dérivées partielles, différentielles, intégrales, Fonctions, Intégrales, Séries, Variétés.*

ANALYSIS SITUS. — Sur l'analyse situs des variétés algébriques; par M. *S. Lefschetz* ... 672

ANAPHYLAXIE. — Des phénomènes hématiques dans l'anaphylaxie et l'antianaphylaxie (crise hémoanaphylactique); par MM. *Charles Richet, P. Brodin* et *Fr. Saint-Girons* ... 369

ANATOMIE.

— Remarques sur la morphologie du centre phrénique des Mammifères; par M. *G. Petit* ... 417

ANATOMIE COMPARÉE. — Sur quelques caractères du fémur du Pithécanthrope; par M. *Henri-V. Vallois* ... 739

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — Sur les néo-formations d'origine chorioectodermique dans les tumeurs du testicule; par MM. *Hartmann* et *Peyron* ... 1131

ANATOMIE VÉGÉTALE. — Sur la fleur femelle des *Ruscus*; par M. *J. Pavillard* ... 113
— Développement de l'anthère et du pollen des Labiées; par M. *Paul Guérin* ... 182
— Sur les canaux sécréteurs de quelques Gesnéracées et en particulier ceux de *Monophyllæa Horsfieldii* R. Br; par M. *J. Chifflot* ... 525
— L'appareil conducteur foliaire des

Pages.
Légumineuses : Papilionacées et Mimosées; par M. *F. Morvillez*.... 787
ANTHROPOLOGIE. — De l'aplatissement de la partie supérieure du corps de l'humérus chez les enfants de la pierre polie; par M. *Marcel Baudouin*.......................... 129
— Mode d'ossification du grand trochanter chez l'homme de la Pierre polie; par M. *Marcel Baudouin*.... 1234
ANTICORPS. — Mécanisme de la destruction, dans le sérum, de la cellule antigène sensibilisée par son anticorps spécifique; par M. *J. Tissot*.......................... 1283
ARITHMÉTIQUE. — Le crible d'Eratosthène et le théorème de Goldbach; par M. *Viggo Brun*........ 544
— Sur la distribution des nombres premiers; par M. *Harald Cramer*..... 1153
ARITHMÉTIQUE GÉOMÉTRIQUE. — Détermination des points entiers des courbes algébriques unicursales à coefficients entiers; par M. *Edmond Maillet*.................. 217
ARTILLERIE. — Sur une application nouvelle de la viscosité; par M. *Georges Claude*.......................... 274

ASTRONOMIE.

— Sur un appareil genre astrolabe à prisme, destiné à la mesure des variations de latitude; par M. *René Baillaud*...................... 85
— Sur l'étude des perturbations de l'axe optique d'une lunette méridienne en direction; par M. *Maurice Hamy*.......................... 484
— Sur l'unification du temps astronomique et du temps civil; par M. *G. Bigourdan*..................... 1080
— Voir *Bureau des Longitudes, Calendrier, Cosmogonie, Éclipses, Étoiles, Heure, Histoire des sciences, Mécanique céleste, Nébuleuses, Soleil.*

Pages.
ATOME — Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes; par M. *H. Deslandres*.................... 861
— *Errata* relatifs à cette Communication.......................... 1168
— Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes; par M. *H. Deslandres*...................... 1179
— M. *Charles Moureu* présente la traduction française d'une étude de Sir J.-J. Thomson sur la « Théorie atomique »..................... 878
— Actions mécaniques à hérédité discontinue par propagation; essai de théorie dynamique de l'atome à quanta; par M. *Marcel Brillouin*.......................... 1318
AVIATION. — Indicateur-jalonneur de route pour la navigation aérienne à l'estime; par M. *L. Dunoyer*..... 726
— Sur les erreurs d'estime que peut entraîner la connaissance incomplète du régime aérologique; par M. *L. Dunoyer*..................... 1102
— Théorie du vol des aéroplanes aux diverses altitudes. Prédétermination de la hauteur du plafond; par M. *A. Rateau*.................. 1142
— Suite de la théorie des aéroplanes. Conséquences principales des formules; par M. *A. Rateau*......... 1246
— Théorie de la montée rectiligne des aéroplanes. Vitesse ascensionnelle maximum; par M. *A. Rateau*..... 1295
Voir *Aérodynamique*.

B

BACTÉRIOLOGIE.

— Milieu à l'eau de levure autolysée pour la culture du *B. coli*; par MM. *F. Diénert* et *A. Guillerd*.... 256
— La pseudograsserie, maladie nouvelle des chenilles de *Lymantria dispar*; par M. *A. Paillot*......... 258
— Sur les causes de la mort chez les che-

Pages.
vaux immunisés avec les bactéries tuées ou les extraits bactériens; par MM. *E. Debains* et *E. Nicolas*. 324
— Du rôle du microbe filtrant bactériophage dans la fièvre typhoïde; par M. *F. d'Hérelle*............. 631
— Sur un opacimètre destiné aux dosages bactériens; par MM. *Lambert, Vlès* et *de Watteville*......... 797
— Variété achromogène du bacille pyocyanique; par M. *C. Gessard*.. 1066
— Mécanisme de la destruction, dans le sérum, de la cellule antigène sensibilisée par son anticorps spécifique; par M. *J. Tissot*.......... 1283
Voir *Anticorps, Maladies infectieuses, Microbiologie.*

Balistique. — Rapport sommaire présenté par M. *Appell* au nom de la Commission de Balistique........ 138
— Rapport sommaire présenté, au nom de la Commission de Balistique; par M. *P. Appell*............... 1147
Voir *Acoustique physiologique, Artillerie.*
— Sur les sensations physiologiques de détonation; par M. *Ernest Esclangon*........................ 699
— Sur les formules représentatives des trajectoires; par M. *Risser*........ 390
— Sur les phénomènes qui se produisent dans la combustion de la poudre en vase clos; par M. *Létang*....... 1313

BIOLOGIE.

— Suggestion sur la nature et les causes de l'hérédité ségrégative (caractères mendéliens) et de l'hérédité agrégative (caractères non mendéliens); par M. *Yves Delage*...... 30
— Les lois de la cicatrisation des plaies sont-elles réductibles aux lois générales de croissance des organismes; par MM. *E. Fauré-Frémiet* et *F. Vlès*.................. 363
Voir *Embryogénie, Evolution.*
Biologie végétale. — Sur la stabilisation de caractères dans les plantes salées; par M. *Pierre Lesage*.. 1003
Voir *Mutations.*

BOTANIQUE.

— Sur quelques thalles d'*Aneura* dépourvus de chlorophylle; par M. *Marcel Denis*............... 64
— M. *Costantin* présente la cinquième édition, revue et mise à jour, des « Éléments de Botanique » de Van Tieghem.......................... 336
— L'*Urera Humblotii* H. Baillon et ses affinités; par M. *Paul Guérin*..... 517
Voir *Anatomie végétale, Biologie végétale, Cultures, Cytologie végétale, Embryogénie végétale, Fougères, Greffe, Histologie végétale, Physiologie végétale, Racine.*
Bulletin bibliographique. — 192, 290, 427, 479, 635, 707, 804, 914, 1134, 1167
Bureau des Longitudes. — Sur un projet du Bureau des Longitudes relatif à la détermination d'un réseau mondial de longitudes et de latitudes; par MM. *Emile Picard, B. Baillaud* et *Ferrié*........... 1074

C

Calcul des probabilités. — Sur les erreurs de situation d'un point; par M. *Alf. Guldberg*........... 153
— Sur la loi des erreurs de Bravais; par M. *Alf. Guldberg*............. 815
Calendrier. — Projet de réforme du calendrier civil actuel (julien, grégorien); par M. *G. Bigourdan*.... 21
— Sur la réforme du Calendrier; par M. *H. Deslandres*............... 133
Candidatures. — Liste de candidats à la place vacante, dans la Section d'Économie rurale, par le décès de MM. *A. Müntz* : 1° M. *Gabriel Bertrand*; 2° MM. *Gustave André, Léon Lindet, Viala*............. 260

Pages.

— Liste de candidats à la place vacante, dans la Section de Physique, par le décès de M. *H. Amagat* : 1° M. *Marcel Brillouin*; 2° MM. *Henri Abraham*, *Daniel Berthelot*, *Aimé Cotton*, *Anatole Leduc*, *Jean Perrin*........................ 368

— Liste de candidats à la place vacante, dans la Section de Géométrie, par l'élection de M. *E. Picard* comme Secrétaire perpétuel : 1° M. *Emile Borel*; 2° M. *Edouard Goursat*; 3° MM. *Elie Cartan*, *Jules Drach*, *Henri Lebesgue*, *Ernest Vessiot*.................. 968

— L'Académie adjoint M. *Claude Guichard* à la liste de présentation.... 968

— Liste de candidats à la place vacante, dans la Section de Chimie, par le décès de M. *Jungfleisch* : 1° M. *Emile Bourquelot*; 2° M. *Georges Urbain*; 3° MM. *Auguste Béhal*, *Emile Blaise*, *Marcel Delépine*, *Paul Lebeau*............. 1072

— L'Académie adjoint à cette liste les noms de MM. *Albert Colson* et *Camille Matignon*................ 1072

— Liste de candidats à la place vacante, dans la Section de Médecine et Chirurgie, par le décès de M. *A. Dastre* : 1° M. *Fernand Widal*; 2° M. *Anatole Chauffard*; 3° M. *Hyacinthe Vincent*............. 1236

— Liste de candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Ch. Wolf*: 1° M. *Henri Andoyer*; 2° MM. *Emile Belot*, *Félix Boquet*, *Charles Nordmann*, *Alfred Perot*, *Martial Simonin*.... 1288

— Liste de candidats à la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *Duhem* : 1° M. *Kilian*; 2° M. *E. Cosserat*; 3° MM. *Philippe Barbier*, *Robert de Forcrand*, *Magnus de Sparre*........ 191

— Liste de candidats à la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *H. Bazin* : 1° M. *Eugène Cosserat*; 2° M. *Magnus de Sparre*; 3° MM. *Philippe Barbier*, *Robert de Forcrand*.............. 634

— Liste de candidats à l'une des places des Membres de la Division des Applications de la Science à l'Industrie : 1° M. *Hilaire de Chardonnet*; 2° MM. *Georges Claude*, *M. Laubeuf*, *L. Lumière*, *Maurice Prud'homme*, *Charles Rabut*...... 913

Voir *Commissions*, *Élections*.

Capillarité. — Sur les lois de l'écoulement des liquides par gouttes dans des tubes cylindriques; par M. *L. Abonnenc*................ 556

— Pression de vapeur des liquides en lames minces; par M. *Félix Michaud*........................ 1155

Carbures d'hydrogène. — Action de l'acétylène monosodé sur quelques iodures d'alcools primaires à chaîne ramifiée; par M. *Picon*........... 894

— Action de la chaleur sur les méthylsulfates alcalins et alcalino-terreux; par MM. *J. Guyot* et *L.-J. Simon*......................... 1054

— Action du sulfate diméthylique sur les sulfates alcalins et alcalino-terreux; par MM. *J. Guyot* et *L.-J. Simon*.................... 1204

— Préparation de quelques hydrocarbures volatils acycliques ou cycliques saturés renfermés dans les essences de pétrole; par MM. *G. Chavanne* et *L.-J. Simon*........ 1324

— Sur une nouvelle synthèse de la benzylidène-acétone; par M. *G. Langlois*.......................... 1052

Voir *Alcools*, *Catalyse*, *Mélanges doubles*.

Catalyse. — Déshydrogénation catalytique par le nickel en présence d'hydrogène; par MM. *Paul Sabatier* et *Georges Gaudion*.......... 670

— Action des métaux divisés sur les vapeurs de pinène; par MM. *Paul Sabatier*, *Alph. Mailhe* et *G. Gaudion*......................... 926

Chaleur. — Calcul du rapport des chaleurs spécifiques principales du benzène et du cyclohexane par la méthode cyclique de M. Leduc; par M. *G. Déjardin*............ 161

— Sur la détermination des températures atteintes dans les réactions explosives; par M. *Muraour*...... 995

Voir *Aciers*, *Thermodynamique*, *Dilatation*, *Distillation*, *Dynamique des fluides*, *Explosifs*, *Histoire des sciences*.

Pages.

CHAMPIGNONS. — Voir *Microbiologie, Parasitologie.*

CHIMIE AGRICOLE. — Influence des fluorures sur la végétation. A. Essais préliminaires en vases de jardin; par MM. *Armand Gautier* et *P. Clausmann*.................... 976

— *Errata* relatifs à cette Communication.......................... 1136

— Indice de chlore comme mesure comparative de la richesse des terres en humus; par MM. *L. Lapicque* et *E. Barbé*..................... 118

— Sur une conséquence importante de la synthèse industrielle de l'ammoniaque; par M. *Georges Claude*. 1001

Voir *Chimie analytique, Chimie végétale.*

CHIMIE ANALYTIQUE.

— Appareil pour l'analyse rapide de l'air confiné et des atmosphères insalubres; par M. *E. Kohn-Abrest*........................ 1019

— Réactif et méthode de dosage de l'ozone; par M. *Louis Benoist*.... 612

— Méthode de réduction rapide du chloroplatinate de potassium; par M. *Horsch*..................... 167

— Sur le dosage du zirconium; par MM. *Paul Nicolardot* et *Antoine Reglade*...................... 348

— Sur une réaction très sensible du cuivre. Application à l'analyse des cendres et des terres arables; par MM. *L. Maquenne* et *E. Demoussy*. 489

— Caractérisation et dosage de l'oxychlorure de carbone; par MM. *André Kling* et *René Schmutz*........ 773

— Dosage de l'oxychlorure de carbone contenu dans l'air à l'état de traces; par MM. *André Kling* et *René Schmutz*................. 891

CHIMIE BIOLOGIQUE.

— Recherches biochimiques sur les plaies de guerre; par M. *Albert Berthelot*...................... 251

— Sur les conserves de fruits préparées à froid, sans addition de sucre, d'alcool ni d'antiseptique; par M. *Gabriel Bertrand*............ 1162

— Sur le mécanisme de la conservation des fruits dans l'eau froide; par M. *Gabriel Bertrand*............ 1285

Voir *Glucosides, Synthèse biochimique.*

CHIMIE INDUSTRIELLE. — Sur l'action nocive des émanations de l'usine de Chedde; par M. *L. Mangin*.... 195

— Sur une conséquence importante de la synthèse industrielle de l'ammoniaque; par M. *Georges Claude*. 1001

CHIMIE INORGANIQUE.

— C. Sur les conditions de formation du coke; par MM. *Georges Charpy* et *Gaston Decorps*........... 1301

— Cl. Sur les systèmes chlore-acide hypochloreux - hypochlorite de soude; par M. *de Mallmann*...... 1114

Voir *Chimie agricole.*

— Cr. Sur l'évolution et l'oxydation de l'hydrate chromique en solution alcaline; par MM. *F. Bourion* et *A. Sénéchal*................. 59

— Sur l'évolution et les propriétés magnétiques de l'hydrate chromique en solution alcaline; par MM. *F. Bourion* et *A. Sénéchal*.......... 89

— Co. Les azotures normaux de nickel et de cobalt; par M. *A.-C. Vournasos*......................... 889

— Gl. Méthode de traitement du béryl pour en extraire la glucine; par M. *H. Copaux*................. 610

H. Voir *Diffusion.*

K. Voir *Luminescence.*

— N. Sur la constitution des vapeurs nitreuses; par MM. *P. Jolibois* et *A. Sanfourche*................. 235

— Sur l'oxydation du bioxyde d'azote par l'air sec; par M. *André Sanfourche*........................ 307

— Le cycle d'oxydation du bioxyde d'azote en présence d'eau; par M. *André Sanfourche*........... 401

Voir *Co, Ni.*

Na. Voir *Luminescence.*

— Ni. Les azotures normaux de nickel et de cobalt; par M. *A.-C. Vournasos*........................ 889

Voir *Catalyse.*

— P. Sur quelques propriétés des phos-

Pages.
phates acides; par M. *A. Joannis*. 1202
— S. Sur les sulfones formés par les iodures de sodium, de rubidium et de cæsium; par MM. *R. de Forcrand* et *F. Taboury*............ 1253
— S. Action du sulfate diméthylique sur les sulfates alcalins et alcalino-terreux; par MM. *J. Guyot* et *L.-J. Simon*.................. 1204
Voir *Aciers, Chimie agricole, Chimie analytique, Chimie physique*.

CHIMIE ORGANIQUE.

Voir *Alcaloides, Alcools, Carbures d'hydrogène, Catalyse, Chimie industrielle, Cycles mixtes, Glucosides, Sucres, Urée*.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE.

— Le calcium dans la physiologie normale des Phasmides (Ins. orth.) : œuf et larve éclosante; par M. *J. Pantel*........................ 127
— Le calcium, forme de réserve dans la femelle des Phasmides; ses formes d'élimination dans les deux sexes; par M. *J. Pantel*............... 242
— Rôle du calcium dans la minéralisation du noyau des cellules excrétrices chez les Phasmides; par M. *J. Pantel*.................... 318
— Le sucre protéidique; par M. *H. Bierry*........................ 1225
Voir *Venins*.

CHIMIE PHYSIQUE.

— Inflammation spontanée des mélanges d'air et de vapeur d'éther; par M. *E. Alilaire*.............. 729
— Évolution des solutions très diluées d'acide tétrachloroplatinique dans l'obscurité complète et à diverses températures; par M. *Marcel Boll*. 1108
— Sur l'évolution et les propriétés magnétiques de l'hydrate chromique en solution alcaline; par MM. *F. Bourion* et *A. Sénéchal*.......... 89
— Sur la silice amorphe précipitée; par M. *P. Braesco*.................. 343
Pages.
Voir *Aciers, Diastases, Diffusion, Dilatation, Distillation, Explosifs, Luminescence, Mélanges doubles*.
Chimie physique biologique. — Sur les pseudo-organismes de fluorosilicates de calcium; par M. *A.-L. Herrera*...................... 1015
— Schème physique pour servir à l'étude de la nutrition minérale de la cellule; par M. *Pierre Girard*.. 1335

CHIMIE VÉGÉTALE.

— Sur le pouvoir absorbant de la terre sèche ou humide vis-à-vis du chlore gazeux; par MM. *Daniel Berthelot* et *René Trannoy*........ 121
— Étude spectrographique des cendres de plantes marines; par M. *Eugène Cornec*.......................... 513
— La détermination des bois de deux *Dalbergia* de Madagascar, d'après les caractères de leurs matières colorantes; par M. *Aimé Jauffret*.. 693
— Nouvelles remarques sur le rôle de l'assise nourricière du pollen; par M. *Mascré*.................... 1214
— Sur deux sels cristallisés du principe phospho-organique de réserve des plantes vertes; par M. *S. Posternak*.............................. 1216
Voir *Chimie agricole, Glucosides, Urée*.

Chronométrie. — Nouvelle méthode pour l'étude expérimentale des spiraux plats; par M. *Jules Andrade*......................... 1268
Voir *Mécanique appliquée*.
Cœlentérés. — La structure de la mésoglée et l'origine des cellules sexuelles du *Parantipathes larix* (Esper). La question du feuillet moyen chez les Cœlentérés; par M. *J.-L. Dantan*................ 629
Colorants. — Voir *Chimie végétale*.
Commissions. — Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de Membre non résidant, vacante par la mort de M. *P. Duhem* : MM. *Emile Picard, L. Lecornu; A. Lacroix, P. Termier; Ch. Depéret, Ch. Flahault*........ 81

Pages

— Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de Membre non résidant, vacante par le décès de M. *H. Bazin* : MM. *E. Picard* et *Lecornu*; *Haller* et *A. Lacroix*; *Sabatier* et *Flahault*..... 536
— Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place d'Associé étranger, vacante par la radiation de M. *von Baeyer* : MM. *Emile Picard*, *Deslandres*, *Hamy*; *Haller*, *Lacroix*, *Douvillé*.............. 337
— Commission chargée de présenter une liste de candidats à l'une des places vacantes dans la Division des Applications de la Science à l'Industrie : MM. *H. Deslandres*, *P. Villard*; *A. Haller*, *H. Le Chatelier*; *A. Rateau*, *G. Charpy*....... 670
Voir *Fondation Carnegie*, *Fondation Loutreuil*, *Fonds Bonaparte*.

CONFÉRENCE INTERALLIÉE DES ACADÉMIES SCIENTIFIQUES. — M. *Emile Picard* informe l'Académie que la Conférence intéralliée des Académies scientifiques se réunira à Bruxelles le 18 juillet........... 917
— M. *Arthur Schuster* fait connaître le programme de la réunion du « Conseil international de recherches ». 1147

CONGRÈS. — M. *Edmond Perrier* est désigné pour représenter l'Académie au « Congrès interallié d'hygiène sociale »........................ 751

CONSEIL INTERNATIONAL DE RECHERCHES. — Voir *Conférence interalliée des Académies scientifiques*

CONSERVATOIRE DES ARTS ET MÉTIERS. — M. *H. Le Chatelier*, présente le compte rendu d'études faites par le « Laboratoire du Conservatoire des Arts et Métiers »............ 1252
— Liste de candidats à la chaire de Chimie agricole et analyse chimique, vacante par le décès de M. *Th. Schlœsing* : 1° M. *Schlœsing*; 2° M. *Nottin*.............. 1262
— Liste de candidats à la chaire d'Électricité industrielle, vacante par le décès de M. *M. Deprez* : 1° M. *H. Chaumat*; 2° M. *Swyngedauw*.... 1305

COSMOGONIE. — Hypothèse conciliant la cosmogonie tourbillonnaire avec l'explication des particularités des Novæ et du Soleil; par M. *Emile Belot*........................ 158
— Sur les orbites spirales à gravitation équilibrée; par M. *Emile Belot*.... 935
— Précisions nouvelles sur le noyau solaire primitif, sa rencontre avec la nébuleuse originelle et la formation des nébuleuses spirales; par M. *Emile Belot*................ 1097

COURANT ALTERNATIF. — Sur l'influence de l'enveloppe sur les résistance et réactance effectives d'un câble armé pour les harmoniques 3; par M. *Swyngedauw*.. 87
— Sur les pertes d'énergie dans les diélectriques des câbles armés; par M. *Swyngedauw*................ 234
— Application de la théorie des deux réactions au calcul des oscillations forcées des alternateurs accouplés fonctionnant en marche synchronique; par M. *André Blondel*...... 376
— Oscillations libres des alternateurs sur réseaux à tension constante; par M. *André Blondel*.......... 439
— *Errata* relatifs à cette Communication......................... 532
— Conditions de stabilité de la marche synchronique des alternateurs accouplés sur réseau à tension constante; par M. *André Blondel*.. 587
Voir *Electrolyse*, *Oscillations électriques*.

CRISTALLOGRAPHIE.

— Calcul des rayons extraordinaires pour certaines structures de liquide anisotrope; par M. *F. Grandjean*.......................... 91
— Nouveaux exemples du calcul des rayons extraordinaires pour certaines structures de liquides anisotropes; par M. *F. Grandjean*.... 408
— Les cristaux liquides de l'acide agaricique; par M. *Paul Gaubert*....... 277

CRUSTACÉS. — Sur la morphologie du membre des Crustacés; par M. *H. Coutière*..................... 1061
— Le membre des Arthropodes; par M. *H. Coutière*.................. 1228

CULTURES. — Cultures maraîchères expérimentales au bord de la mer; par M. *Lucien Daniel*........... 116

Pages.

Voir *Greffe*.

CYCLES MIXTES. — Sur les oxydihydrocinchonines α et β et leur rôle dans la production de certains isomères de la cinchonine; par M. *E. Léger*. 404

— Sur la mobilité des atomes d'hydrogène dans les molécules organiques. Action de la phénylhydrazine sur les dioxindols; par M. *J. Martinet*. 689

— Action de l'eau oxygénée sur la spartéine et l'isospartéine; par MM. *Amand Valeur* et *E. Luce*. 1276

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — Sur le chondriome, les chloroplastes et les corpuscules nucléolaires du protoplasme des *Chara*; par M. *Marcel Mirande*. 283

— Sur la formation cytologique de l'amidon et de l'huile dans l'oogone des *Chara*; par M. *Marcel Mirande*. 528

— Sur le rôle de l'assise nourricière du pollen; par M. *M. Mascré*. 1120

— Nouvelles remarques sur le rôle de l'assise nourricière du pollen; par M. *Mascré*. 1214

D

DÉCÈS. — De M. *Th. Schlœsing*, membre de la Section d'Économie rurale. 293

— De M. *Edward Pickering*, Correspondant pour la Section d'Astronomie. 329

— De M. *Edmund Weiss*, Correspondant pour la Section d'Astronomie. 536

— De Sir *William Crookes*, Correspondant pour la Section de Physique. 709

Voir *Nécrologie*.

DIASTASES. — Sur la loi d'action de la sucrase : Influence de la viscosité sur la vitesse d'hydrolyse; par M. *H. Colin* et Mlle *A. Chaudun*. 1274

DIÉLECTRIQUES. — Sur les pertes d'énergie dans les diélectriques des câbles armés; par M. *Swyngedauw*. 230

— Sur la décomposition de liquides diélectriques au sein desquels jaillit un arc; par MM. *Ed. Urbain* et *Clair Scal*. 887

DIFFUSION DES GAZ. — Sur les conditions d'utilisation de l'appareil de Schilling, pour le contrôle de l'hydrogène industriel; par MM. *F. Bourion* et *Ch. Courtois*. 232

— Nouvelles parois poreuses à filtration dissymétrique; par M. *Louis Benoist*. 1320

DIFFUSION DE LA LUMIÈRE. — Sur la diffusion de la lumière par les molécules de l'air; par M. *J. Cabannes*. 340

Voir *Absorption*.

DILATATION. — Sur la silice amorphe précipitée; par M. *P. Braesco*. 343

DISTILLATION. — Sur une nouvelle colonne à distiller, pour laboratoire, et sur la mesure de son efficacité; par M. *M.-H. Robert*. 993

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — Sur l'écoulement des gaz à très fortes pressions; par M. *A. Rateau*. 330

— Quantité de mouvement totale et vitesse moyenne du jet de gaz sortant d'un réservoir qui se vide par une tuyère; par M. *A. Rateau*. 581

— Sur la célérité des déflagrations; par MM. *Jouguet* et *Crussard*. 820

Voir *Aérodynamique*, *Hydraulique*, *Hydrodynamique*.

E

ÉCLIPSES. — Observations relatives à l'éclipse totale du Soleil du 29 mai, faites à l'Observatoire de Meudon; par M. *H. Deslandres*. 1067

— *Errata* relatif à cette Communication. 1348

ÉLASTICITÉ. — Sur un cas de simplification des formules de M. Boussinesq; par M. *Mesnager*. 153

— Valeurs maxima de la tension près

Pages
de la face inférieure d'une plaque carrée supportant une charge unique concentrée en son centre; par M. *Mesnager* ... 392
Voir *Manomètres*.
ÉLECTIONS DE MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS. — M. *Pierre Viala* est élu Membre de la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *A. Müntz*, décédé ... 261
— M. *Daniel Berthelot* est élu Membre de la Section de Physique, en remplacement de M. *E.-H. Amagat* .. 386
— M. *Edouard Goursat* est élu Membre de la Section de Géométrie, en remplacement de M. *Emile Picard*, élu Secrétaire perpétuel ... 988
— M. *Emile Bourquelot* est élu Membre de la Section de Chimie, en remplacement de M. *Jungfleisch* ... 1086
— M. *Fernand Widal* est élu Membre de la Section de Médecine, en remplacement de M. *Dastre* ... 1261
— Rectification au résultat de cette élection ... 1305
— M. *Henri Andoyer* est élu Membre de la Section d'Astronomie, en remplacement de M. *Ch. Wolf* ... 1305
— M. *George Ellery Hale* est élu Associé étranger, en remplacement de M. *A. von Baeyer* ... 407
— M. *Wilfrid Kilian* est élu Membre non résidant, en remplacement de M. *Pierre Duhem* ... 211
— M. *Eugène Cosserat* est élu Membre non résidant, en remplacement de M. *H. Bazin* ... 669
— M. *Hilaire de Chardonnet* est élu Membre de la Division des Applications de la Science à l'Industrie. 934
— M. *Jean Effront* est élu Correspondant pour la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *Leclainche*, élu Membre de la Section ... 303
— M. *Bigot* est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie ,à la place de M. *W. Kilian*, élu Membre non résidant ... 751
— M. *E. Mathias* est élu Correspondant pour la Section de Physique générale, en remplacement de M. *G. Gouy*, élu Membre non résidant .. 1192

ÉLECTRICITÉ.

Pages.
ÉLECTROMAGNÉTISME. — Sur les propriétés des circuits électriques dénués de résistance; par M. *G. Lippmann* ... 73
— Amplificateurs pour courants continus et pour courants de très basse fréquence; par MM. *Henri Abraham* et *Eugène Bloch* ... 1321
ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — La variation diurne du courant électrique vertical de la Terre à l'air (*observations faites à Jersey*); par M. *Marc Dechevrens* ... 572
ÉLECTRICITÉ MÉDICALE. — De la reconstitution de muscles isolés ou de groupes musculaires par la faradisation rythmée intensive; par M. *J. Bergonié* ... 302
ÉLECTROLYSE. — Sur la production d'un courant continu par application d'une force électromotrice alternative à un voltamètre à électrodes de platine; par M. *P. Vaillant* ... 687
— Sur la polarisation en courant alternatif; par M. *P. Vaillant* ... 768
— Force contre-électromotrice de polarisation dans l'acide sulfurique; par M. *Albert Noyes* ... 1049
ÉLECTRO-OPTIQUE. — Sur la structure spectrale des rayons J; par MM. *R. Ledoux-Lebard* et *A. Dauvillier*. 608
Voir *Courant alternatif*, *Diélectriques*, *Ondes hertziennes*, *Radiologie*.

EMBRYOGÉNIE. — Sur la reproduction et le développement des Bivoltins accidentels et de la première génération qui en dérive, chez le Bombyx du Mûrier; par M. *A. Lécaillon* ... 366
— Sur les changements qu'on observe dans la reproduction et le développement des Bombyx polyvoltins de Chine lorsqu'ils sont transportés et élevés en France; par M. *A. Lécaillon* ... 529
— Pédogenèse et viviparité chez les Actiniaires; par M. *Ch.-J. Gravier* ... 736
— Remarques au sujet de la Note de M. Ch.-J. Gravier; par M. *Edmond*

Pages.
Perrier 738
— Les premières phases du développement embryonnaire chez *Leander squilla* Fabricius; par M. *E. Sollaud*,......................... 963
— A propos du développement embryonnaire des *Palæmonidæ*; par M. *E. Sollaud*.................. 1231
— Sur les premières phases du développement embryonnaire chez *Palemon serratus* Latr.; par M. *Louis Roule*......................... 1059
Embryogénie végétale. — Embryogénie des Polygonacées. Développement de l'embryon chez le *Polygonum Persicaria* L.; par M. *R. Souèges*....................... 791
Embryologie. — Continuité de la lignée des cellules germinales chez les Trématodes *Digenea;* par M. *Robert Dollfus*.................. 124
Voir *Zoologie.*
Énergétique physiologique. — Calorimétrie comparée de l'ingestion de viande, d'acide lactique et d'analine chez l'animal; par M. *Graham Lusk*.................. 1012
Ensembles. — La théorie des ensembles et les nombres décimaux; par M. *Emile Borel*.................. 1148
Équations aux dérivées partielles. — Sur les équations aux dérivées partielles; par M. *H. Duport*...... 45
— Sur le prolongement analytique des intégrales de certains systèmes d'équations aux dérivées partielles linéaires; par M. *Riquier*........ 144
— Sur les courbes quasi asymptotiques des surfaces dans un espace quelconque; par M. *E. Bompiani*..... 755
Équations différentielles. — Détermination des cas de réduction de l'équation différentielle

$$\frac{d^2y}{dx^2} = [\varphi(x) + h]\,y;$$

par M. *Jules Drach* 47
— Sur l'intégration par quadratures de l'équation $\frac{d^2y}{dx^2} = [\varphi(x) + h]\,y$; par M. *Jules Drach*................. 337
— *Errata* relatifs à cette Communication.......................... 532
— Sur l'intégration, par quadratures, de l'équation $\frac{d^2y}{dx^2} = F(x, y)$; par M. *Jules Drach*................. 497
— Sur les singularités irrégulières des équations différentielles linéaires; par M. *René Garnier*............. 142
— Les singularités des équations différentielles et les séries sommables; par M. *Georges Rémoundos*........ 1265
— Sur une famille de fonctions multiformes, intégrales d'une équation différentielle du premier ordre; par M. *Pierre Boutroux*............. 1307
— Sur les solutions algébriques des équations différentielles du premier ordre; par M. *Jules Drach*.... 212
— Sur la généralisation de l'équation de Laplace dans le domaine fonctionnel; par M. *Paul Lévy*....... 752
— Remarque sur l'intégrale résiduelle; par M. *J. Hadamard*............ 533
Voir *Fonctions, Géométrie infinitésimale.*
Équations intégrales. — Sur quelques formules d'approximation, fondées sur la généralisation des quadratures, dites « mécaniques »; par M. *Nicolas Kryloff*.......... 781
Errata. — 132, 292, 428, 532, 636, 744, 832, 916, 1023, 1136, 1168........ 1343
Étoiles. — Mesures de parallaxes stellaires à l'Observatoire Dearborn; par M. *Philip Fox*.............. 1095
— M. l'abbé *Verschaffel* transmet un « Catalogue de 574 étoiles fondamentales » 834
Évolution. — L'évolution est-elle réversible ? Considérations au sujet de certains Poissons; par M. *G.-A. Boulenger*............. 41
— Un cas d'évolution ontogénique à rebours chez un Lézard africain (*Eremias lugubris* A. Smith); par M. *G.-A. Boulenger*............. 78
Explosifs. — Sur la détermination des températures atteintes dans les réactions explosives; par M. *Henri Muraour* 995

F

Pages.

FONCTIONS. — Sur deux extensions des fractions continues algébriques; par M. A. *Angelesco*.............. 262
— Sur les polynomes d'approximation et l'existence des dérivées; par M. *Paul Montel*................ 215
— Sur quelques propriétés des polynomes électrosphériques; par M. *Dejourneaux*.................... 880
— Sur les développements de Jacobi; M. *Erwand Kogbetliantz*.......... 992
— Fonctions entières se rattachant aux nombres premiers; par M. *Michel Petrovitch*..................... 542
— Sur les fonctions de lignes implicites; par M. *Paul Lévy*................ 149
— Sur les lignes singulières des fonctions analytiques; par M. *P. Fatou*........................ 501
— Sur quelques problèmes relatifs à l'itération des fractions rationnelles; par M. *Gaston Julia*....... 147
— Une propriété générale des fonctions entières liée au théorème de M. Picard; par M. *Gaston Julia*........ 502
— Quelques propriétés générales des fonctions entières liées au théorème de M. Picard; par M. *Gaston Julia* 598
— Quelques propriétés des fonctions méromorphes générales; par M. *Gaston Julia*................... 718
— Quelques propriétés des fonctions entières ou méromorphes; par M. *Gaston Julia*............... 812
— Sur les fonctions uniformes à point singulier essentiel isolé; par M. *Gaston Julia*.................. 882
— Sur les fonctions entières ou méromorphes; par M. *Gaston Julia*.... 990
— Les fonctions entières et la croissance; par M. *Gaston Julia*....... 1087
— Sur une propriété des fonctions de variable complexe; par M. *Arnaud Denjoy*......................... 387
— Sur la représentation conforme des domaines multiplement connexes; par M. *Carleman*................ 843
— Sur les zéros de la fonction $\zeta(s)$; par M. *Harald Cramer*.............. 539
— Sur un mode de définition d'une classe de fonctions multiformes dans tout le domaine d'existence de ces fonctions; par M. *Pierre Boutroux*.... 1150
— Sur une famille de fonctions multiformes, intégrales d'une équation différentielle du premier ordre; par M. *Pierre Boutroux*.............. 1307
Voir *Équations différentielles*.
FONDATION CARNEGIE. — M. *le Secrétaire général* invite l'Académie à élire un Membre de la Commission administrative en remplacement de M. *G. Darboux*................ 934
— M. *Emile Picard* est élu............ 988
FONDATION LOUTREUIL. — Des rapports relatifs à l'emploi de subventions sont adressés par : M. *B. Baillaud*. 141
— MM. *A. d'Arsonval* et *F. Bordas*..... 261
FONDS BONAPARTE. — Rapport sur l'emploi d'une subvention, adressé par M. *Charles Pérez*............ 598
— MM. *Daniel Berthelot* et *Carpentier* sont élus Membres de la Commission........................... 1040
FOUGÈRES. — Le Prince *Bonaparte* fait hommage du V[e] fascicule de ses « Notes ptéridologiques «.......... 936
— M. le Prince *Bonaparte* fait hommage du VII[e] fascicule de ses « Notes ptéridologiques »......... 1085

G

GÉOGRAPHIE. — Sur un tracé ancien de la vallée de la Rance; par M. *A. Vacher*........................ 353
— Une Mission scientifique de l'Institut de France en Afrique centrale (Tibesti, Borkou, Ennedi); par M. *Tilho*........................ 984
— Une mission scientifique de l'Institut

Pages.
de France en Afrique centrale. Esquisse géographique du Tibesti, du Borkou et de l'Ennedi; par M. *Tilho* 1081
— A propos d'un Mémoire de J. de Lapparent sur les brèches des environs d'Hendaye; par M. *H. Douvillé* .. 1030
— Affaissement du nord du Delta égyptien, depuis l'Empire romain; par M. *Ch. Audebeau Bey* 1209
Géographie et navigation. — Les voies navigables d'Alsace et de Lorraine : leur rôle et leur avenir; par M. *Ed. Imbeaux* 873
Voir *Navigation*.
Géographie zoologique. — Sur la faune ichtyologique du Sahara oriental; par M. *Jacques Pellegrin*. 961

GÉOLOGIE.

— M. *A. Lacroix* offre une brochure intitulée « Les Sciences minéralogique, géologique et paléontologique à Paris » 833
— Essai de coordination chronologique générale des temps quaternaires; par M. *Ch. Depéret* 868
— Sur les anomalies magnétiques du Bassin parisien; par M. *R. Dubuisson* 563
— Le Col du Cotentin; par M. *A. Bigot*. 515
— Une plage soulevée aux environs de Saint-Malo; par MM. *Ph. Dautzenberg* et *Gustave Dollfus* 169
— Sur l'existence du Terrain houiller en profondeur, à Merville (Nord); par M. *Pierre Pruvost* 94
— Le calcaire carbonifère dans la région de Lille; par M. *G. Delépine* 351
— Les divisions stratigraphiques du Terrain houiller du nord de la France; par MM. *Ch. Barrois* et *Pierre Pruvost* 647
— Comparaison entre le Terrain houiller du nord de la France et celui de la Grande-Bretagne, d'après la succession des faunes; par M. *Pierre Pruvost* 782
Voir *Paléobotanique*.
— Nouvelles observations sur le système d'accidents géologiques appelé « Faille des Cévennes »; par M. *Paul Thiéry* 902
— Constatation d'un mouvement isostatique post-glaciaire dans la région de Chambéry. Age des lignites de Voglans; par M. *Ch. Gorceix* ... 1279
— Les débris de nappe, ou Klippes, de la plaine d'Alais; lambeaux de calcaire urgonien mylonitique, posés sur l'Oligocène; par MM. *Pierre Termier* et *Georges Friedel* 1034
— Phénomènes de charriage, d'âge alpin, près d'Avignon; par M. *Pierre Termier* 1290
— Sur la tectonique des Pyrénées; par M. *P.-W. Stuart-Menteath* 279
— A propos d'un Mémoire de J. de Lapparent sur les brèches des environs d'Hendaye; par M. *H. Douvillé* 1030
— Le terrain houiller sur le littoral de la province d'Oran; par M. *Dalloni* 1008
— Sur le dôme de Noisy-les-Bains et la plaine d'effondrement de l'Habra (Algérie); par M. *Dalloni* 1117
— Rapports latéraux et signification tectonique de l'ellipse granitique des Rehamna (Maroc); par M. *P. Russo* 770
— Le Suessonien dans le Maroc central; par M. *A. Brives* 776
— Sur la présence du Priabonien dans la région de Salonique; par M. *Jacques Bourcart* 855
— Esquisse géologique du Tibesti, du Borkou, de l'Erdi et de l'Ennedi; par MM. *A. Lacroix* et *Tilho* 1169
— Les volcans du Tibesti; par MM. *A. Lacroix* et *Tilho* 1237
— Sur un point de l'histoire de l'océan Pacifique; par M. *J. Repelin* 237
Voir *Géophysique*, *Paléontologie*, *Volcans*.

Géométrie. — Détermination des points entiers des courbes algébriques unicursales à coefficients entiers; par M. *E. Maillet* 852
— Énumération des surfaces de Riemann régulières de genre un; par M. *L.-E.-J. Brouwer* 677
— *Errata* relatif à cette Communication 832

Pages.
— Énumération des groupes finis de transformations topologiques du tore; par M. *L.-E.-J. Brouwer*.... 845
— *Errata* relatifs à cette Communication.... 1168
— Sur les points invariants des transformations topologiques des surfaces; par M. *L.-E.-J. Brouwer*.. 1042
GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — Champs vectoriels à directions asymptotiques indéterminées; par M. *Axel Egnell*.... 1263
— Surfaces applicables l'une sur l'autre; par M. *Bertrand Gambier*.... 537
— Surfaces applicables sur le paraboloïde de révolution; par M. *Bertrand Gambier*.... 674
— Sur une série de surfaces à courbure totale constante telles que leurs lignes de courbure forment un réseau du type p A', — $(p + 1)$ B'; par M. *C. Guichard*.... 36
— Sur la déformation des quadriques; par M. *C. Guichard*.... 200
— Sur un mode de génération des surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système; par M. *C. Guichard*.... 982
— Sur les surfaces isothermiques; par M. *C. Guichard*.... 1185
GÉOPHYSIQUE. — A propos du refroidissement des globes planétaires; par M. *Adrien Guébhard*.... 171
— Un point de vue nouveau sur la métallogenèse; par M. *Adrien Guébhard*.... 615
— Sur le mode de déclenchement du diastrophisme cortical; par M. *Adrien Guébhard*.... 1327
GLUCOSIDES. — Application de la méthode biochimique à l'étude des feuilles d'*Hakea laurina*. Extraction d'un glucoside (arbutine) et de québrachite; par MM. *Em. Bourquelot* et *H. Hérissey*.... 414
— Application de la méthode biochimique à l'étude de plusieurs espèces d'Orchidées indigènes. Découverte d'un glucoside nouveau, la « loroglossine »; par MM. *Em. Bourquelot* et *M. Bridel*.... 701
Voir *Synthèse biochimique*.
GRAVITATION. — Recherches expérimentales sur la gravitation; par M. *V. Crémieu*.... 227
GREFFE. — L'*Amygdalopersica Formonti*; par MM. *G. Rivière* et *G. Bailhache*.... 552

H

HEURE. — Difficultés rencontrées dans l'étude des grains par suite de l'incertitude sur l'heure des observations; par M. *J. Renaud*.... 410
HISTOIRE DES SCIENCES. — M. *G. Kœnigs* présente, au nom de M. *Lemonnier*, un exemplaire d'une Communication « Sur les premières machines à vapeur à Paris en 1726 ». 337
— M. *A. Lacroix* fait hommage, au nom de M. *Kunz*, d'une brochure publiée à l'occasion du 175e anniversaire de la naissance de l'abbé René-Just Haüy.... 812
— L'Observatoire de Le Monnier dans la rue Saint-Honoré; par M. *G. Bigourdan*.... 642
— Les travaux de Le Monnier à l'observatoire de la rue Saint-Honoré; par M. *G. Bigourdan*.... 709
— Les travaux de Le Monnier à la méridienne de Saint-Sulpice; par M. *G. Bigourdan*.... 745
— Les travaux de Le Monnier à la méridienne de Saint-Sulpice. — La fin de l'Observatoire de la rue Saint-Honoré; par M. *G. Bigourdan*.... 808
— L'Observatoire de l'Hôtel de Cluny, plus tard Observatoire de la Marine; par M. *G. Bigourdan*.... 1025
— Coordonnées et instruments de l'Observatoire de la Marine; par M. *G. Bigourdan*.... 1137
— Travaux de l'Observatoire de la Marine; par M. *G. Bigourdan*.... 1174
— M. *le Secrétaire perpétuel* présente, au nom de Mme veuve *Halphen*, le tome II des « Œuvres de G.-H. Halphen ».... 45
— M. *Emile Picard*, présente un volume

Pages.

de M. *Jean Mascart* sur « La vie et les travaux de Borda », pour lequel il a écrit une Introduction....... 1251

HISTOLOGIE. — Sur le tissu conjonctif du cœur de l'Escargot; par M. *E. Fernandez-Galiano*.............. 1065

HISTOLOGIE VÉGÉTALE. — Sur une nouvelle méthode de coloration élective des membranes végétales lignifiées; par M. *P. Bugnon*....... 60

HYDRAULIQUE. — Régulateur et compteur du débit d'une source captée par une galerie horizontale ou faiblement inclinée; par M. *H. Parenty*.................. 207

— Sur le mouvement graduellement varié et la propagation des crues; par M. *Edmond Maillet*.......... 266

— Sur la force gyroscopique des fluides; par M. *E. Faure*................ 395

— Sur la formule de Bernoulli; par M. *Emile Cotton*................ 547

— Sur la théorie analytique des turbines hydrauliques; par M. *A. Petot*....................... 600

— Conditions à remplir lorsqu'on veut dans une installation hydraulique augmenter le débit, et par suite le travail sans modifier la conduite; par M. *de Sparre*.......... 663

— Sur les coups de bélier dans les conduites de diamètre variable; par M. *G. Guillaumin*............... 605

— *Errata* relatifs à cette Communication......................... 1136

— Sur les coups de bélier dans les conduites de diamètre variable et formées de parties tronconiques; par M. *Guillaumin*.................. 723

— Sur les conduites forcées à caractéristique variable; par M. *G. Guillaumin*....................... 1310

HYDRODYNAMIQUE. — Sur la force gyroscopique des fluides; par M. *E. Faure*......................... 395

— Sur l'écoulement des fluides; par M. *L. Lecornu*.................. 481

— *Errata* relatifs à cette Communication........................... 636

— Sur les tourbillons d'une veine fluide; par M. *L. Lecornu*............... 923

Voir *Dynamique des fluides*.

HYDROGRAPHIE. — Sur un procédé de sondage en mer, à bord d'un bateau en marche, basé sur la propagation du son dans l'eau; par M. *Marti*........................ 1100

HYGIÈNE. — L'intoxication arsenicale dans les industries de la houille et de ses dérivés (intoxication houillère arsenicale); par MM. *Ad. Bayet* et *Aug. Slosse*............. 704

— Appareil pour l'analyse rapide de l'air confiné et des atmosphères insalubres; par M. *E. Kohn-Abrest*. 1019

Voir *Aliments*, *Congrès*.

I

INDUSTRIE. — Sur une application de la journée de 8 heures; par M. *H. de Chardonnet*................. 1038

— L'organisation économique des transports industriels automobiles dans une grande ville; par M. *Emile Belot*......................... 424

Voir *Électricité*.

INTÉGRALES. — Sur l'échange du paramètre et de l'argument. Analogies avec la réduction des intégrales doubles de seconde espèce; par M. *A. Buhl*....................... 504

— Sur quelques formules d'approximation, fondées sur la généralisation des quadratures, dites « mécaniques »; par M. *Nicolas Kryloff*... 721

— Sur la vraie valeur des intégrales définies; par M. *Arnaud Denjoy*.. 848

Voir *Équations différentielles*.

INSECTES. — Sur l'existence chez les Locustiens et les Grilloniens, d'un organe servant à la rupture du chorion au moment de l'éclosion; par M. *P. Cappe de Baillon*......... 1233

Voir *Bactériologie*, *Chimie physiologique*.

L

Pages.

Luminescence. — Sur les phénomènes de luminescence accompagnant l'oxydation du potassium ou du sodium; par M. *G. Reboul*........ 1195

M

Magnétisme. — Voir *Chimie inorganique* (Cr).

Magnétisme terrestre. — Valeurs des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux au 1er janvier 1919; par M. *Ch. Dufour*.... 112

— Sur les anomalies magnétiques du bassin parisien; par M. *R. Dubuisson*.......................... 563

Maladies infectieuses. — De la pathogénie du choléra. La défense naturelle du péritoine contre les vibrions cholériques; par M. *G. Sanarelli*...................... 69

— De la pathogénie du choléra. Le gastro-entérotropisme des vibrions; par M. *G. Sanarelli*............. 578

— Du rôle du microbe filtrant bactériophage dans la fièvre typhoïde; par M. *F. d'Hérelle*............. 631

— Mécanisme de l'infection typhique chez le Lapin. Vaccination antityphique par la voie buccale; par M. *A. Besredka*................. 1338

— Les infections expérimentales inapparentes. Exemples tirés de l'étude du typhus exanthématique; par MM. *Charles Nicolle* et *Charles Lebailly*...................... 800

— Étude sur la grippe épidémique de 1918-1919; par MM. *Yamanouchi*, *Iwashima* et *Sakakami*......... 1346

Voir *Bactériologie*, *Parasitologie*, *Pathologie animale*, *Sérothérapie*, *Syphilis*, *Analyse mathématique*.

Manomètre. — Sur un manomètre en verre, à parois élastiques; par MM. *Georges Baume* et *Marius Robert*....................... 1199

MATHÉMATIQUES.

Voir *Arithmétique*, *Calcul des probabilités*, *Géométrie*, *Théorie des nombres*.

MÉCANIQUE.

Mécanique appliquée. — Sur la rupture prématurée des pièces d'acier soumises à des efforts répétés; par M. *Ch. Frémont*................ 54

— Sur les essais de flexion par choc de barreaux entaillés; par M. *André Cornu-Thénard*............... 1315

— Présentation d'un modèle réduit du compteur de vapeur; par M. *H. Parenty*........................ 835

— Sur une propriété très générale des câbles servant aux transports aériens; par M. *G. Leinekugel le Cocq*. 761

— Sur une nouvelle forme canonique des massifs armés; par M. *Charles Rabut*........................ 51

— Principes et règles scientifiques pour l'établissement des longs tunnels sous nappe d'eau; par M. *Charles Rabut* 220

— Sur la synthèse statique des constructions; par M. *Charles Rabut*....... 603

— Sur le nombre minimum de spiraux associés; par M. *Jules Andrade*.. 139

Voir *Chronométrie*.

Mécanique céleste. — Remarque sur les problèmes des deux corps et des trois corps; par M. *Jean Chazy*........................ 81

— Développement algébrique de la partie principale de la fonction perturbatrice suivant la méthode de Cauchy; par M. *Henry Bourget*.... 83

Mécanique et physique mathématique. — Actions mécaniques à hérédité discontinue par propagation; essai de théorie dynamique de l'atome à quanta; par M. *Marcel Brillouin*.................... 1318

Mécanique physique. — Sur l'écrouissage du plomb, de l'étain et du thallium; par M. *Paul Nicolardot*.. 558

— Sur certaines solutions particulières du problème de l'état ébouleux;

Pages.
par M. *G. Guillaumin*........... 818
— Sur certaines solutions particulières du problème de l'état ébouleux, où le massif considéré comprend deux régions régies par des lois différentes; par M. *G. Guillaumin*.... 885
Voir *Dynamique des fluides, Élasticité, Hydraulique, Hydrodynamique.*

MÉDECINE.

Voir *Biologie, Chimie biologique, Electricité médicale, Hygiène, Maladies infectieuses, Parasitologie, Physiologie pathologique, Radiologie, Sérothérapie.*

MÉLANGES DOUBLES. — Sur une méthode physico-chimique de dosage des carbonates alcalins en présence des bases alcalines libres. Application à l'analyse des gaz des fumées; par MM. *René Dubrisay, Tripier* et *Toquet*............... 56
— Températures critiques de dissolution dans l'aniline des principaux carbures d'hydrogène renfermés dans les essences de pétrole; par MM. *G. Chavanne* et *L.-J. Simon.* 1111
MÉMOIRES PRÉSENTÉS. — Sur les équations aux dérivées partielles; par M. *H. Duport*.................. 45
— Essai de Balistique expérimentale; méthode photographique pour la détermination complète des trajectoires; par M. *L. Dunoyer*.... 47
— Projecteur pour défense contre aéronefs; par M. *Bochet*............. 842
— Mémoires relatifs aux machines à vapeur; par M. *A. Herdner*......... 989

MÉTÉOROLOGIE.

— Sur la superposition des courants aériens au-dessus de la presqu'île du Cap Vert (Sénégal); par M. *Henry Hubert*................. 99
— Sur la prévision des grains orageux en Afrique occidentale; par M. *Henry Hubert*................... 567
— Sur l'origine et le groupement des phénomènes météorologiques; par M. *Eugène Mesnard*............ 102
— Influence de la vitesse du vent sur la distribution verticale et les variations des éléments météorologiques dans les couches basses de l'atmosphère; par M. *C.-E. Brazier*...... 179
— Influence de la distribution verticale des températures sur les vitesses du vent mesurées au voisinage du sol; par M. *C.-E. Brazier*............ 1160
— Recherches sur une nouvelle méthode de prévisions météorologiques; par M. *Albert Nodon*...... 282
— Sur les brises de terre et de mer à Bayonne; par M. *J. Rouch*........ 313
— Sur la vitesse du vent dans la stratosphère; par M. *J. Rouch*........ 1281
— Sur une règle de prévision des variations barométriques et son coefficient de certitude; par MM. *G. Reboul* et *L. Dunoyer*......... 356
— Sur la prévision des variations barométriques: vents d'appel pour les dépressions; par MM. *G. Reboul* et *L. Dunoyer*.................. 457
— Sur les actions mutuelles des basses pressions et des hautes pressions; par MM. *G. Reboul* et *L. Dunoyer.* 621
— Sur l'utilisation des vents de sondage pour la prévision des variations barométriques; par MM. *L. Dunoyer* et *G. Reboul*.......... 785
— *Errata* relatifs à cette Communication........................... 832
— Influence des saisons et des régimes aérologiques sur les variations corrélatives de la pression atmosphérique et de l'intensité du vent; par MM. *G. Reboul* et *L. Dunoyer*.... 947
— Difficultés rencontrées dans l'étude des grains par suite de l'incertitude sur l'heure des observations; par M. *J. Renaud*................... 410
— Périodicité des vagues atmosphériques; par M. *Joseph Lévine*..... 566
— Les 220 ans d'observations de Paris; par M. *Joseph Lévine*........... 1011
— Réflexions préliminaires sur les mouvements généraux de l'atmosphère; par M. *H.-H. Hildebrandsson*........................ 593
— Sur un appareil destiné à l'étude de la formation et de la persistance

Pages.
des brouillards; par MM. *A. Trillat* et *M. Fouassier*............. 570
— Sur les orages de froid et leurs trajectoires; par M. *Albert Baldit*.. 623
— Sur certains cas de diminution de la vitesse du vent avec l'altitude; par M. *Albert Baldit*................ 1211
— Sur quelques exemples de « compression de cyclone »; par M. *Gabriel Guilbert*...................... 689
— Sur la prévision des variations barométriques; par M. *Gabriel Guilbert*. 889
— Sur la prévision, à courte échéance, des variations de pression de faible amplitude; par M. *Gabriel Guilbert*. 1332
Voir *Physique du Globe*.

MICROBIOLOGIE.

— La maturation du saucisson; par M. *E.-P. Césari*................ 803
Voir *Chimie biologique*, *Mutations*.

MICROCHIMIE. — Sur les réactions microchimiques et les localisations de l'alcaloïde de l'*Isopyrum thalictroides* L.; par M. *Marcel Mirande*........................ 316

MINÉRALOGIE.

— Dacites et dacitoïdes, à propos des laves de la Martinique; par M. *A. Lacroix*...................... 297
— Les laves leucitiques de Trébizonde et leurs transformations; par M. *A. Lacroix*....................... 637
— Sur la présence du bore dans quelques silico-aluminates basiques naturels; par MM. *A. Lacroix* et *A. de Gramont*...................... 857
— Sur la signification et le rôle de la lapiésation dans la désagrégation des roches granitiques en Portugal; par M. *Ernest Fleury*............ 896
Voir *Cristallographie*, *Histoire des sciences*.

MOLLUSQUES. — L'hybridation chez les Mollusques; par M. *Paul Pelseneer*. 1056

MUTATIONS. — Mutations brusques dans la formation d'une nouvelle race microbienne; par MM. *Charles Richet* et *Henry Cardot*............ 657

N

NAVIGATION. — Création possible d'une voie de communication maritime franco-belge, entre Anvers et Marseille; par M. *L.-E. Bertin*........ 27
Voir *Géographie et Navigation*.

NÉBULEUSES. — M. *Bigourdan* remet un manuscrit contenant le relevé des « Mesures micrométriques de nébuleuses », depuis 1850 environ..... 193

NÉCROLOGIE. — Éloge de M. *Th. Schlœsing*, prononcé par M. *L. Guignard*..................... 923
— Éloge de M. *Edward Pickering*, prononcé par M. *H. Deslandres*....... 329
— Notice sur les travaux de sir *William Crookes*; par M. *Daniel Berthelot*.. 805
Voir *Décès*.

O

ONDES HERTZIENNES. — Sur les incendies provoqués par les ondes hertziennes; par M. *George-A. Le Roy*. 224
Voir *Oscillations électriques*.

OPTIQUE.

— Les théories émissives et le principe de Doppler-Fizeau; par M. *Félix Michaud*...................... 507
— *Errata* relatifs à cette Communication.......................... 636
— Action mécanique et osmotique de l'énergie rayonnante sur les milieux qu'elle traverse. Théorie de la photophorèse; par M. *Félix Michaud*......................... 770
— L'expérience de Michelson et son interprétation; par M. *Auguste*

Pages.

Righi... 837

Voir *Absorption, Astronomie, Cristallographie, Diffusion, Luminescence.*

OPTIQUE PHYSIOLOGIQUE. — De la persistance variable des impressions lumineuses sur les différentes régions de la rétine; par M. *Paul Woog*... 1222

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES. — Oscillations électriques non amorties de courte longueur d'onde; par MM. *Gutton* et *Touly*... 271

— Sur une analogie électrotechnique des oscillations entretenues; par M. *Paul Janet*... 764

— Sur la mesure en valeur absolue des périodes des oscillations électriques de haute fréquence; par MM. *Henri Abraham* et *Eugène Bloch*... 1105

— Sur l'entretien des oscillations mécaniques au moyen des lampes à trois électrodes; par MM. *Henry Abraham* et *Eugène Bloch*... 1197

Voir *Ondes hertziennes*.

P

PALÉONTOLOGIE.

— Sur la phylogénie de l'*Elephas africanus;* par M. *Sabba Stefanescu*... 97

— Sur la coordination des caractères morphologiques et des mouvements des molaires des éléphants et des mastodontes; par M. *Sabba Stefanescu*... 906

— Sur la structure des lames des molaires de l'*Elephas indicus* et sur l'origine différente des deux espèces d'éléphants vivants; par M. *Sabba Stefanescu*... 1208

— Sur l'application pratique des caractères de la racine des molaires des éléphants et des mastodontes; par M. *Sabba Stefanescu*... 1329

— Relations entre les migrations du genre *Hipparion* et les connexions continentales de l'Europe, de l'Afrique et de l'Amérique au Miocène supérieur; par M. *L. Joleaud*. 177

— Sur les migrations à l'époque néogène des *Hipparion*, des Hippotraginés et des Tragélaphinés; par M. *L. Joleaud*... 310

— Sur les migrations des genres *Hystrix, Lepus, Anchitherium* et *Mastodon*, à l'époque néogène; par M. *L. Joleaud*... 412

— Sur le rôle des chenaux maritimes nord-floridien et sud-caraïbien dans les migrations des Mammifères tertiaires et quaternaires; par M. *L. Joleaud*... 955

— Les Nummulites, évolution et classification; par M. *H. Douvillé*... 651

PALÉOBOTANIQUE. — Sur la flore du bassin houiller de Lyon (*bassin houiller du Bas-Dauphiné*); par M. *Paul Bertrand*... 174

— Les zones végétales du terrain houiller du nord de la France; par M. *Paul Bertrand*... 780

— Relations des zones végétales A_1 A_2 et B_1 B_2 avec les niveaux marins du terrain houiller du nord de la France; par M. *Paul Bertrand*... 952

— Sur la découverte du *Laurus canariensis* Webb et Berth., dans les tufs de Montpellier; par M. *Josias Braun-Blanquet*... 950

PARASITOLOGIE. — Considérations relatives à la conception uniciste des Hématozoaires des fièvres tierces bénigne et maligne; par M. *P. Armand-Delille*... 419

— Sur les variétés acentrosomiques artificielles des Trypanosomes; par M. *A. Laveran*... 749

— Sur une nouvelle Coccidie parasite de la Truite indigène; par MM. *L. Léger* et *E. Hesse*... 904

— Formes levures pathogènes observées dans le sang d'*Acridium* (*Caloptenus italicus* L.); par M. *A.-Ch. Hollande*... 1341

— Sur les maladies parasitaires des Chenilles processionnaires des Pins d'Arcachon; par M. *Jean Dufré-*

Pages.
noy........................... 1345
— Sur la haute toxicité de la chloropicrine vis-à-vis de certains animaux inférieurs et sur la possibilité d'emploi de cette substance comme parasiticide; par M. *Gabriel Bertrand*.................. 742
— Action toxique comparée de quelques substances volatiles sur divers insectes; par M. *Gabriel Bertrand* et Mme *M. Rosenblatt*....... 911
PATHOLOGIE ANIMALE. — L'infection, la sensibilisation et l'immunité dans la lymphangite épizootique des Solipèdes; par MM. *Boquet* et *L. Nègre*...................... 421
Voir *Bactériologie, Maladies infectieuses, Parasitologie.*
PATHOLOGIE VÉGÉTALE. — M. *Paul Marchal* présente le Tome V des « Annales du Service des Epiphyties du Ministère de l'Agriculture ». 335
— Sur l'action nocive des émanations de l'usine de Chedde; par M. *L. Mangin*....................... 195

PHYSIOLOGIE.

— D'un vêtement insubmersible et protecteur contre le froid; par MM. *Charles Richet* et *Georges Noizet*........................ 534
Voir *Aliments, Anaphylaxie, Anticorps, Chimie physiologique, Chimie physique biologique, Energétique physiologique, Mutations, Psychophysiologie, Respiration, Sucres.*
PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — L'hydratation, le résidu soluble et le résidu insoluble dans le cancer du foie. Une nouvelle théorie sur la genèse du cancer; par M. *Albert Robin*......................... 1071
PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — Production d'acide citrique par le *Sterigmatocystis nigra*; par M. *Marin Molliard*......................... 360
— L'ovalbumine constitue un aliment complet pour l'*Isaria densa*; par M. *Marin Molliard*............. 523
— Utilisation du glucose et du lévulose par les plantes supérieures; par M. *H. Colin*.................... 697
— Recherches sur le développement comparé de la Laitue au Soleil et à l'ombre; par M. *Lucien Daniel*.... 694
Voir *Biologie végétale, Chimie industrielle, Racine.*

PHYSIQUE.

Voir *Acoustique, Atome, Capillarité, Diffusion, Gravitation, Manomètre, Viscosité.*
PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — Sur quelques propriétés optiques des émulsions bactériennes; par M. *Fred Vlès*.. 575
— Sur la transmission des émulsions de bactéries et d'hématies; par M. *Fred Vlès*................. 794
PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — La formule de Ritz et la théorie des quanta; par M. *L. Bloch*............. 1271
PHYSIQUE DU GLOBE. — La pluie en France. Le phénomène parasite; par M. *E. Mathias*............... 105
— La pluie en France. Calcul des anomalies et du coefficient d'altitude; par M. *E. Mathias*............... 239
— Esquisse d'une théorie de la pluie. Influence de l'altitude; par M. *E. Mathias*....................... 358
PHYSIQUE PHYSIOLOGIQUE. — Voir *Acoustique physiologique, Optique physiologique.*
Voir *Electricité atmosphérique, Magnétisme terrestre, Météorologie, Sismologie.*

PLIS CACHETÉS. — Ouverture de plis déposés par M. *J. Andrade*........ 47
— MM. *Paul Sabatier* et *Georges Gaudion*........................... 670
— M. *Kampé de Fériet*............... 717
— M. *Ch. Chastellain*................ 989
PSYCHO-PHYSIOLOGIE. — Du rôle joué par les pertes physiologiques d'énergie dans la relation qui unit le temps de latence sensorielle à l'intensité de l'excitation; par M. *Henri Piéron*................ 1123
POISSONS. — Sur la faune ichtyologique du Sahara oriental; par M. *Jacques Pellegrin*............ 961

Pages.
— Sur la pigmentation des alevins du Saumon (*Salmo salar* L.), et sur ses relations avec le premier séjour en rivière et la première migration à la mer; par M. *Louis Roule*.... 966
Voir *Géographie zoologique*.

R

Racine. — Sur le pouvoir absorbant du sommet des racines; par M. *Henri Coupin*........................ 519
— Sur le lieu d'absorption de l'eau par la racine; par M. *Henri Coupin*.. 1005
Radiologie. — L'architecture du calcanéum en stéréoradiographie; par M. *L. Moreau*.................. 185
— Sur une modification à la méthode fluorométrique de mesure des rayons X, et son application à la mesure du rayonnement des ampoules Coolidge; par M. *R. Biquart*......................... 851
— Action des rayons X sur les fibromyomes de l'utérus chez la femme; par MM. *Maxime Ménard* et *Charles Delval*..................... 1068
Voir *Electro-optique*, *Spectroscopie*.
Rapports. — M. *V. Grignard* adresse un « Rapport sur l'analyse des produits asphyxiants allemands ». 672
— M. *André Mayer* adresse un « Rapport sur l'étude des substances toxiques utilisées au combat par l'ennemi ». 672
Reptiles. — Un cas intéressant de dimorphisme sexuel chez un Serpent africain (*Bothrolycus ater* Günther); par M. *G.-A. Boulenger*.......... 666
Voir *Venins*.
Résistance des matériaux. — Sur la résistance dynamique de l'acier; par M. *Louis Roy*............... 304
Respiration. — Origine et conséquences de l'émotivité féminine; par M. *Jules Amar*............. 67
— La courbe de ventilation pulmonaire; par M. *Jules Amar*.............. 828
— Ventilation pulmoniaire et hématose; par M. *Jules Amar*.......... 957
Sang. — Voir *Anaphylaxie*, *Sérothérapie*, *Sucres*.

S

Séries. — Sur la sommation des séries divergentes; par M. *Erwand Kogbetliantz*.......................... 1090
— Sur les séries trigonométriques; par M. *Erwand Kogbetliantz*......... 1193
Sérothérapie. — Les résultats du traitement de la gangrène gazeuse par le sérum multivalent; par MM. *H. Vincent* et *G. Stodel*............ 188
Sismologie. — Ébranlements du sol causés par des explosions; par M. *L. Eblé*..................... 111
— Sur la théorie des ondes sismiques; par M. *Carlo Somigliana*......... 108
Solennités scientifiques. — Le Comité préparatoire d'organisation des fêtes du centenaire de la mort de *James Watt* invite l'Académie à se faire représenter à ces solennités qui auront lieu au mois de septembre prochain.............. 842
Soleil. — Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le troisième trimestre de 1918; par M. *J. Guillaume*................ 222
— Température centrale du Soleil; par M. *Alexandre Véronnet*........... 398
— Température d'équilibre d'un astre gazeux pour un rayon quelconque; par M. *Alexandre Véronnet*....... 679
Voir *Cosmogonie*, *Éclipses*.
Solutions. — Théorie de la solubilité; par M. *Albert Colson*............ 681
— *Errata* relatifs à cette Communication........................... 1168
— L'eutexie et les solutions étendues; par M. *Albert Colson*............ 942
— Réduction de la cryoscopie aux lois générales de la solubilité; par M. *Albert Colson*................ 1047

Pages.
SPECTROSCOPIE. — Spectroscopie des rayons X : Sur le spectre d'absorption L du radium; par M. *M. de Broglie* 854
— Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes; par M. *H. Deslandres* 861
— *Errata* relatifs à cette Communication 1168
— Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes; par M. *H. Deslandres* 1179
— Remarques sur la constitution sériale des spectres d'absorption; par M. *Fred Vlès* 1144
Voir *Chimie végétale, Electro-optique.*
SUCRES. — Oxydation simultanée du sang et du glucose; par M. *R. Fosse* 908
— Interversion du saccharose par ionisation mécanique de l'eau; par MM. *J.-E. Abelous* et *J. Aloy* 1125
Voir *Chimie physiologique. Diastases, Embryogénie.*
SYPHILIS. — Le graphique du syphilitique; par M. *Arthur Vernes* 247
— Sur l'emploi des sérums chauffés dans la séro-réaction de Vernes (Séro-diagnostic de la syphilis); par M. *Roger Douris* 249
SYNTHÈSE BIOCHIMIQUE. — Synthèses biochimiques simultanées du gentiobiose et des deux glucosides β du glycol par l'émulsine ; par MM. *Em. Bourquelot* et *M. Bridel.* 253
— Synthèse biochimique, à l'aide de l'émulsine, du glucoside β de l'alcool naphtylique α; par MM. *Em. Bourquelot* et *M. Bridel* 323
— Synthèse biochimique du cellobiose à l'aide de l'émulsine; par MM. *Em. Bourquelot* et *M. Bridel* 1016
Voir *Glucosides.*

T

THÉORIE DES NOMBRES. — Sur la mesure des classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de déterminant donné; par M. *G. Humbert* 917
— Sur la mesure des classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de déterminant donné; par M. *G. Humbert* 969
— Sur les formes quadratiques positives d'Hermite; par M. *G. Humbert* .. 1240
THERMODYNAMIQUE. — Formule donnant la chaleur de vaporisation d'un liquide; par M. *E. Ariès* 204
— Formule donnant la densité d'un fluide à l'état de saturation; par M. *E. Ariès* 714
— Détermination directe de l'exposant de la température dans l'équation d'état des fluides; par M. *E. Ariès.* 930
— Sur les tensions de vapeur saturée et les chaleurs de vaporisation de l'acétate de propyle à diverses températures; par M. *E. Ariès* .. 1188
— Sur un détendeur de vapeur dont la pression réduite croît avec la dépense de la conduite; par M. *H. Parenty* 492
— Propriétés physiques de la vapeur de pétrole; par M. *Jean Rey* 509
— Sur l'écoulement de la vapeur de pétrole; par M. *Jean Rey* 1092
— De l'équivalent mécanique de la chaleur reconstitué à l'aide de données exclusivement empruntées aux « Réflexions sur la puissance motrice du feu »; par M. *L. Décombe* 268
— Comment Carnot a calculé l'équivalent mécanique de la chaleur; un document inédit; par M. *C. Raveau* 549
— Sur l'application de l'équation de Gibbs-Helmholtz, $A - U = \left(\frac{dA}{dT}\right)$, aux systèmes monovariants; par M. *A. Boutaric* 939
— Pression de vapeur des liquides en lames minces; par M. *Félix Michaud* 1155
Voir *Dynamique des fluides.*
Voir *Equivalence.*

U

Urée. — Formation, par oxydation, des substances organiques, d'un terme intermédiaire produisant spontanément l'urée; par M. *R. Fosse* 320
— *Errata* relatifs à cette Communication 448
— Oxydation simultanée du sang et du glucose; par M. *R. Fosse* 908
— Le mécanisme de la formation artificielle de l'urée par oxydation et la synthèse des principes naturels chez les végétaux; par M. *R. Fosse* 1164

V

Variétés. — Sur l'analyse situs des variétés algébriques; par M. *S. Lefschetz* 672
— Sur les variétés abéliennes; par M. *S. Lefschetz* 758
Venins. — Action catalytique des venins de serpents sur les acides nucléiques; par MM. *C. Delezenne* et *H. Morel* 244
— *Errata* relatifs à cette Communication 292
Viscosité. — Sur une application nouvelle de la viscosité; par M. *Georges Claude* 274
Voir *Diastases.*
Volcans. — Le groupe volcanique Banne d'Ordanche, Puy-Loup, Puy-Gros, du massif des Monts Dore. Une fracture volcanique et hydrothermale remarquable; par M. *Ph. Glangeaud* 618
— *Errata* relatifs à cette Communication 1023
— Le groupe volcanique de l'Aiguiller (Monts Dore) : ses volcans secondaires et périphériques; par M. *Ph. Glangeaud* 733
— Le groupe volcanique adventif ou de superposition du Massif des Monts Dore; par M. *Ph. Glangeaud* 1157
— Les volcans du Tibesti; par MM. *A. Lacroix* et *Tilho* 2374

Z

ZOOLOGIE.

— Pédogenèse et viviparité chez les Actiniaires; par M. *Ch.-J. Gravier.* 736
— Remarques au sujet de la Note de M. *Ch.-J. Gravier*; par M. *Edmond Perrier* 738
— Sur le déterminime des deux modes de reproduction d'une Planaire : *Polycelis cornuta* Johnson; par M. *A. Vandel* 1128
— Action de l'*Hippospongia equina* des côtes de Tunisie sur les Posidonies; par MM. *C. Vaney* et *A. Allemand-Martin* 1060
Voir *Anatomie, Biologie, Cœlentérés, Crustacés, Embryogénie, Evolution, Histologie, Mollusques, Parasitologie, Pathologie végétale, Poissons, Reptiles.*

TABLE DES AUTEURS.

A

MM. Pages.

ABELOUS (J.-E.) et ALOY (J.). — Interversion du saccharose par ionisation mécanique de l'eau... 1125

ABONNENC (L.). — Sur les lois de l'écoulement des liquides par gouttes dans des tubes cylindriques..... 558

ABRAHAM (Henri) est présenté en seconde ligne pour la place vacante dans la Section de Physique par le décès de M. *E.-H. Amagat*.. 338

ABRAHAM (Henri) et BLOCH (Eugène). — Sur la mesure en valeur absolue des périodes des oscillations électriques de haute fréquence..... 1105

— Sur l'entretien des oscillations mécaniques au moyen des lampes à trois électrodes..... 1197

— Amplificateurs pour courants continus et pour courants de très basse fréquence..... 1321

ALILAIRE (E.). — Inflammation spontanée des mélanges d'air et de vapeur d'éther..... 729

ALLEMAND-MARTIN (A.) et VANEY (C.). — Action de l'*Hippospongia equina* des côtes de Tunisie sur les Posidonies..... 1060

ALOY (J.) et ABELOUS (J.-E.). — Interversion du saccharose par ionisation mécanique de l'eau.... 1125

AMANS. — Sur les équations de similitude dans les hélices propulsives. 821

AMAR (Jules). — Origine et conséquences de l'émotivité féminine.. 67

— La courbe de ventilation pulmonaire. 828

— Ventilation pulmonaire et hématose. 957

— Le coefficient hématopnéique...... 1219

ANDOYER (Henri) prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Ch. Wolf*..... 934

— Est présenté en première ligne pour la succession de M. *Ch. Wolf*..... 1288

— Est élu..... 1305

ANDRADE (J.) demande l'ouverture d'un pli cacheté qui contient une Note « Sur le nombre minimum de spiraux associés »..... 47

— Sur le nombre minimum de spiraux associés..... 139

— Nouvelle méthode pour l'étude expérimentale des spiraux plats..... 1268

ANDRÉ (Gustave) prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Économie rurale, par le décès de M. *A. Müntz*..... 141

— Est présenté en seconde ligne pour la succession de *M. A. Müntz*... 260

ANGELESCO (A.). — Sur deux extensions des fractions continues algébriques..... 262

APPELL (Paul). — Rapports sommaires présentés au nom de la Commission de Balistique..... 138, 1147

— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Bordin, Francœur. 449

— Prix Binoux..... 450

— Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Henri Becquerel..... 450

— Prix Petit d'Ormoy..... 451

— Prix Saintour..... 451

— Prix Henri de Parville (Ouvrages de science)..... 451

— Prix de l'École Normale..... 451

— Question du Grand prix des sciences mathématiques pour 1922..... 452

ARIÈS (E.). — Formule donnant la

MM. Pages.

chaleur de vaporisation d'un liquide 204
— Formule donnant la densité d'un fluide à l'état de saturation...... 714
— Détermination directe de l'exposant de la température dans l'équation d'état des fluides................ 930
— Sur les tensions de vapeur saturée et les chaleurs de vaporisation de l'acétate de propyle à diverses températures.................... 1188
ARMAND-DELILLE (P.). — Considérations relatives à la conception uniciste des Hématozoaires des fièvres tierces bénigne et maligne. 419
ARSONVAL (d') fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut 450
— Prix Montyon (Physiologie), Lallemand, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden......................... 450
— Fonds Charles Bouchard............ 450
ARSONVAL (A. d') et F. BORDAS adressent un rapport relatif à l'emploi de la subvention accordée à l'Institut d'Hydrologie et de Climatologie sur la Fondation Loutreuil en 1917................. 261
AUDEBEAU BEY (Ch.). — Affaissement du nord du Delta égyptien, depuis l'Empire romain.......... 1206
AUDUBERT (René) et CHÉNEVEAU (Charles). — Sur l'absorption par les milieux troubles. Influence du diamètre et du nombre des particules.......................... 553
— Sur l'absorption par les milieux troubles. Dispersion par diffusion intérieure...................... 684
— Sur l'absorption par les milieux troubles. Application au dosage des suspensions.................. 766
— Sur la vitesse de la lumière dans les milieux troubles................ 937
AUGIÉRAS adresse une brochure intitulée : « Le Sahara occidental ».. 1347
AURIC (A.) adresse une Note intitulée : « Sur deux formules approchées donnant la longueur et la flèche d'un arc de chaînette »........... 260

B

BAILHACHE (G.) et RIVIÈRE (G.) — L'*Amigdalopersi Formonti*....... 525
BAILLAUD (B.) adresse un Rapport relatif à l'emploi de la subvention accordée, sur la Fondation Loutreuil, en 1916................ 141
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Lalande, Valz, P. Guzman, G. de Pontécoulant.. 449
— Prix Saintour.................... 450
BAILLAUD (B.), FERRIÉ et PICARD (Émile). — Sur un projet du Bureau des Longitudes relatif à la détermination d'un réseau mondial de longitudes et de latitudes....... 1074
BAILLAUD (René). — Sur un appareil genre astrolabe à prisme, destiné à la mesure des variations de latitude........................... 85
BAILLY (Octave). — Sur l'action des iodures alcooliques sur le phosphate neutre de sodium en solution aqueuse....................... 560
BALDIT (Albert). — Sur les orages de froid et leurs trajectoires......... 623
— Sur certains cas de diminution de la vitesse du vent avec l'altitude..... 1211
BALLAND. — Sur les soupes et potages militaires......................... 383
BARBÉ (E.) et LAPICQUE (L.). — Indice de chlore comme mesure comparative de la richesse des terres en humus 118
BARBIER (Philippe) est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *P. Duhem*................ 191
— Est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *H. Bazin*...... 634
BARROIS (Ch.) fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Bordin (sciences mathématiques), Francœur......................... 449
Prix Bordin (sciences physiques).. 451
BARROIS (Ch.) et PRUVOST (P.). — Les divisions stratigraphiques du Terrain houiller du nord de la

MM. Pages.

France ... 647

BAUDOUIN (Marcel). — De l'aplatissement de la partie supérieure du corps de l'humérus chez les enfants de la Pierre polie ... 129
— Mode d'ossification du grand trochanter chez l'homme de la Pierre polie ... 1234

BAUME (Georges) et ROBERT (Marius). — Sur un manomètre en verre, à parois élastiques ... 1199

BAYET (Ad.) et SLOSSE (Aug.). — L'intoxication arsenicale dans les industries de la houille et de ses dérivés (intoxication houillère arsenicale) ... 704

BÉHAL (A.). — Sur l'isolement et la caractérisation des alcools à l'état d'allophanates ... 945
— Prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Chimie, par le décès de M. *Jungfleisch* ... 1041
— Est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *Jungfleisch* ... 1072

BELOT (Émile). — Hypothèse conciliant la cosmogonie tourbillonnaire avec l'explication des particularités des Novæ et du Soleil ... 158
— L'organisation économique des transports industriels automobiles dans une grande ville ... 424
— Sur les orbites spirales à gravitation équilibrée ... 935
— Précisions nouvelles sur le noyau solaire primitif, sa rencontre avec la nébuleuse originelle et la formation des nébuleuses spirales ... 1097
— Prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Ch. Wolf* ... 1041
— Est présenté en seconde ligne pour la succession de M. *Ch. Wolf* ... 1288

BENOIST (Louis). — Réactif et méthode de dosage de l'ozone ... 612
— Nouvelles parois poreuses à filtration dissymétrique ... 1320

BERGONIÉ (J.). — De la reconstitution de muscles isolés ou de groupes musculaires par la faradisation rythmée intensive ... 302

MM. Pages.

BERTHELOT (Albert). — Recherches biochimiques sur les plaies de guerre ... 251

BERTHELOT (Daniel) est présenté en seconde ligne pour la place vacante dans la section de Physique par le décès de M. *E.-H. Amagat* ... 368
— Est élu ... 386
— Notice sur les travaux de Sir *William Crookes* ... 805
— Fait partie de la Commission des prix : Kastner-Boursault, G. Planté, Hébert, H. de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, Fondation Clément Félix ... 449
— Est élu membre de la Commission du Fonds Bonaparte ... 1040

BERTHELOT (Daniel) et TRANNOY (René). — Sur le pouvoir absorbant de la terre sèche ou humide vis-à-vis du chlore gazeux ... 121

BERTIN (Émile). — Création possible d'une voie de communication maritime franco-belge, entre Anvers et Marseille ... 27
— Fait hommage d'une brochure intitulée : « Les cargos » ... 933
— Fait hommage d'un article intitulé : « La guerre navale en 1918 » ... 1192
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Mécanique), Poncelet ... 449
— Prix Say, Fondation Tchihatchef ... 449
— Prix de six mille francs, Plumey ... 449
— Est chargé de représenter l'Académie à la séance solennelle de l'Académie des Lettres, Sciences, Arts et Agriculture de Metz ... 1040

BERTRAND (Gabriel) est présenté en première ligne pour la succession de M. *A. Müntz* ... 260
— Sur la haute toxicité de la chloropicrine vis-à-vis de certains animaux inférieurs et sur la possibilité d'emploi de cette substance comme parasiticide ... 742
— *Errata* relatifs à cette Communication ... 1013
— Sur les conserves de fruits préparées à froid, sans addition de sucre, d'alcool, ni d'antiseptique ... 1162
— Sur le mécanisme de la conservation des fruits dans l'eau froide ... 1285

BERTRAND (Gabriel) et ROSEN-

MM. Pages.
BLATT (Mme M.). — Action toxique comparée de quelques substances volatiles sur divers insectes........ 911
BERTRAND (Paul). — Sur la flore du bassin houiller de Lyon (bassin houiller du Bas-Dauphiné)........ 174
— Les zones végétales du terrain houiller du nord de la France........ 780
— Relations des zones végétales A_1A_2 et B_1B_2 avec les niveaux marins du terrain houiller du nord de la France........ 952
BESREDKA (A.). — Mécanisme de l'infection typhique chez le lapin. Vaccination antityphique par la voie buccale........ 1338
BIERRY (Henri). — Le sucre protéidique........ 1225
BIGOT (A.). — Le Col du Cotentin........ 515
— Est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie à la place de M. *W. Kilian*, élu Membre résidant........ 751
BIGOURDAN (G.). — Projet de réforme du calendrier civil actuel (julien, grégorien........ 21
— Remet à l'Académie un manuscrit contenant le relevé des « Mesures micrométriques de nébuleuses », faites depuis l'origine........ 193
— L'Observatoire de Le Monnier dans la rue Saint-Honoré........ 642
— Les grands instruments et les travaux de Le Monnier à l'Observatoire de la rue Saint-Honoré........ 709
— Les travaux de Le Monnier sur les étoiles et la physique du globe........ 745
— Les travaux de Le Monnier à la méridienne de Saint-Sulpice. — La fin de l'Observatoire de la rue Saint-Honoré........ 808
— L'Observatoire de l'Hôtel de Cluny, plus tard Observatoire de la Marine........ 1025
— Sur l'unification du temps astronomique et du temps civil........ 1080
— Coordonnées et instruments de l'Observatoire de la Marine........ 1137
— Travaux de l'Observatoire de la Marine........ 1174
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Lalande, Valz, P. Guzman, G. de Pontécoulant........ 449
— Prix Binoux........ 450
— Grand prix des sciences mathématiques........ 451
— Prix Saintour........ 451
— Prix H. Wilde........ 452
BIQUART (R.). — Sur une modification à la méthode fluorométrique de mesure des rayons X, et son application à la mesure du rayonnement des ampoules Coolidge........ 851
BLAISE (Émile) est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *Jungfleisch*........ 1072
BLOCH (Eugène) et ABRAHAM (Henri). — Sur la mesure en valeur absolue des périodes des oscillations électriques de haute fréquence........ 1105
— Sur l'entretien des oscillations mécaniques au moyen des lampes à trois électrodes........ 1197
— Amplificateurs pour courants continus et pour courants de très basse fréquence........ 1321
BLOCH (L.). — La formule de Ritz et la théorie des quanta........ 1271
BLONDEL (André). — Application de la théorie des deux réactions au calcul des oscillations des alternateurs accouplés fonctionnant en marche synchronique........ 376
— Oscillations libres des alternateurs sur réseau à tension constante........ 439
— *Errata* relatifs à cette Communication........ 532
— Conditions de stabilité de la marche synchronique des alternateurs accouplés sur réseau à tension constante........ 587
BOCHET adresse un Mémoire sur un « Projecteur pour défense contre aéronefs »........ 842
BOLL (Marcel). — Évolution des solutions très diluées d'acide tétrachloroplatinique dans l'obscurité complète et à diverses températures........ 1108
BOMPIANI (E.). — Sur les courbes quasi asymptotiques des surfaces dans un espace quelconque........ 755
BONAPARTE (Le prince) fait hommage du Ve fascicule de ses « Notes Ptéridologiques »........ 336
— Fait hommage du VIIe fascicule de ses « Notes Ptéridologiques »........ 1085
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Say, Fondation

MM. Pages.

Tchihatchef........................ 449
— Prix Desmazières, Montagne, J. Thore, de la Fons Mélicocq, de Coincy, J. de Rufz de Lavison.... 459
— Prix Cuvier, Fondation Savigny.... 450
— Prix Montyon (Statistique)......... 450
BONNIER (Gaston) fait partie des Commission de prix suivantes : Prix Desmazières, Montagne, J. Thore, de la Fons Mélicocq, de Coincy, J. de Rufz de Lavison..... 449
— Prix Binoux...................... 450
BOQUET (Félix) est présenté en seconde ligne pour la succession de M. *Ch. Wolf*.................... 1288
BOQUET et NÈGRE (L.). — L'infection, la sensibilisation et l'immunité dans la lymphangite épizootique des Solipèdes.................. 421
BORDAS (F.) et ARSONVAL (A. d') adressent un rapport relatif à l'emploi de la subvention accordée à l'*Institut d'Hydrologie et de Climatologie* sur la *Fondation Loutreuil* en 1917.................... 261
BOREL (Émile). — La théorie des ensembles et les nombres décimaux........................ 1148
— Est présenté en première ligne pour le remplacement de M. *E. Picard*.. 968
BOULENGER (G.-A.). — L'évolution est-elle réversible ? Considérations au sujet de certains Poissons...... 41
— Un cas d'évolution ontogénique à rebours chez un Lézard africain (*Eremias lugubris* A. Smith)...... 78
— Un cas intéressant de dimorphisme sexuel chez un Serpent africain (*Bothrolycus ater* Günther)........ 666
BOURCART (Jacques). — Sur la présence du Priabonien dans la région de Salonique.................... 855
BOURGEOIS (R.) fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Gay, Fondation Tchihatchef....... 449
— Prix de six mille francs, Prix Plumey. 449
— Est chargé de représenter l'Académie à la séance solennelle de l'Académie des Lettres, Sciences, Arts et Agriculture de Metz............ 1040
BOURGET (Henry). — Développement algébrique de la partie principale de la fonction perturbatrice suivant la méthode de Cauchy.... 83

MM. Pages.

BOURION (F.) et COURTOIS (Ch.). — Sur les conditions d'utilisation de l'appareil de Schilling, pour le contrôle de l'hydrogène industriel... 232
BOURION (F.) et SÉNÉCHAL (A.). — Sur l'évolution et l'oxydation de l'hydrate chromique en solution alcaline........................ 59
— Sur l'évolution et les propriétés magnétiques de l'hydrate chromique en solution alcaline........ 89
BOURQUELOT (Émile) est présenté en première ligne pour la succession de M. *Jungfleisch*................ 1072
— Est élu.......................... 1806
BOURQUELOT (Ém.) et BRIDEL (M.). — Synthèses biochimiques simultanées du gentiobiose et des deux glucosides β du glycol par l'émulsine........................... 253
— Synthèse biochimique, à l'aide de l'émulsine, du glucoside β de l'alcool naphtylique α.............. 323
— Application de la méthode biochimique à l'étude de plusieurs espèces d'Orchidées indigènes. Découverte d'un glucoside nouveau, la « loroglossine »............... 701
— Synthèse biochimique du cellobiose à l'aide de l'émulsine.............. 1016
BOURQUELOT (Ém.) et HÉRISSEY (H.). — Application de la méthode biochimique à l'étude des feuilles d'*Hakea laurina*. Extraction d'un glucoside (arbutine) et de québrachite....................... 414
BOUSSINESQ fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Bordin (sciences mathématiques), Francœur...................... 448
— Prix Montyon (Mécanique), Poncelet........................... 449
— Prix de six mille francs, Prix Plumey. 449
— Prix Kastner-Boursault, G. Planté, Hébert, H. de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, Fondation Clément Félix..................... 449
— Grand prix des sciences mathématiques........................... 451
— Prix Saintour..................... 451
— Question pour le Grand prix des sciences mathématiques en 1922.. 452
BOUTARIC (A.). — Sur l'application de l'équation de Gibbs-Helmholtz,

MM. Pages.

$A - U = T \left(\frac{A}{\partial T}\right)$, aux systèmes monovariants.................... 939
BOUTROUX (PIERRE). — Sur un mode de définition d'une classe de fonctions multiformes dans tout le domaine d'existence de ces fonctions. 1150
— Sur une famille de fonctions multiformes, intégrales d'une équation différentielle du premier ordre 1307
BOUTY (E.) fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Kastner-Boursault, G. Planté, Hébert, H. de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, Fondation Clément Félix.. 449
— Prix Alhumbert.................... 451
— Prix Vaillant..................... 451
BRADFORD. — M. le *Président* lui souhaite la bienvenue........... 1137
BRAESCO (P.). — Sur la silice amorphe précipitée.................. 343
BRAUN-BLANQUET (JOSIAS). — Sur la découverte du *Laurus canariensis* Webb et Berth., dans les tufs de Montpellier.................... 950
BRAZIER (C.-E.). — Influence de la vitesse du vent sur la distribution verticale et les variations des éléments météorologiques dans les couches basses de l'atmosphère.... 179
— Influence de la distribution verticale des températures sur les vitesses du vent mesurées au voisinage du sol........................... 1160
BRETON (JULES-LOUIS) prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Division des Académiciens libres, par le décès de M. *Landouzy*.................. 497
BRIDEL (M.) et BOURQUELOT (ÉM.). — Synthèses biochimiques simultanées du gentiobiose et des deux glucosides β du glycol par l'émulsine............................ 253
— Synthèse biochimique, à l'aide de l'émulsine, du glucoside β de l'alcool naphtylique α............... 323
— Application de la méthode biochimique à l'étude de plusieurs espèces d'Orchidées indigènes. Découverte d'un glucoside nouveau, la « loroglossine »...................... 701
— Synthèse biochimique du cellobiose à l'aide de l'émulsine............ 1016
BRIVES (A.). — Le Suessonien dans le Maroc central.................. 776
BRILLOUIN (MARCEL). — Actions mécaniques à hérédité discontinue par propagation; essai de théorie dynamique de l'atome à quanta... 1318
— Est présenté en première ligne pour la place vacante dans la Section de Physique par le décès de M. *E.-H Amagat*....................... 368
BRODIN (P.), RICHET (CHARLES) et SAINT-GIRONS (FR.). — Des phénomènes hématiques dans l'anaphylaxie et l'antianaphylaxie (crise hémo-anaphylactique)..... 369
BROGLIE (DE). — Spectroscopie des rayons X : Sur le spectre d'absorption L du radium 854
BROUWER (L.-E.-J.). — Énumération des surfaces de Riemann régulières de genre un.................... 677
— *Errata* relatifs à cette Communication.......................... 832
— Énumération des groupes finis de transformations topologiques du tore........................... 845
— *Errata* relatifs à cette Communication.......................... 1168
— Sur les points invariants des transformations topologiques des surfaces. 1042
BRUN (VIGGO). — Le crible d'Ératosthène et le théorème de Goldbach. 544
BUGNON (P.). — Sur une nouvelle méthode de coloration élective des membranes végétales lignifiées... 60
BUHL (A.). — Sur l'échange du paramètre et de l'argument. Analogies avec la réduction des intégrales doubles de seconde espèce....... 504

C

CABANNES (J.). — Sur la diffusion de la lumière par les molécules de l'air........................... 340
CAPPE DE BAILLON (P.). — Sur

MM. Pages.

l'existence, chez les Locustiens et les Grilloniens, d'un organe servant à la rupture du chorion au moment de l'éclosion.................. 1233
CARDOT (HENRY) et RICHET (CHARLES). — Mutations brusques dans la formation d'une nouvelle race microbienne 657
CARLEMAN. — Sur la représentation conforme des domaines multiplement connexes.................. 843
CARNOT (AD.) fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Arts insalubres), Jecker, Plouzeau, Fondation Cahours 449
— Prix Montyon (Statistique).................. 450
— Prix J.-J. Berger.................. 451
— Prix H. de Parville (Ouvrages de science).................. 4510
CARPENTIER (J.) fait partie de la Commission des Prix Kastner-Boursault, G. Planté, Hébert, H. de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, Fondation Clément Félix 449
— Est élu membre de la Commission du Fonds Bonaparte.................. 1040
— *Erratum* relatif à une présentation d'Ouvrage.................. 1168
CARTAN (ELIE) est présenté en troisième ligne pour le remplacement de M. *E. Picard*.................. 968
CARVALLO adresse un rapport relatif à l'emploi de la subvention accordée sur la Fondation Loutreuil en 1915.................. 262
CEBRIAN DE BESTEIRO (Mme DOLORÈS) et MICHEL-DURAND. — Influence de la lumière sur l'absorption des matières organiques du sol par les plantes.................. 467
CÉSARI (E.-P.). — La maturation du saucisson.................. 802
CHARDONNET (HILAIRE DE) est présenté en première ligne pour une des places de la Division des Applications de la Science à l'Industrie. 913
— Est élu.................. 934
— Sur une application de la journée de 8 heures.................. 1038
CHARPY (G.) est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à l'une des places de la Division des Applications de la Science à l'Industrie. 670
CHARPY (GEORGES) et DECORPS (GASTON). — Sur les conditions de formation du coke 1301
CHAUDUN (Mlle A.) et COLIN (H.). — Sur la loi d'action de la sucrase : Influence de la viscosité sur la vitesse d'hydrolyse.................. 1274
CHAUFFARD (ANATOLE) prie l'Académie de le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Médecine et Chirurgie, par le décès de M. *A. Dastre*... 1087
— Est présenté en seconde ligne pour la succession de M. *A. Dastre*....... 1236
CHAUMAT (H.) est présenté en première ligne pour une Chaire d'Électricité industrielle du Conservatoire national des Arts et Métiers....... 1305
CHAVANNE (G.) et SIMON (L.-J.). — Températures critiques de dissolution dans l'aniline des principaux carbures d'hydrogène renfermés dans les essences de pétrole........ 1111
— Préparation de quelques hydrocarbures volatils acycliques ou cycliques saturés renfermés dans les essences de pétrole.................. 1324
CHAZY (JEAN). — Remarque sur les problèmes des deux corps et des trois corps.................. 81
CHÉNEVEAU (CHARLES) et AUDUBERT (RENÉ). — Sur l'absorption par les milieux troubles. Influence du diamètre et du nombre des particules.................. 553
— Sur l'absorption par les milieux troubles. Dispersion par diffusion intérieure.................. 684
— Sur l'absorption par les milieux troubles. Application au dosage des suspensions.................. 766
— Sur la vitesse de la lumière dans les milieux troubles.................. 937
CHIFFLOT (J.). — Sur les canaux sécréteurs de quelques Gesnéracées et en particulier de ceux de *Monophyllæa Horsfieldii* R. Br......... 525
CLAUDE (GEORGES). — Sur une application nouvelle de la viscosité..... 274
— Sur une conséquence importante de la synthèse industrielle de l'ammoniaque.................. 1001
— Est présenté en seconde ligne pour

MM. Pages.
une des places de la division des Applications de la Science à l'Industrie ... 913
CLAUSMANN (P.) et GAUTIER (Armand). — Influence des fluorures sur la végétation. A. Essais préliminaires en vases de jardin ... 976
— *Errata* relatifs à cette Communication ... 1136
COLIN (H.). — Utilisation du glucose et du lévulose par les plantes supérieures ... 697
COLIN (H.) et CHAUDUN (Mlle A.). — Sur la loi d'action de la sucrase : Influence de la viscosité sur la vitesse d'hydrolyse ... 1274
COLSON (Albert). — Théorie de la solubilité ... 681
— *Errata* relatifs à cette Communication ... 1168
— L'eutexie et les solutions étendues. 942
— Réduction de la cryoscopie aux lois générales de la solubilité ... 1047
— Prie l'Académie de le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Chimie, par le décès de M. *Jungfleisch* ... 1041
— Est adjoint à la liste de candidats à la succession de M. *J. Jungfleisch* ... 1072
COPAUX (H.). — Méthode de traitement du béryl pour en extraire la glucine ... 610
CORNEC (Eugène). — Étude spectrographique des cendres de plantes marines ... 513
CORNU-THÉNARD (André). — Sur les essais de flexion par choc de barreaux entaillés ... 315
COSSERAT (Eugène) est présenté en seconde ligne pour la succession de M. *P. Duhem* ... 191
— Est présenté en première ligne pour la succession de M. *H. Bazin* ... 634
— Est élu ... 669
COSTANTIN présente la cinquième édition des « Éléments de Botanique de *Van Tieghem* » ... 336
— Fait partie de la Commission des Prix Desmazières, Montagne, J. Thore, de la Fons Mélicocq, de Coincy, J. de Rufz de Lavison. 449
COTTON (Aimé) est présenté en seconde ligne pour la place vacante dans la Section de Physique par le décès de M. *E.-H. Amagat* ... 368
COTTON (Émile). — Sur la formule de Bernoulli ... 547
COUPIN (Henri). — Sur le pouvoir absorbant du sommet des racines. 519
— Sur le lieu d'absorption de l'eau par la racine ... 1005
COURTOIS (Ch.) et BOURION (F.). — Sur les conditions d'utilisation de l'appareil de Schilling, pour le contrôle de l'hydrogène industriel. 232
COUTIÈRE (H.). — Sur la morphologie du membre des Crustacés ... 1061
— Le membre des Arthropodes ... 1228
CRAMÉR (Harald). — Sur les zéros de la fonction $\zeta(s)$ ... 539
— Sur la distribution des nombres premiers ... 1153
CRÉMIEU (V.). — Recherches expérimentales sur la gravitation ... 227
CROOKES (sir William). — Sa mort est annoncée à l'Académie ... 709
— Notice sur ses travaux, par M. *Daniel Berthelot* ... 805
CRUSSARD et JOUGUET. — Sur la célérité des déflagrations ... 820

D

DALLONI. — Le terrain houiller sur le littoral de la province d'Oran ... 1008
— Sur le dôme de Noisy-les-Bains et la plaine d'effondrement de l'Habra (Algérie) ... 1117
DANGEARD (P.) fait partie de la Commission des Prix Desmazières, Montagne, J. Thore, de la Fons Mélicocq, de Coincy, J. de Rufz de Lavison ... 450
DANIEL (Lucien). — Cultures maraîchères expérimentales au bord de la mer ... 116
— Recherches sur le développement comparé de la Laitue au soleil et à l'ombre ... 694
DANTAN (J.-L.). — La structure de la mésoglée et l'origine des cellules

MM. Pages.
sexuelles du *Parantipathes larix* (Esper). La question du feuillet moyen chez les Cœlentérés 629
DAUTZENBERG (Ph.) et DOLLFUS (Gustave). — Une plage soulevée, aux environs de Saint-Malo....... 169
DAUVILLIER (A.) et LEDOUX-LEBARD (R.). — Sur la structure spectrale des rayons J........... 608
DEBAINS (E.) et NICOLAS (E.). — Sur les causes de la mort chez les chevaux immunisés avec les bactéries tuées ou les extraits bactériens.... 324
DECHEVRENS (Marc). — La variation diurne du courant électrique vertical de la Terre à l'air (observations faites à Jersey)............ 572
DÉCOMBE (L.). — Sadi-Carnot et le principe de l'Équivalence. Son calcul de l'équivalent mécanique de la chaleur reconstitué à l'aide de données exclusivement empruntées aux « Réflexions sur la puissance motrice du feu »................ 268
DECORPS (Gaston) et CHARPY (Georges). — Sur les conditions de formation du coke 1301
DEFOURNEAUX. — Sur quelques propriétés des polynomes électrosphériques..................... 880
DEHORNE (Mlle Lucienne). — *Errata* relatifs à une Note du 30 décembre 1918 intitulée : « Fausse incubation chez un Eunicien »............. 292
DÉJARDIN (G.). — Calcul du rapport des chaleurs spécifiques principales du benzène et du cyclohexane par la méthode cyclique de M. Leduc... 161
DELAGE (Yves). — Suggestion sur la nature et les causes de l'hérédité ségrégative (caractères mendéliens) et de l'hérédité agrégative (caractères non mendéliens)........... 30
— Fait partie de la Commission du Prix Cuvier et de la Fondation Savigny. 450
DE LAUNAY fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Delesse, V. Raulin, J. Labbé........ 449
— Prix Binoux....................... 450
— Demande l'ouverture de deux plis cachetés de M. *Ch. Chastellain*..... 989
DELAUNEY adresse un « Essai sur les satellites »..................... 1022
DELÉPINE (G.). — Le calcaire carbonifère dans la région de Lille....... 351
DELÉPINE (Marcel) est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *Jungfleisch*............... 1072
DELEZENNE (C.) et MOREL (H.). — Action catalytique des venins de serpents sur les acides nucléiques.. 244
— *Errata* relatifs à cette Communication......................... 292
DELVAL (Charles) et MÉNARD (Maxime). — Action des rayons X sur les fibro-myomes de l'utérus chez la femme................. 1068
DEMOUSSY (E.) et MAQUENNE (L.). — Sur une réaction très sensible du cuivre. Application à l'analyse des cendres et des terres arables...... 489
DENIS (Marcel). — Sur quelques thalles d'*Aneura* dépourvus de chlorophylle....................... 64
DENJOY (Arnaud). — Sur une propriété des fonctions de variable complexe........................ 387
— Sur la vraie valeur des intégrales définies 848
DEPAGE (A.) fait hommage d'une publication intitulée : Ambulance de « L'Océan ». La Panne........ 669
DEPÉRET (Ch.). — Essai de coordination chronologique générale des temps quaternaires................ 868
— Fait partie de la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de membre non résidant vacante par le décès de M. *P. Duhem*......................... 81
— Fait partie de la Commission des Prix Delesse, V. Raulin, J. Labbé...... 449
DESLANDRES (H.). — Sur la réforme du Calendrier 133
— Prononce l'éloge funèbre de M. *Edward Pickering*....................... 329
— Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des spectres de bandes.............. 861
— *Errata* relatifs à cette Communication......................... 1168
— Observations relatives à l'éclipse totale du Soleil du 29 mai, faites à l'Observatoire de Meudon........ 1076
— *Errata* relatifs à cette Communication......................... 1348
— Remarques sur la constitution de l'atome et les propriétés des

MM. Pages.

spectres de bandes.............. 1179
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place d'Associé étranger vacante par la radiation de M. *von Baeyer*.............. 337
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à l'une des places de la Division des Applications de la Science à l'Industrie............ 670
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Lalande, Valz, P. Guzman, G. de Pontécoulant........................ 449
— Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot............................ 450
— Prix G. Roux, Thorlet, Fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, H. Becquerel...................... 450
— Prix Henri de Parville (ouvrages de science)....................... 451
DIÉNERT (F.) et GUILLERD (A.). — Milieu à l'eau de levure autolysée pour la culture du *B. coli*........ 256
DOLLFUS (GUSTAVE) et DAUTZENBERG (PH.). — Une plage soulevée, aux environs de Saint-Malo.. 169
DOLLFUS (ROBERT). — Continuité de la lignée des cellules germinales chez les Trématodes *Digenea*.......... 124
DOURIS (ROGER). — Sur l'emploi des sérums chauffés dans la séro-réaction de Vernes (Séro-diagnostic de la syphilis).................... 249
DOUVILLÉ (H.). — Les Nummulites, évolution et classification....... 651
— A propos d'un Mémoire de J. de Lapparent sur les brèches des environs d'Hendaye........... 1030
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place d'Associé étranger vacante par la radiation de M. *von Baeyer*............... 337
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Delesse, V. Raulin, J. Labbé.................. 449
— Grand prix des sciences physiques... 451
— Prix Petit d'Ormoy (sciences physiques)....................... 451
— Prix Estrade Delcros.............. 451
— Question de prix Bordin (sciences physiques) pour 1922........... 452

MM. Pages.

DRACH (JULES). — Détermination des cas de réduction de l'équation différentielle $\frac{d^2y}{dx^2} = [\varphi(x) + h]\, y$. 47
— Sur les solutions algébriques des équations différentielles du premier ordre..................... 212
— Sur l'intégration par quadratures de l'équation $\frac{d^2y}{dx^2} = [\varphi(x) + h]\, y$.... 337
— *Errata* relatifs à cette Communication.......................... 532
— Sur l'intégration par quadratures de l'équation $\frac{d^2y}{dx^2} = F(x,y)$....... 497
— Est présenté en troisième ligne pour le remplacement de M. *E. Picard*.. 968
DUBRISAY (RENÉ), TRIPIER et TOQUET. — Sur une méthode physico-chimique de dosage des carbonates alcalins en présence des bases alcalines libres. Application à l'analyse des gaz des fumées........ 56
DUBUISSON (R.). — Sur les anomalies magnétiques du Bassin parisien... 563
DUFOUR (CH.). — Valeurs des éléments magnétiques à l'Observatoire du Val-Joyeux au 1er janvier 1919.... 112
DUFRENOY (JEAN). — Sur les maladies parasitaires des Chenilles processionnaires des Pins d'Arcachon. 1345
DUNOYER (LOUIS) adresse un Mémoire intitulé : « Essai de Balistique expérimentale, méthode photographique pour la détermination complète des trajectoires »....... 47
— Indicateur-jalonneur de route pour la navigation aérienne à l'estime. 726
— Sur les erreurs d'estime que peut entraîner la connaissance incomplète du régime aérologique....... 1102
DUNOYER (L.) et REBOUL (G.). — Sur une règle de prévision des variations barométriques et son coefficient de certitude.......... 356
— Sur la prévision des variations barométriques : vents d'appel pour les dépressions........................ 457
— Sur les actions mutuelles des basses pressions et des hautes pressions... 621
— Sur l'utilisation des vents de sondage pour la prévision des variations barométriques.................. 785
— *Errata* relatifs à cette Communica-

MM. Pages.

tion.......................... 832
— Influence des saisons et des régimes aérologiques sur les variations corrélatives de la pression atmosphérique et de l'intensité du vent. 947
DUPORT (H.). — Sur les équations aux dérivées partielles.............. 45

E

ÉBLÉ (L.). — Ébranlements du sol causés par des explosions......... 111
EFFRONT (JEAN) est élu Correspondant pour la Section d'Economie rurale. 303
EGNELL (AXEL). — Champs vectoriels à directions asymptotiques indéterminées...................... 1263
ERIKSSON (JAKOB). — Études biologiques et systématiques sur les *Gymnosporangium* suédois....... 470
ESCLANGON (ERNEST). — Sur une nouvelle détermination de la vitesse du son à l'air libre.......... 165
— Sur les sensations physiologiques de détonation.................. 699
— Adresse l'exposé des travaux qu'il a poursuivis à la *Commission de Gavre*........................ 386
— Adresse une Note intitulée : « Sur l'amélioration de la précision baltique des projectiles »........... 706

F

FABRY (LOUIS) est élu Correspondant pour la Section d'Astronomie.... 448
FARLOW. — Sa mort est annoncée à l'Académie 1306
FATOU (P.). — Sur les lignes singulières des fonctions analytiques.... 501
FAUCHER (D.). — Contribution à la détermination des niveaux lacustres de la Basse Vallée du Vardar. 462
FAURE (E.). — Sur la force gyroscopique des fluides............... 395
FAURÉ-FRÉMIET (E.) et VLÈS (F.).— Les lois de la cicatrisation des plaies sont-elles réductibles aux lois générales de croissance des organismes. 363
FAVÉ. — Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Gay, Fondation Tchihatchef.......... 449
— Prix de six mille francs, Plumey..... 449
FERNANDEZ-GALIANO (E.). — Sur le tissu conjonctif du cœur de l'Escargot...................... 1065
FERRIÉ, BAILLAUD (B.) et PICARD (ÉMILE). — Sur un projet du Bureau des Longitudes relatif à la détermination d'un réseau mondial de longitudes et de latitudes.. 1074
FLAHAULT est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la succession de M. *P. Duhem*............. 81
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la succession de M. *H. Bazin*......................... 536
FLEURY (ERNEST). — Sur la signification et le rôle de la lapiésation dans la désagrégation des roches granitiques en Portugal........... 896
FORCRAND (ROBERT DE) est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *P. Duhem*....... 191
— Est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *H. Bazin*...... 634
FORCRAND (ROBERT DE) et TABOURY (F.). — Sur les sulfones formées par les iodures de sodium, de rubidium et de cæsium........... 1253
FOSSE (R.). — Formation, par oxydation des substances organiques, d'un terme intermédiaire produisant spontanément l'urée 320
— *Errata* relatifs à cette Communication.......................... 428
— Oxydation simultanée du sang et du glucose....................... 908
— Le mécanisme de la formation artificielle de l'urée par oxydation

MM. Pages.

et la synthèse des principes naturels chez les végétaux........... 1164

FOUASSIER (M.) et TRILLAT (A.). — Sur un appareil destiné à l'étude de la formation et de la persistance des brouillards 570

FOURNIER est chargé de représenter l'Académie à la séance solennelle de l'Académie des Lettres, Sciences Arts et Agriculture de Metz...... 1040

— Fait partie des Commissions de pris suivantes : Prix Gay, Fondation Tchihatchef 449

— Prix de six mille francs, Plumey..... 449

FOX (PHILIP). — M. le *Président* lui souhaite la bienvenue............ 805

— Mesures de parallaxes stellaires à l'Observatoire Dearborn.......... 1095

FRÉMONT (CH.). — Sur la rupture prématurée des pièces d'acier soumises à des efforts répétés........ 54

FREYCINET (DE) fait partie des Commissions de prix suivantes :

— Prix Montyon (Statistique)........ 450

— Prix J.-J. Berger.................. 451

FRIEDEL (GEORGES) et TERMIER (PIERRE). — Les débris de nappe, ou Klippes, de la plaine d'Alais; lambeaux de calcaire urgonien mylonitique, posés sur l'Oligocène. 1034

G

GAMBIER (BERTRAND). — Surfaces applicables l'une sur l'autre....... 537

— Surfaces applicables sur le paraboloïde de révolution.............. 674

GARNIER (RENÉ). — Sur les singularités irrégulières des équations différentielles linéaires........... 142

GARVIN et PORTEVIN. — Influence de divers facteurs sur la vitesse critique de trempe des aciers au carbone........................ 346

— *Errata* relatifs à cette Communication............................. 744

— La formation de la troostite à basse température dans les aciers au carbone et l'influence de la température d'émersion dans les trempes interrompues.................. 731

GAUBERT (PAUL). — Les cristaux liquides de l'acide agaricique...... 277

GAUDION (GEORGES) et SABATIER (PAUL). — Déshydrogénation catalytique par le nickel en présence d'hydrogène....................... 670

GAUDION (G.), MAILHE (ALPH.) et SABATIER (PAUL). — Action des métaux divisés sur les vapeurs de pinène..................... 926

GAUTIER (ARMAND) fait partie des Commissions de prix suivantes: Prix Montyon (Arts insalubres), Jecker, Houzeau, Fondation Cahours.......................... 449

Prix Montyon, (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut.......................... 450

— Prix Montyon (Physiologie), Lallemand, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden.......................... 450

— Fondation Charles Bouchard...... 450

— Grand prix des sciences physiques.. 451

— Prix Bordin...................... 451

— Prix Estrade Delcros............. 451

— Prix J.-J. Berger................ 451

— Prix H. de Parville (Ouvrages de science)........................ 451

— Question de prix Bordin (sciences physiques), pour 1922........... 452

GAUTIER (ARMAND) et CLAUSMANN (P.). — Influence des fluorures sur la végétation. A. Essais préliminaires en vases de jardin......... 976

— *Errata* relatifs à cette Communication............................ 1136

GESSARD (C.). — Variété achromogène du bacille pyocyanique.......... 1066

GIRARD (PIERRE). — Schéma physique pour servir à l'étude de la nutrition minérale de la cellule.... 1335

GLANGEAUD (PH.). — Le groupe volcanique Banne d'Ordanche, Puy-Loup, Puy-Gros, du massif des Monts Dore. Une fracture volcanique et hydrothermale remarquable.......................... 618

— *Errata* relatifs à cette Communication........................... 1023

MM. Pages.
— Le groupe volcanique de l'Aiguille (Monts Dore) : ses volcans secondaires et périphériques........ 733
— Le groupe volcanique adventif ou de superposition du Massif des Monts Dore........................... 1157
GORCEIX (Ch.). — Constatation d'un mouvement isostasique post-glaciaire dans la région de Chambéry. Age des lignites de Voglans....... 1279
GOURSAT (Édouard) est présenté en seconde ligne pour le remplacement de M. *E. Picard*.......... 968
— Est élu.......................... 988
GRAMONT (A. de) et LACROIX (A.). — Sur la présence du bore dans quelques silico-aluminates basiques naturels...................... 857
GRANDIDIER. — Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Gay, Fondation Tchihatchef..... 449
— Prix de six mille francs, Plumey..... 449
— Prix Cuvier, Fondation Savigny..... 450
— Prix Binoux....................... 450
— Prix Alhumbert.................... 451
GRANDJEAN (F.). — Calcul des rayons extraordinaires pour certaines structures de liquide anisotrope... 91
— Nouveaux exemples du calcul des rayons extraordinaires pour certaines structures de liquides anisotropes...................... 408
GRAVIER (Ch.). — Pédogénèse et viviparité chez les Actiniaires...... 736
GRIGNARD (V.) adresse un Rapport sur l'analyse des produits asphyxiants allemands............... 672
GUÉBHARD (Adrien). — A propos du refroidissement des globes planétaires.......................... 171
— Un point de vue nouveau sur la métallogénèse.................. 615
— Sur le mode de déclenchement du diastrophisme cortical............ 1327
GUÉRIN (Paul). — Développement de l'anthère et du pollen des Labiées.......................... 182
— L'*Urera Humblotii* H. Bn. et ses affinités....................... 517
GUICHARD (C.). — Sur une série de surfaces à courbure totale constante telles que leurs lignes de courbure forment un réseau du type $pA', -(p+1)B'$........... 36

MM. Pages.
— Sur la déformation des quadriques... 200
— Sur un mode de génération des surfaces isothermiques à lignes de courbure planes dans un système.. 982
— Sur les surfaces isothermiques....... 1185
— Son nom est adjoint à la liste de présentation pour le remplacement de M. *E. Picard*.............. 968
GUIGNARD (L.). — Allocution prononcée en prenant possession du fauteuil de la présidence........... 19
— Allocution prononcée à l'occasion de la conclusion de la Paix.......... 1289
— Prononce l'éloge funèbre de M. *Th. Schlœsing*...................... 293
— Souhaite la bienvenue : à M. le major *Philip Fox*............. 805
— à MM. *Lorentz* et *Volterra*, Associés étrangers...................... 969
— à M. *Howe*...................... 1073
— à M. le Dr *Bradford*................ 1137
— M. le *Président* annonce des renvois de séance en raison des fêtes de Pâques et de la Pentecôte... 745, 1073
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Gay, Fondation Tchihatchef............. 449
— Prix Desmazières, Montagne, J. Thore, de la Fons Mélicocq, de Coincy, J. de Rufz de Lavison..... 449
— Prix Montyon (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut.......................... 450
— Fondation Charles Bouchard........ 450
— Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot.............................. 450
— Prix G. Roux, Thorlet, Fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Henri Becquerel................ 450
— Grand prix des sciences physiques... 451
— Prix Bordin...................... 451
— Prix Petit d'Ormoy (sciences naturelles)......................... 451
— Prix Estrade Delcros.............. 451
— Prix H. de Parville (Ouvrages de science)....................... 451
— Prix Lonchampt.................. 452
— Prix H. Wilde.................... 452
— Question de Prix Bordin (sciences physiques) pour 1922............ 452
GUILBERT (Gabriel). — Sur les anomalies de la station météorologique de Skudesness (Norvège)........ 460

MM. Pages.

— Sur quelques exemples de compression de cyclone.................. 689
— Sur la prévision des variations barométriques........................ 899
— Sur la prévision, à courte échéance, des variation de pression de faible amplitude........................ 1333
GUILLAUME (J.). — Observations du Soleil, faites à l'Observatoire de Lyon, pendant le troisième trimestre de 1918................ 222
GUILLAUMIN (G.). — Sur les coups de bélier dans les conduites de diamètre variable................. 605
— *Errata* relatifs à cette Communication.......................... 1136
— Sur les coups de bélier dans les conduites de diamètre variable et formées de parties tronconiques.... 723
— Sur certaines solutions particulières du problème de l'état ébouleux.... 818
— Sur certaines solutions particulières du problème de l'état ébouleux, où le massif considéré comprend deux régions régies par des lois différentes........................ 885
— Sur les conduites forcées à caractéristique variable................ 1310
GUILLERD (A.) et DIÉNERT (F.). — Milieu à l'eau de levure autolysée pour la culture du *B. coli*......... 256
GUILLET (Léon) prie l'Académie de le compter au nombre des candidats à l'une des places de la Division des Applications de la Science à l'Industrie 718
GUILLET (Léon) et LE CHATELIER (Henry) font hommage d'un « Mémoire sur le traitement thermique des obus (Application de la méthode Taylor) »................ 751
GULDBERG (Alf.). — Sur les erreurs de situation d'un point.......... 153
— Sur la loi des erreurs de Bravais..... 815
GUTTON et TOULY. — Oscillations électriques non amorties de courte longueur d'onde................ 271
GUYON fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut.......... 450
— Fondation Charles Bouchard....... 450
GUYOT (J.) et SIMON (L.-J.). — Action de la chaleur sur les méthylsulfates alcalins et alcalino-terreux....... 1054
— Action du sulfate diméthylique sur les sulfates alcalins et alcalino-terreux........................ 1204

H

HADAMARD (J.). — Remarque sur l'intégrale résiduelle........... 533
— Fait partie de la Commission des prix Bordin (sciences mathématiques), Francœur 448
HALE (George Ellery) est élu Associé étranger, en remplacement de M. *A. von Baeyer*.............. 497
HALLER (A.) est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place d'Associé étranger vacante par la radiation de M. *von Baeyer*...... 337
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la succession de M. *H. Bazin*....................... 536
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à l'une des places de la Division des Applications de la Science à l'Industrie............ 670
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Arts insalubres), Jecker, Houzeau, Fondation Cahours................ 449
— Grand prix des sciences physiques.. 451
— Prix Estrade Delcros............ 451
— Question de prix Bordin (sciences physiques), pour 1922........... 452
HALPHEN (J.-H.). — Le tome II de ses Œuvres est présenté par M. *Ém. Picard*........................ 45
HAMY (Maurice). — Sur l'étude des perturbations de l'axe optique d'une lunette méridienne en direction..................... 429, 484
— Fait hommage à l'Académie d'un

MM. Pages.
Mémoire intitulé : « Sur un cas particulier de diffraction des images des astres circulaires » 1085
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place d'Associé étranger vacante par la radiation de M. *von Baeyer* 337
— Fait partie de la Commission des prix Lalande, Valz, P. Guzman, G. de Pontécoulant 449
HARTMANN et PEYRON. — Sur les néo-formations d'origine chorioectodermique dans les tumeurs du testicule 1131
HAUG fait partie de la Commission des prix Delesse, V. Raulin, J. Labbé. 449
HATON DE LA GOUPILLIÈRE fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Mécanique) Poncelet 449
— Prix Montyon (Statistique) 450
HENNEGUY fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Cuvier, Fondation Savigny 450
— Prix Montyon (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut 450
— Prix Montyon (Physiologie), Lallemand, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden 450
— Fondation Charles Bouchard 450
HERDNER (A.) adresse une collection de Mémoires relatifs aux « Machines à vapeur » 989
HERELLE (F. d'). — Du rôle du microbe filtrant bactériophage dans la fièvre typhoïde 631
HÉRISSEY (H.) et BOURQUELOT (Ém.). — Application de la méthode biochimique à l'étude des feuilles d'*Hakea laurina*. Extraction d'un glucoside (arbutine) et de québrachite 414
HERRERA (A.-L.). — Sur les pseudoorganismes de fluorosilicates de calcium 1015
HESSE (E.) et LÉGER (L.). — Sur une nouvelle Coccidie parasite de la Truite indigène 904
HILDEBRANDSSON (H.-H.). — Réflexions préliminaires sur les mouvements généraux de l'atmosphère. 593
HOLLANDE (A.-Ch.). — Formes levures pathogènes observées dans le sang d'*Acridium* (**Caloptenus**) *italicus* L. 1341
HORSCH. — Méthode de réduction rapide du chloroplatinate de potassium 167
HOWE. — M. le *Président* lui souhaite la bienvenue 1073
HUBERT (Henry). — Sur la superposition des courants aériens audessus de la presqu'île du Cap Vert (Sénégal) 99
— Sur la prévision des grains orageux en Afrique occidentale 567
HUMBERT (G.). — Sur la mesure des classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de déterminant donné 917
— Sur la mesure des classes de formes quadratiques, ternaires et positives, de déterminant donné 969
— Sur les formes quadratiques positives d'Hermite 1240
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Bordin, Francœur 448
— Grand prix des sciences mathématiques 451
— Question pour le Grand prix des sciences mathématiques et pour le prix Alhumbert, en 1922 452

I

IMBEAUX (Ed.). — Les voies navigables d'Alsace et de Lorraine : leur rôle et leur avenir 873
IWASHIMA, SAKAKAMI et YAMANOUCHI. — Étude sur la grippe épidémique de 1918-1919 1346

J

MM. Pages.

JANET (Paul). — Sur une analogie électrotechnique des oscillations entretenues 764

JAUFFRET (Aimé). — La détermination des bois de deux *Dalbergia* de Madagascar, d'après les caractères de leurs matières colorantes 693

JOANNIS (A.). — Sur quelques propriétés des phosphates acides 1202

JOLEAUD (L.). — Relations entre les migrations du genre *Hipparion* et les connexions continentales de l'Europe, de l'Afrique et de l'Amérique au Miocène supérieur 177

— Sur les migrations à l'époque néogène des *Hipparion*, des Hippotraginés et des Tragélaphinés 310

— Sur les migrations des genres *Hystrix*, *Lepus*, *Anchitherium* et *Mastodon*, à l'époque néogène 412

— Sur le rôle des chenaux maritimes nord-floridien et sud-caraïbien dans les migrations des Mammifères tertiaires et quaternaires 955

JOLIBOIS (P.) et SANFOURCHE (A.). — Sur la constitution des vapeurs nitreuses 235

JORDAN (Camille) fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Bordin, Francœur 448

— Prix Montyon (Mécanique), Poncelet 449

— Prix Lalande, B. Valz, P. Guzman, J. de Pontécoulant 449

— Grand prix des sciences mathématiques 451

— Prix Saintour 451

— Questions pour le Grand prix des sciences mathématiques et le prix Alhumbert, en 1922 452

JOUGUET et CRUSSARD. — Sur la célérité des déflagrations 820

JULIA (Gaston). — Sur quelques problèmes relatifs à l'itération des fractions rationnelles 147

— Une propriété générale des fonctions entières liées au théorème de M. Picard 502

— Quelques propriétés générales des fonctions entières liées au théorème de M. Picard 598

— Quelques propriétés des fonctions méromorphes générales 718

— Quelques propriétés des fonctions entières ou méromorphes 812

— Sur les fonctions uniformes à point singulier essentiel isolé 882

— Sur les fonctions entières ou méromorphes 990

— Les fonctions entières et la croissance 1087

K

KAMPÉ DE FÉRIET. — Ouverture d'un pli cacheté : Sur l'expression de la fonction hypergéométrique par une dérivée généralisée 717

KILIAN (W.) est présenté en première ligne pour la succession de M. *P. Duhem* 191

— Est élu 211

KLING (André) et SCHMUTZ (René). — Caractérisation et dosage de l'oxychlorure de carbone 773

— Dosage de l'oxychlorure de carbone contenu dans l'air à l'état de traces 891

KŒNIGS (G.) fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Mécanique), Poncelet) 449

— Prix de six mille francs, prix Plumey 449

— Prix J.-J. Berger 451

— Question de prix Alhumbert pour 1922 452

— Présente, au nom de M. *Lemonnier*, une Communication « Sur la première machine à vapeur à Paris en 1726 » 337

KOGBETLIANTZ (Erwand). — Sur les développements de Jacobi 992

MM. Pages.
— Sur la sommation des séries divergentes 1090
— Sur les séries trigonométriques 1193
KOHN-ABREST (E.). — Appareil pour l'analyse rapide de l'air confiné et des atmosphères insalubres 1019
KRYLOFF (Nicolas). — Sur quelques formules d'approximation, fondées sur la généralisation des quadratures, dites « mécaniques » 721
KUNZ (George-F.). — Hommage d'une brochure publiée à l'occasion du « 175e aniversaire de la naissance de l'abbé René-Just Haüy ». 812

L

LACROIX (A.). — Dacites et dacitoïdes, à propos des laves de la Martinique. 297
— Les laves leucitiques de Trébizonde et leurs transformations 637
— Fait hommage, au nom de M. *George F. Kunz*, d'une brochure publiée à l'occasion du « 175e aniversaire de la naissance de l'abbé René-Just Haüy » 812
— Offre une brochure intitulée : « Les Sciences minéralogique, géologique et paléontologique à Paris » 833
— Fait partie de la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de membre non résidant vacante par le décès de M. *P. Duhem* 81
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place d'Associé étranger vacante par la radiation de M. *von Baeyer* 337
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la succession de M. *H. Bazin* 536
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Delesse, V. Raulin, J. Labbé 449
— Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot. 450
— Prix G. Roux, Thorlet, Fondations Lannelongue, Trémont, Henri Becquerel 450
— Grand prix des sciences physiques .. 451
— Prix Alhumbert 451
— Prix Borda 451
— Prix Petit d'Ormoy (sciences physiques) 451
— Prixe Estrade Delcros 451
— Prix H. de Parville (Ouvrages de science) 451
— Prix H. Wilde 452
— Question de prix Bordin (sciences physiques), pour 1922 452
— Annonce que le Tome 164 des « Comptes rendus » est en distribution au Secrétariat 369
— Annonce le décès de M. *Farlow*, Correspondant pour la Section de Botanique 1289
— M. le *Secrétaire perpétuel* signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, des Ouvrages de : MM. *E. Jovy, H. Copaux*, 81. — MM. *E.-J. Boudinet, Paul Mansion, Louis Roule* et *Ernest Poher*, 536. — M. *Lucien Daniel*, 672. — M. *F. Cellerier*, 752. — MM. *R. Anthony, W. Kilian* et *J. Révil*, 989. — MM. *Auguste* et *Louis Lumière*, 1087. — M. *Alfred Viclay*, 1192.
LACROIX (A.) et GRAMONT (A. de). — Sur la présence du bore dans quelques silico-aluminates basiques naturels 857
LACROIX (A.) et TILHO. — Esquisse géologique du Tibesti, du Borkou, de l'Erdi et de l'Ennedi. — Les formations sédimentaires 1169
— Les volcans du Tibesti 1237
LALLEMAND fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Gay, Fondation Tchihatchef 449
— Prix de six mille francs, prix Plumey. 449
LAMBERT, VLÈS et WATTEVILLE (de). — Sur un opacimètre destiné aux dosages bactériens 797
LANGLOIS (G.). — Sur une nouvelle synthèse de la benzylidène-acétone 1052
LAPICQUE (L.) et BARBÉ (E.). — Indice de chlore comme mesure comparative de la richesse des terres en humus 118

MM. Pages.

LAPPARENT (Jacques de). — Hommage d'un Mémoire intitulé : « Étude lithologique des terrains crétacés de la région d'Hendaye ». 1040

LAUBEUF (M.) est présenté en seconde ligne pour une des places de la Division des Applications de la Science à l'Industrie............ 913

LAVERAN (A.) présente le Tome XI du « Bulletin de la Société de pathologie exotique »............. 447

— Sur les variétés acentrosomiques artificielles des Trypanosomes.... 749

— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Cuvier, Fondation Savigny....................... 450

— Prix Montyon (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut 450

— Prix Montyon (Physiologie), Lallemand, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden 450

— Fondation Charles Bouchard....... 450

— Prix Lonchampt................. 452

LEBAILLY (Charles) et NICOLLE (Charles). — Les infections expérimentales inapparentes. Exemples tirés de l'étude du typhus exanthématique.................... 800

LEBEAU (Paul) est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *Jungfleisch*.................. 1072

LEBESGUE (Henri) est présenté en troisième ligne pour le remplacement de M. *E. Picard*........... 968

LÉCAILLON (A.). — Sur la reproduction et le développement des Bivoltins accidentels de la première génération qui en dérive, chez le Bombyx du Mûrier............ 366

— Sur les changements qu'on observe dans la reproduction et le développement des Bombyx polyvoltins de Chine lorsqu'ils sont transportés et élevés en France............ 529

LE CHATELIER (H.) fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Arts insalubres), Jecker, Houzeau, Fondation Cahours......................... 449

— Prix Borda...................... 451

— Prix Vaillant.................... 451

— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à l'une des places de la Division des Applications de la Science à l'Industrie............ 670

— Présente le compte rendu d'études faites par le « Laboratoire du Conservatoire des Arts et Métiers ».. 1252

LE CHATELIER (Henry) et GUILLET (Léon) font hommage d'un « Mémoire sur le traitement thermique des obus (Application de la méthode Taylor) »............... 751

LECOMTE (H.) fait partie de la Commission des prix Desmazières, Montagne, J. Thore, de la Fons Mélicocq, de Coincy, J. de Rufz de Lavison....................... 450

LECORNU (L.). — Sur le mouvement permanent des fluides........... 481

— *Errata* relatifs à cette Communication......................... 636

— Sur les tourbillons d'une veine fluide. 923

— Fait partie de la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place vacante par le décès de M. *P. Duhem*................ 81

— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la succession de M. *H. Bazin*......................... 536

— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Bordin, Francœur. 448

— Prix Montyon (Mécanique), Poncelet. 449

— Prix de six mille francs, Plumey.... 449

— Question de prix Alhumbert pour 1922......................... 452

LEDOUX-LEBARD (R.) et DAUVILLIER (A.). — Sur la structure spectrale des rayons J.......... 608

LEDUC (Anatole) est présenté en seconde ligne pour la place vacante dans la Section de Physique par le décès de M. *E.-H. Amagat*........ 368

LEFSCHETZ (S.). — Sur l'analyse situs des variétés algébriques......... 672

— Sur les variétés abéliennes........ 758

LÉGER (E.). — Sur les oxydihydrocinchonines α et β et leur rôle dans la production de certains isomères de la cinchonine................ 404

LÉGER (L.) et HESSE (E.). — Sur une nouvelle Coccidie parasite de la Truite indigène................ 904

LEINEKUGEL LE COCQ (G.). — Sur

MM. Pages.

une propriété très générale des câbles servant aux transports aériens........................ 761

LEMOINE (G.) fait partie de la Commission des prix Montyon (Arts insalubres), Jecker, Houzeau, Fondation Cahours.................. 449

LE ROY (GEORGE-A.). — Sur les incendies provoquées par les ondes hertziennes..................... 224

LESAGE (PIERRE). — Sur la stabilisation de caractères dans les plantes salées........................ 1003

LÉTANG. — Sur les phénomènes qui se produisent dans la combustion de la poudre en vase clos........... 1313

LÉVINE (JOSEPH). — Périodicité des vagues atmosphériques......... 566

— Les 220 ans d'observations de Paris. 1011

LÉVY (PAUL). — Sur les fonctions de lignes implicites................ 149

— Sur la généralisation de l'équation de Laplace dans le domaine fonctionnel....................... 752

LINDET (LÉON) est présenté en seconde ligne pour la succession de M. *A. Müntz*...................... 260

LIPPMANN (G.). — Sur les propriétés des circuits électriques dénués de résistance...................... 73

— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Lalande, B. Valz, P. Guzman, G. de Pontécoulant.. 449

— Prix Kastner-Boursault, G. Planté, Hébert, H. de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, Fondation Clément Félix..................... 449

— Prix Alhumbert.................. 451

— Prix Vaillant.................... 451

— Prix Saintour................... 451

— Prix H. Wilde................... 452

— Question de prix Alhumbert pour 1922.......................... 452

LORENTZ (H.). — M. le *Président* lui souhaite la bienvenue........... 969

LUCE (E.) et VALEUR (AMAND). — Action de l'eau oxygénée sur la spartéine et l'isospartéine........ 1276

LUMIÈRE (LOUIS) est présenté en seconde ligne pour une des places de la Division des Sciences appliquées à l'Industrie.................. 913

LUSK (GRAHAM). — Calorimétrie comparée de l'ingestion de viande, d'acide lactique et d'alanine chez l'animal....................... 1012

LYON-CAEN sollicite le don, à la Bibliothèque du Lycée de Strasbourg, des publications des Membres de l'Académie..................... 1192

M

MAIGNON (F.). — Étude du mécanisme de l'action des graisses dans l'utilisation et l'assimilation des albuminoïdes............. 474, 626

MAILHE (ALPH.), SABATIER (PAUL) et GAUDION (G.). — Action des métaux divisés sur les vapeurs de pinène........................ 926

MAILLET (EDMOND). — Détermination des points entiers des courbes algébriques unicursales à coefficients entiers.......................... 217

— Sur le mouvement graduellement varié et la propagation des crues... 266

MALLMANN (DE). — Sur les systèmes chlore-acide hypochloreux-hypochlorite de soude............... 1114

MANGIN (L.). — Sur l'action nocive des émanations de l'usine de Chedde.. 195

— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Desmazières, Montagne, J. Thore, de la Fons Mélicocq, de Coincy, J. de Rufz de Lavison.................... 449

— Prix Petit d'Ormoy (sciences naturelles)........................ 451

— Prix Lonchampt.................. 452

MAQUENNE (L.) et DEMOUSSY (E.). — Sur une réaction très sensible du cuivre. Application à l'analyse des cendres et des terres arables.. 489

MAQUENNE fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Arts insalubres), Jecker, Houzeau, Fondation Cahours.... 449

— Prix Lonchampt.................. 452

MARAGE. — Le timbre de la voix chez les sourds-muets................ 286

MM. Pages.

MARCHAL (Paul) présente le Tome V des « Annales du Service des Épiphyties du Ministère de l'Agriculture » 335
— Fait partie de la Commission du prix Cuvier et de la Fondation Savigny. 450
MARTI. — Sur un procédé de sondage en mer, à bord d'un bateau en marche, basé sur la propagation du son dans l'eau 1100
MARTINET (J.). — Sur la mobilité des atomes d'hydrogène dans les molécules organiques. Action de la phénylhydrazine sur les dioxindols. 689
MASCART (Jean). — Son ouvrage sur la vie et les travaux de Borda est présenté par M. *E. Picard* 1251
MASCRÉ (M.). — Sur le rôle de l'assise nourricière du pollen 1120
— Nouvelles remarques sur le rôle de l'assise nourricière du polen 1214
MATHIAS (E.). — La pluie en France. Le phénomène-parasite 105
— La pluie en France. Calcul des anomalies et du coefficient d'altitude. 239
— Esquisse d'une théorie de la pluie. Influence de l'altitude 358
— Est élu Correspondant pour la Section de Physique générale en remplacement de M. *G. Gouy* 1192
MATIGNON (Camille) est adjoint à la liste de candidats à la succession de M. *Jungfleisch* 1072
MAYER (André) adresse un Rapport sur l'étude des substances toxiques utilisées au combat par l'ennemi, poursuivie au Service de Physiologie de l'Inspection des études et expériences chimiques, à la demande de l'Académie 672
MÉNARD (Maxime) et DELVAL (Charles). — Action des rayons X sur les fibro-myomes de l'utérus chez la femme 1068
MESNAGER. — Sur un cas de simplification des formules de M. Boussinesq 156
— Valeurs maxima de la tension près de la face inférieure d'une plaque carrée supportant une charge unique concentrée en son centre .. 392
MESNARD (Eugène). — Sur l'origine et le groupement des phénomènes météorologiques 102

MM. Pages.

MEYER (André). — *Errata* relatifs à une Communication du 30 décembre 1918 intitulée : « Sur quelques dérivés de l'isatine » 132
MICHAUD (Félix). — Les théories émissives et les principes de Doppler-Fizeau 507
— *Errata* relatifs à cette Communication 636
— Action mécanique et osmotique de l'énergie rayonnante sur les milieux qu'elle traverse. Théorie de la photophorèse 770
— Pression de vapeur des liquides en lames minces 1155
MICHEL-DURAND et CEBRIAN DE BESTEIRO (Mme Dolorès de). — Influence de la lumière sur l'absorption des matières organiques du sol par les plantes 467
MINISTRE DU COMMERCE, DE L'INDUSTRIE, DES POSTES ET DES TÉLÉGRAPHES (M. le) invite l'Académie à dresser une liste de candidats à la chaire d'*Electricité industrielle* du Conservatoire national des Arts et Métiers 1040
— Invite l'Académie à dresser une liste de candidats à la chaire de *Chimie et d'Analyse chimique* du Conservatoire national des Arts et Métiers 1040
MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE ET DES BEAUX-ARTS (M. le) adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *Georges Charpy* 20
— Adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *W. Kilian* 296
— Adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *Pierre Viala* 297
— Adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *Daniel Berthelot* 429
— Adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *George-E. Hale* 533
— Adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *Eugène Cosserat* 709
— Adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *Hilaire*

MM. Pages.

de Chardonnet 969
— Adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *Edouard Goursat* 1073
— Adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *Emile Bourquelot* 1169
— Adresse ampliation du Décret approuvant l'élection de M. *Fernand Widal* 1289
MIRANDE (Marcel). — Sur le chondriome, les chloroplastes et les corpuscules nucléolaires du protoplasme des *Chara* 283
— Sur les réactions microchimiques et les localisations de l'alcaloïde de l'*Isopyrum thalictroides* L. 316
— Sur la formation cytologique de l'amidon et de l'huile dans l'oogone des *Chara* 528
MOLLIARD (Marin). — Production d'acide critique par le *Sterigmatocystis nigra* 360
— L'ovalbumine constitue un aliment complet pour l'*Isaria densa* 523
MONTEL (Paul). — Sur les polynomes d'approximation et l'existence des dérivées 215
MOREAU (L.). — L'architecture du calcanéum en stéréoradiographie 185
MOREAU (Louis) et SAUVAGEAU (C.). — Sur l'alimentation du Cheval par les Algues marines 1257
MOREL (H.) et DELEZENNE (C.). — Action catalytique des venins de serpents sur les acides nucléiques .. 244
— *Errata* relatifs à cette Communication 292
MORVILLEZ (F.). — L'appareil conducteur foliaire des Légumineuses : Papilionacées et Mimosées 787
MOUREU (Charles) présente la traduction française d'une étude de Sir *J.-J. Thomson* sur « La Théorie Atomique » 878
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Arts insalubres), Jecker, Houzeau, Fondation Cahours 449
— Prix Bordin (sciences physiques) 451
— Prix Vaillant 451
— Est désigné pour faire une lecture à la séance publique des cinq Académies 1305
MURAOUR (Henri). — Sur la détermination des températures atteintes dans les réactions explosives 995

N

NAVARRO (Fernandez) adresse un télégramme de félicitations à l'occasion de la signature de la paix 1306
NÈGRE (L.) et BOQUET. — L'infection, la sensibilisation et l'immunité dans la lymphangite épizootique des Solipèdes 421
NICOLARDOT (Paul). — Sur l'écrouissage du plomb, de l'étain et du thallium 558
NICOLARDOT (Paul) et REGLADE (Antoine). — Sur le dosage du zirconium 348
NICOLAS (E.) et DEBAINS (E.). — Sur les causes de la mort chez les chevaux immunisés avec les bactéries tuées ou les extraits bactériens 324
NICOLLE (Charles) et LEBAILLY (Charles). — Les infections expérimentales inapparentes. Exemples tirés de l'étude du typhus exanthématique 800
NODON (Albert). — Recherches sur une nouvelle méthode de prévisions météorologiques 282
— Adresse une Note intitulée : « Études sur les grands troubles de l'atmosphère » 706
NOIZET (Georges) et RICHET (Charles). — D'un vêtement insubmersible et protecteur contre le froid. 534
NORDMANN (Charles) est présenté en seconde ligne pour la succession de M. *Ch. Wolf* 1288
NOTTIN est présenté en seconde ligne pour la chaire de Chimie agricole et Analyse chimique du Conservatoire des Arts et Métiers 1252
NOYES (Albert). — Force contre-électromotrice de polarisation dans l'acide sulfurique 1049

P

MM. Pages.

PAILLOT (A.). — La pseudograsserie, maladie nouvelle des chenilles de *Lymantria dispar*.............. 258
— Coccobacilles parasites des chenilles de *Pieris brassicæ*............. 476
PAINLEVÉ (Paul) fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres et les Correspondants pendant le cours de l'année 1918.. 13
— Fait partie de la Commission des prix Bordin, Francœur.......... 448
— Grand prix des sciences mathématiques 451
— Question de Grand prix des sciences mathématiques pour 1922........ 452
PANTEL (J.). — Le calcium dans la physiologie normale des Phasmides (Ins. orth.) : œuf et larve éclosante...................... 127
— Le calcium, forme de réserve dans la femelle des Phasmides; ses formes d'élimination dans les deux sexes. 241
— Rôle du calcium dans la minéralisation du noyau des cellules excrétrices chez les Phasmides........ 318
PARENTY (H.). — Régulateur et compteur du débit d'une source captée par une galerie horizontale ou faiblement inclinée............... 207
— Sur un détendeur de vapeur dont la pression réduite croît avec la dépense de la conduite............ 492
— Présentation d'un modèle réduit du compteur de vapeur............. 835
PAVILLARD (J.). — Sur la fleur femelle des *Ruscus*............... 113
PECZALSKI (Thadée) adresse une Note intitulée : « Calcul des erreurs commises sur la dérivée d'une fonction étudiée expérimentalement »....................... 72
— Adresse deux Notes intitulées : « Effets de la pression sur l'énergie intérieure des molécules du gaz; — Variation avec la pression des chaleurs spécifiques d'une masse de gaz et d'une molécule isolée du gaz »......................... 803

MM. Pages.

PELLEGRIN (Jacques). — Sur la faune ichtyologique du Sahara oriental........................... 961
PELSENEER (Paul) adresse, de Gand, des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux en 1917.......... 212
— L'hybridation chez les Mollusques.. 1056
PÉREZ (Charles) adresse un Rapport sur les travaux exécutés à l'aide de la subvention accordée sur le Fonds Bonaparte........................ 598
PEROT (Alfred) prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section d'Astronomie, par le décès de M. *Ch. Wolf*.......... 1087
— Est présenté en seconde ligne pour la succession de M. *Ch. Wolf*...... 1288
PERRIER (Edmond). — Remarques au sujet d'une Note de M. *Ch. Gravier* 738
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Gay, Fondation Tchihatchef.................... 449
— Prix Delesse, V. Raulin, J. Labbé... 449
— Prix Desmazières, Montagne, J. Thore, de la Fons Mélicocq, de Coincy, J. de Rufz de Lavison.... 449
— Prix Cuvier, Fondation Savigny.... 450
— Prix Montyon (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut 450
— Prix Montyon (Physiologie), Lallemand, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden 450
— Fondation Charles Bouchard....... 450
— Prix Binoux..................... 450
— Prix G. Roux, Thorlet, Fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, H. Becquerel 450
— Grand prix des sciences physiques.. 451
— Prix Bordin 451
— Prix Estrade-Delcros............. 451
— Prix Lonchampt.................. 452
— Prix de l'École Normale........... 452
— Questions de prix Bordin pour 1922. 452
— Est désigné pour représenter l'Académie au *Congrès interallié d'Hy-*

MM. Pages.

giène sociale.................... 751

PERRIN (A.) adresse une Note sur la résolution du problème principal de la Balistique extérieure........ 531

PERRIN (JEAN) est présenté en seconde ligne pour la place vacante dans la Section de Physique par le décès de M. *E.-H. Amagat*............ 368

PETIT (G.). — Remarques sur la morphologie du centre phrénique des Mammifères 417

PETOT (A.). — Sur la théorie analytique des turbines hydrauliques........ 600

PETROVITCH (MICHEL). — Fonctions entières se rattachant aux nombres premiers.................. 542

PEYRON et HARTMANN. — Sur les néo-formations d'origine chorio-ectodermique dans les tumeurs du testicule 1131

PICARD (ÉMILE) présente le tome II des « Œuvres de G.-H. HALPHEN ». 45

— Présente un volume de M. *Jean Mascart* sur « La vie et les travaux de Borda »...................... 1251

— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de membre non résidant vacante par le décès de M. *P. Duhem*................. 81

— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place d'Associé étranger vacante par la radiation de M. *von Baeyer*............... 337

— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la succession de M. *H. Bazin*........................ 536

— Est élu membre de la Commission administrative de la Fondation Carnegie, en remplacement de M. *G. Darboux*....................... 988

— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Bordin, Francœur.......................... 448

— Prix Lalande, B. Valz, P. Guzman, G. de Pontécoulant............. 449

— Prix Kastner-Boursault, J. Planté, Hébert, H. de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, Fondation Clément Félix.......................... 449

— Prix Montyon (Statistique)........ 450

— Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot.............................. 450

— Prix G. Roux, Thorlet, Fondations Lannelongue, Trémont, Gegner, Becquerel...................... 450

— Grand prix des sciences mathématiques........................ 451

— Prix J.-J. Berger................. 451

— Prix Saintour.................... 451

— Prix Henri de Parville (Ouvrages de science)...................... 451

— Prix H. Wilde.................... 452

— Prix de l'École Normale........... 452

— Questions de Grand prix des sciences mathématiques et du prix Alhumbert pour 1922................. 452

— Informe l'Académie que la Conférence interalliée des Académies scientifiques se réunira à Bruxelles 917

— M. le *Secrétaire perpétuel* signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance : des Ouvrages de M. *L. Faraud*, 262; — MM. *d'Arcy Wentworth Thompson*, *H. Gauthier*, 337. — MM. *A. Le Chatelier*, *A. Herdner*, 718; — MM. *J.-H. Fabre*, *F. Cellerier*, 1262.

PICARD (ÉMILE), BAILLAUD (B.) et FERRIÉ. — Sur un projet du Bureau des Longitudes relatif à la détermination d'un réseau mondial de longitudes et de latitudes.. 1074

PICKERING (EDWARD). — Son éloge funèbre est prononcé par M. *H. Deslandres*.................... 329

PICON. — De l'action de l'acétylène monosodé sur quelques éthers halogénés des alcools secondaires et tertiaires....................... 825

— Action de l'acétylène monosodé sur quelques iodures d'alcools primaires à chaîne ramifiée......... 894

PIÉRON (HENRI). — Du rôle joué par les pertes physiologiques d'énergie dans la relation qui unit le temps de latence sensorielle à l'intensité de l'excitation.................. 1123

PORTEVIN et GARVIN. — Influence de divers facteurs sur la vitesse critique de trempe des aciers au carbone......................... 346

— *Errata* relatifs à cette Communication........................... 744

— La formation de la troostite à basse

MM. Pages.

température dans les aciers au carbone et l'influence de la température d'émersion dans les trempes interrompues.......... 731

POSTERNAK (S.). — Sur deux sels cristallisés du principe phospho-organique de réserve des plantes vertes. 1216

PRUD'HOMME (Maurice) est présenté en seconde ligne pour une des places de la Division des Sciences appliquées à l'Industrie.......... 913

PRUVOST (Pierre). — Sur l'existence du terrain houiller en profondeur, à Merville (Nord).............. 94

— Comparaison entre le terrain houiller du nord de la France et celui de la Grande-Bretagne, d'après la succession des faunes........... 782

PRUVOST (P.) et BARROIS (Ch.). — Les divisions stratigraphiques du Terrain houiller du nord de la France...................... 647

PUISEUX fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Lalande, B. Valz, P. Guzman, G. de Pontécoulant...................... 449

— Prix de l'École Normale........... 452

Q

QUÉNU fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut........... 450

— Fondation Charles Bouchard....... 450

R

RABUT (Charles). — Sur une nouvelle forme canonique des massifs armés. 51

— Principes et règles scientifiques pour l'établissement des longs tunnels sous nappe d'eau.............. 220

— Sur la synthèse statique des constructions...................... 603

— Est présenté en seconde ligne pour une des places de la Division des Sciences appliquées à l'Industrie. 913

RANVIER fait partie de la Commission du prix Cuvier et de la Fondation Savigny...................... 450

RATEAU (A.). — Sur l'écoulement des gaz à très fortes pressions........ 330

— États successifs d'un gaz à haute pression dans un récipient qui se vide par une tuyère........... 435

— Quantité de mouvement totale et vitesse moyenne du jet de gaz sortant d'un réservoir qui se vide par une tuyère 581

— Théorie du vol des aéroplanes aux diverses altitudes. Prédétermination de la hauteur du plafond......... 1142

— Suite de la théorie des aéroplanes. Conséquences principales des formules.......................... 1246

— Théorie de la montée rectiligne des aéroplanes. Vitesse ascensionnelle maximum................ 1295

— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à l'une des places de la Division des Applications de la Science à l'Industrie............ 670

— Est désigné pour représenter l'Académie aux fêtes du centenaire de la mort de *James Watt*........... 842

RAVEAU (C.). — Comment Carnot a calculé l'équivalent mécanique de la chaleur. Un document inédit.. 549

REBOUL (G.). — Sur les phénomènes de luminescence accompagnant l'oxydation du potassium ou du sodium......................... 1195

REBOUL (G.) et DUNOYER (L.). — Sur une règle de prévision des variations barométriques et son coefficient de certitude.......... 356

— Sur la prévision des variations barométriques : vents d'appel pour les dépressions..................... 457

— Sur les actions mutuelles des basses

MM. Pages.

pressions et des hautes pressions.. 621
— Sur l'utilisation des vents de sondage pour la prévision des variations barométriques........... 785
— *Errata* relatifs à cette Communication........................... 832
— Influence des saisons et des régimes aérologiques sur les variations corrélatives de la pression atmosphérique et de l'intensité du vent.... 947
RÈGLADE (ANTOINE) et NICOLARDOT (PAUL). — Sur le dosage du zirconium..................... 348
RÉMOUNDOS (GEORGES). — La singularité des équations différentielles et les séries sommables.. 1265
RENAUD (J.). — Difficultés rencontrées dans l'étude des grains par suite de l'incertitude sur l'heure des observations....................... 410
REPELIN (J.). — Sur un point de l'histoire de l'océan Pacifique........ 237
REY (JEAN). — Propriétés physiques de la vapeur de pétrole............ 509
— Sur l'écoulement de la vapeur de pétrole.......................... 1092
RICHET (CHARLES) présente son Ouvrage : « La sélection humaine ».. 1039
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut.................. 450
— Prix Montyon (Physiologie), Lallemand, Pourct, Philipeaux, Fanny Emden........................ 450
— Fondation Charles Bouchard....... 450
— Prix Lonchampt.................. 452
RICHET (CHARLES), BRODIN (P.) et SAINT-GIRONS (FR.). — Des phénomènes hématiques dans l'anaphylaxie et l'antianaphylaxie. 369
RICHET (CHARLES) et CARDOT (HENRY). — Mutations brusques dans la formation d'une nouvelle race microbienne..................... 657
RICHET (CHARLES) et NOIZET (GEORGES). — D'un revêtement insubmersible et protecteur contre le froid.......................... 534
RIGHI (AUGUSTE). — L'expérience de Michelson et son interprétation.......................... 837
RIQUIER. — Sur le prolongement analytique des intégrales de certains systèmes d'équations aux dérivées partielles linéaires.............. 144
RISSER. — Sur les formules représentatives des trajectoires.......... 390
RIVIÈRE (G.) et BAILHACHE (G.). — L'*Amygdalopersica Formonti*..... 525
ROBERT (MARIUS) et BAUME (GEORGES). — Sur un manomètre en verre, à parois élastiques........ 1199
ROBERT (M.-H.). — Sur une nouvelle colonne à distiller, pour laboratoire, et sur la mesure de son efficacité.. 998
ROBIN (ALBERT). — L'hydratation, le résidu soluble et le résidu insoluble dans le cancer du foie. Une nouvelle théorie sur la genèse du cancer.......................... 1071
— L'azote soluble et l'azote insoluble dans le tissu du foie cancéreux; nouvelle conception sur la genèse du cancer...................... 1224
ROSENBLATT (Mme M.) et BERTRAND (GABRIEL). — Action toxique comparée de quelques substances volatiles sur divers insectes.......................... 911
ROUCH. — Sur les brises de terre et de mer à Bayonne................ 313
— Sur la vitesse du vent dans la stratosphère 1281
ROULE (LOUIS). — Sur la pigmentation des alevins du Saumon (*Salmo salar* L.) et sur ses relations avec le premier séjour en rivière et la première migration à la mer...... 966
— Sur les premières phases du développement embryonnaire chez *Palemon serratus* Latr.............. 1059
ROUX (E.) fait hommage d'un Ouvrage de M. *H. Violle*, intitulé : « Le Choléra ».......................... 598
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Médecine et Chirurgie), Barbier, Bréant, Godard, Chaussier, Mège, Bellion, Larrey, Argut................... 450
— Prix Montyon (Physiologie), Lallemand, Pourat, Philipeaux, Fanny Emden..................... 450
— Fondation Charles Bouchard........ 450
— Grand prix des sciences physiques... 451
— Prix Petit d'Ormoy (sciences naturelles)......................... 451

MM. Pages.
— Prix Estrade Delcros............. 451
— Prix Lonchampt................. 452
— Question du prix Bordin pour 1922.. 452
ROY (LOUIS). — Sur la résistance dynamique de l'acier................ 304
RUSSO (P.). — Rapports latéraux et signification tectonique de l'ellipse granitique des Rehamna (Maroc). 770

S

SABATIER (PAUL) est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à la succession de M. *H. Bazin*........ 536
SABATIER (PAUL) et GAUDION (GEORGES). — Déshydrogénation catalytique par le nickel en présence d'hydrogène............. 670
SABATIER (PAUL), MAILHE (ALPH.) et GAUDION (G.). — Action des métaux divisés sur les vapeurs de pinène 926
SAINT-GIRONS (FR.), RICHET (CHARLES) et BRODIN (P.). — Des phénomènes hématiques dans l'anaphylaxie et l'antianaphylaxie (crise hémo-anaphylactique).......... 369
SAKAKAMI, YAMANOUCHI et IWASHIMA. — Étude sur la grippe épidémique de 1918-1919......... 1346
SANARELLI (G.). — De la pathogénie du choléra. La défense naturelle du péritoine contre les vibrions cholériques 69
— De la pathogénie du choléra. Le gastro-entérotropisme des vibrions. 578
SANFOURCHE (ANDRÉ). — Sur l'oxydation du bioxyde d'azote par l'air sec....................... 307
— Le cycle d'oxydation du bioxyde d'azote en présence d'eau........ 401
SANFOURCHE (A.) et JOLIBOIS (P.). — Sur la constitution des vapeurs nitreuses........................ 235
SAUVAGEAU (C.) et MOREAU (LOUIS). — Sur l'alimentation du Cheval par les Algues marines.......... 1257
SCAL (CLAIR) et URBAIN (ED.). — Sur la décomposition de liquides diélectriques au sein desquels jaillit un arc 887
SCHLŒSING (TH.) père. — Son éloge funèbre est prononcé par M. *L. Guignard* 293
SCHLŒSING (TH.) est désigné pour faire partie de la Commission technique de la Caisse des Recherches scientifiques........................ 448
— Fait partie de la Commission des prix Montyon (Arts insalubres), Jecker, Houzeau, Fondation Cahours.... 449
— Est présenté en première ligne pour la Chaire de Chimie agricole et Analyse chimique du Conservatoire national des Arts et Métiers. 1262
SCHMUTZ (RENÉ) et KLING (ANDRÉ). — Caractérisation et dosage de l'oxychlorure de carbone........ 773
— Dosage de l'oxychlorure de carbone contenu dans l'air à l'état de traces. 891
SCHUSTER (ARTHUR) fait connaître le programme de la réunion du Conseil international de recherches. 1147
SEBERT fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Mécanique), Poncelet........... 449
— Prix de six mille francs, prix Plumey. 449
SÉNÉCHAL (A.) et BOURION (F.). — Sur l'évolution et l'oxydation de l'hydrate chromique en solution alcaline 59
— Sur l'évolution et les propriétés magnétiques de l'hydrate chromique en solution alcaline..... 89
SIMON (L.-J.) et CHAVANNE (G.). — Températures critiques de dissolution dans l'aniline des principaux carbures d'hydrogène renfermés dans les essences de pétrole....... 1111
— Préparation de quelques hydrocarbures volatifs acycliques ou cycliques saturés renfermés dans les essences de pétrole.............. 1324
SIMON (L.-J.) et GUYOT (J.). — Action de la chaleur sur les méthylsulfates alcalins et alcalino-terreux.. 1054
— Action du sulfate diméthylique sur les sulfates alcalins et alcalino-terreux 1204
SIMONIN (MARTIAL) est présenté en se-

MM. Pages.
conde ligne pour la succession de M. *Ch. Wolf*.................... 1288
SLOSSE (Aug.) et BAYET (Ad.). — L'intoxication arsenicale dans les industries de la houille et de ses dérivés (intoxication houillère arsenicale)........................ 704
SOLLAUD (E.). — Les premières phases embryonnaires chez *Leander squilla* Fabricius........................ 963
— A propos du développement embryonnaire des *Palæmonidæ*...... 1231
SOMIGLIANA (Carlo). — Sur la théorie des ondes sismiques...... 108
SOUÈGES (R.). — Embryogénie des Polygonacées. Développement de l'embryon chez le *Polygonum Persicaria* L.................... 791
SPARRE (Magnus de). — Conditions à remplir lorsqu'on veut dans une installation hydraulique augmenter le débit, et par suite le travail sans modifier la conduite........ 663
— Est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *P. Duhem*.... 191
— Est présenté en seconde ligne pour la succession de M. *H. Bazin*.... 634
STEFANESCU (Sabba). — Sur la phylogénie de l'*Elephas africanus*.... 97
— Sur les sections transversales des lames des molaires d'*Elephas africanus*........................ 464
— Sur la coordination des caractères morphologiques et des mouvements des molaires des éléphants et des mastodontes.............. 906
— Sur la structure des lames des molaires de l'*Elephas indicus* et sur l'origine différente des deux espèces d'éléphants vivants........ 1208
— Sur l'application pratique des caractères de la racine des molaires des Éléphants et des mastodontes.... 1329
STODEL (G.) et VINCENT (H.). — Les résultats du traitement de la gangrène gazeuse par le sérum multivalent.................... 188
STUART-MENTEATH (P.-W.). — Sur la tectonique des Pyrénées 279
— *Errata* relatifs à cette Communication 428
SWYNGEDAUW. — Sur l'influence de l'enveloppe sur les résistance et réactance effectives d'un câble armé pour les harmoniques 3 87
— Sur les pertes d'énergie dans les diélectriques des câbles armés....... 230
— Est présenté en seconde ligne pour une Chaire d'Électricité industrielle du Conservatoire national des Arts et Métiers...................... 1305

T

TABOURY (F.) et FORCRAND (R. de) — Sur les sulfones formées par les iodures de sodium, de rubidium et de cæsium...................... 1253
TERMIER (Pierre). — Phénomènes de charriage, d'âge alpin, dans la Vallée du Rhône, près d'Avignon........................ 1290
— Fait partie de la Commission chargée de présenter une liste de candidats à la place de membre non résidant vacante par le décès de M. *P. Duhem*.......................... 81
— Fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Delesse, V. Raulin, J. Labbé,................ 449
— Prix Petit d'Ormoy (Sciences naturelles)........................ 451
— Fait hommage d'un Mémoire de M. *Jacques de Lapparent*, intitulé : « Étude lithologique des terrains crétacés de la région d'Hendaye ». 1040
TERMIER (Pierre) et FRIEDEL (Georges). — Les débris de nappe, ou Klippes, de la plaine d'Alais; lambeaux de calcaire mylonitique, posés sur l'Oligocène............ 1034
THIÉRY (Paul). — Nouvelles observations sur le système d'accidents géologiques appelé « Faille des Cévennes »...................... 902
THOMSON (J.-J.). — Présentation d'une traduction française de son étude sur « La théorie atomique ». 878
TILHO. — Une mission scientifique de l'Institut de France en Afrique

MM. Pages.

centrale (Tibesti, Borkou, Ennedi). 984
— Une mission scientifique de l'Institut de France en Afrique centrale. Esquisse géographique du Tibesti, du Borkou et de l'Ennedi......... 1081
TILHO et LACROIX (A.). — Esquisse géologique du Tibesti, du Borkou, de l'Erdi et de l'Ennedi. — Les formations sédimentaires.......... 1166
— Les volcans du Tibesti............ 1237
TISSERAND fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Statistique).............. 450
— Prix J.-J. Berger................ 451
TISSOT (J.). — Mécanisme de la destruction, dans le sérum, de la cellule antigène sensibilisée par son anticorps spécifique............ 1283
TOQUET, TRIPIER et DUBRISAY (René). — Sur une méthode physico-chimique de dosage des carbonates alcalins en présence des bases alcalines libres. Application à l'analyse des gaz des fumées. 56
TOULY et GUTTON. — Oscillations électriques non amorties de courte longueur d'onde................ 271
TRANNOY (René) et BERTHELOT (Daniel). — Sur le pouvoir absorbant de la terre sèche ou humide vis-à-vis du chlore gazeux........ 121
TRILLAT (A.) et FOUASSIER (M.). — Sur un appareil destiné à l'étude de la formation et de la persistance des brouillards............ 570
TRIPIER, TOQUET et DUBRISAY (René). — Sur une méthode physico-chimique de dosage des carbonates alcalins en présence des bases alcalines libres. Application à l'analyse des gaz des fumées........................ 56

U

URBAIN (Ed.) et SCAL (Clair). — Sur la décomposition de liquides diélectriques au sein desquels jaillit un arc........................ 887
URBAIN (Georges) est présenté en seconde ligne pour la succession de M. *Jungfleisch*................. 1072

V

VACHER (A.). — Sur un tracé ancien de la vallée de la Rance............ 353
VAILLANT (P.). — Sur la production d'un courant continu par application d'une force électromotrice alternative à un voltamètre à électrodes de platine............... 687
— Sur la polarisation en courant alternatif.......................... 768
VALEUR (Amand) et LUCE (E.). — Action de l'eau oxygénée sur la spartéine et l'isospartéine........ 1276
VALLOIS (Henri-V.). — Sur quelques caractères du fémur du Pithecanthrope.......................... 739
VANDEL (A.). — Sur le déterminisme des deux modes de reproduction d'une Planaire : *Polycelis cornuta* Johnson....................... 1128
VANEY (C.) et ALLEMAND-MARTIN (A.). — Action de l'*Hippospongia equina* des côtes de Tunisie sur les Posidonies...................... 1060
VERNES (Arthur). — Le graphique du syphilitique..................... 247
VÉRONNET (Alexandre). — Température centrale du Soleil 398
— Température d'équilibre d'un astre gazeux pour un rayon quelconque. 679
VERSCHAFFEL (A.) transmet un Catalogue de 574 étoiles fondamentales.......................... 834
VESSIOT (Ernest) prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre de candidats à la place vacante, dans la Section de Géométrie, par l'élection de M. *Emile Picard* comme Secrétaire perpétuel.......................... 598
— Est présenté en troisième ligne pour le remplacement de M. *E. Picard*. 968
VIALA (Pierre) est présenté en se-

MM. Pages.

conde ligne pour la succession de M. *A. Müntz* 260
— Est élu membre de la Section d'Économie rurale.................. 261
VIEILLE fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Montyon (Mécanique), Poncelet.......... 449
— Prix de six mille francs, prix Plumey 449
VILLARD (P.) fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Kastner-Boursault, G. Planté, Hébert, H. de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, Fondation Clément Félix.................... 449
— Prix Alhumbert.................. 451
— Prix de l'École Normale 452
— Est élu membre d'une Commission chargée de présenter une liste de candidats à l'une des places de la Division des Applications de la Science à l'Industrie........... 670
VINCENT (Hyacinthe) est présenté en troisième ligne pour la succession de M. *A. Dastre*............ 1236
VINCENT (H.) et STODEL (G.). — Les résultats du traitement de la gangrène gazeuse par le sérum multivalent................... 188
VIOLLE (Henri). — Hommage de son Ouvrage intitulé : « Le choléra ». 598
VIOLLE (J.) fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Kastner-Boursault, G. Planté, Hébert, H. de Parville, Hughes, Pierson-Perrin, Fondation Clément Félix 449
— Prix Montyon (Statistique)........ 450
— Prix Alhumbert.................. 451
— Prix Vaillant.................... 651
— Prix J.-J. Berger................ 451
— Prix H. Wilde.................... 452
— Prix de l'École Normale.......... 452
VLÈS (Fred). — Sur quelques propriétés optiques des émulsions bactériennes 575
— Sur la transmission des émulsions de bactéries et d'hématies...... 794
— *Errata* relatifs à cette Communication 916
— Remarques sur la constitution sériale des spectres d'absorption........ 1044
VLÈS (F.) et FAURÉ-FRÉMIET (E.). — Les lois de la cicatrisation des plaies sont-elles réductibles aux lois générales de croissance des organismes ? 363
VLÈS, WATTEVILLE (de) et LAMBERT — Sur un opacimètre destiné aux dosages bactériens...... 797
VOLTERRA. — M. le *Président* lui souhaite la bienvenue 969
VOURNASOS (A.-C.). — Les azotures normaux de nickel et de cobalt.. 889

W

WALLERANT fait partie des Commissions de prix suivantes : Prix Delesse, V. Raulin, J. Labbé........ 449
— Prix Alhumbert.................. 451
WATTEVILLE (de), VLÈS et LAMBERT. — Sur un opacimètre destiné aux dosages bactériens...... 797
WEISS (Edmund). — Sa mort est annoncé à l'Académie............. 536
WIDAL (Fernand) prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante, dans la Section de Médecine et Chirurgie, par le décès de M. *A. Dastre*........................ 990
— Est présenté en première ligne pour la succession de M. *A. Dastre*..... 1138
— Est élu.......................... 1261
— Rectification au résultat de cette élection........................ 1305
WOOG (Paul). — De la persistance variable des impressions lumineuses sur les différentes régions de la rétine.................... 1222

Y

YAMANOUCHI, IWASHIMA et SAKAKAMI. — Étude sur la grippe épidémique de 1918-1919........ 1346

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.
64292-21